TRANSFER

Výzkum a vývoj pro letecký průmysl

Číslo 2 prosinec 2006

Toto číslo elektronického sborníku obsahuje příspěvky přednesené na III. semináři VZLÚ - Věda, výzkum a vývoj v českém leteckém průmyslu, jehož téma bylo Numerické modelování proudění v leteckých aplikacích. Zvláštní přílohu tvoří příspěvky, které se nedostaly do programu semináře z důvodu omezené doby konání.

ISSN 1801-9315

VZLÚ, a. s., Beranových 130, 199 05 Praha - Letňany
Tel.: +420 225 115 332, Fax: +420 286 920 930, e-mail: info@vzlu.cz, www.vzlu.cz

TRANSFER

Výzkum a vývoj pro letecký průmysl

Elektronický sborník VZLÚ, a. s.

Č. 2, prosinec 2006, 1. ročník

Adresa redakce:

Výzkumný a zkušební letecký ústav, a. s.

Beranových 130, 199 05 Praha 9 – Letňany

Tel.: 225 115 223, fax: 286 920 518

Šéfredaktor:

Ing Ladislav Vymětal (e-mail: vymetal@vzlu.cz)

Technický redaktor, výroba:

Ing Zbyněk Hruška (hruska@vzlu.cz),

Stanislav Dudek (dudek@vzlu.cz)

Vydavatel: Výzkumný a zkušební letecký ústav, a. s.

ISSN 1801-9315

III. vědecko-technický seminář

Dne 3. října 2006 se ve VZLÚ konal III. vědecko-technický seminář na téma „Numerické modelování proudění v leteckých aplikacích". Byl to již třetí seminář, který VZLÚ pořádá v rámci akcí věda, výzkum a vývoj v leteckém průmyslu. Jednodenního semináře se účastnilo 49 specialistů a bylo předneseno 15 referátů pracovníků výzkumu a vývoje z několika institucí a firem: Aero Vodochody, a. s.; AV ČR, Ústav termomechaniky; ČVUT; Evektor, spol. s r. o.; Škoda Power, a. s.; Škoda Auto, a. s.; MFF UK Praha; VUT Brno a samozřejmě z hostitelského VZLÚ, a. s.

Přednášky ze semináře jsou obsaženy v tomto elektronickém sborníku. Přílohu sborníku tvoří příspěvky psané původně pro seminář, které se ale nedostaly do programu z důvodu omezené doby konání.

Obsah sborníku

Příloha

Simulace proudění jako efektivní nástroj při vývoji malého dopravního letounu

Ing. Zdeněk Ančík / EVEKTOR, spol. s.r.o.

Příspěvek hodnotí použití metod simulace proudění při vývoji letounu EV-55 na několika příkladech. Současně se snaží ukázat na oblasti, kterými je třeba se zabývat v nejbližší době.

Úvod

Počítačová simulace proudění se v současné době stala významným nástrojem při návrhu a vývoji malých dopravních letadel. Rozsah nasazení těchto metod neustále roste především díky obrovskému nárůstu výkonu výpočetní techniky. To umožňuje vytvářet složitější a přesnější modely, řešit náročné úlohy a aplikovat moderní optimalizační algoritmy. Dá se očekávat, že tento trend bude pokračovat a využití CFD metod poroste a teoreticky nebrání nic tomu, aby v budoucnu byly tyto metody hlavním prostředkem pro analýzy letových vlastností, výkonů a stanovení zatížení letounu. To je samozřejmě lákavé, protože to může znamenat redukci kritického rozsahu znalostí potřebných pro provádění kvalifikovaných analýz v oblasti aerodynamiky a možnost využití méně kvalifikovaných pracovníků pro rutinní přípravné práce.

V současné době je však návrh malého dopravního letounu založen na klasických výpočetních metodách a CFD metody částečně nahrazují nebo doplňují semiempirické metody a měření v aerodynamickém tunelu. Limitujícími faktory většího rozšíření je v současné době přesnost výpočtu odporových charakteristik a průběhu odtržení na nosných a stabilizačních plochách, časová náročnost výpočtů, poměrně vysoká cena software, návaznost na analýzy kritických případů zatížení, průkaznost výsledků atd.

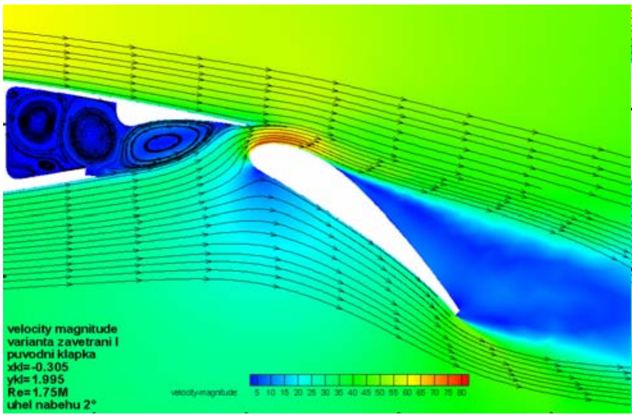
Cílem tohoto článku však není prognóza rozvoje využití CFD metod, ale bilance současného využití počítačové simulace proudění při vývoji letounu EV-55 a upozornění na okruhy problémů, jež by bylo možné a efektivní řešit pomocí CFD metod v nejbližší době.

Vzhledem ke kapacitním možnostem oddělení výpočtů firmy Evektor v oblasti aerodynamiky je většina CFD výpočtů prováděna ve spolupráci s Leteckým ústavem VUT v Brně (LÚ) a Výzkumným a zkušebním leteckým ústavem (VZLÚ). Tato forma spolupráce má určitou analogii s měřením v aerodynamickém tunelu a dlouhodobě ověřené rozdělení kompetencí se ukazuje jako velmi efektivní i v oblasti CFD výpočtů.

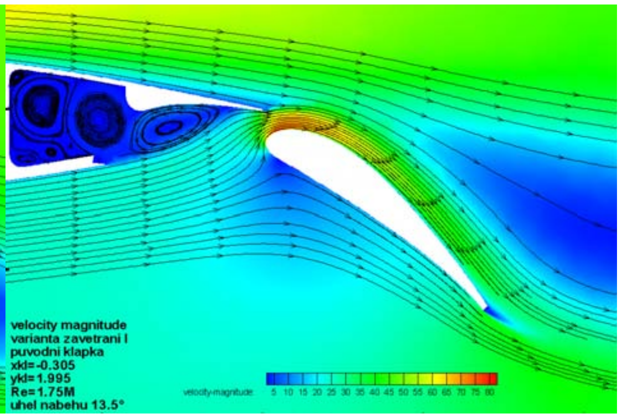
Aktuálně řešené úlohy:

Optimalizace tvaru a polohy vztlakové klapky

Cílem optimalizace vztlakové klapky bylo dosažení maximálního poměru vztlaku a odporu ve vzletové konfiguraci a maximálního součinitele vztlaku v přistávací konfiguraci. Návrh tvaru klapky a zavětrání byl proveden v Evektoru ve spolupráci s VZLÚ. Tvar samotné klapky byl vyhlazen použitím programu XFOIL. Poté provedl LÚ CFD analýzu vlivu tvaru zavětrání, tvaru horního povrchu nosové části klapky a především polohy klapky na sledované parametry. Výsledky CFD analýz byly také použity pro předběžný pevnostní návrh klapky a jejího ovládacího mechanismu. Perspektivní geometrické konfigurace a polohy klapky byly pak měřeny ve VZLÚ v aerodynamickém tunelu na profilu o relativní tloušťce *16%*, který vznikl lineární interpolací profilu LS(1)-0417MOD a MS(1)-0313. Díky vizualizaci proudění počítačovou simulací bylo odhaleno, že při velkých výchylkách klapek dochází k odtržení na horním povrchu klapky právě při menších úhlech náběhu. Při větších úhlech náběhu se proud ke klapce opět přimkne. Tento jev lze významně ovlivnit polohou klapky vůči odtokové hraně pevné části profilu. Na obrázku 1 a 2 lze srovnat obtékání klapky při úhlu náběhu *2°* a *13.5°*.



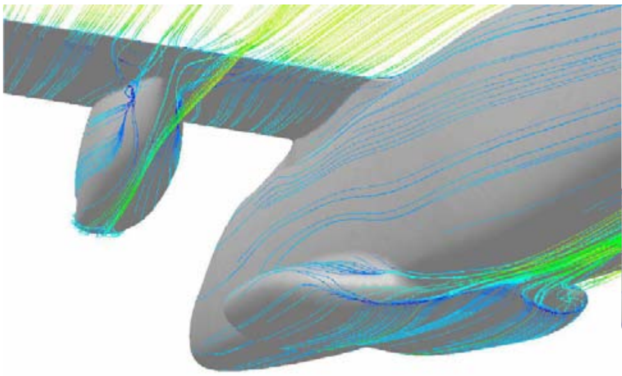
Obr. 1 Obtékání klapky α = 2°



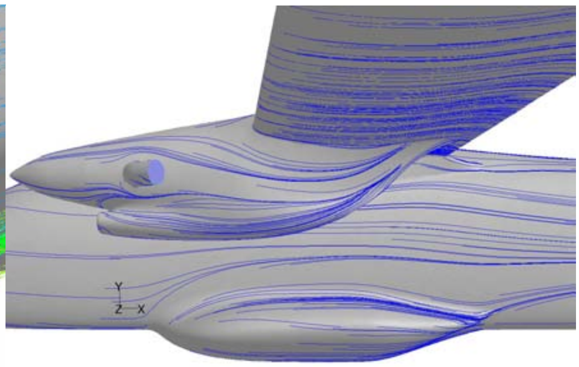
Obr. 2 Obtékání klapky α = 13.5°

Optimalizace místní aerodynamiky

Řešení lokální aerodynamiky je v současné době významnou oblastí aplikace CFD metod, která může mít velmi příznivý vliv na aerodynamickou účinnost letecké konstrukce. Aerodynamicky zjevně výhodné řešení přechodových krytů, podvozkových gondol, motorových gondol atd. často naráží na konstrukční komplikace a konstruktéři nejsou ochotni toto řešení bez přesvědčivých argumentů přijmout. Právě výsledky analýzy proudění je často donutí respektovat požadavky aerodynamiky a upravit konstrukci tak, aby obtékání dané části letounu bylo přijatelné. Vzhledem k tomu, že nelze zanedbat ovlivnění jednotlivých částí letounu, byla optimalizace místní aerodynamiky prováděna na modelu celého letounu, přesněji jeho jedné poloviny. Předpokládá se, že finální výpočet bude proveden i s vlivem vrtulového proudu tak, že do roviny disku vrtule budou zavedeny rychlosti indukované vrtulí. Na obr. 3 a 4 lze vidět úpravy tvaru podvozkové a motorové gondoly na základě CFD analýz.



Obr. 3 Původní řešení



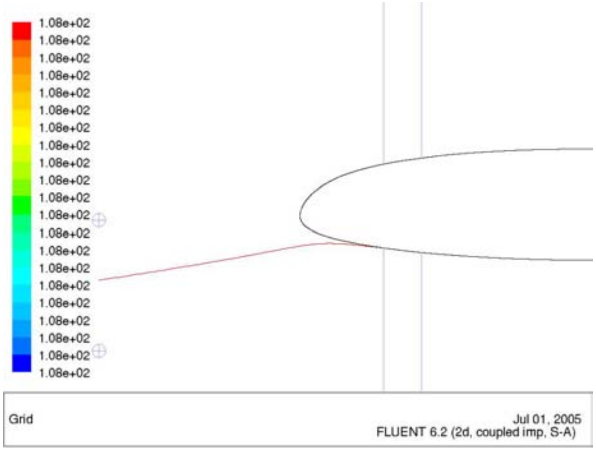
Obr. 4 Upravené gondoly

Výpočet velikosti pokrytí náběžných hran odledňovacím systémem

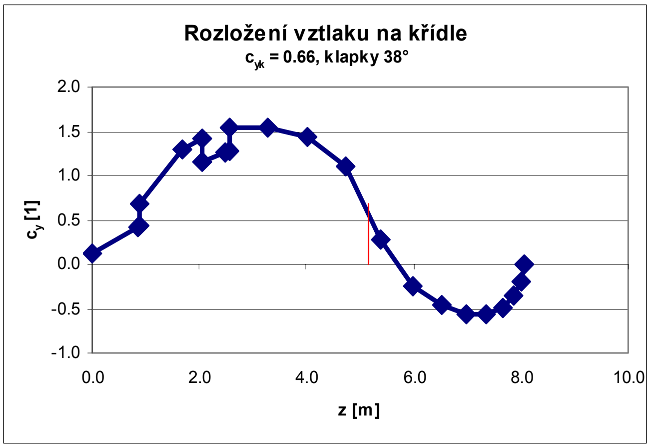
Stanovení nezbytné velikosti pokrytí náběžných hran nosných a stabilizačních ploch odledňovacím systémem je úloha, pro kterou byl program FLUENT využitý již při vývoji letounu L 610 G. V podstatě se jedná o stanovení maximálního zadního bodu dopadu kapek o velikosti *40* μm na horní a dolní povrch křídla a ocasních ploch v celém rozsahu provozních podmínek pro všechny letové konfigurace. Zadání analýzy bylo koncipováno tak, aby CFD výpočty byly 2D úlohy. Prvním krokem bylo stanovení maximálního a minimálního úhlu náběhu letounu pro všechny letové konfigurace s uvážením provozu v námrazových podmínkách. Pro kritické podmínky byly stanoveny součinitele vztlaku křídla a vodorovných ocasních ploch. Pomocí Weissigerovy metody bylo stanoveno rozložení vztlaku podél rozpětí křídla. Pro několik řezů na křídle a ocasních plochách a lokální součinitel vztlaku stanovený Weissingerovou metodou pak bylo programem FLUENT spočteno tlakové pole. Do něj byly vypuštěny kapky o velikosti *40* μm a stanovena maximální zadní poloha dopadu kapek. Finální ověření bylo provedeno se zahrnutím tvaru odledňovacích povlaků.

Otázkou je, zda směrování k 2D CFD úloze je v současné době opodstatněné. Díky výraznému zvýšení výkonu výpočetní techniky, zlepšení výpočetních algoritmů a nárůstu zkušeností výpočtářů by pravděpodobně bylo vhodnější řešit tento problém jako 3D CFD úlohu a tlakové rozložení počítat na modelu celého letounu.

Na obrázku 5 je znázorněna trajektorie kapky, která ještě dopadne na dolní povrch profilu. Další kapky již na povrch nedopadnou a jsou unášeny proudem. Na obrázku 6 je uvedeno rozložení tlaku podél rozpětí křídla pro let s klapkami 38° na maximální rychlosti v podmínkách námrazy.



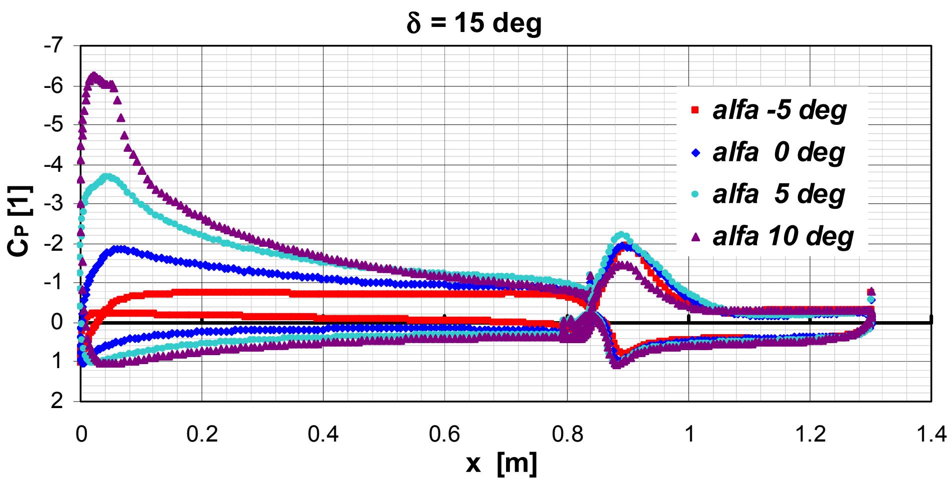
Obr. 5 Trajektorie kapky o velikosti 40 μm



Obr. 6 Rozložení vztlaku po rozpětí křídla

Výpočet rozložení tlaku po hloubce profilu s vychýleným kormidlem

Především pro pevnostní výpočty je třeba znát kromě rozložení vztlaku po rozpětí i rozložení tlaku po hloubce profilu. U čistého profilu je toto rozložení obvykle známé nebo je lze pro účely pevnostních výpočtů relativně přesně stanovit dostupným a levným softwarem. V oblasti kormidel, kde se druhý segment (kormidlo) nachází v odtrženém proudu za prvním segmentem (pevnou částí profilu) je třeba aplikovat složitější CFD metody, které jsou schopné tuto úlohu řešit. Pro potřeby pevnostních výpočtů je třeba analyzovat velký počet případů v celém rozsahu provozních výchylek kormidel a úhlů náběhu nebo vybočení. Pro letoun EV-55 jsou analýzy prováděny pro každé kormidlo ve dvou řezech a to na střední geometrické tětivě kormidla a střední geometrické tětivě rohového odlehčení. Dalším parametrem výpočtu je Reynoldsovo číslo. Na obrázku 7 je uveden příklad rozložení tlaku po hloubce profilu s křidélkem v místě osového odlehčení pro výchylku křidélka 15°a různé úhly náběhu.

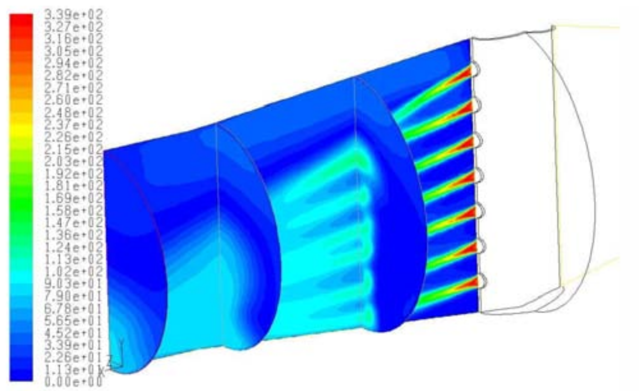


Obr. 7 Rozložení tlaku po hloubce profilu křídla v oblasti křidélka

Vnitřní aerodynamika

V této oblasti se v současné době připravují zadání pro celou řadu úloh. Především je třeba zmínit zástavbu motoru, která je důležitým faktorem z hlediska traťových výkonů letounu. Při cestovních rychlostech se velmi významně projevuje vliv náporového vzduchu na zvýšení výkonu motoru a při nevhodném řešení vstupního kanálu může dojít ke ztrátě výkonu u EV-55 řádově v desítkách kilowatt na jeden motor. Cílem optimalizace vstupu vzduchu do motoru je tedy minimalizace tlakové ztráty ve vstupním kanálu. Kromě tlakových ztrát je však třeba se také zabývat separací pevných částic a kapek vody v námrazových podmínkách. Pro zajištění akceptovatelné úrovně inerciální separace doporučuje výrobce motoru změnu geometrie vstupního kanálu, což přináší složitější a dražší konstrukční řešení. Snahou konstruktérů je zjednodušit řešení vstupu vzduchu do motoru použitím jednoho neměnného tvaru kanálu vhodného především pro inerciální separaci pevných částic. Od CFD analýzy je očekáváno kvantifikování rozdílů mezi jednotlivými variantami geometrie vstupu vzduchu do motoru z hlediska vlivu na výkon motoru a posouzení, zda je zjednodušení navrhované konstruktéry přípustné. Současně se bude hodnotit schopnost kanálu zajistit inerciální separaci vypouštěním kapek vody a pevných částic do předem spočteného tlakového pole. Ke stanovení okrajových podmínek budou využity CFD analýzy celého letounu.

Z dalších úloh je třeba zmínit kontrolu kanálu olejového chladiče, návrh prvků systému ventilace a klimatizace, optimalizace tvaru výfukového potrubí z hlediska aerodynamického odporu výfuků a tlakové ztráty ve výfukovém potrubí, vyhledání vhodného místa na povrchu letounu pro tlakové snímače palubních přístrojů, vstupy a výstupy vzduchu z ventilačních kanálů, atd.



Obr. 8 Směšovač – kontury velikosti rychlostí

Úlohy, které je třeba řešit v nejbližší budoucnosti:

Akustika

Hlukové předpisy týkající se vnějšího hluku se neustále zpřísňují a tento trend bude pravděpodobně pokračovat. Pokud se zjistí neplnění požadavků předpisu až během reálného měření na prototypu letounu, může být řešení velmi komplikované. Obvykle to znamená zdržení certifikačního procesu a posun v realizaci výrobku na trhu.

Kromě toho se dá očekávat velký tlak na snižování úrovně vnitřního hluku, což souvisí s vyššími nároky na komfort uvnitř kabiny. Dodatečná realizace tohoto požadavku je spojena s nárůstem prázdné hmotnosti letounu a nebo ceny letounu, pokud bude vybaven aktivním systémem snižování hluku v kabině.

V současné době většina CFD řešičů umožňuje analýzy akustického zatížení způsobeného například vrtulí, která se na konečné bilanci hlukové úrovně podílí u turbovrtulových letounů nejvíce. Problém je zde spíše v oblasti financování potřebných analýz a důvěryhodnosti získaných výsledků.

Námraza
Jak již bylo uvedeno výše, CFD výpočty byly při projektování letounu EV-55 použity pro stanovení velikosti pokrytí náběžných hran křídla a ocasních ploch odledňovacím systémem. Dalším zajímavým tématem je stanovení tvaru kritické námrazy na křídle a ocasních plochách, na vstupech vzduchu do motoru a dalších životně důležitých systémech. Letoun musí být sice odzkoušen v měřených přirozených námrazových podmínkách. Nelze však očekávat, že se během zkoušek podaří nalézt právě kritické námrazové podmínky, protože tvar námrazy závisí na celé řadě parametrů jako velikosti kapek, obsahu kapalné vody ve vzduchu, teplotě, atd. Pomocí výpočtů by bylo možné simulovat celou řadu podmínek a nalézt podmínky blízké kritickým. Vzhledem k náročnosti úlohy by postačovalo řešit tyto úlohy jako 2D. Nalezené tvary námrazy by pak sloužily v první fázi pro CFD výpočty a měření vlivu tvaru námrazy na aerodynamické charakteristiky letounu v aerodynamickém tunelu. V další etapě by byly použity pro ověření letových vlastností na skutečném letounu v suchém vzduchu s imitátory námrazy. V současné době jsou k dispozici komerční nástroje pro výpočet růstu námrazy. Problém je opět cena tohoto software a časová náročnost.

Závěr
Paradoxem je to, že metody simulace proudění mají své kořeny v leteckém průmyslu, ale v České republice je nasazení prostředků pro CFD analýzy přímo v leteckých podnicích velmi omezené. Problém je možná v tom, že lidé odpovědní za vývoj a certifikaci letounů vidí těžiště prací především v samotném návrhu konstrukce letounu a výrobě. Oddělení aerodynamiky jsou v leteckých podnicích Popelkou s minimálním vybavením a naprosto nedostatečnými kapacitami. Svůj podíl na tom má i to, že absolventi leteckých oborů nemají zažitý základní instinkt leteckého konstruktéra, tedy odpor k odporu, mnozí ani pořádně neví, jaká rozhodnutí jsou v kompetenci oddělení aerodynamiky a těžiště volby některých základních geometrických parametrů aerodynamických ploch vidí spíše v estetickém cítění nebo v lepším případě ve statistice a kopírování z již provozovaných letounů. Toto podvědomí se přenáší do průmyslu a vede k výrazné nechuti investovat značné prostředky do drahého CFD softwaru, hardwaru a navýšení kapacit oddělení aerodynamiky. Zavedení CFD metod totiž neznamená úsporu času a pracovníků, ale naopak narůst, poněvadž lze exaktně řešit problémy, které se v současné době řeší rychle a jednouše na základě empirie, samozřejmě s odpovídajícím rozptylem. Náklady na začlenění a rozšíření použití metod simulace proudění do vývoje letounu se vrací ve vyzrálejším aerodynamickém stavu prototypů, což zkracuje rozsah vývojových zkoušek a minimalizuje nutné rekonstrukce. Dalším přínosem je vyšší aerodynamická účinnost letounu zajišťující jeho vyšší užitnou hodnotu. Tyto přínosy jsou z hlediska realizace výrobku na trhu rozhodující, ale pragmatickým ekonomům se v době, kdy je třeba navrhovat konstrukci a připravovat výrobu těžko vysvětlují. Jediná možnost jak nezaspat vývoj je spolupráce s výzkumnými pracovišti a vysokými školami. Zde došlo v poslední době k významnému posunu a vznikla pracoviště s dobrým vybavením a nezbytným know-how. Využití těchto kapacit však bude v nejbližší době možné jen v rámci grantových programů, poněvadž ryze komerční využití je pro současný český letecký průmysl příliš drahé.

Využití Fluentu ve společnosti Aero Vodochody

Ing. Jaroslav Hnízdil, PhD, Aero Vodochody, a.s.

Po několikaletém testování různých systémů CFD se společnost Aero Vodochody před více než 10 lety rozhodla pro programový balík Fluent. Od té doby až do dnešního dne je tento software u nás maximálně využíván. Předkládaný příspěvek si klade za cíl seznámit čtenáře se zkušenostmi, které jsme za dobu práce s Fluentem nasbírali. Popisuje hlavní kategorie problémů, k jejichž řešení tento program využíváme, a stručně naznačuje i zvolený postup řešení pro každou z nich.

Vzhledem k zaměření našeho podniku je vcelku pochopitelné, že program Fluent používáme především jako určitou náhradu aerodynamického tunelu. Cílem většiny našich výpočtů je stanovení aerodynamického zatížení určité části letounu a výsledky pak slouží jako podklad pro pevnostní rozbory. Další velká skupina úloh, kterou pomocí Fluentu řešíme, je zaměřena na zjištění aerodynamických charakteristik profilu, křídla nebo celého letounu; na základě vypočtených hodnot aerodynamických sil a momentů se následně ověřuje vliv navrhovaných konstrukčních úprav na letové výkony. Při hledání optimálního tvaru složitých konstrukčních uzlů vystavených proudu vzduchu nám Fluent poskytuje také cenné informace o charakteru proudění v jejich blízkosti.

Jako příklad využití Fluentu pro potřeby pevnostního oddělení je možné uvést výpočet zatížení krytu zadní palubní desky letounu L159B (obr.1). Jedná se o případ, kdy dojde k odhozu kabiny a vystřelení žáka, instruktor se však rozhodne v letu s otevřenou kabinou pokračovat. Letová příručka takovou možnost připouští, a proto bylo nutné především v souvislosti v použitím nových materiálů ověřit, zda je upevnění krytu zadní palubní desky pro instruktora při všech reálných režimech letu bezpečné, nebo je nutné pro tento případ letovou obálku nějakým způsobem omezit. Z pevnostního hlediska proto nebyly důležité ani tak okamžité hodnoty působících sil, jako spíše jejich časový průběh, protože rozkmitání některých částí krytu by mohlo způsobit jeho destrukci, což by ohrozilo život instruktora.

Proto jsme na povrchu krytu zvolili několik kontrolních ploch a zkoumali jsme časový průběh tlaků a sil, které na tyto plochy působí. Vzhledem tomu, že bylo nutné ověřit celou letovou obálku, opakovali jsme tento výpočet pro široký rozsah rychlostí, úhlů náběhu i úhlů vybočení. Ve všech případech byl výpočet zahájen jako ustálený a teprve po asi 500 iteracích jsme jen přepnuli do nestacionárního režimu, v němž jsme během dvou vteřin fyzického času v každé iteraci zaznamenávali hodnoty tlaku působícího na zmíněné kontrolní plochy.

Velmi podobnou úlohou bylo také stanovení aerodynamického zatížení na vnitřních krytech hlavního podvozku L159 (obr. 2). Série těchto výpočtů není zajímavá ani tak nastavením jednotlivých parametrů ve Fluentu jako spíše komplexností zvoleného geometrického modelu. Vzhledem k umístění hlavního podvozku na letounu bylo totiž nezbytné ověřit zatížení krytů jak v přítomnosti tělesa podvěšeného na podtrupovém závěsníku, tak i bez něj a jak se zavřenými, tak i s otevřenými brzdicími štíty.

Naopak především pro výpočty letových výkonů a vlastností byly určeny výsledky numerické analýzy několika variant zakončení křídla letounu Ae270 (obr. 3). Protože hlavním cílem těchto rozborů mělo být zvýšení příčné statické stability letounu, část výpočtů simulovala let s velkým úhlem vybočení. Užitečným vodítkem při zvažování dalších úprav tvaru každé z variant wingletu nám byla vizualizace proudění na konci křídla. Navrhované konstrukční změny pak bylo pochopitelně nezbytné ověřit z pevnostního hlediska a k tomuto účelu bylo třeba určit i maximální možnou sílu, které je winglet vystaven, její směr a působiště a také stanovit vliv těchto úprav na rozložení vztlaku po rozpětí křídla.

Ve většině podobných výpočtů je možné vliv motoru zcela zanedbat. Přitom je však nutné vzít v úvahu, že proudění v bezprostřední blízkosti vstupů do motoru a výstupní trysky bude pochopitelně takovýmto zjednodušením silně poznamenáno. Pokud nás tedy zajímá proudové pole právě v těchto oblastech, je nezbytné zahrnout do výpočtu i průtok motorem.

V případě letounů řady L39/59/159 je řešení poměrně jednoduché – stačí koncový průřez výstupní trysky definovat jako výtok do výpočetní oblasti s konstantním průtočným množstvím vzduchu o dané teplotě. Rozdíl mezi vlastnostmi čistého vzduchu a vzduchu smíchaného se spalinami z motoru v naprosté většině případů zanedbáváme.

Podobně je v současné době již možné postupovat i při modelování vstupů do motoru – odpovídající průřez definujeme jako tlakový výstup z výpočetní oblasti se zajištěním požadovaného průtočného množství. Nastavená hodnota tlaku je v takovém případě považována pouze za orientační a program si jí automaticky upravuje tak, aby bylo za daných podmínek zajištěno předepsané množství protékajícího vzduchu. V předchozích verzích Fluentu však u výstupů z výpočetní oblasti tato možnost neexistovala. Proto pokud bylo nutné dodržet s určitou přesností předepsané průtočné množství vzduchu do motoru (nebo jiného vstupu vzduchu na letounu), uživateli nezbylo než průběžně sledovat vypočtené průtočné množství vzduchu přes danou oblast a podle ní měnit odpovídající tlakovou okrajovou podmínku.

Poněkud složitější je zahrnutí vlivu motoru na celkové proudové pole v případě našeho civilního turbovrtulového letounu Ae270. V literatuře se sice objevují případy, kdy je skutečně fyzicky namodelována celá vrtule (respektive jeden její list) a ta je pak pomocí klouzajících sítí (sliding meshes) včleněna do celkového modelu. My jsme však pro jednoduchost zvolili jiný přístup. Využili jsme uživatelskou funkci prezentovanou firmou Fluent na jedné z jejich konferencí, vyvinutou původně pro simulaci vlivu rotoru na drak vrtulníku. Mírně jsme jí upravili tak, aby s ní bylo možné počítat i vliv klasické stavitelné vrtule na letoun a aby více odpovídala našim požadavkům, a použili ji při řadě výpočtů letounu Ae270.

Při aplikaci zmíněné uživatelské funkce není potřeba vytvářet model ani celé vrtule, ani jednoho jejího listu. Místo toho však musíme znát aerodynamické charakteristiky vrtule nebo aspoň profilů, jimiž je tvořena. Na základě těchto údajů se pomocí uvedené uživatelské funkce vypočtou aerodynamické síly vznikající na vrtuli a z nich pak hodnoty hybnosti, které jsou v každém výpočetním kroku zahrnuty do té části výpočetní oblasti, kde se na skutečném letounu nachází vrtule. Skutečná vrtule je tak vlastně nahrazena hybnostními zdroji, jejichž intenzita se vypočítává tak, aby měly na okolní proudění stejný vliv jako samotná vrtule. Výhoda takového přístupu spočívá v tom, že není nutné modelovat listy vrtule, výpočetní síť může být v oblasti, kde je na letounu vrtule umístěna, daleko hrubší a výpočet proto probíhá výrazně rychleji.

Zmíněnou uživatelskou funkci jsme použili například při stanovení rychlosti proudění kolem přední části letounu před vzletem s cílem nastavit správnou činnost systému elektrického ohřevu čelních skel (obr. 4) nebo při odstraňování potíží se špiněním trupu letounu sazemi z výfukových plynů (obr. 5). V rámci posledně jmenovaného úkolu jsme numericky zkoumali různé tvary výfuků a jejich nastavení vůči trupu tak, aby se proud spalin z motoru na obou stranách letounu při běžných provozních režimech letu pohyboval v dostatečně velké vzdálenosti od draku. Právě díky Fluentu a zmíněné uživatelské funkci bylo možné tento problém odstranit velmi rychle.

Další skupinu úloh, při jejichž řešení jsme použili Fluent, tvoří odhozy těles podvěšených pod letounem (obr. 6). V současné době je možné takovéto úlohy počítat přímo ve Fluentu, a to pomocí dynamických sítí s využitím uživatelské funkce *6dof*. My jsme však potřebovali zajistit bezproblémový odhoz mnoha zbraňových systému z letounu ještě v době, kdy bylo použití dynamických sítí ve Fluentu omezeno na několik jednoduchých případů předem známé trajektorie jednotlivých částí geometrického modelu. Tehdy jsme proto při simulacích odhozů používali výpočty ve Fluentu pouze ke stanovení aerodynamických sil a momentů, které na dané těleso ve všech jeho polohách působí, zatímco řešení vlastních pohybových rovnic probíhalo mimo prostředí Fluentu.

V loňském roce byla ale na trh uvedena nová verze Fluentu, v níž lze spolu s parametry vlastního proudění počítat přímo i dráhu těžiště části geometrického modelu, přičemž tato dráha nemusí být známa předem, ale může záviset na aerodynamických silách, jež na těleso působí. To nám umožnilo provést simulaci odhozu několika těles i tímto jednodušším způsobem.

Vedle problémů vnější aerodynamiky se pochopitelně zabýváme také úkoly vnitřní aerodynamiky, jako je simulace proudění v různých kanálech, vstupech do motoru a podobně. Z hlediska používaného pracovního média se přitom rozhodně neomezujeme pouze na vzduch. Před několika lety jsme například v souvislosti instalací na letoun L159 systému tankování za letu a s tím spojenými konstrukčními úpravami řešili řadu problémů týkajících se palivové soustavy. Velká část těchto úloh byla počítána pomocí systému Flowmaster. Tento program však pro správnou simulaci proudění paliva uvnitř palivové soustavy vyžaduje poměrně přesné zadání tlakových ztrát, které způsobují jednotlivé její komponenty. Charakteristiky některých základních prvků palivové soustavy je možné nalézt v hydraulické literatuře, vlastní databázi obsahuje i zmíněný program. Některé úseky palivové vedení však mají natolik komplikovanou geometrii, že bylo velmi obtížné zodpovědně stanovit jejich hydraulický odpor. Z tohoto důvodu jsme průtok vybranými částmi palivové instalace nejprve řešili ve Fluentu a teprve podle vypočtených závislostí tlakových ztrát na průtočném množství paliva simulovali chování palivové soustavy jako celku ve Flowmasteru.

Jednou z nejzajímavějších úloh, které jsme v této souvislosti řešili, byl výpočet hydrodynamických ztrát v potrubí tlakového plnění přídavných nádrží, které obsahuje i několik pojistných ventilů a do nich zasunutých hlavic s poměrně složitou geometrií (obr. 7). Proudění v tomto úseku palivové soustavy bylo řešeno jako ustálené, pro několik konstantních hodnot průtočného množství paliva. Vzhledem k tomu, že při tlakovém plnění nádrží proudí palivo v této části potrubí jedním směrem a při odběru paliva do motoru nebo jeho přečerpávání do jiných nádrží směrem opačným, bylo nutné každý z výpočtů zopakovat vždy pro oba režimy. Vlastní palivovou nádrž již výpočetní model nezahrnoval a rovněž vliv stoupající, případně klesající hladiny paliva v ní jsme pro jednoduchost při výpočtu neuvažovali.

Tlakové plnění palivových nádrží (konkrétně trupových palivových nádrží) jsme se snažili řešit zvlášť, a to s několika záměry. Naším cílem bylo jednak stanovit sílu, kterou působí prudký proud paliva na dno a stěny nádrží zvláště na začátku plnění, dále zjistit, zda se rozstřikující části paliva nemohou dostat do odvzdušňovacího systému nádrží, a nakonec ověřit, zda systém pěti vzájemně propojených trupových nádrží, z nichž však pouze do dvou ústí přívod paliva, vyhovuje časovým limitům pro tlakové plnění.

Celá úloha byla samozřejmě počítána jako časově závislá a vícefázová se zahrnutím paliva a vzduchu. Veškeré pohyblivé geometrické prvky jako přepouštěcí ventily a klapky byly v první etapě výpočtů vynechány. I přes toto zjednodušení jsme však brzy dospěli k závěru, že vzhledem ke složitosti problému a možnostem hardwaru, který jsme měli k dispozici, je simulace plnění systému trupových nádrží poměrně zdlouhavá. Jinými slovy, pro řešení úloh tohoto typu byl postup, který jsme zvolili, principiálně použitelný, avšak výpočet by vzhledem k našim tehdejším možnostem trval nepřijatelně dlouhou dobu. Proto jsme se nadále při řešení tohoto úkolu omezili jen na některé dílčí úlohy.

S palivovou soustavou a s pracemi spojenými s instalací systému tankování za letu úzce souvisí i další úkol, který jsme byli nuceni pomocí Fluentu v Aeru Vodochody řešit, a to návrh umístění koncového ráhna sytému tankování za letu takovým způsobem, aby při náhlém rozpojení letounu od tankeru a úniku určitého množství paliva nedošlo k jeho nasátí do motoru. Kapky paliva jsme v těchto výpočtech nahradili pevnými částicemi ve tvaru koule o různém průměru. Výsledkem naší analýzy pak byly dráhy těchto částic unášených proudem okolního vzduchu (obr. 8).

Podobný postup jsme zvolili i při řešení dalších podobných úloh, jako např. při ověření účinnosti odlučovače nečistot v kanálu pro chlazení elektrických systémů a podobně.

V souvislosti s certifikací letounu Ae270 jsme pomocí Fluentu řešili i úlohy, které ve své podstatě nejsou vyloženě aerodynamické a proudění vzduchu nebo obecně jakékoliv tekutiny v nich hraje spíše podružnou úlohu. Asi nejrozsáhlejším z úloh tohoto typu byla simulace požáru motoru (obr. 9). Podle předpisů pro letovou způsobilost FAR bylo nutné prokázat, že veškeré elektrické zařízení na palubě letounu zůstane plně funkční po dobu minimálně 5 minut od vzniku požáru a samo toto zařízení také nepřispěje k jeho dalšímu šíření. Odolnost požární přepážky se přitom musela ověřit za podmínek, že na její libovolnou část o ploše nejméně 5 in^2 působí ze strany motorového prostoru konstantní teplota 2000° F.

Při těchto výpočtech jsme použili možnost Fluentu nemodelovat tenkou přepážku mezi dvěma prostory v její skutečné tloušťce, ale vytvořit jí jako nekonečně tenkou stěnu a její reálné vlastnosti včetně tloušťky definovat jako určitou okrajovou podmínku. Tato možnost se však bohužel týká pouze jednovrstevné přepážky. Požární přepážka na letounu Ae270 se ale skládá ze dvou až tří vrstev (izolace + vzduchová mezera + ocelová přepážka). Proto jsme ve formě nekonečně tenké stěny mohli vytvořit pouze maximálně dvě z nich, zatímco prostřední vzduchová mezera musela mít svou skutečnou tloušťku.

Vzhledem k tomu, že samotná ocelová požární přepážka je zpevněna několika kovovými výztuhami různého průřezu, které nejsou ze strany motorového prostoru nijak tepelně izolovány, bylo nutné provést simulaci požáru motoru opakovaně tak, abychom postihli všechny varianty výskytu (umístění) požáru a jeho působení na zařízení v pilotní kabině. Pro srovnání jsme zkoumali i případ, kdy požár působí pouze přes izolační vrstvu, mimo kovové výztuhy.

Od všech ostatních se trochu lišil poslední zkoumaný případ, jímž jsme ověřovali nárůst teploty v místě přístroje upevněného na duralové konzole, která je přinýtována přímo k ocelové požární přepážce. Šíření tepla po kovové konstrukci mělo v tomto případě pochopitelně dominantní vliv a ohřev vrstev vzduchu přiléhajících k požární přepážce byl zcela podružný.

Všechny výpočty v rámci uvedeného úkolu probíhaly v nestacionárním režimu. Jejich výsledkem byly časové závislosti nárůstu teploty v pilotní kabině a především v místech, kde je umístěno citlivé elektrické zařízení. Vzhledem k tomu, že výpočetní prostor zahrnoval i zjednodušený model palubní desky, bylo možné se omezit pouze na přední část kabiny. Teplotní rozdíly v prostoru za palubní deskou byly ve zkoumaném časovém intervalu minimální.

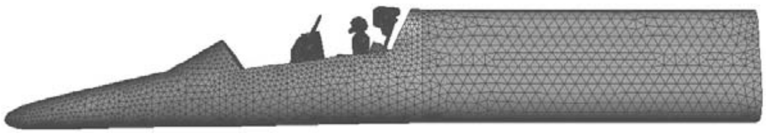
Na nutnost zahrnout do výpočtu přestup tepla přes stěnu jsme narazili i při řešení takových úloh, jakou byl rozbor působení proudu spalin ze záložního zdroje energie (APU) na povrch letounu L159 požadovaný v souvislosti s přemístěním ústí výstupní trysky tohoto zdroje (obr. 10). V první fázi výpočtů jsme zanedbali přestup tepla přes potah letounu a zaměřili se pouze na mísení proudu ze záložního zdroje s proudem okolního vzduchu. Při takovémto přístupu se však zvláště při vysokých rychlostech letu v malých výškách proud horkých spalin přimknul k trupu letounu a oblast vysokých teplot na jeho povrchu se jevila nereálně velká. Teprve po zahrnutí do výpočtu přestupu tepla přes potah trupu se vypočtené rozložení teplot za výstupem z trysky záložního zdroje přiblížil skutečnosti – oblast vysokých teplot byla od trupu oddělena tenkou vrstvou chladnějšího vzduchu a teploty na povrchu letounu se zvýšily jen minimálně, což odpovídá výsledkům provedených měření.

V tomto příspěvku není pochopitelně možné uvést všechny problémy, které jsme za více než 10 let, během nichž v našem podniku Fluent používáme, pomocí tohoto softwaru řešili. Snažil jsem se proto vybrat především ty úlohy, které jsou z hlediska aplikace Fluentu v Aeru Vodochody nejtypičtější, nebo naopak takové, jež vynikají rozsahem vynaložené práce či zvoleného postupu řešení.

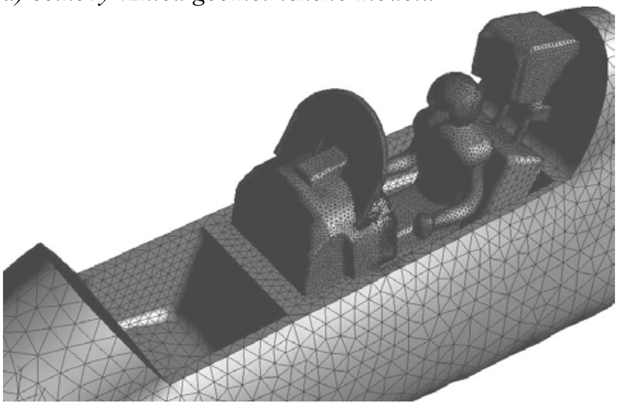
Spolu s rozšiřováním možností u každé nové verze Fluentu nalézáme i my pro tento program uplatnění při řešení stále nových problémů, které mnohdy s prouděním tekutin souvisí jen velmi okrajově. Naopak v minulosti již řešené úlohy je nyní možné počítat komplexněji, se zahrnutím většího počtu stále složitějších vlivů.

V této souvislosti považujeme za vhodné se v nejbližší budoucnosti zaměřit především na větší využití dynamických sítí a uživatelských funkcí a na propojení aerodynamických výpočtů s některou z optimalizačních metod. Ostatně tímto směrem se ubírá i obecný vývoj v CFD.

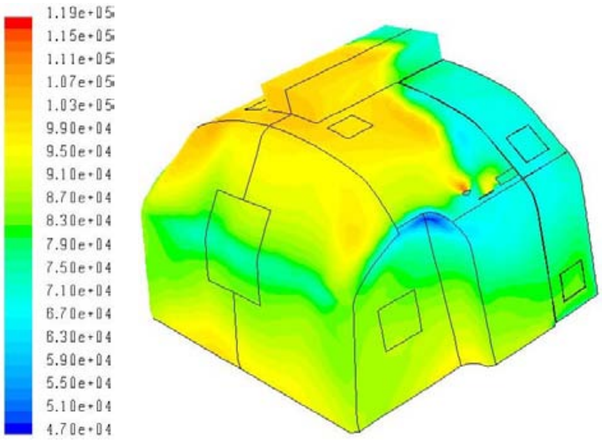
Následují ilustrace:



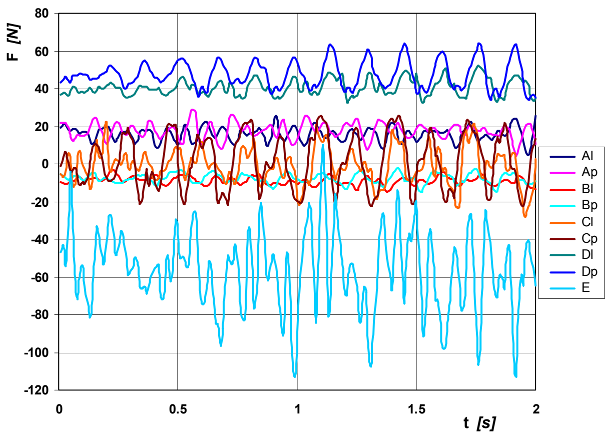
a) celkový vzhled geometrického modelu



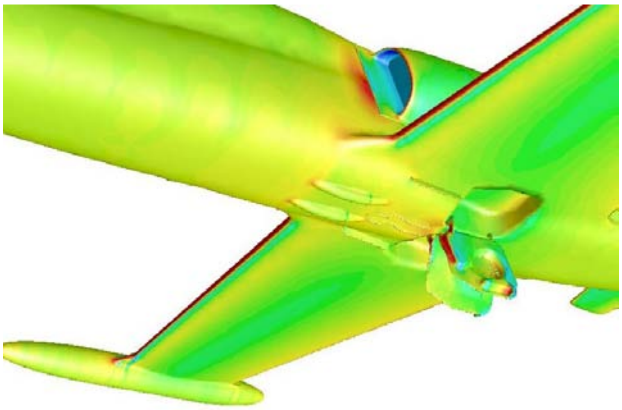
b) pohled na pilotní prostor



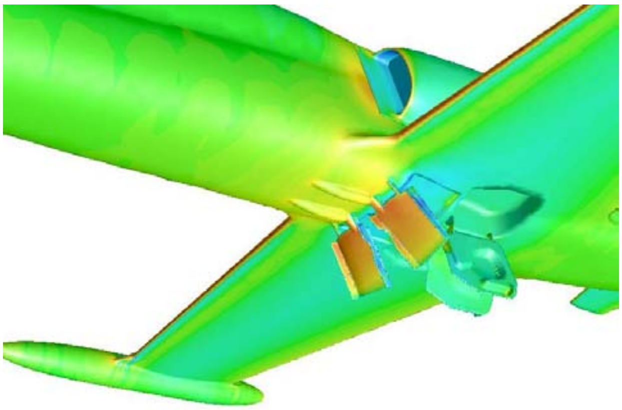
c) rozložení statického tlaku (v Pascalech) na krytu (h = 1330 m; v = 960 km/h; α = -5°; β = 0°)



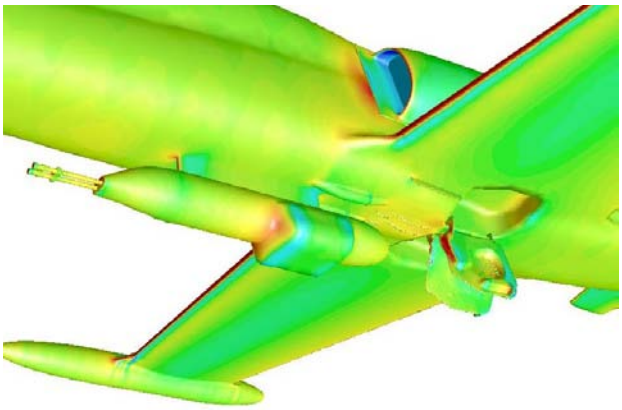
d) časový průběh sil působících na kontrolní plochy při stejných podmínkách
Obr. 1 Výpočet aerodynamického zatížení krytu zadní palubní desky



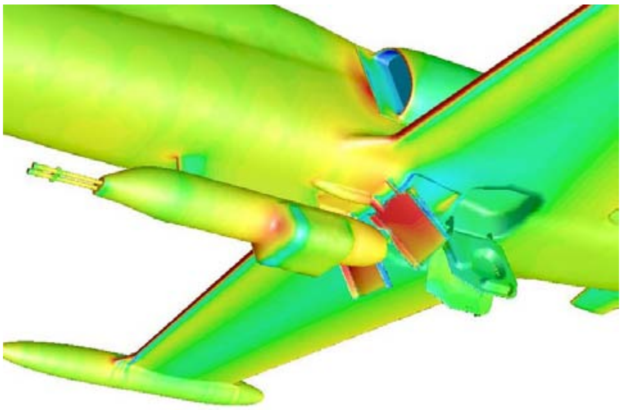
a) bez podtrupového podvěsu, se zavřenými brzdícími štíty



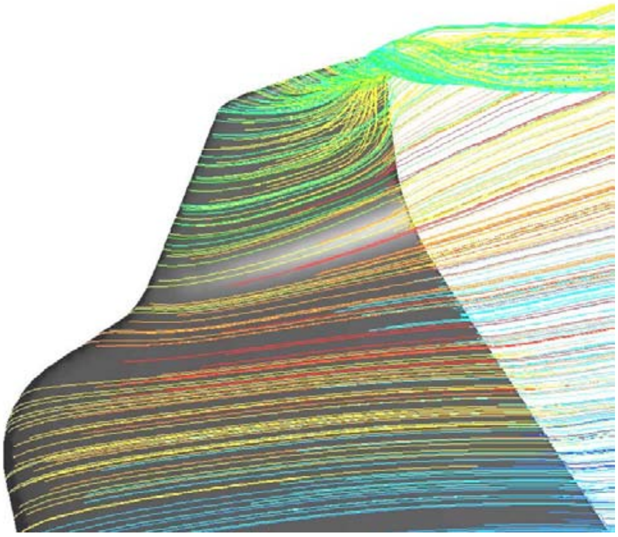
b) bez podtrupového podvěsu, s vysunutými brzdícími štíty



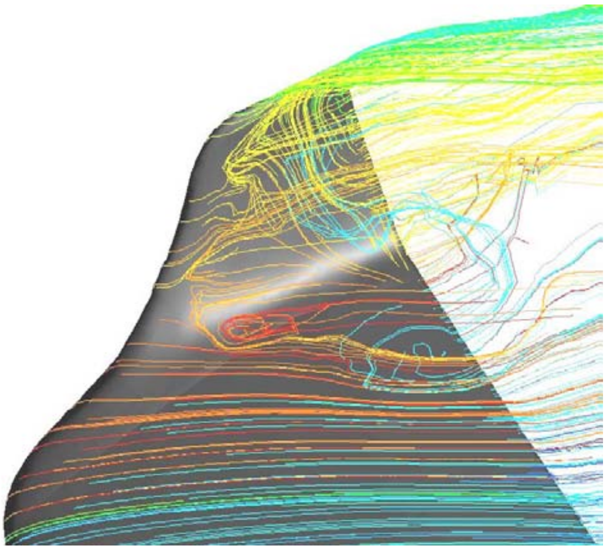
c) s podtrupovým podvěsem, se zavřenými brzdícími štíty



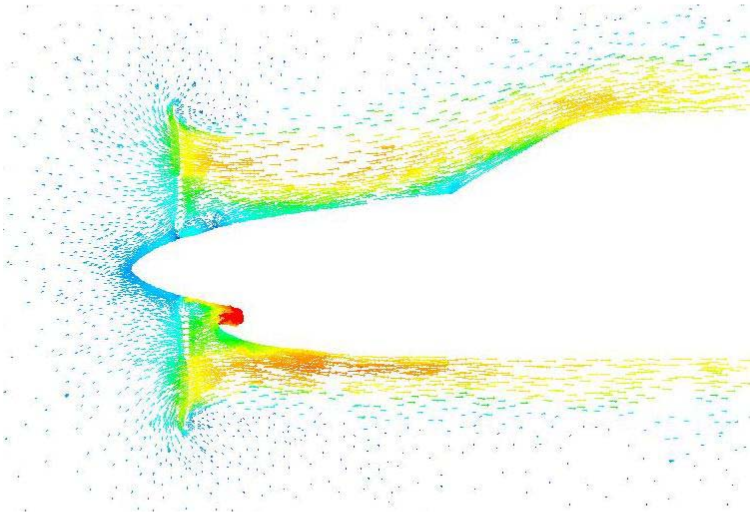
d) s podtrupovým podvěsem, s vysunutými brzdícími štíty
Obr. 2 Výpočet aerodynamického zatízení vnitřních krytů hlavního podvozku L159



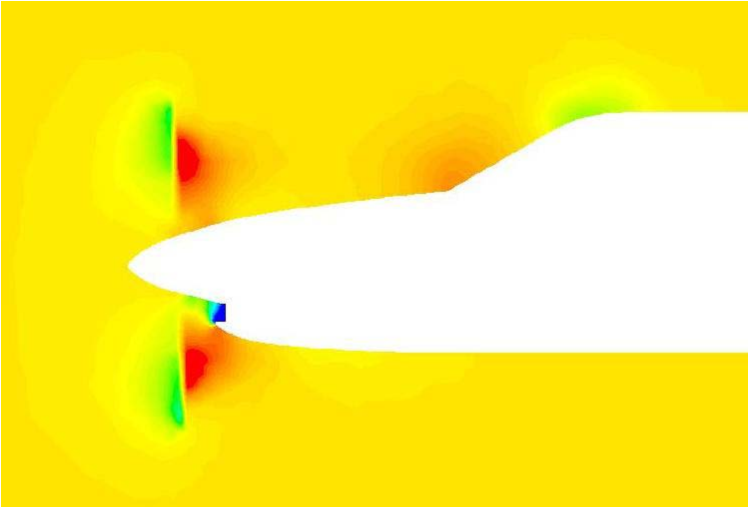
a) konečná varianta



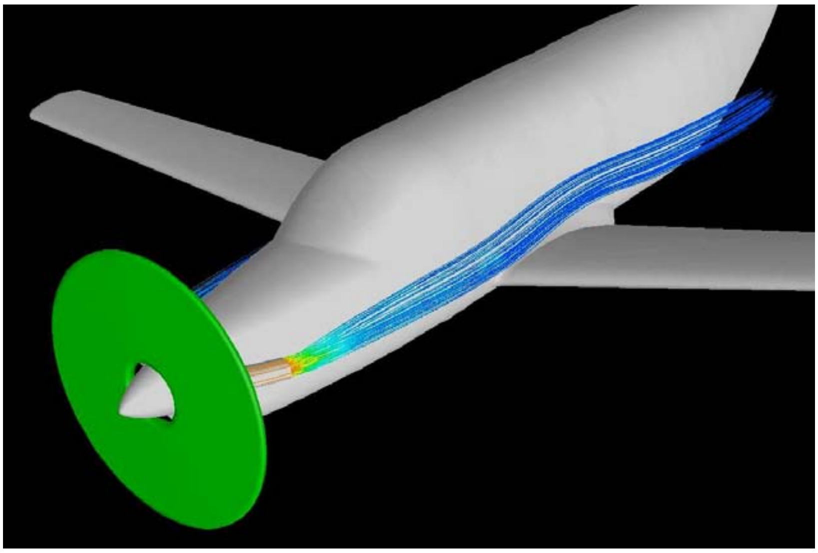
b) jedna z předchozích variant
Obr. 3 Tvar proudnic na povrchu wingletu Ae270 (h = 0 m; v =100 kt; α = 5°; β = 20°)



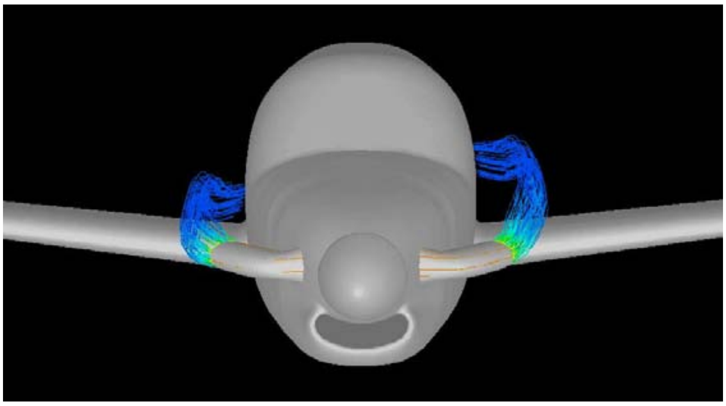
a) vektory rychlosti



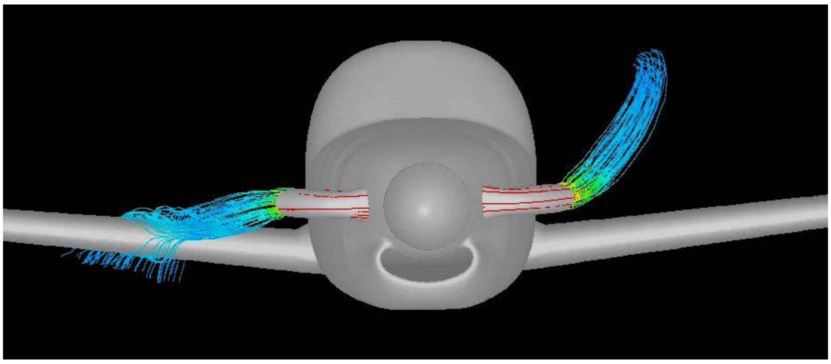
b) rozložení tlaku
Obr. 4 Vliv vrtule na proudění v rovině souměrnosti letounu (h = 0 m; v =0 m/s)



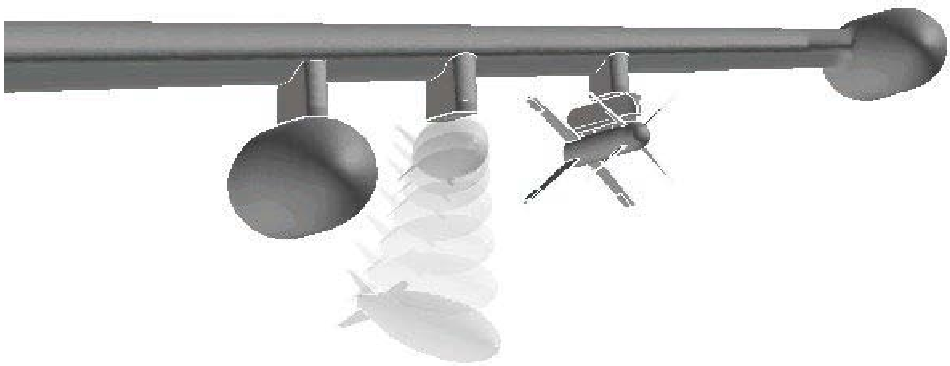
a) h = 6000 m; v = 480 km/h



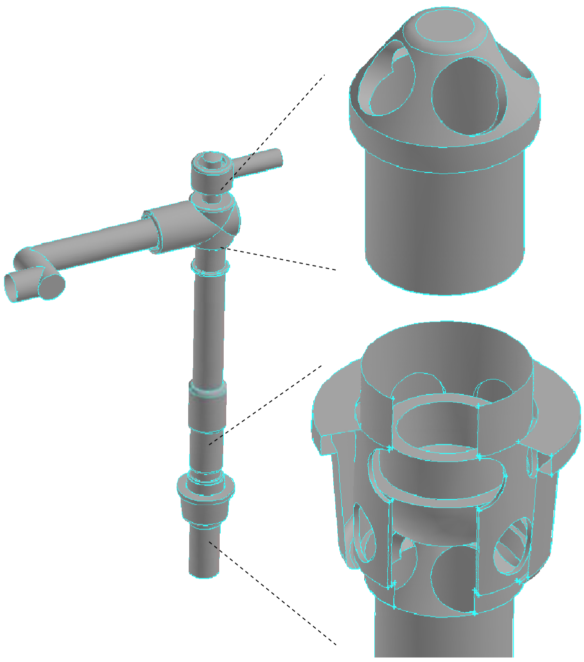
b) h = 6000 m; v = 480 km/h



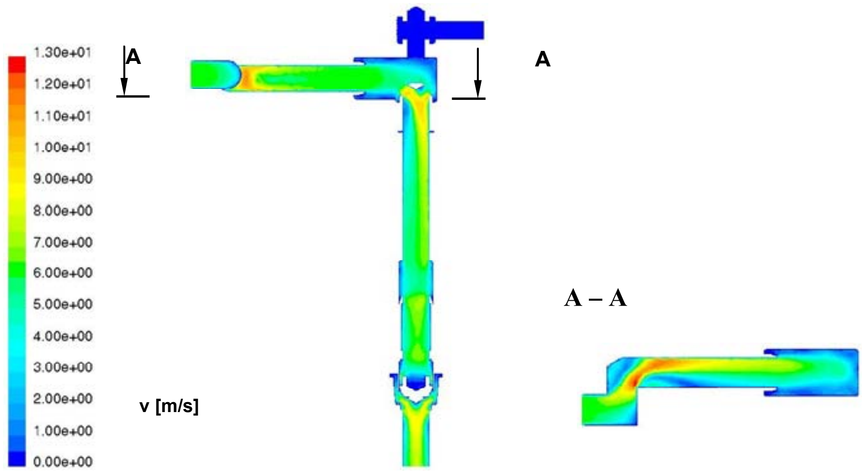
c) h = 0 m; v = 0 km/h
Obr. 5 Vliv vrtule na proud výfukových plynů



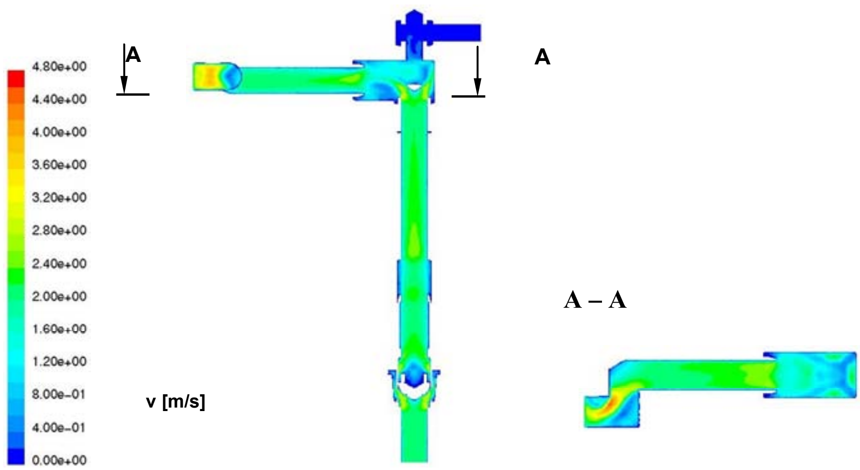
Obr. 6 Simulace odhozu pumy z letounu



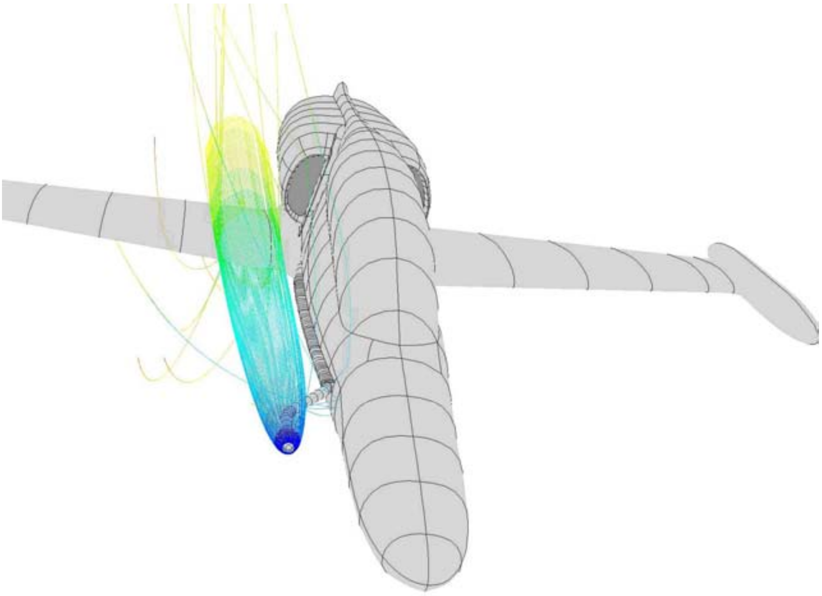
a) celkový pohled na geometrický model



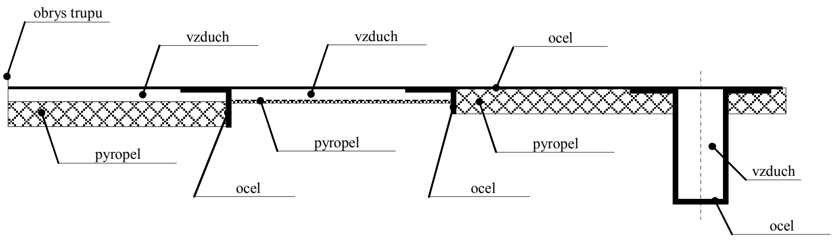
b) rozložení rychlostí - směr tlakového plnění (q = 3 l/s)



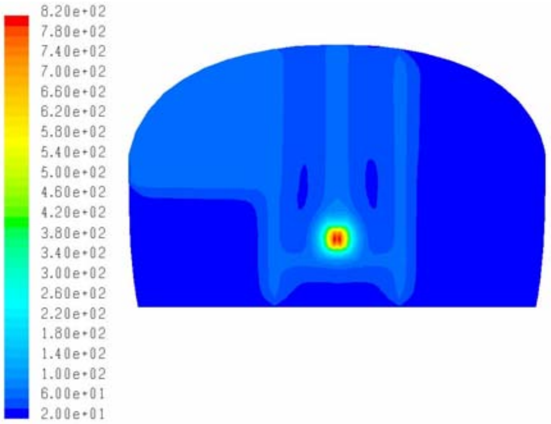
c) rozložení rychlostí - směr přečerpávání (q = 1 l/s)
Obr. 7 Simulace proudění v potrubí tlakového plnění přídavných nádrží

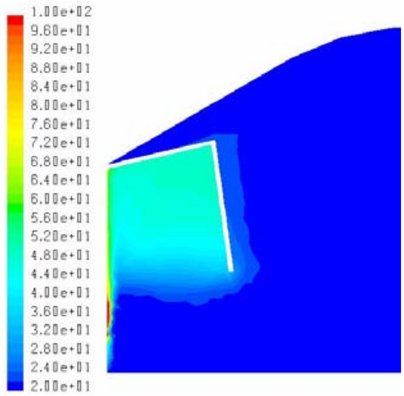


Obr. 8 Výpočet drah kapek paliva v případě jeho úniku při tankování (h = 6100 m; v = 670 km/h; α = 2,3°)

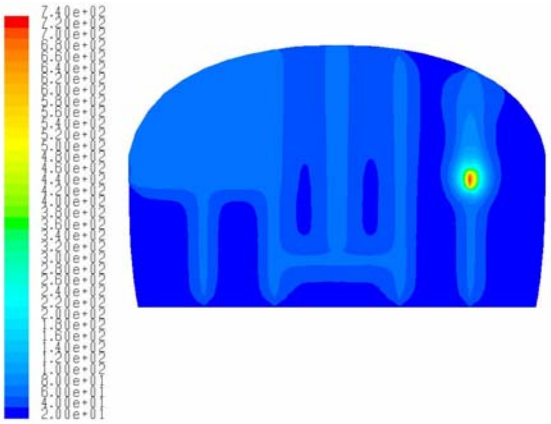


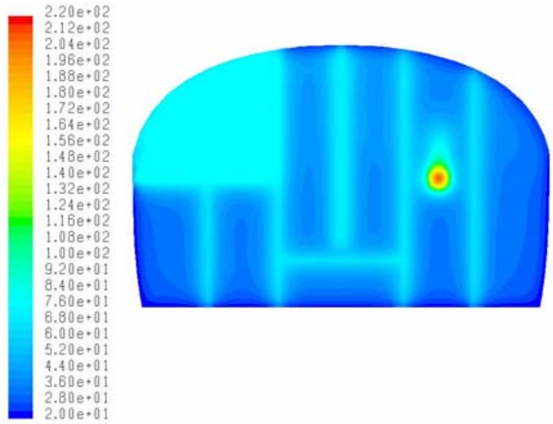
a) řez modelem požární přepážky



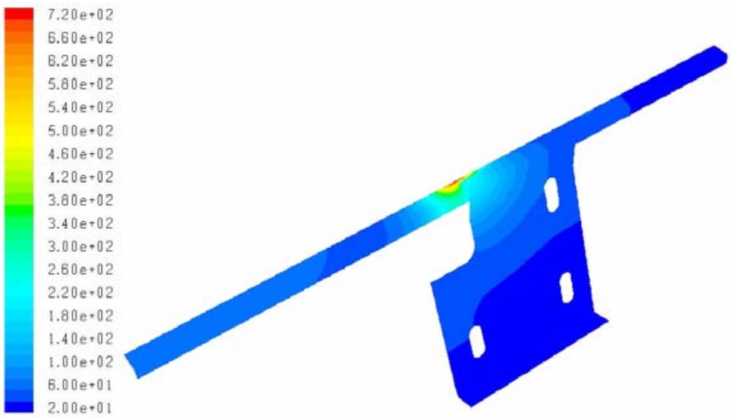


b) teploty na vnitřní straně požární přepážky (požár v místě výztuhy ve tvaru Ω, t = 300 s)
c) teploty v ose souměrnosti letounu (požár v místě výztuhy ve tvaru Ω, t = 300 s)

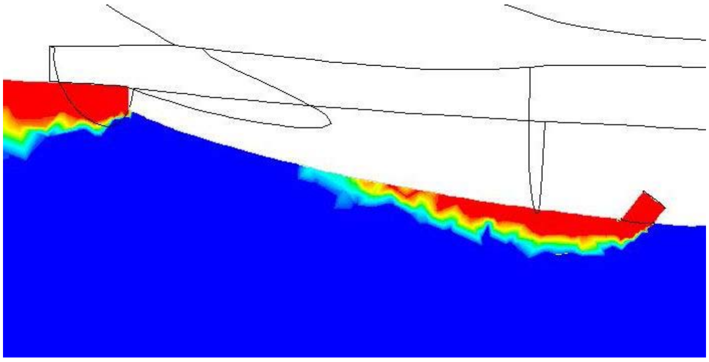




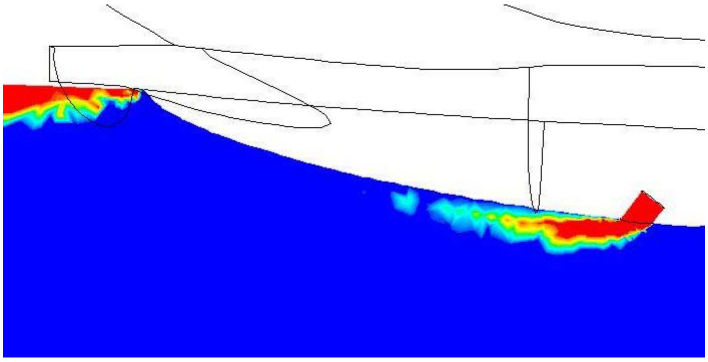
d) teploty na vnitřní straně požární přepážky (požár v místě výztuhy ve tvaru Z, t = 300 s)
e) teploty na vnitřní straně požární přepážky (požár mimo kovové výztuhy, t = 300 s)



f) teploty na kovové konzole upevněné k požární přepážce (požár v místě výztuhy ve tvaru Ω, t = 300 s)
Obr. 9 Simulace požáru motoru – teploty ve stupních Celsia



a) bez přestupu tepla přes potah trupu



b) s přestupem tepla přes potah trupu
Obr. 10 Teplotní pole za tryskou záložního zdroje energie (h = 0m; v = 650 km/h); rozsah zobrazovaných teplot omezen na 80 − 120° C

Numerické a experimentální vyšetřování proudění na leteckých profilech s prostředky pro zvýšení vztlaku a odporu

Ing. N. Součková, Ing. M. Matějka, České Vysoké Učení Technické v Praze, Fakulta strojní, Ústav mechaniky tekutin a energetiky, Praha ; Ing. L. Popelka, Ústav termomechaniky AV ČR, Praha

Tato práce se věnuje problematice leteckých profilů s použitím zařízení pro zvýšení vztlaku či odporu jak pomocí numerického řešení, tak experimentálně (metodami vizualizace a měřením tlakového rozložení). Numerickým výpočtem se řešily dva profily se spoilery při nulovém úhlu náběhu a Reynoldsově čísle $3.3 \cdot 10^5$. Použité programy Gambit a Fluent nám umožnily získat celkový obraz proudění kolem profilu, ale i v jeho okolí. Vyhodnocené tlakové rozložení, rychlostní profily ve zvoleném místě a obrazy proudění byly následně porovnány s experimenty.

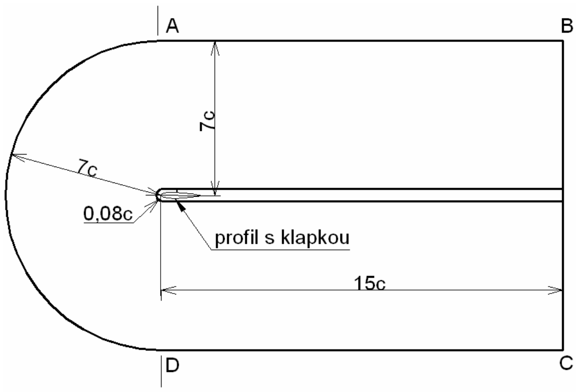
Vizualizace metodou Particle Image Velocimetry (PIV) probíhala na třech různých profilech v kombinaci se vztlakovou klapkou a dvěma druhy spoilerů, pro vizualizaci kouřem a měření tlakového rozložení byl vybrán pouze jeden profil se spoilerem. Vizualizace metodou PIV (zaměřená na oblast klapek) i kouřem (zaměřená na náběžnou a odtokovou hranu) se uskutečnila v uzavřeném cirkulačním aerodynamickém tunelu Odboru mechaniky tekutin a termodynamiky Fakulty strojní. Měření tlakového rozložení proběhlo v otevřeném cirkulačním aerodynamické tunelu. Celá práce je zaměřená na sportovní letadla, kde je použití těchto zařízení velice důležité.

ÚVOD

Problematika prostředků pro zvýšení vztlaku a odporu na leteckých profilech je řešena již řadu let a existuje i mnoho publikací. Co se však ukazuje při bližším prozkoumání, je zaměření většiny prací především na různé druhy vztlakových klapek, nikoliv však spoilerů či klapek brzdících. Přesto i jejich úloha v letectví je nezanedbatelná. V Institut für Aero-und Gasdynamik der Universität Stuttgart byla mimo jiné proměřena výsuvná a odklápěcí brzdicí klapka v různých polohách na profilu, ale publikovány jsou pouze vztlakové a momentové čáry [1]. V současnosti se brzdicími klapkami zabývá i technická sekce organizace OSTIV (součást F.A.I.), což také ukazuje na aktuálnost této problematiky.
Proto vznikl projekt zaměřený na vyhodnocení chování proudění při použití zařízení pro zvýšení vztlaku a odporu a možností následné optimalizace těchto zařízení.

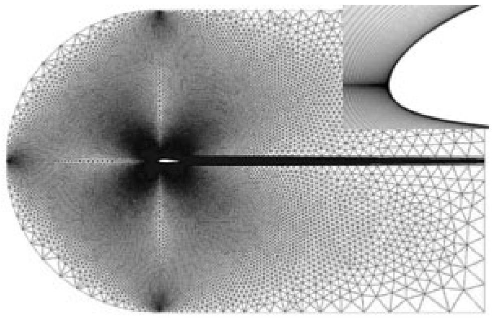
NUMERICKÝ VÝPOČET

Souřadnice profilů pro výpočet byly získány z webových stránek viz [2] a rozměry klapek odpovídají modelům použitých v experimentu. V programu Gambit pak byla na základě těchto údajů vytvořena celková geometrie. Jednalo se o profil NACA 23012 s odklápěcím



Obr.1
Ukázka výpočtové oblasti
(okrajové podmínky: AB,AC = symetry, AD =velocity inlet, BC = pressure outlet, profil s klapkou =wall, c =tětiva)

spoilerem (délka tětivy $c = 300$ mm) a dva profily Wortmann FX66 -17AII-182 s výsuvným spoilerem (délka tětivy $c = 300$, 400 mm).
Výpočtové oblasti vytvořené pomocí dvou oblastí ve tvaru C mají hranice vnějších oblastí ve vzdálenosti od profilu, kde lze předepsat okrajové podmínky, které předpokládají nerozrušené proudění (*Obr. 1*). Pro všechny profily je použita kombinace sítě strukturovaná v těsném okolí profilu a nestrukturované s trojúhelníkovými buňkami pro vnější oblast (*Obr. 2*). Oblasti obsahují celkem 158 624 buněk pro profil NACA 23012, 138 123 buněk pro profil Wortmann s tětivou 300 mm a 143 885 buněk pro stejný profil s tětivou 400 mm.



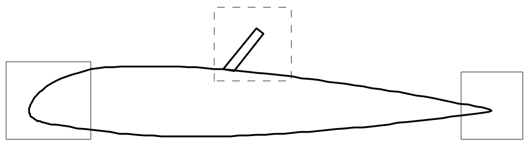
Obr. 2
Ukázka výpočtové sítě s detailem sítě u náběžné hrany profilu

V všech případech je pro výpočet použit k-ε model turbulence, který předpokládá plně turbulentní nabíhající proud a zanedbatelnou molekulární viskozitu. Tato funkce je vhodná především pro svou výpočtovou nenáročnost, robustnost a poměrně dobrou přesnost. Vzhledem k použité síti bylo zvoleno schéma diskretizace Upwind 2. řádu. Vstupní parametry pro jednotlivá řešení je v tabulce *Tab. 1*. Výsledky výpočtů můžeme vidět na *Obr. 3, 4, 5*.

EXPERIMENT

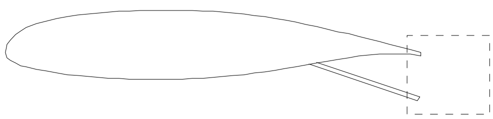
1. PIV

Měření se uskutečnilo v uzavřeném cirkulačním tunelu s otevřeným měřícím prostorem laboratoře odboru Mechaniky tekutin a termodynamiky fakulty strojní [3] při jednom provozním režimu $\mathrm{Re} = 3{,}312 \cdot 10^5$. Měření se zaměřilo na rozložení rychlosti v oblasti klapky a těsně za ní jak je vidět na *Obr. 6, 7, 8 - čárkovaná oblast*.



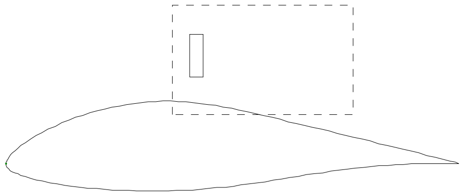
Obr.6
NACA 23012 s odklápěcím spoilerem

Měření probíhalo při nulovém úhlu náběhu. Modely s tětivou 300 mm a rozpětím 400 mm byly v konfiguraci profil FX 66 - 17AII - 182 s výsuvným spoilerem, NACA 23012 s odklápěcím spoilerem a MS(1) - 0313 s odštěpnou vztlakovou klapkou. Porovnání rychlostních profilů s numerickým řešením je vidět na *Obr. 9, 10*.



Obr.7
MS(1)-0313 s odštěpnou klakou

2. Vizualizace kouřem



Obr.8
FX 66-17AII-182 s výsuvným spoilerem

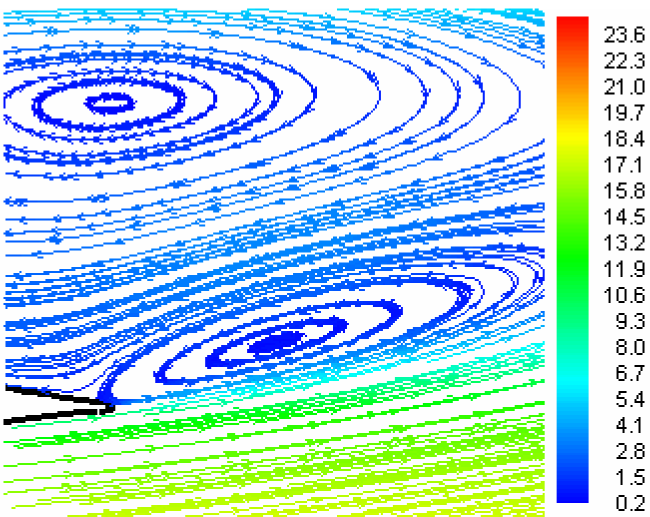
Touto metodou se ověřovala poloha stagnačního bodu na náběžné hraně profilu a existence víru na odtokové hraně profilu NACA 23012 s odklápěcím spoilerem získané z numerického výpočtu (*Obr. 6 - oblast plnou čarou*).
Měření probíhalo při nulovém úhlu náběhu a vzhledem k jeho charakteru při velmi malé rychlosti přibližně 2 m/s. Výsledky vizualizace jsou vidět na *Obr. 11, 12*.

3. Měření tlakového rozložení

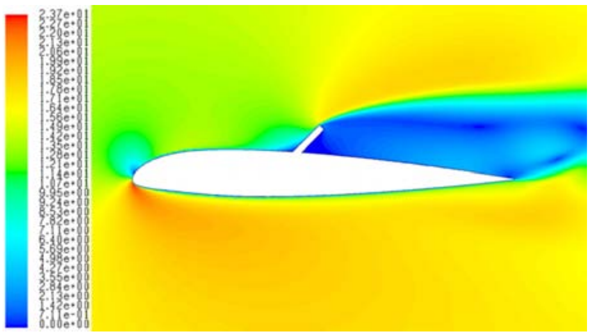
Toto měření bylo provedeno v odsávaném tunelu s otevřeným okruhem a uzavřeným měřícím prostorem [4] na profilu FX66 17AII-182 s výsuvným spoilerem na modelu s tlakovými odběry, tětivou 400 mm a rozpětím 400 mm. Podmínky měření odpovídají příslušnému numerickému řešení a úhel náběhu byl nastavován v rozmezí od -2°až 12,5° po 2,5° stupni. Porovnání rozložení tlaku s numerickým výpočtem je na *Obr. 13*.
.

Profily	v [m/s]	Re [-]	Tu [%]	L_k [m]	α [°]
NACA 23012	16	$3.33\cdot10^5$	3.78	0.0038	0
FX 66-17AII-182 $c = 300$ mm	16	$3.33\cdot10^5$	3.78	0.0038	0
FX 66-17AII-182 $c = 400$ mm	12.8	$3.33\cdot10^5$	1.2	0.0012	0

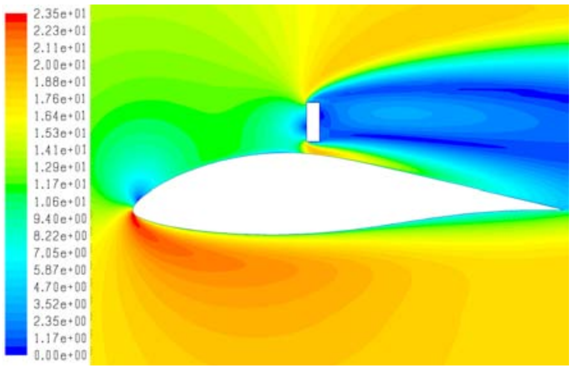
Tab. 1
Vstupní parametry numerického řešení
(v - rychlost nabíhajícího proudu, Re - Reynoldsovo číslo, Tu - intenzita turbulence, L_k - délkové měřítko turbulence, α - úhel náběhu)



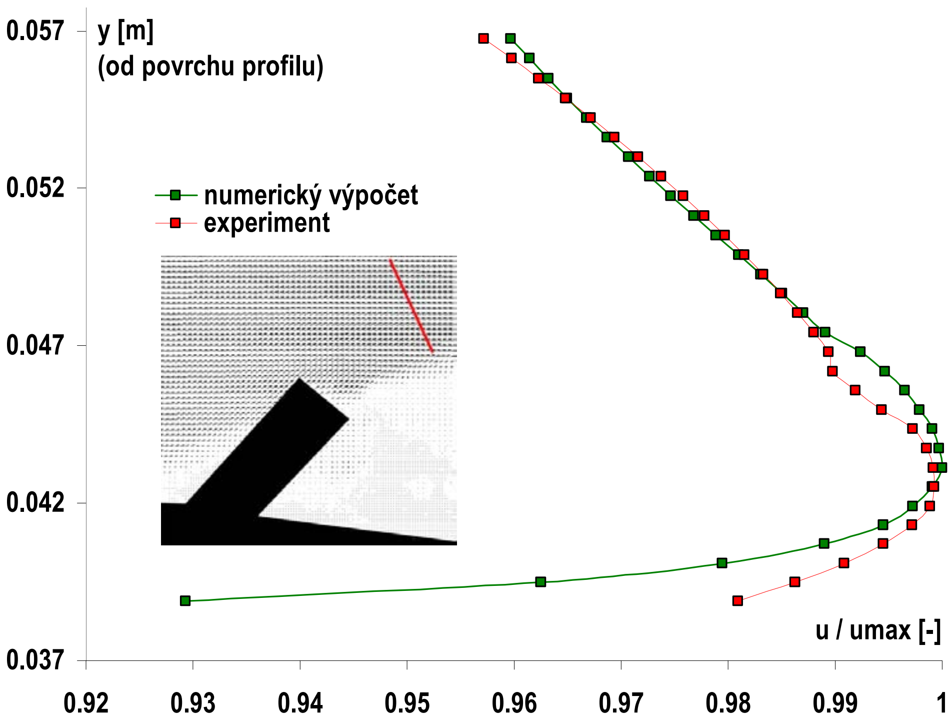
Obr. 3
Detail rozložení proudnic na odtokové hraně u profilu NACA 23012 včetně rozložení rychlosti (m/s)



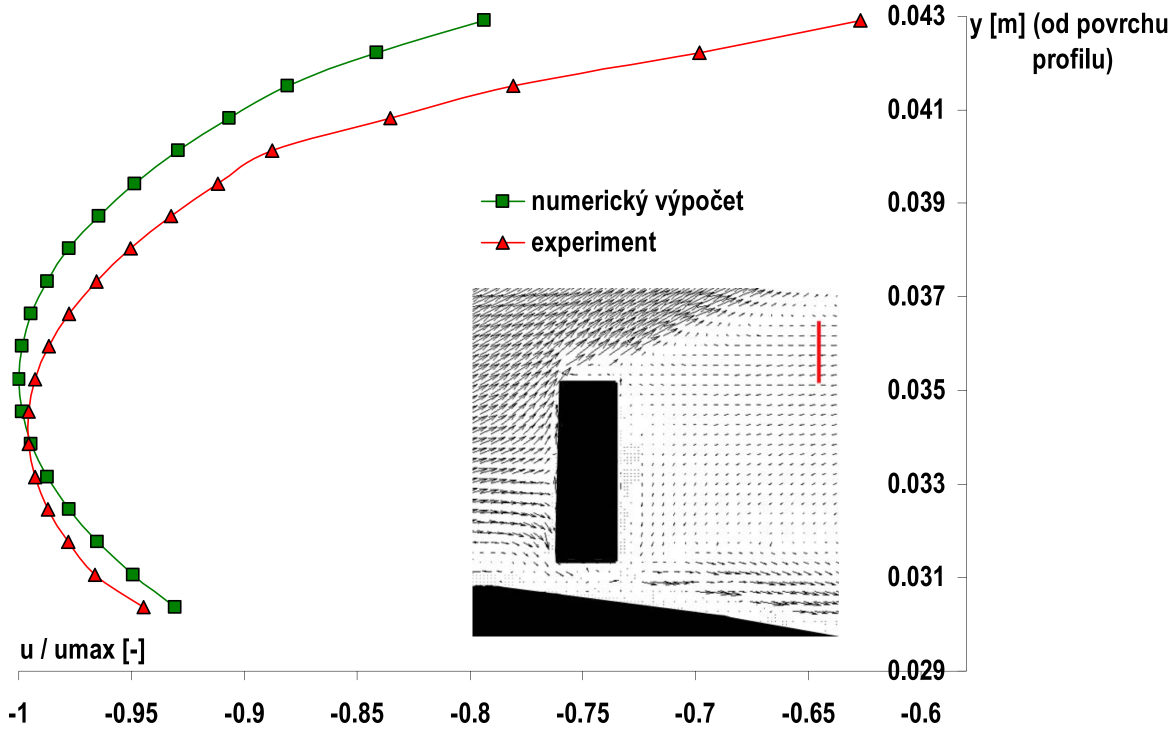
Obr. 4
NACA 23012 s odklápěcím spoilerem rozložení rychlosti kolem celého profilu (m/s)



Obr. 5
Wortmann FX66-17AII-182 s výsuvným Spoilerem rozložení rychlosti kolem celého profilu (m/s)

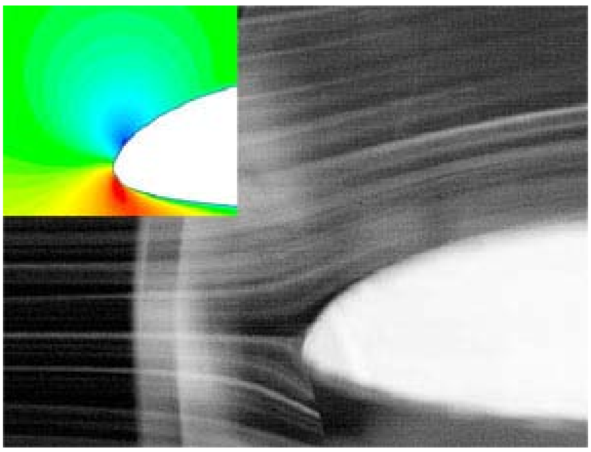


Obr. 9
Normovaný rychlostní profil u NACA 23012 s odklápěcím spoilerem pro polohu od náběžné hrany x/c = 0.58 (tunel 750x550 mm, Re=3.33e5, α=0°)



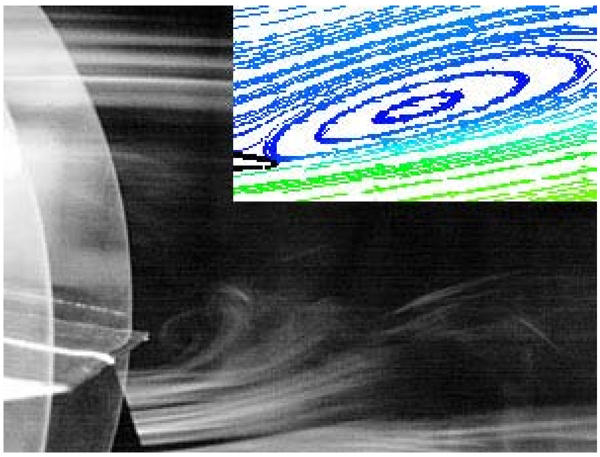
Obr. 10

Normovaný rychlostní profil u FX 66-17AII-182 s výsuvným spoilerem pro polohu od náběžné hrany x/c = 0.55 (tunel 750x550 mm, Re=3.33e5, α=0°)



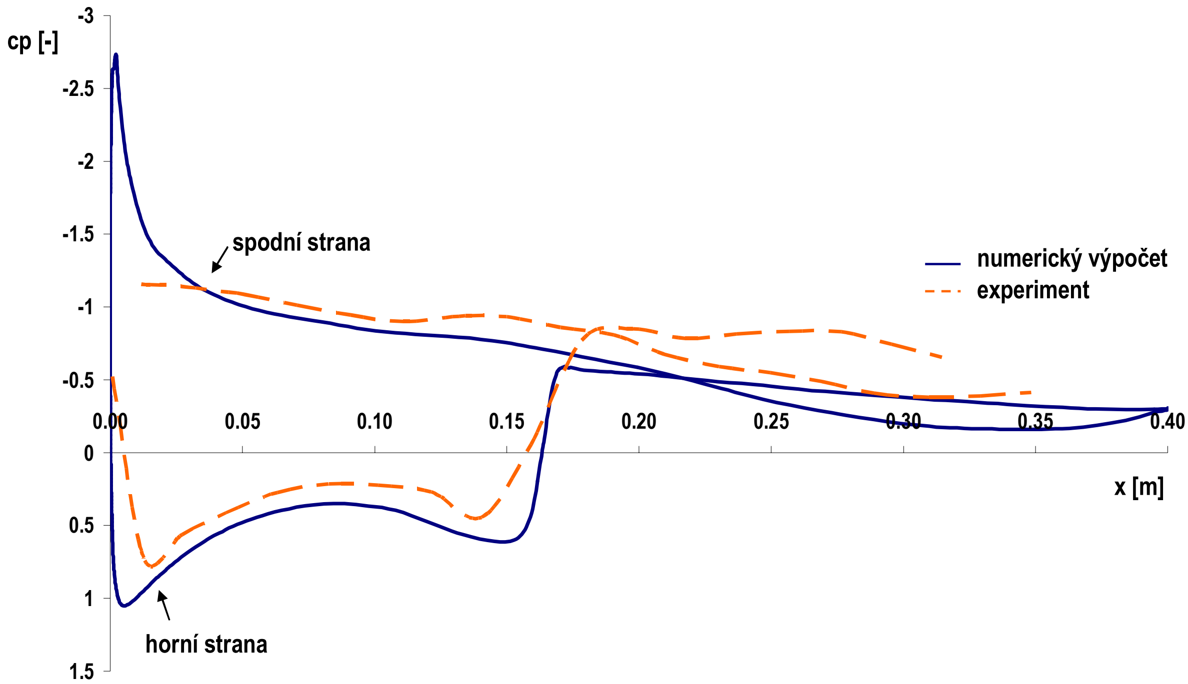
Obr. 11

Ověření polohy stagnačního bodu na náběžné hraně profilu NACA 23012



Obr. 12

Ověření existence víru na odtokové hraně profilu NACA 23012



Obr. 13
Rozložení součinitele tlaku na profilu FX 66-17AII-182 s výsuvným spoilerem
(tunel 1200x400 mm, Re=3.33e5, α=0°)

ZÁVĚR

Výsledky numerického řešení ukazují odtržení proudění na předním horním okraji spoileru a následnou oblast odtrženého proudění, které již znovu nepřilehne.To způsobuje výrazný nárůst odporu. Navíc při nulovém úhlu náběhu pro oba profily vzniká záporná vztlaková síla. To také odpovídá měření v [1] na profilu FX 66-17AII-182. Avšak konkrétní hodnoty sil nebylo možné z výpočtu určit, neboť hodnoty se neustálily, což je způsobeno nestacionárním charakterem proudění. Zároveň můžeme vidět polohu stagnačního bodu na horní straně profilu a u profilu FX 66-17AII-182 také na přední straně výsuvného spoileru. Porovnáním rychlostních profilů ve zvoleném místě s experimentem (*Obr. 9, 10*) je zjištěna velice dobrá shodu u obou profilů a stejně tak je experimentem potvrzena poloha stagnačního bodu na náběžné hraně a existence víru na straně odtokové u profilu NACA 23012 s odklápěcím spoilerem (*Obr. 11, 12*). Tlakové rozložení získané z numerického výpočtu a měření i v tomto případě vykazuje velice slušnou shodu (*Obr. 13*), což v kombinaci s předešlými poznatky potvrzuje použitelnost numerického řešení pro získání představy o chování proudění u profilů s prostředky pro zvýšení odporu.(pro získání prvních poznatků o chování proudění u profilů s prostředky pro zvýšení odporu

Při vyhodnocování výsledků se ukázalo, že následující výzkum by se měl dále zaměřit na měření odporových sil, popř. zpřesnění výpočtů pomocí nestacionárního řešení s časovým krokem určeným z frekvence odtrhávání vírů na klapce. Pro určení takové frekvence je však nezbytné provést nový experiment.

Numerický výpočet nám umožňuje získat obraz proudění v těsné blízkosti profilu, ale i ve vzdálenějším okolí, což je jeho nesporná výhoda oproti experimentu. Na druhou stranu je třeba ověřovat shodu numerického výpočtu s experimentem. V případě shody pak mohou numerická řešení velmi ulehčit a zjednodušit další výzkum a vývoj v dané problematice.

LITERATURA

[1] Althaus, D.; Wortmann, F. X. *Stuttgarter Profilkatalog 1*, Braunschweig/Wiesbaden : Friedr. Vieweg & Sohn

[2] *UIUC Airfoil Coordinates Database - Version 2.0*. Dostupná z WWW : <http://www.ae.uiuc.edu/m-selig/ads/coord_database.html>

[3] Antoš, P.; Sulitka,M. *Úpravy aerodynamického cirkulačního tunelu odboru mechaniky tekutin a termodynamiky ČVUT v Praze*. VXIII. Medzinárodná vedecká konferencia: Aplikácia experimentálnych a numerických metód v mechanike tekutín, Žilina: Žilinská univerzita, 2002, s. 126-131, ISBN 80-7100-955-5

[4] Popelka, L. *Aerodynamický tunel 1200x400mm VZ203/06 : výzkumná zpráva*. Praha : ČVUT Fakulta strojní, 2006. 12s.

CFD optimalizace transsonické konfigurace velkokapacitního dopravního letounu

Ing. Robert Popela, Ph.D., Letecký ústav FSI Vut v Brně
Ing. Zbyněk Hrnčíř, VZLÚ a.s., Praha

Článek shrnuje a hodnotí výsledky výzkumu v oblasti využití moderního optimalizačního postupu při aerodynamické optimalizaci letounu. Práce je zaměřena na aplikaci genetického algoritmu jakožto optimalizační metody při aerodynamickém návrhu ve spojení s prostředky „Computational Fluid Dynamics" (CFD). Prezentované výsledky zahrnují konkrétní aplikaci při aerodynamické optimalizaci transsonického dopravního letounu nekonvenčního uspořádání, která byla řešena v rámci projektu VELA – „Very Efficient Large Aircraft" 5. rámcového programu EU. Jedním z cílů projektu a hlavním úkolem této práce byla optimalizace charakteristického aerodynamického parametru – klouzavosti c_L/c_D – při cestovním režimu dopravního letounu, tedy u dané konfigurace maximalizace poměru vztlaku ku odporu při fixní hodnotě vztlaku a několika hodnotách cestovní rychlosti. Globálním cílem bylo navrhovanou cestovní rychlost zvýšit o cca 10 % při zachování co možná nejlepších hodnot klouzavosti.

ÚVOD

Práce byla koncepčně rozdělena do několika na sebe navazujících částí.Obsahem první části bylo vytvoření optimalizačního prostředí. Tato část zahrnovala rešerši v současnosti používaných optimalizačních metod a výběr nejvhodnějšího postupu pro danou aplikaci. Dále testování použitých CFD výpočetních prostředků a v neposlední řadě efektivní programové zpracování zvolené metodiky a zejména její automatizace vzhledem k velikosti zpracovávaných datových souborů v průběhu optimalizace.

Ve druhé části pak byly provedeny a vyhodnoceny optimalizace profilů pro konfiguraci dopravního letounu. Byly optimalizovány profily křídla v různých pozicích podél rozpětí křídla s cílem zlepšit jejich aerodynamické parametry pro cestovní režim. Výsledky 2D optimalizace byly srovnány s původní výchozí profiláží letounu navrženou firmou Airbus.

Ve třetí části pak byly ověřeny výsledky optimalizace profilů výpočtem kompletní 3D konfigurace na kterou byly nově získané profily implementovány. Výsledky výpočtů byly srovnány s původním návrhem a byly vyvozeny závěry a doporučení obecného i konkrétního charakteru pro využití genetického algoritmu jako optimalizační metody při aerodynamickém návrhu letounu.

POPIS PROJEKTU VELA

Vzhledem k tomu, že práce přímo navazovala na řešení úkolů projektu VELA je uvedena jeho stručná charakteristika a vymezení cílů řešeného problému.

Projekt VELA byl součástí programu „GROWTH" 5. rámcového programu. Hlavním řešitelem projektu byl AIRBUS Deutschland Gmbh. Projekt byl řešen konsorciem institucí, které kromě hlavního řešitele dále zahrnovalo Airbus Ispana SL, Airbus France SAS, Airbus UK Limited, CIRA (Centro Italiani Richerche Aerospaziali S.C.P.A.), German Aerospace

Centre (DLR), IBK Ingeneur Buro – Dr. Guenter Kretzschmar, Instituto Nacional de Technica Aerospacial Esteban Terradas (INTA Espana), Office National d'Études et de Recherches Aerospatiales (ONERA France), PEDECE Portugal, SENER S.A. Espana, Stitching National Lucht en Ruimtevaart Laboratorium (NLR – Nederland), Technical University of Munich, Technische Universitaet Braunschweig, University of Bristol, University of Greenwich, VZLÚ Praha. Více informací o projektu lze získat na stránkách www.cordis.lu, nebo na stránkách výzkumného ústavu DLR http://www.dlr.de/as/institut/abteilungen/abt_ke/vela . Hlavním cílem projektu byl průzkum možností nekonvenční konfigurace transonického velkokapacitního letounu. Letoun typu létajícího křídla nebo v anglické terminologii specificky „Blended-Wing-Body“ (BWB) byl v rámci projektu zkoumán z hlediska potenciálu zvýšení efektivity v letecké dopravě 21. století. Cílem projektu byl rovněž vývoj nástrojů a metod pro analýzu této nekonvenční konfigurace. V této oblasti, tedy vývoje nástrojů a postupů pro efektivní analýzu a návrhovou optimalizaci této konfigurace rovněž vznikla tato práce.

VYMEZENÍ OPTIMALIZAČNÍHO PROBLÉMU A SESTAVENÍ ÚČELOVÉ FUNKCE

Definování cíle optimalizace a sestavení účelové funkce je ta část optimalizace jejíž úspěšné zvládnutí závisí spíše na zkušenostech aerodynamika a jeho citu „ptát se na správné věci“, nežli na matematických dovednostech. V případě nevhodně zvoleného cíle optimalizace (zejména jeho „jednorežimovosti“) se velice často stává, že výsledný návrh je prakticky nepoužitelný při i malé změně okolních podmínek. Zvláště citlivé jsou v tomto směru optimalizace v transonické oblasti. Může například dojít k situaci, kdy je navržena optimální konfigurace pro transonický režim, která dobře pracuje na M=0,8, ale stěží při stejném příkonu překoná M=0,75 a nemůže se vlastně ani na provozní režim dostat.

VOLBA OPTIMALIZAČNÍHO POSTUPU

Na základě rešeršemi a předchozím vývojem získaných informací bylo možno zvážit vhodnost jednotlivých postupů a provést výběr metody pro řešení konkrétního problému – optimalizace transonické konfigurace pro zvýšení cestovní rychlosti. Do úvahy byly brány následující vlivy:

- výpočetní náročnost, s ohledem na časové možnosti řešení
- znalosti výpočetních metod a postupů pro transonickou oblast proudění
- dostupnost programového vybavení

Základním rozhodnutím z hlediska řešení projektu VELA bylo zvolení globálního postupu optimalizace. Zde bylo rozhodnuto provést optimalizaci ve dvou krocích:

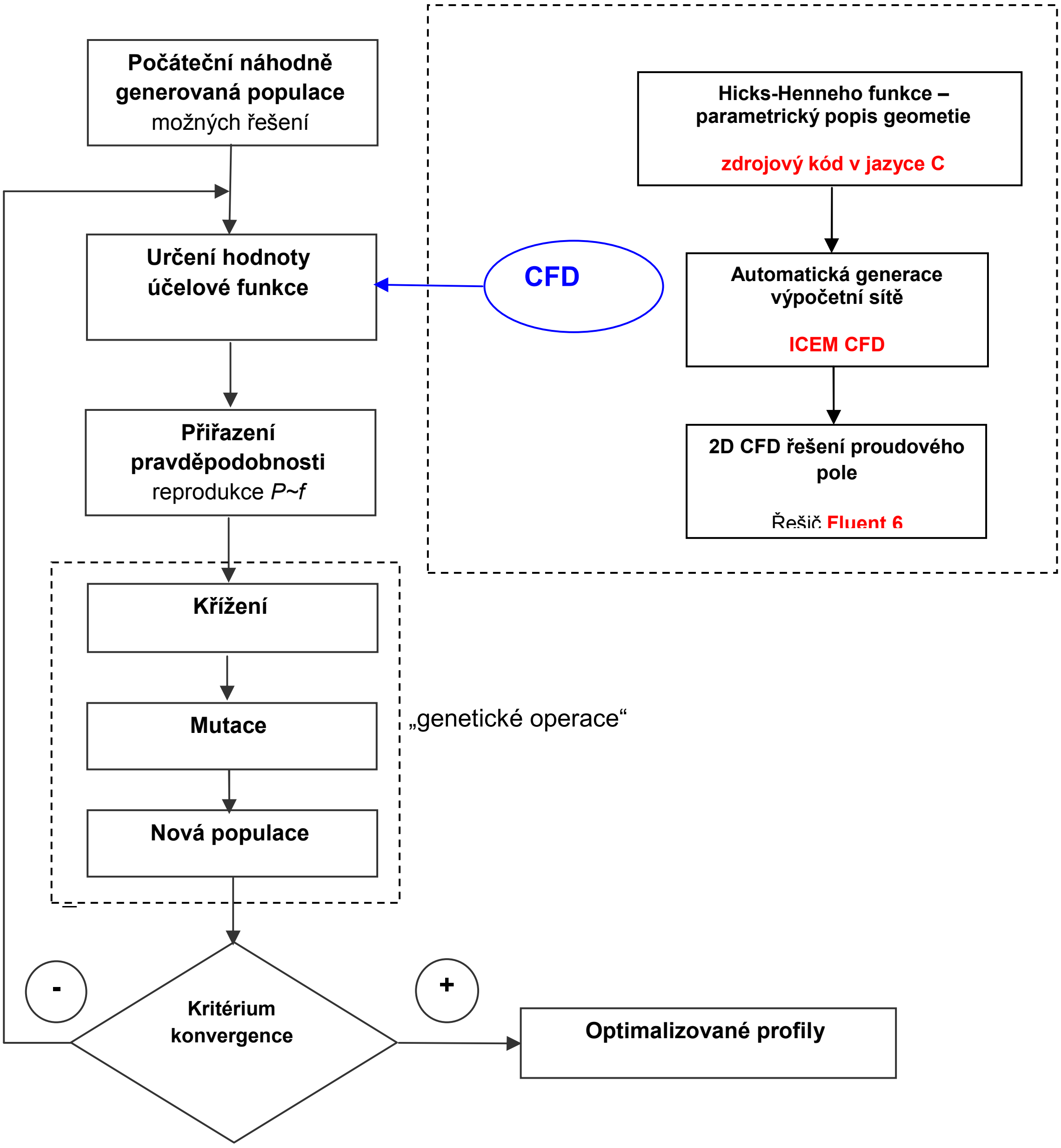
- optimalizace profiláže pro zvýšení cestovní rychlosti
- optimalizace kompletní 3D konfigurace s implementovanou optimalizovanou profiláží z předchozího kroku

Článek seznamuje pouze s prvním krokem, tj. optimalizací profilů a jejich následnou aplikací na 3D konfiguraci.

OPTIMALIZACE PROFILŮ PRO TRANSONICKOU KONFIGURACI

Po zvážení jednotlivých kriterií a daných možností bylo rozhodnuto vytvořit optimalizační prostředí využívající genetický algoritmus jako optimalizační metodu a CFD výpočetní program založený na metodě konečných objemů jako prostředek pro určování parametrů účelové funkce. Dále bylo rozhodnuto pro parametrizaci geometrie profiláže použít Hicks-Henneho funkce pro alternaci existující geometrie. Optimalizace byla tudíž pojata jako hledání možností zlepšit vlastnosti daných profilů pro vyšší cestovní rychlost, nikoliv jako návrh zcela nových profilů tak říkajíc „od nuly".

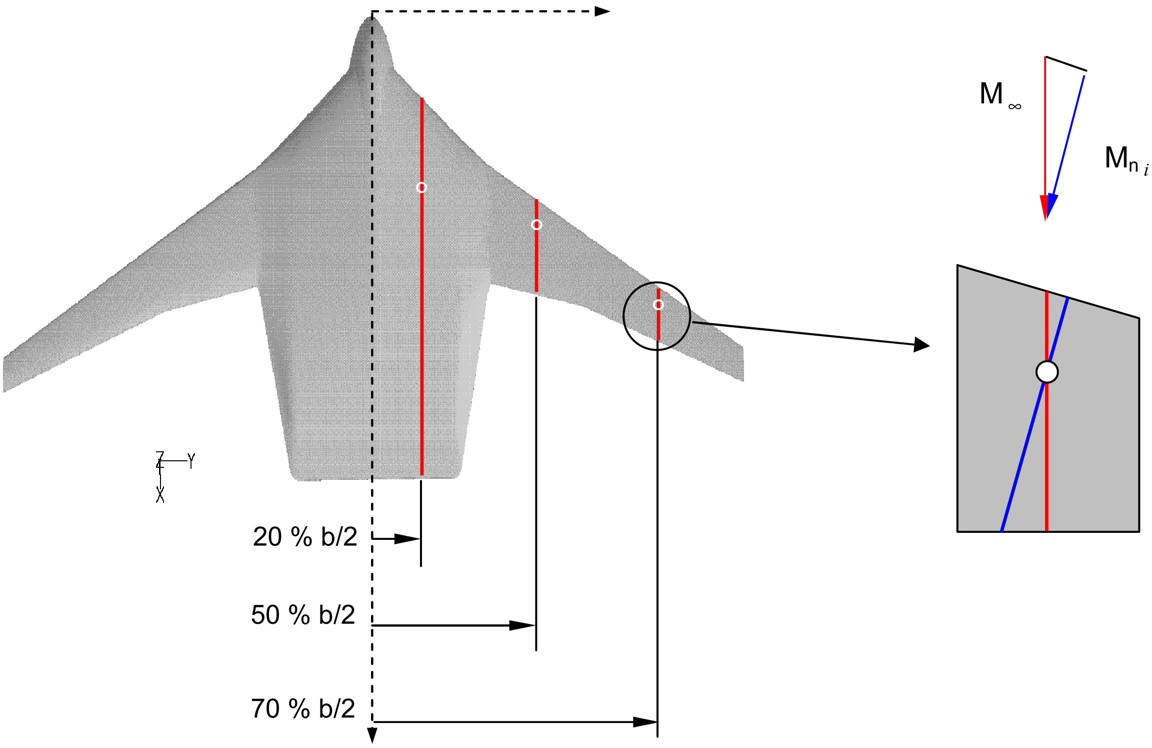
Záměrem bylo vytvořit modulární automatizovaný systém schopný optimalizovat dle zadaných kriterií 2D transonické profily. Schéma modulů tohoto systému využívajícího genetický algoritmus shrnuje následující schéma:



Obr. 1: Blokové schema optimalizačního prostředí

Jestliže pro globální optimalizaci 3D konfigurace byl jasně definován režim letu jako cestovní s celkovým součinitelem vztlaku c_L = 0,3 a cílem bylo zvýšit cestovní rychlost z Machova čísla M = 0,85 na M = 0,9, případně ještě dále na M = 0,95, pak pro optimalizaci 2D profiláže bylo nutno tyto podmínky stanovit. Dále bylo nutno stanovit které konkrétní profily budou optimalizovány. Vzhledem k tomu, že pro budoucí reprodukci 3D konfigurace s novou profiláží bylo možno použít všechny potřebné informace, jako průběh nelineárního zkroucení podél polorozpětí, průběh úhlů šípu, průběh hloubek křídla podél polorozpětí, bylo možno vybrat prakticky kterýkoliv profil. Bylo rozhodnuto vybrat následující tři profily:

- profil trupu (pracovní označení „FUSE0“) – profiláž trupu je konstantní po celém jeho rozpětí.
- profil vnějšího křídla v 50-ti % polorozpětí (pracovní označení „WING50“) – profil charakteristický pro první část vnějšího křídla
- profil vnějšího křídla v 70-ti % polorozpětí (pracovní označení „WING70“) – profil charakteristický pro druhou část vnějšího křídla



Obr. 2:

Následujícím krokem bylo konkrétní určení okrajových podmínek (návrhových režimů) pro vybrané 2D profily. Z úhlu šípu náběžné hrany byla vypočtena lokální normálná Machova čísla ve vybraných řezech. Pro optimalizaci bylo nutno uvažovat, vzhledem k transonickému režimu práce křídla a způsobu tvorby geometrie pro takovéto křídlo, nikoliv profily „po proudu“, tj. v rovinách rovnoběžných s podélnou osou, nýbrž profily v řezu kolmém na náběžnou hranu. Vnější podmínky proudu pak byly definovány cestovní hladinou a rychlostí letu 3D konfigurace. Posledním neurčitým parametrem pak byly úhly náběhu pro které profily optimalizovat. Jednou z možností by byla optimalizace pro určitý rozsah úhlů náběhu, avšak vzhledem k odhadované časové náročnosti CFD výpočtů byla tato možnost opuštěna. Ze stejného důvodu nebylo přistoupeno k optimalizaci pro více Machových čísel. Vzhledem k tomu, že bylo rozhodnuto optimalizovat profily pouze „jednorežimově“ bylo rozhodnuto důkladně prozkoumat po optimalizaci prvního profilu výsledek s ohledem právě na vlastnosti při určité změně podmínek a následně případně upravit optimalizační postup.

Z rozložení lokálního součinitele vztlaku po rozpětí u originální konfigurace při M=0,85, které bylo k dispozici z úvodní fáze řešení projektu – reference [64], kdy byly prováděny kalibrační výpočty, bylo odhadnuto, že nejvhodnějším úhlem náběhu pro optimalizaci bude charakteristický úhel v rozsahu 0 – 2°. Bylo tedy rozhodnuto pro optimalizaci použít úhel náběhu α = 1° a výsledky opět okamžitě posoudit z hlediska vhodnosti volby této hodnoty a případně provést přepočet. Výsledky však ukázaly, že tato hodnota byla akceptovatelná.

GENETICKÝ ALGORITMUS

Důležitým krokem bylo rozhodnutí jaké konkrétní parametry budou při optimalizaci popisovat profil. Jak bylo uvedeno dříve, pro parametrický popis profilů bylo rozhodnuto použít tzv. Hicks-Henneho perturbační funkce. Vzhledem k tomu, že genetický algoritmus pracuje na principu přirozeného výběru a používá simulaci genetických operací s chromozomem popisujícím vlastnosti jedinců populace, bylo nutno pro tyto operace vytvořit vhodnou formu chromozomu pro univerzální popis možných variant profilu a to tak aby byl pokud možno zahrnut prakticky velký vyhledávací prostor. Vhodnou volbou se jevilo právě použití parametrů Hicks-Henneho funkcí jako jednotlivých genů chromozomu.

Pro parametrizaci povrchu profilů bylo rozhodnuto použít celkem osm funkcí, čtyři pro horní a čtyři pro dolní povrch. Následně byl sestaven chromozom popisující profil. Jeho schéma ukazuje následující obrázek.

t_{11}	t_{21}	sgn_1	t_{12}	t_{22}	sgn_2	………	t_{18}	t_{28}	sgn_8	A
	i=1			i=2		………		i=8		

Kde i=1 až 8, t_{1i} určuje polohu maxima i-té perturbační funkce, t_{2i} určuje šířku oblasti na které perturbační funkce alternuje povrch, sgn_i je znaménko funkce (+ zvyšuje souřadnici y, tj. přičítá se k původní hodnotě; – zmenšuje hodnotu souřadnice y, tj. odečítá se) a A je amplituda, která udává reálnou hodnotu perturbačního maxima a je společná pro všech osm funkcí. Počet genů chromozomu takto dosáhl hodnoty 25 a představuje vlastně soubor hledaných parametrů při optimalizaci.

Na takto sestavený chromozom pak byly v průběhu optimalizace aplikovány operace křížení a mutace. Genetický algoritmus byl, obdobně jako zbytek celého optimalizačního programu, implementován na platformě linux v programovacím jazyce C.

ÚČELOVÁ FUNKCE – KONSTRUKCE A IMPLEMENTACE

Při sestavování účelové funkce bylo hlavním cílem komplexně postihnout široké spektrum požadavků na profil v předpokládaném režimu práce. Cílem optimalizace bylo zejména snížit součinitel odporu a případně zvýšit součinitel vztlaku (tj. zlepšit hodnotu klouzavosti pro daný návrhový režim) a dále zachovat akceptovatelnou hodnotu součinitele momentu. Dalším omezením byl požadavek nesnížit tloušťku profilu. Je zřejmé, že snížení tloušťky profilu v transonické oblasti by zákonitě vedlo ke snížení odporu profilu, avšak profil by z pevnostního hlediska byl neaplikovatelný na transonické křídlo.

Základní tvar účelové funkce byl proto zvolen v následující podobě:

$$F = 1 - \varpi_1 . \left(\frac{c_d}{c_l^2} \right) - \varpi_2 . c_m^2 - \varpi_3 . \delta_t^2 \quad ,$$

kde ω_i jsou váhy pro jednotlivé členy účelové funkce, c_l, c_d a c_m jsou součinitel vztlaku, odporu a kropivého momentu profilu a parametr δ_t je rozdíl tloušťky profilu proti referenčnímu profilu. Rozdíl tloušťky byl aktivní pouze v případě, že tloušťka profilu byla menší než tloušťka původního profilu. Vzhledem k předpokládaným záporným hodnotám c_m a δ_t jsou oba členy umocněny.

V průběhu ladění při testovacích bězích byly testovány různé hodnoty váhových funkcí ω_i, a to v rozmezí hodnot 0,3 – 2. Jako vhodné a postačující, vzájemně sladěné hodnoty se ukázaly hodnoty ω_1=1, ω_2=1, ω_3=1,5. Rovněž byl testován poněkud komplikovanější tvar účelové funkce zohledňující práci profilu na více režimech z hlediska Machova čísla. Účelová funkce měla v tomto případě tvar:

$$F = 1 - \sum_{i=1}^{3} \left(\varpi_1 . \left(\frac{c_d}{c_l^2} \right)_{Mi} - \varpi_2 . \left(c_m^2 \right)_{Mi} \right) - \varpi_3 . \delta_t^2 ,$$

kde jsou vlastnosti profilu určovány při třech různých Machových číslech M_i. Vzhledem k tomu, že časová náročnost tohoto postupu byla trojnásobně vyšší než u jednorežimového návrhu, byla opuštěna jako, v současné době pro optimalizaci genetickým algoritmem s danými CFD prostředky, prakticky nepoužitelná.

GLOBÁLNÍ ŘÍDICÍ PROGRAM

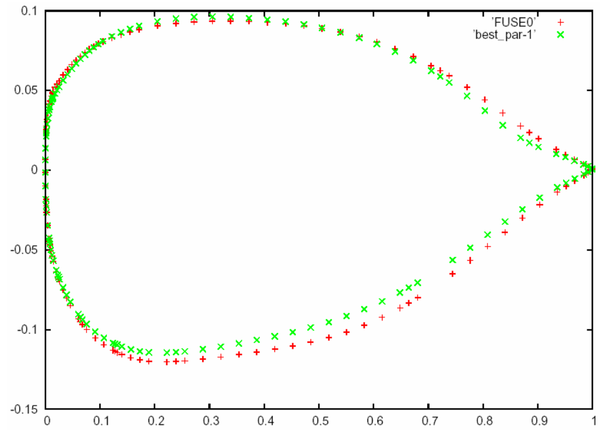
Globální řídící program byl vytvořen s cílem splnit několik základních požadavků. Jeho úkolem bylo udržovat v průběhu celého řešení přehled o stavu optimalizace, o vztahu mezi jedinci populace genetického algoritmu a reálnými profily jim odpovídajícími. Dále bylo cílem vhodným způsobem zprostředkovat vzájemnou komunikaci mezi genetickým algoritmem a podpůrnými CFD programy, rovněž pak vhodným způsobem zajistit pokud možno co nejširší paralelizaci CFD výpočtů.

Program byl implementován v programovacím jazyce C na platformě operačního systému linux. Udržování informace o průběhu optimalizace bylo zajištěno ukládáním aktuálních hodnot účelové funkce všech jedinců populace mezi jednotlivými generacemi, dále ukládáním hodnot průměru účelové funkce všech jedinců populace pro danou generaci řešení. V řídícím programu byly vytvořeny funkce generující řídící podprogramy v podobě tzv. „skriptů“ pro „shell“ – základní komunikační rozhraní operačního systému linux. Tyto podprogramy pak generovaly dávkové soubory pro externí CFD programy a tyto programy rovněž spouštěly, dále archivovaly a mazaly dočasné soubory. Při tvorbě řídícího programu bylo rovněž využito možností knihovny mpi pro paralelizaci běhu programu. Toto byl klíčový prvek umožňující řešení celé optimalizace v akceptovatelném časovém horizontu.

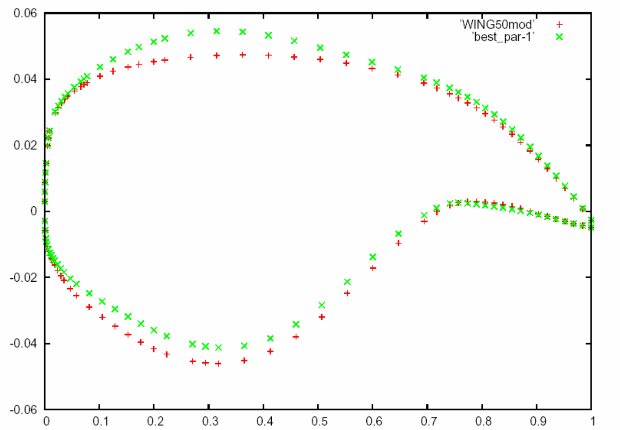
HLAVNÍ VÝSLEDKY PRÁCE

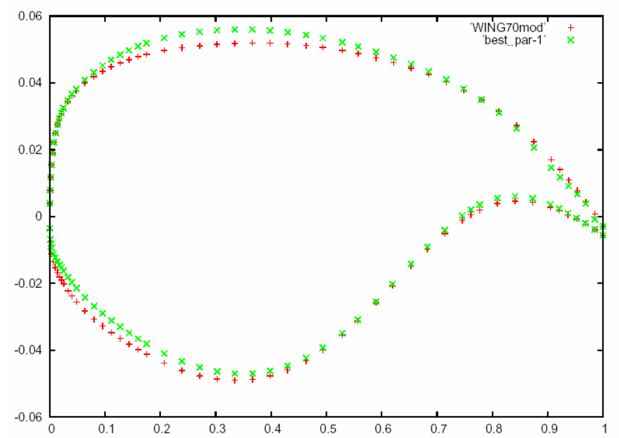
Po prvních testovacích bězích (odladění celkové komunikace programu, testování vhodnosti formulace účelové funkce a hledání vhodných hodnot jejích vah ω_i) byly provedeny tři základní běhy programu – optimalizace tří zvolených profilů transonické konfigurace. Průběh optimalizace a její výsledky shrnují následující kapitoly.

Na následujících obrázcích jsou uvedeny vysledky optimalizace profilu trupu a profilů vnějšího křídla v 50 % a 70 % polorozpětí pro lokální normálné Machovo číslo 0,636, respektive 0,737 odpovídající cestovnímu Machovu číslu konfigurace 0,9 a úhel náběhu 1°.



Obr. 2.0: Optimalizace profilu trupu – a srovnání původního (referenčního) profilu (+) a optimalizovaného profilu (x)

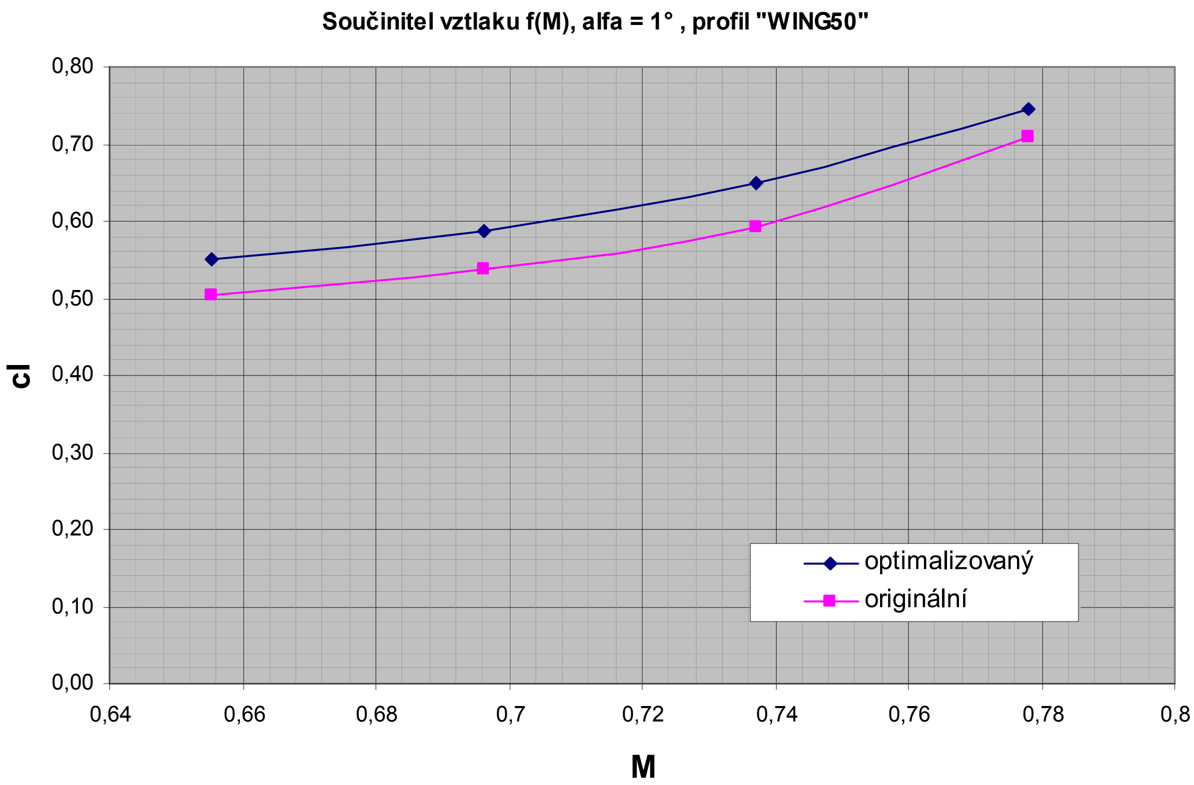




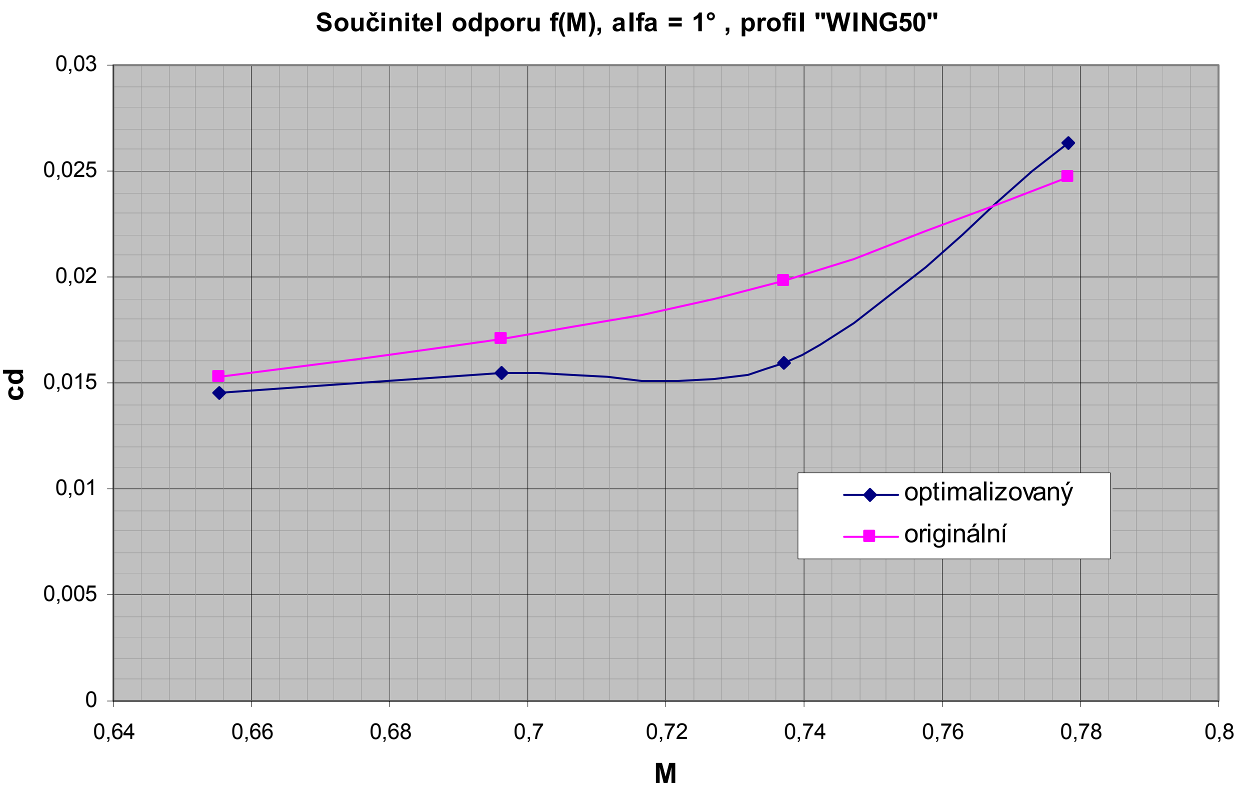
Obr. 2.2: Optimalizace profilu vnějšího křídla v 50 % polorozpětí („WING50“) vlevo a profilu vnějšího křídla v 70 % polorozpětí („WING70“) vpravo – srovnání původního (referenčního) profilu (+) a optimalizovaného profilu (x) Po provedení optimalizace bylo rozhodnuto ověřit vlastnosti nově navržených profilů srovnávacími výpočty, a to s použitím metodiky z optimalizačního postupu (tj. výpočetní síť strukturovaná, vytvořená

Ověření vlastností navržených profilů

Po provedení optimalizace bylo rozhodnuto ověřit vlastnosti nově navržených profilů srovnávacími výpočty, a to s použitím metodiky z optimalizačního postupu (tj. výpočetní síť strukturovaná, vytvořená v preprocesoru ICEM, výpočty v řešiči fluent 6 s uvážením vlivu viskozity – model turbulence Spalart-Allmaras). Vzhledem k tomu, že optimalizace byla směřována na jeden režim práce profilu, bylo cílem ověření také zjistit, zda nedošlo k závažnému zhoršení vlastností profilu mimo tento návrhový režim. Bylo proto provedeno srovnání vlastností pro celé spektrum úhlů náběhu v okolí návrhového režimu. Dále bylo rozhodnuto prozkoumat rovněž nižší a vyšší Machova čísla, a to Machova čísla odpovídající M=0,8, M=0,85 a M=0,95 u 3D konfigurace. Nižší Machova čísla byla ověřena záměrně, aby byly odhaleny případné nevhodné vlastnosti při nižších rychlostech zabraňující dosáhnout vůbec návrhového režimu. Výsledky srovnávacích výpočtů byly souhrnně vyhodnoceny a hlavní výsledky jsou uvedeny na následujících stranách v podobě grafů závislostí součinitele odporu a vztlaku na Machově čísle.



Obr. 3: Závislost součinitele vztlaku na Machově čísle u původního a optimalizovaného profilu v 50 % polorozpětí



Obr. 4: Srovnání závislosti součinitele odporu na Machově čísle u původního a optimalizovaného profilu v 50 % polorozpětí

Hodnocení výsledků optimalizace profilů

Z vyhodnocených závislostí vlastností profilů bylo vyvozeno několik závěrů. Klouzavosti (poměry c_l/c_d) u všech optimalizovaných profilů (FUSE0, WING50 a WING70) byly v různě širokém rozsahu úhlů zvýšeny, a to jak zvýšením c_l, tak snížením c_d. Největší přírůstky klouzavosti u profilů vnějšího křídla (WING50 a WING70) se objevují právě v okolí návrhového režimu, tj. α=1°. Se změnou syse přírůstek c_l/c_d plynule zmenšuje. Dále je patrno, že pro Machovo číslo větší než návrhové při optimalizaci je klouzavost u profilů vnějšího křídla dokonce místy, nebo zcela horší než u originálních profilů.

U součinitele vztlaku pro většinu režimů opět došlo ke zvýšení c_l pro dané α. Se zvyšujícím se Machovým číslem dochází k obrácení trendu a cl je nižší nez u původního profilu, ale to vždy až od určitého úhlu náběhu, dle Machova čísla 2 nebo 3°.

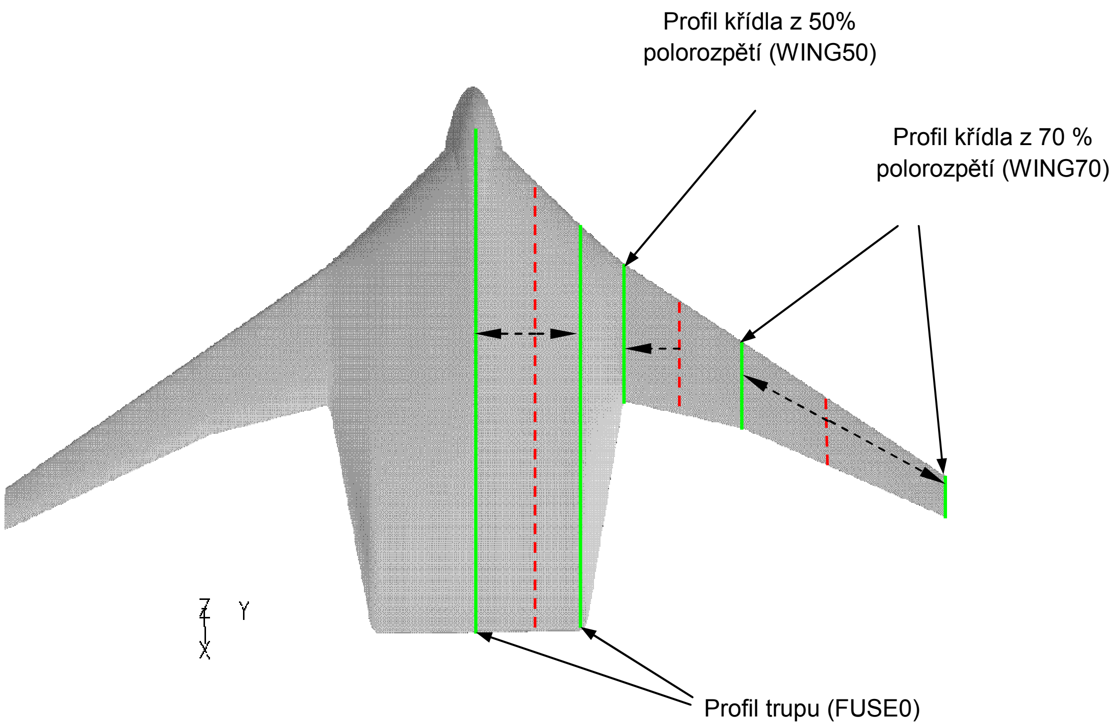
U součinitele odporu došlo opět ke snížení jeho hodnot pro jednotlivé úhly náběhu a to při všech Machových číslech, s vyjímkou nejvyššího, M=0,778, které odpovídá cestovnímu M=0,95 u 3D konfigurace, u profilů vnějšího křídla. Nejlépe tuto změnu postihují obr. 36, 37, 43 a 44, které zobrazují závislost součinitele vztlaku, respektive odporu na Machově čísle při konstantním úhlu náběhu. Je patrno, že optimalizované profily pro tento úhel náběhu dávají vyšší c_l a nižší c_d až do M=0,737, tj. návrhového Machova čísla optimalizačního procesu. Pro vyšší Machova čísla pak dochází ke zhoršení vlastností optimalizovaných profilů v porovnání s původnímu z hlediska jejich aerodynamické efektivnosti.

Co se týká klopivého momentu, tak u profilu trupu a profilu vnějšího křídla v 70 % polorozpětí došlo k pozitivně hodnocené změně hodnot a tyto byly sníženy (ve smyslu menší záporné hodnoty). U profilu v 50 % polorozpětí pak došlo k jeho mírnému nárustu, tj. k pohybu nežádoucím směrem, a to zejména u M=0,778.

Celkově lze výsledky optimalizace 2D profilů hodnotit jako povzbudivé. Je nutno is uvědomit, že s uvedeným postupem nebyly dosud žádné zkušenosti a většina problémů byla řešena poprvé. Optimalizované profily při srovnávacích výpočtech v CFD řešiči fluent6 vykazují zlepšení u většiny parametrů až do návrhového Machova čísla, nad touto hodnotou se vlastnosti profilů mírně zhoršují v porovnání s originálními profily.

Rekonstrukce 3D geometrie s optimalizovanými profily

Následujícím krokem po optimalizaci jednotlivých charakteristických profilů a ověření jejich vlastností byla implementace profilů na 3D konfiguraci a její ověřovací výpočet. Při rekonstrukci 3D konfigurace bylo nutno dodržet několik základních požadavků, a to zejména přesné zachování půdorysu, tj. průběhu spojnice čtvrtinových hloubek profilů, průběhu hloubek profilů a dále průběhu zkroucení podél rozpětí. Tímto způsobem vygenerovaná 3D konfigurace se lišila minimálně i v průběhu tloušťky profilu podél rozpětí a automaticky, stejně jako originální konfigurace splňovala pravidlo ploch, tj. průběh příčných průřezů konfigurace podél osy x byl spojitý a hladký. Konkrétní postup reprodukce 3D geometrie, k jejímuž vytvoření byl použit CAD software CATIA ukazuje následující obrázek.

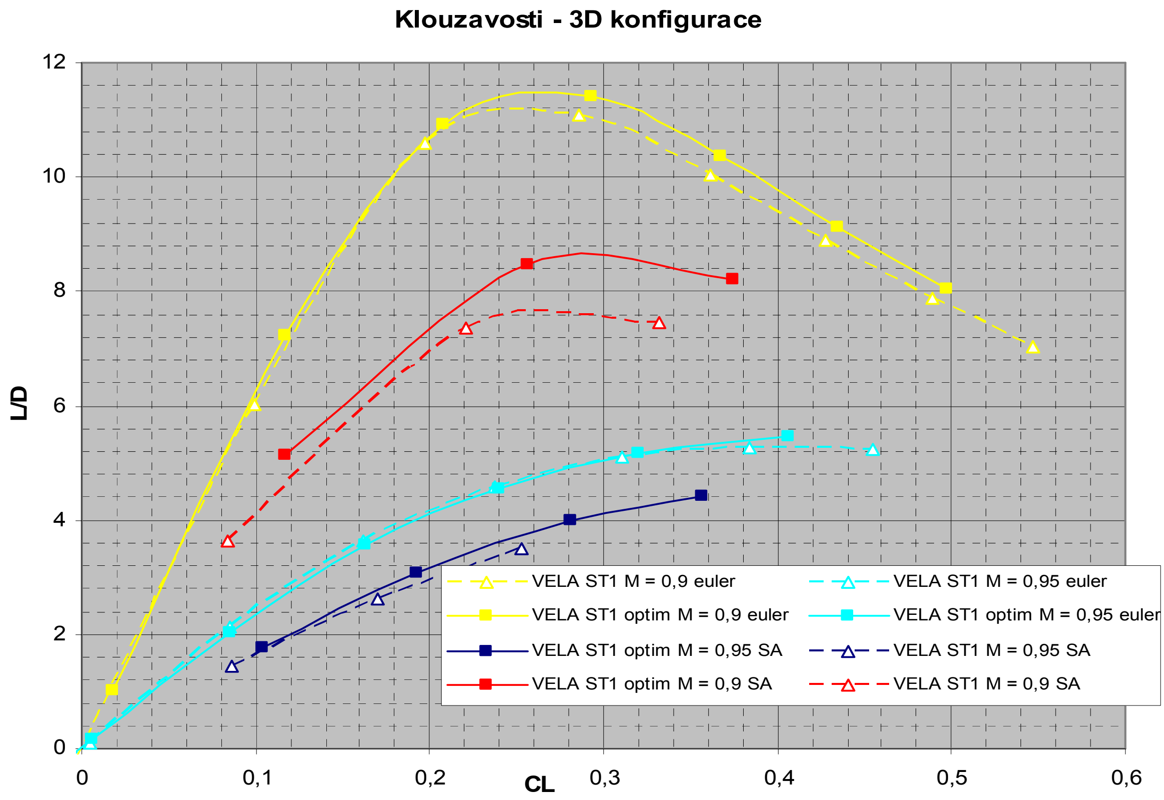


Obr. 5: Rekonstrukce 3D geometrie z optimalizovaných profilů – přerušovaná – původní pozice optimalizovaných profilů, plná – použití při rekonstrukci

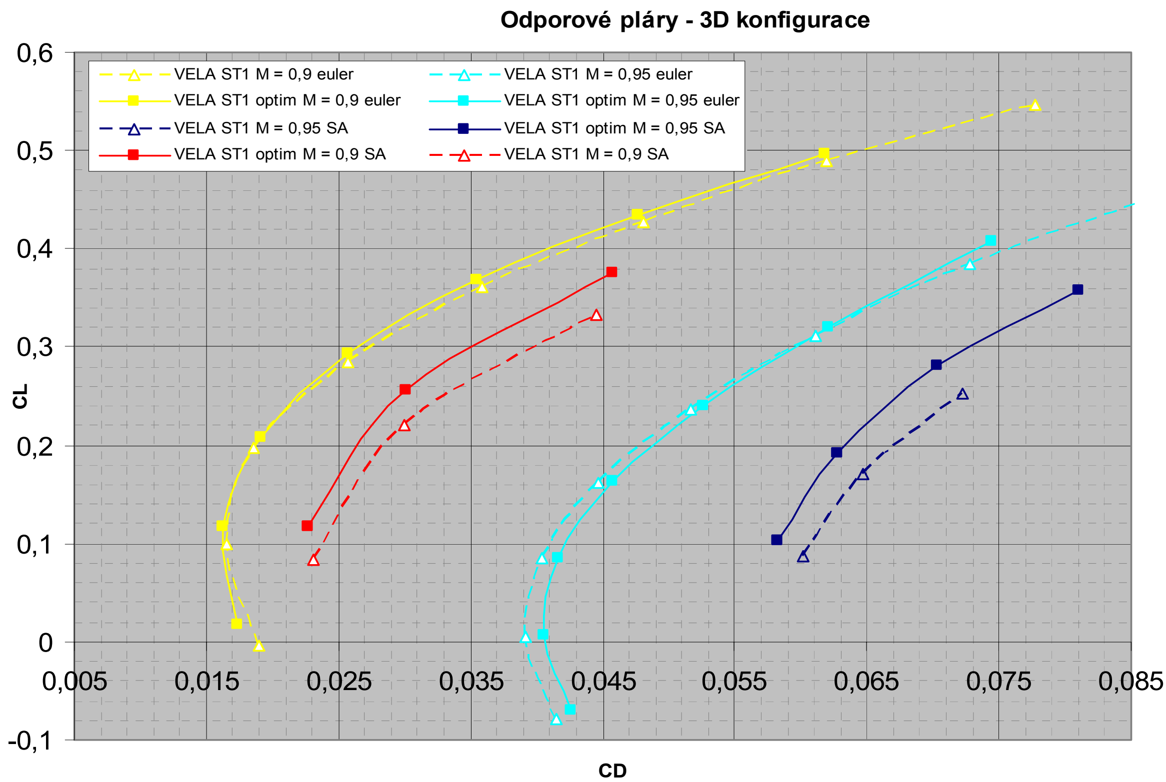
Dále pak byly vygenerovány výpočetní sítě s použitím preprocesoru ICEM CFD. Byl použit postup obdobný jako při optimalizaci 2D profilů, tak aby srovnání výsledků nebylo zatíženo rozdíly různých metod a programů. Sítě vytvořené pro 3D výpočet byly s ohledem na předpoklad ověření vlastností jak neviskózním, tak viskózním řešením vytvořeny ve dvou variantách, a to tzv. „eulerovská" čistě tetrahedrální nestrukturovaná síť pro neviskózní řešení a dále hybridní síť kombinující prizmatické prvky v okolí povrchu konfigurace (pro kvalitní řešení mezní vrstvy a její interakce s rázovými vlnami) a nestrukturovanou tetrahedrální síť ve zbytku domény. Obdobným způsobem byly vygenerovány sítě s obdobnými parametry pro originální konfiguraci (VELA ST1).

Výpočet 3D konfigurace – výsledky řešení

Výsledky porovnávacích výpočtů originální a reprodukované 3D konfigurace s optimalizovanými profily ukázala globální zlepšení aerodynamických charakteristik. Výsledky řešení bez a s vlivem turbulence shrnují následující grafy a tabulky.



Obr. 6: Srovnání klouzavosti u originální a reprodukované konfigurace s optimalizovanými profily pro M=0,9 a 0,95



Obr. 7: Srovnání odporových polár originální a reprodukované konfigurace s optimalizovanými profily pro M=0,9 a 0,95

Na základě uvedených výsledků výpočtů lze konstatovat, že na režimu M=0,9 došlo právě v okolí cestovního součinitele vztlaku ke snížení odporu a zejména zlepšení klouzavosti a to o cca 5 % u neviskózního a o přibližně 13 % u řešení s uvážením viskozity. U cestovního režimu M=0,95 pak jsou vlastnosti v okolí c_L=0,3 téměř totožné u obou konfigurací při řešení neviskózním a u řešení s uvážením viskozity dochází k mírnému zlepšení klouzavosti. Z odporových polár je pak patrné snížení odporu a zvýšení vztlaku při prakticky všech režimech a to jak u neviskózního řešení, tak zejména u řešení s modelem turbulence. Výjimkou je neviskózní řešení na M=0,95, kdy optimalizovaná konfigurace má větší součinitel odporu, až do hodnoty součinitele vztlaku c_L=0,3. To, že výsledky konfigurace s optimalizovanými profily byly výrazně lepší pro M=0,9 než M=0,95 jasně koresponduje se zhoršováním vlastností optimalizovaných profilů při Machově čísle, které odpovídá M=0,95 u 3D konfigurace. Celkově výsledky srovnání konfigurací vyznívají optimisticky a prokazují zlepšení vlastností na zvýšené cestovní rychlosti M=0,9, což bylo cílem řešení.

ZÁVĚR

Výsledky práce lze hodnotit z několika hledisek. Důležitým výsledkem bylo vytvoření obecně použitelného optimalizačního prostředí pro aerodynamickou optimalizaci profilů. Toto prostředí, přestože bylo konkrétně aplikováno na transsonické profily, bylo vytvořeno s maximálním důrazem na otevřenost a modulárnost. Výsledkem je systém umožňující optimalizovat libovolnou kategorii profilů pro různé režimy jejich práce. Snadným způsobem lze modifikovat tvar účelové funkce (tedy cíl optimalizace), vzhledem k otevřenému propojení zdrojového kódu řídícího programu a nezávislého CFD řešiče proudového pole pro analýzu vlastností profilů je možno tento řešič velice snadno nahradit jiným, adekvátním pro daný typ úlohy (např. nahrazení řešiče založeného na metodě konečných objemů panelovou metodou a podobně). Je cílem dalšího výzkumu v této oblasti využít a ověřit chování optimalizátoru například pro návrh vysokovýkonných profilů pro čistě podzvukovou oblast, v delším časovém horizontu pak doplnit možnost optimalizace profilů se vztlakovou mechanizací.

Funkčnost a kvalita navrženého optimalizačního prostředí byla ověřena při řešení optimalizace rodiny tansonických profilů pro konfiguraci velkokapacitního dopravního letounu budoucnosti v rámci projektu VELA. Na základě úvodní profiláže pro tuto konfiguraci letounu od firmy AIRBUS byla optimalizací vygenerována nová, která při provedeném porovnání v rámci totožného výpočetního prostředku vykazuje zlepšení aerodynamických charakteristik v požadovaném rozsahu provozních Machových čísel a úhlů náběhu. V porovnání s publikovanými výsledky prací ve světě dosahuje zlepšení hlavních ukazatelů srovnatelných hodnot a ukazuje, že bylo dosaženo výsledků na porovantelné úrovni.

Práce byla zpracována v úzké návaznosti na řešení zmiňovaného projektu VELA 5. rámcového programu EU, kde hlavním úkolem bylo zlepšení vlastností konfigurace nekonvenčního velkokapacitního dopravního letounu pro vyšší cestovní rychlosti (Machova číslo 0,9, případně až 0,95), a to zejména snížení odporu a zvýšení klouzavosti. Součástí práce je tedy také ověření vlastností optimalizovaných profilů jejich aplikací na konfiguraci VELA a srovnání s původním návrhem přepočtem v jednotném výpočetním prostředku. Zde bylo dosaženo opět velmi optimistických výsledků, klouzavost konfigurace s novou profiláží byla zvýšena pro cestovní rychlost M=0,9 o 11 % a pro cestovní rychlost M=0,95 pak o 8,4 %. Problematickým se pak ukázalo zvýšení klopivého momentu u 3D konfigurace, které je však u 2D optimalizace profilů prakticky velmi těžko podchytitelné. Tento fakt ovšem výsledky nedegraduje, vzhledem k tomu, že na klopivý moment nebyla stanovena omezující kriteria v této fázi projektu. Hlavním definovaným cílem bylo zvýšení cestovní rychlosti a optimalizace klouzavosti na tomto režimu při daném omezení cestovního součinitele vztlaku konfigurace a vygenerování hodnot pro databázi tzv. „aerodynamických možností“ dané koncepce pro další použití při řešení projektu VELA.

Lze konstatovat, že dosažené výsledky jsou na srovnatelné úrovni s ostatními členy konsorcia řešitelů podílejícími se na projektu VELA. To je potěšitelné zejména vzhledem k tomu, že před zapojením do řešení projektu nebyly k dispozici žádné předchozí zkušenosti s řešením podobných komplexních problémů. Dalším významným výsledkem, kterého bylo dosaženo, je skutečně aktivní a v rámci časových možností i kvalitní zapojení do řešení významného evropského projektu, jehož kvalitu garantuje účast všech špičkových evropských leteckých výzkumných ústavů a zejména vedení projektu firmou AIRBUS, v současnosti největšího světového výrobce civilních dopravních letadel.

Reference

[1] Popela R., Hrnčíř Z., Kokrment L., Aerodynamic analysis of VELA configuration Part I. – Aerodynamic optimization for higher cruise speed, report No. LU26/2004, Centre of Aerospace Research, Brno University of Technology

[2] Popela R., Hrnčíř Z., Komárek M., Aerodynamic analysis of VELA configuration, Report No. LU4/2003, Centre of Aerospace Research, Brno University of Technology

[3] Loerke J., White D., Fischer H., Vigneron Y., VELA Confuguration 1, Aircraft Description (public use), Report A/C-DESC VELA 1 ETXG-196-02, Airbus Deutschland, 2002

[4] Vicini A., Quagliarella D., Multi-objective genetic algorithm for multi-point transonic airfoil design, AIAA Paper 97-0082, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1997

[5] Campbell R.L., Efficient Viscous Design of Realistic Aircraft Configurations, AIAA Paper 98-2539, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1998

[6] Mason W.H., Knill D.L, Giunta A.A., Grossman B., Watson L.T. a Haftka R.T., Getting the Full Benefits of CFD in Conceptual Design, AIAA Paper 98-2513, 16th AIAA Applied Aerodynamics Conference, 1998

[7] Giesing J.P., Barthelemy J-F. M., A Summary of Industry Multidisciplinary Optimization Applications and Needs, uvedeno v AIAA Multidisciplnary Optimization Technical Comitee „White Paper“, AIAA 1998

[8] Giles, M. B., Aerodynamic design optimisation for complex geometries using unstructured grids, lecture notes of Von Karman Institute Lecture Course on Inverse Design, Von Karman Institute 1997

[9] Mastin W.C., Smith R.E., Sadrehaghighi I.,Wiese M.R., Geometric Model for a Parametric Study of the Blended-Wing-Body Airplane, AIAA Paper 96-2416, American Institute for Aeronautics and Astronautics

[10] Oyama A., Multidisciplinary optimization of Transonic Wing Design Based on Evolutionary Algorithms Coupled with CFD Solver, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering ECCOMAS 2000

[11] Haftka R.T., Ko A., Leifsson L.T., Mason W.H., Schetz J.A., Grossman B., MDO of Blended-Wing-Body Transport Aircraft with Distributed Propulsion, AIAA Paper 2003-6732, American Institute for Aeronautics and Astronautics

[12] Öesterheld C., Heinze W., Horst P., Preliminary Design of a Blended Wing Body Configuration using the Design Tool PrADO, Proceedings of CEAS Conference on Multi-Disciplinary Aircraft Design and Optimization, Köln, Germany 2001

[13] Dippold V.F., Schetz J.A, Analysis of Jet-Wing Distributed Propulsion form thick Wing Trailing Edges, AIAA Paper 2004-1205, American Institute for Aeronautics and Astronautics

[14] De Falco I., An introduction to Evolutionary Algorithms and their Application to the Aerofoil Design Problem – Part II: The Results, Von Karman Institute Lecture Notes on Inverse Design, Von Karman Institute, 1997

Matematické modelování odporových charakteristik leteckých profilů s přirozeným a řízeným přechodem do turbulence

Ing. Lukáš Popelka, Ústav termomechaniky, Akademie věd ČR, Praha

Článek je věnován ověření programu Xfoil pro účely aerodynamické optimalizace. Bylo určeno nastavení poměru amplitud *n* metody e^n výpočtu přechodu do turbulence, tak aby byla splněna potřebná přesnost výpočtu odporových charakteristik pro předběžný návrh letounu. Byly studovány případy s přirozeným a řízeným přechodem.

Úvod

Počáteční fáze návrhu každého letounu vytváří vyhraněnou potřebu rychlých a spolehlivých metod aerodynamické analýzy zapojených do optimalizačního procesu. Ačkoliv experimentální metody jsou schopny poskytnout všechna požadovaná data, cenově příznivé numerické metody mají zásadní důležitost.

Program Xfoil, [1] je považován za standardní nástroj pro analýzu subsonických profilů. Při daném součiniteli vztlaku c_L je třeba prokázat korektní výpočet poměru součinitelů odporu c_D mezi zkoumaným (označen $_i$) a referenčním ($_{ref}$) profilem, což je důležitější než jejich absolutní velikosti. Definujme následující poměr:

$$f_{cD} = \frac{c_{Dref}}{c_{Di}} \qquad (1)$$

Základním požadavkem je $f_{cD\exp} / f_{cDnum} = 1$. Dostatečné množství spolehlivých podkladů z měření v aerodynamických tunelech, věnovaných moderním laminárním profilům, je k dispozici pro srovnání. [2,3]

Přirozený přechod do turbulence

Byly vybrány profily NACA 63-618, Wortmann FX66-S-196 a Eppler E603 s referencí Wortmann FX61-163. Pro proměnnou hodnotu *n* v metodě e^n výpočtu přechodu, byly vypočteny hodnoty poměru uvedeného rovnicí (1) pro dvě Reynoldsova čísla, tab. 1.

	$f_{cD\exp LWK} / f_{cDnumXfoil}$	
n	Re = 10^6	Re = $3\cdot10^6$
5	0.973 ± 0.029	1.034 ± 0.038
9	0.993 ± 0.014	1.041 ± 0.019
11	1.010 ± 0.020	1.054 ± 0.024

Tab. 1 Shoda experimentálních a vypočtených hodnot c_D , rozsah $c_L = 0.2 \div 1.05$, spolehlivost 95%

Shoda pro *n = 9* je vyhovující pro dané účely. Obdobné výsledky byly získány pro řadu 6 NACA, při změně tloušťkové funkce od 63-415 do 66-415 a také pro rodinu profilů Wortmann FX 63-145/158/147/143. Poloha dokončení přechodu do turbulence byla srovnávána na profilech FX60-126, FX61-163, FX S02-196 a FX66-17AII-182. Zmíněné souřadnice byly opět vypočteny s dostatečnou přesností.

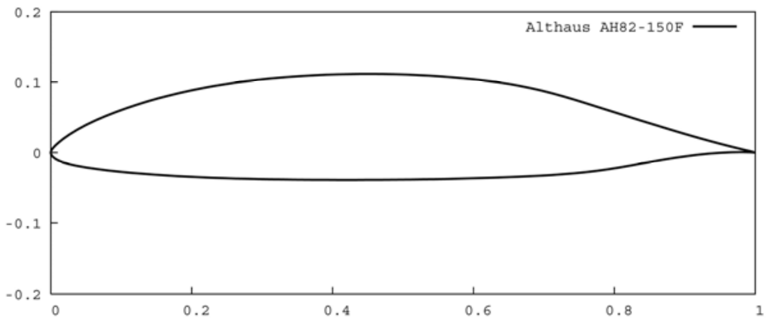
Řízení přechodu do turbulence

Profil Althaus AH82-150F, obr. 1, navržený pro řízení mezní vrstvy na obou stranách nabízí vhodný srovnávací případ. Všechny čtyři alternativy – bez řízení, s turbulátory na horní a spodní straně a s každým z nich samostatně – byly ověřovány při Re = 10^6, tab. 2.

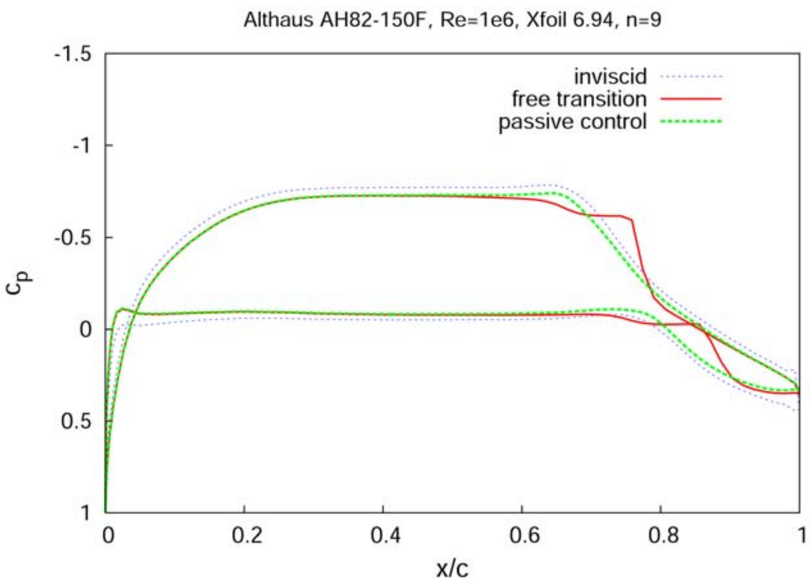
	$f_{cD\exp LWK} / f_{cDnumXfoil}$
n	Re = 10^6
5	1.047 ± 0.024
9	0.906 ± 0.020
11	0.837 ± 0.031

Tab. 2 Shoda experimentálních a vypočtených hodnot c_D , rozsah $c_L = 0.2 \div 0.9$, spolehlivost 95 %

Ačkoli je krajní chyba pro zvolenou spolehlivost opět vyhovující pro nastavení $n = 9$, střední hodnota $f_{cDnumXfoil}$ je posunuta proti $f_{cD\exp LWK}$. Výpočet zjevně nadhodnocuje zisky dosažené řízením přechodu. Tato skutečnost tedy musí být uvažována v obdobných případech a potvrzuje nutnost dalšího výzkumu vlivu pasivního turbulátoru na místní odtržení. Vypočtený vliv řízení mezní vrstvy na tlakové rozložení je uveden na obr. 2.



Obr. 1 Obrys profilu Althaus AH82-150F



Obr. 2 Vypočtená nevazká a vazká tlaková rozložení; výrazná místní odtržení

Shrnutí

Program Xfoil byl ověřen na vybraných případech profilů s přirozeným a řízeným přechodem do turbulence pro výpočty integrálních charakteristik. Ačkoliv nastavení pro $n = 9$ poskytuje požadovanou přesnost, byla ukázán významný posun vypočtených středních hodnot ve srovnání s experimentálními daty v případech s pasivním řízením. Prezentované poznatky byly využity pro optimalizaci profilů pro větroně s metodikou rozšířenou o případy se znečištěním náběžné hrany a turbulentním nabíhajícím proudem. [4]

Poděkování
Práce byla podpořena grantem GA AS CR No. A2076403.

Literatura

[1] Drela, M., Youngren, H.: Xfoil 6.9 User Guide. MIT, 2001, 33 p., URL: http://raphael.mit.edu/xfoil/ [citováno 1.6. 2006]

[2] Althaus, D., Wortmann, F.X.: *Stuttgarter Profilkatalog I*. 1st Ed. Braunschweig: Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft, 1981. 319 p. ISBN 3-528-08464-2

[3] Althaus, D.: *Niedriggeschwindigkeitsprofile*. 1st Ed. Braunschweig: Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft, 1996. 592 p. ISBN 3-528-03820-9

[4] Popelka, L.: PW series airfoils - numerical optimization and wind-tunnel measurement. In. Colloquium Fluid Dynamics. Prague: Institute of Thermomechanics AS CR, 2005, p. 117-120

Aerodynamická optimalizace symetrického turbulentního profilu pro ocasní plochy malých dopravních letounů multikriteriálním mikrogenetickým algoritmem

Mgr. András Szöllös, Prom. fyzik Petr Berák CSc., Mgr. Jaroslav Hájek, VZLÚ, a.s., Praha

Na ocasních plochách subsonických letounů vidíme často profil NACA 0012, případně LS(1)-0013. V tomto článku je popisováno hledání lepšího turbulentního profilu pomocí výpočtové optimalizace, jež byla provedena pomocí multikriteriálního mikrogenetického algoritmu s ε-dominancí a shlukováním. Byly získány paretovské (přesně řečeno ε-paretovské) fronty nedominovaných řešení evoluce pro tři charakteristické případy s maximem tloušťky ve dvaceti až třiceti, ve třiceti až čtyřiceti a ve čtyřiceti procentech tětivy.

Úvod

Pro ocasní plochy (dále OP) subsonických letounů je často volen symetrický profil NACA 0012 vzhledem k jeho vysokému maximálnímu vztlaku a poměrně nízkému odporu [1 až 4]. Na svislou OP v uspořádání T bývají z pevnostních důvodů používané i tlustší profily NACA. Tvary profilů čtyřciferné řady NACA byly formulovány analyticky, jsou zadány polynomy, ale ty byly voleny podle nejlepších starších profilů se změřenými aerodynamickými vlastnostmi.

V současné době bývá pro OP volen novější profil NASA LS(1)-0013 [4]. Má větší tloušťku, její maximum je víc vzadu, což je výhodné pro konstrukci nosníku V laminárním režimu má menší odpor, v turbulentním režimu má zhruba stejný odpor. Pro Reynoldsovo číslo větší než 4 miliony má vyšší maximální vztlak.

Používání převážně jen dvou profilů na OP subsonických letounů vzbuzuje pochybnosti, zda se nejedná o silný vliv tradice, zda by nebylo možné nalézt profily s lepšími vlastnostmi. K vyřešení této otázky jsou vhodné optimalizační metody. Klasické srovnávání změřených charakteristik je v době prudkého rozvoje počítačů účelné nahradit výpočtovými postupy. Pro ně je potřebné zformulovat vhodná tvarová omezení a aerodynamická kritéria.

Tvarové zadání

Výsledný profil bude symetrický. Z pevnostních důvodů jeho maximální tloušťka nesmí klesnout pod 13,0 procent tětivy. Poloha maximální tloušťky nebude zadána, bude užitečné vyzkoušet více poloh. Tloušťka odtokové hrany bude volena podle ověřeného LS(1)-0013 minimálně 0,6 procent tětivy. To zvýší účinnost kormidel při malých výchylkách a přitom odpor zvětší jen zanedbatelně.

Aerodynamické zadání

Laminární obtékání lze očekávat na neznečištěných OP sportovních letounů. Ale u malých dopravních letounů s pneumatickými odledňovacími zařízeními na náběžných hranách lze očekávat turbulentní mezní vrstvu za jejich zadními hranami. Proto požadujeme přechod do turbulence na obou stranách profilů v sedmi procentech tětivy.

Budeme sledovat tři případy. Reynoldsova a Machova čísla v nich odhadneme tak, aby odpovídala malému dopravnímu letounu.

V cestovním režimu je účelné požadovat co nejmenší odpor, tedy minC_D při $\alpha = 0°$, Re = $6x10^6$, M = 0,3. V tomto režimu stráví letoun většinu času a proto má největší vliv na úspory paliva.

Pro manévrování s vychýlenými kormidly lze nouzově vliv vychýlení kormidla na obtékání náběžné hrany nahradit úhlem náběhu celého profilu. Jedná se jen o relativní srovnávání přírůstku odporu. Opět se jedná o hledání malého odporu, tedy hledáme minC_D při $\alpha = 5°$, Re = $6x10^6$, M = 0,3. Čas strávený manévrováním není velký, tento požadavek je proto jen doplňkový.

Pro vzlet a přistání s bočním větrem + let s jedním motorem budeme z bezpečnostních důvodů požadovat maxC_{Lmax}, Re = $2x10^6$, M = 0,12. V těchto režimech letoun sice nestráví mnoho času, ale z hlediska bezpečnosti musí splňovat předepsané požadavky.

Multikriteriální evoluční optimalizace

Zvyšováním výkonu počítačů se v posledních letech dostává stále více do popředí snaha o optimalizaci prakticky ve všech odvětvích vědy a techniky. V oblasti technické se jedná o vylepšování vlastností daného zařízení, případně jeho součástí, vzhledem k určitému kritériu nebo kritériím, kterých je ve většině případů několik. K tomuto účelu se běžně používají gradientní nebo evoluční metody. První se hodí pouze pro jednokriteriální úlohy, neboť gradientní metody jsou jednobodové, t.j. startují výchozím návrhem a po určité době je jejich výsledkem jeden bod v návrhovém prostoru, od výchozího třeba odlišný.

Ovšem, jak bylo uvedeno výše, reálné optimalizační úlohy jsou obvykle vícekriteriální (například v aerodynamice při optimalizaci profilu je nutno brát v úvahu několik letových režimů, průběh klopivých momentů atd.). Abychom opět mohli použít gradientní metodu nebo abychom mohli použít běžný jednokriteriální evoluční algoritmus, obvykle se multikriteriální problém převede na jednokriteriální pomocí tzv. metody váhových funkcí, t.j. definuje se skalární funkce (pro názornost uvádíme dvoukriteriální úlohu):

$$F = v_1 . f_1 + v_2 . f_2 \qquad (1)$$

kde f_1 a f_2 jsou jednotlivá kritéria a v_1 v_2 představují váhy jim přiřazené. Pak stačí optimalizovat funci *F*. Nevýhodou této metody je, že její úspěšnost je závislá na volbě váhových koeficientů. Navíc, jednotlivá kritéria optimalizačního problému jsou vzájemně často protichůdná, tudíž optimalizace by měla vést k souboru kompromisních ploch, vyjadřujících tento fakt a nikoli k jednomu bodu, jako v případě metody váhových funkcí. Proto je potřeba optimalizaci tímto způsobem mnohokrát opakovat, abychom získali co nejúplnější obraz o povaze těchto kompromisních ploch.

Jako velmi slibné se v tomto směru jeví genetické algoritmy [5], které také vděčí za svou popularitu rapidnímu nárůstu výkonu současných počítačů. Genetické algoritmy napodobují vývoj v přírodě tím, že na populaci vhodných jedinců necháme působit evoluční operátory (v běžném případě): selekci, křížení a mutaci a po uplynutí dostatečného času evoluce dospěje k optimálnímu stavu. Optimum je v případě jednokriteriálního problému jeden jedinec, ale v případě vícekriteriálním získáváme přímo plochu nejlepšího kompromisu mezi jednotlivými kritérii – tzv. paretovskou frontu nedominovaných jedinců [6]. Jinými slovy – během evoluce nelze získat jiné jedince, kteří by byli lepší (při zohlednění všech kritérií), než jedinci, nacházející se na paretovské frontě.

Pro názornost: na obr. 1 dvoukriteriální evoluce startuje z bodu G a přes body D, E, F dospívá k paretovské frontě. V praxi je velice výhodné generovat tzv. ε-aproximovanou paretovskou frontu, t.j. aproximaci paretovské fronty, získanou vyhodnocováním pomocí ε-dominance. Evolučním algoritmům, schopným generovat paretovskou (ε-aproximovanou) frontu, říkáme multikriteriální. Tato vlastnost je jejich zásadní výhodou oproti metodě váhových funkcí, neboť takhle získáme úplnou informaci o optimálních kompromisech mezi jednotlivými kritérii v jediném běhu. Informace, získaná metodou váhových funkcí je pouze částečná.

Multikriteriální evoluční algoritmus vygeneruje v návrhovém prostoru podstatně více bodů a s lepším rozložením. Navíc, metoda váhových funkcí zcela selhává, je-li paretovská fronta konkávní [7]. Pokaždé totiž zkonverguje do jednoho z jejích krajních bodů, jelikož pro ni jsou vnitřní body této fronty vždy suboptimální. Uvedenou situaci vystihuje obr.2, kde, mimochodem, bod C navíc odpovídá předčasně zkonvergovanému gradientnímu algoritmu, který k paretovské frontě ani nedospěje, nestartuje-li v jejím bezprostředním okolí.

Z výše uvedených důvodů jsme se od začátku zaměřili výlučně na výzkum a vývoj multikriteriálního algoritmu. Výsledkem této snahy je multikriteriální mikrogenetický algoritmus s automaticky se měnícím rozsahem prohledávaného návrhového prostoru (adaptace), obsahující shlukování [8]. Pokud se týká vyhodnocování, je založený na ε-dominanci, kvůli vhodnému vzorkování prostoru [9]. Slovo mikrogenetický znamená, že evoluce používá extrémně malou populaci – pouze čtyři jedince.

Nejprve byl úspěšně testován na referenčních dvou- a tříkriteriálních testovacích úlohách. Poté, abychom ověřili jeho účinnost na reálné úloze, jsme s úspěchem optimalizovali profil větroně standardní třídy. Výsledky této optimalizace, jakož i paretovské fronty pro testovací úlohy budou publikovány v časopise [10].

Výsledky

Poté následovala optimalizace, vycházející ze symetrických turbulentních profilů NACA 0013 a NASA LS(1)-0013. Optimalizovali jsme profily s maximem tloušťky mezi dvaceti až třiceti, třiceti až čtyřiceti a čtyřiceti až padesáti procenty tětivy. Vyhodnocování profilů bylo prováděno balíkem XFOIL verze 6.94 [12].

Výslednou ε-aproximovanou paretovskou frontu lze najít na obrázku 3. Osa x (na obr. 3.a) “pravolevá” s rozsahem hodnot 0,0079 až 0,0085) zobrazuje minimální součinitel odporu v cestovním režimu, osa y (“předozadní ”s rozsahem hodnot 0,0085 až 0,0095) odpovídá minimálnímu součiniteli odporu v manévrovacím režimu a osa z (svislá s rozsahem 1,1 až 1,9) reprezentuje maximální součinitel vztlaku pro vzlet a přistání. Varianta a) odpovídá “obecnému” náhledu, b) představuje její průmět do roviny první a třetí kriteriální osy, c) do roviny první a druhé a d) do roviny druhé a třetí kriteriální osy. Červená hvězdička zobrazuje výchozí profil NACA 0013. Výše uvedené rozsahy jednotlivých kritérií jsou na všech obrázcích zachovány. Pro profily s maximem tloušťky ve dvaceti a čtyřiceti procentech tětivy jsou příslušné paretovské fronty analogické, proto zde nejsou uvedeny.

Mikrogenetický algoritmus bez problémů vygeneroval ε-aproximované paretovské fronty pro všechny tři případy. Pokaždé představují plochu, ač vznikly sjednocením několika optimalizačních běhů. Je to patrné především při jejich prohlížení zobrazovacím balíkem GNUPLOT, který umožňuje obrázek libovolně otáčet. Je to ale částečně vidět i z obrázků. Tento fakt naznačuje dobrou míru zkonvergovanosti evoluce i navzdory použité extrémně malé populaci a nepříliš velkému počtu generací evoluce (dva až tři tisíce).

Jak je vidět, je obtížné minimalizovat odpor v cestovním režimu. Menší hodnoty než u výchozího profilu lze získat pouze snížením maximálního součinitele vztlaku. Pro manévrovací režim platí prakticky totéž.

Obr. 3c) naznačuje, že v případě profilů s maximální tloušťkou ve 30 procentech tětivy pro hodnotu minimálního součinitele odporu v cestovním režimu, rovnajícím se hodnotě pro původní profil, lze získat navýšení maximálního součinitele vztlaku, jdoucí až k deseti procentům, ale opět za cenu mírného zhoršení součinitele odporu v manévrovacím režimu. Ke zvýšení vztlaku dochází patrně zvětšením tloušťky odtokové hrany, které sebou nese zvýšení odporu ve všech režimech.

Na obrázku 4 nalezneme tři ukázky optimalizovaných profilů: a) s maximem tloušťky ve 20 procentech, b) ve 30 procentech, c) ve 40 procentech tětivy.

Závěr

Optimalizací symetrického turbulentního profilu jsme přispěli k dalšímu ověření funkce našeho multikriteriálního mikrogenetického algoritmu a díky získaným zkušenostem jsme ho dále vylepšili. I v tomto případě se osvědčilo použití extrémně malé populace jedinců, vstupujících do evoluce. Jedná se tudíž o další fakt, naznačující správnost teoretického tvrzení D. Goldberga, podle kterého nutnou podmínkou konvergence evoluce jsou minimálně tři jedinci.

Na druhé straně blízkost výchozího profilu a plochy paretovských front také ukazují, že výchozí profily byly navrženy velmi dobře a je obtížné je nějakým způsobem výrazně překonat. Zdá se, že aerodynamický profil je z hlediska optimalizace někdy příliš jednoduchý, proto je potřeba se zaměřit na optimalizaci složitějších konfigurací jako například křídlo, křídlo s trupem, případně celý letoun. Zde lze očekávat zajímavé nové varianty, případně i různá překvapení.

Poděkování

Práce byly financovány Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky v rámci Výzkumného záměru MSM0001066901: *Rozvoj aplikované vnější aerodynamiky*.

Literatura

[1] Jacobs, E. N., Ward, K. E., Pinkerton, R. M.: *The Characteristics of 78 Related Airfoil Sections from Tests in the Variable-Density Wind Tunnel.* NACA Rep. 460, 1933.

[2] Jacobs, E. N., Sherman, A.: *Airfoil Section Characteristics as Affected by Variations of the Reynolds Number*. NACA Rep.586, 1937.

[3] Abbott, I. H., Doenhoff, A. E., Stivers, L. S.: *Summary of Airfoil Data*. NACA Rep. 824, 1945.

[4] Ferris, J. C., McGhee, R. J., Barnwell, R. W.: *Low-Speed Wind-Tunnel Results for Symmetrical NASA LS(1)-0013 Airfoil.* NASA TM 4003, 1987.

[5] Michalewicz, Z. Fogel, D. B.: *How to solve it. Modern Heuristics*, Springer 2004.

[6] Deb K.: Multi-objective Genetic Algorithms: *Problem Difficulties and Construction of Test Problems*. Evolutionary Computation, **7**(3):205-230, 1999.

[7] Obayashi, S., Sasaki, D., Oyama, A.: *Finding Tradeoffs by Using Multiobjective Optimization Algorithms*, *Transactions of JSASS*, Vol **47**, No. 155, pp. 51-58, May 2004.

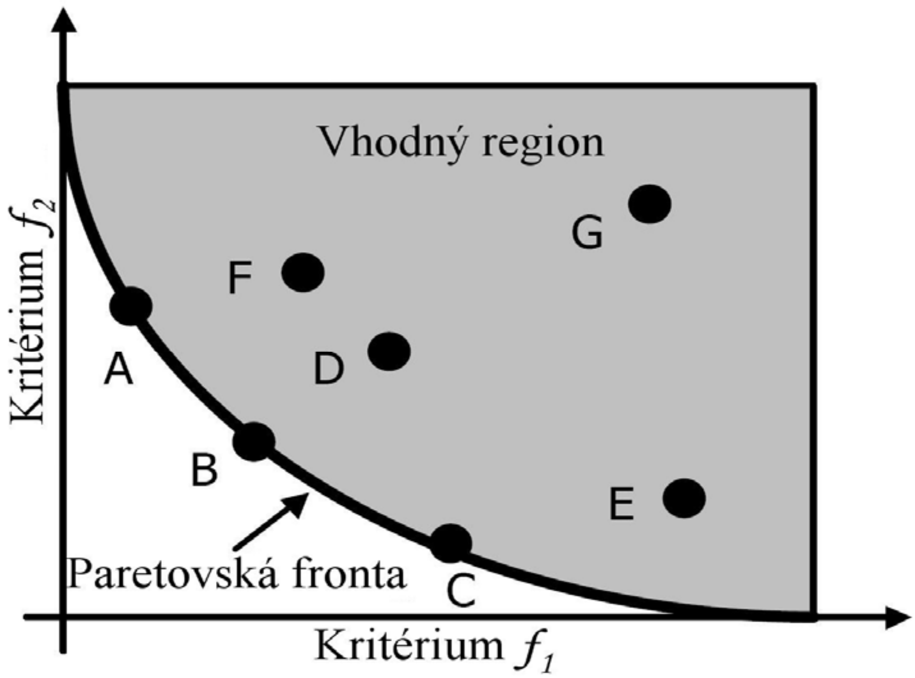
[8] Deb, K., Agarwal, Pratab, S. A., Meyarivan, T.: *A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II*, KanGAL report 200001, Indian Institute of Technology, Kanpur, India, 2000.

[9] Laumanns, M., Thiele, L., Deb, K., Zitzler, E.: *Combining Convergence and Diversity in Evolutionary Multi-Objective Optimization.* Evolutionary Computation 10 (2002) pp. 263-282.

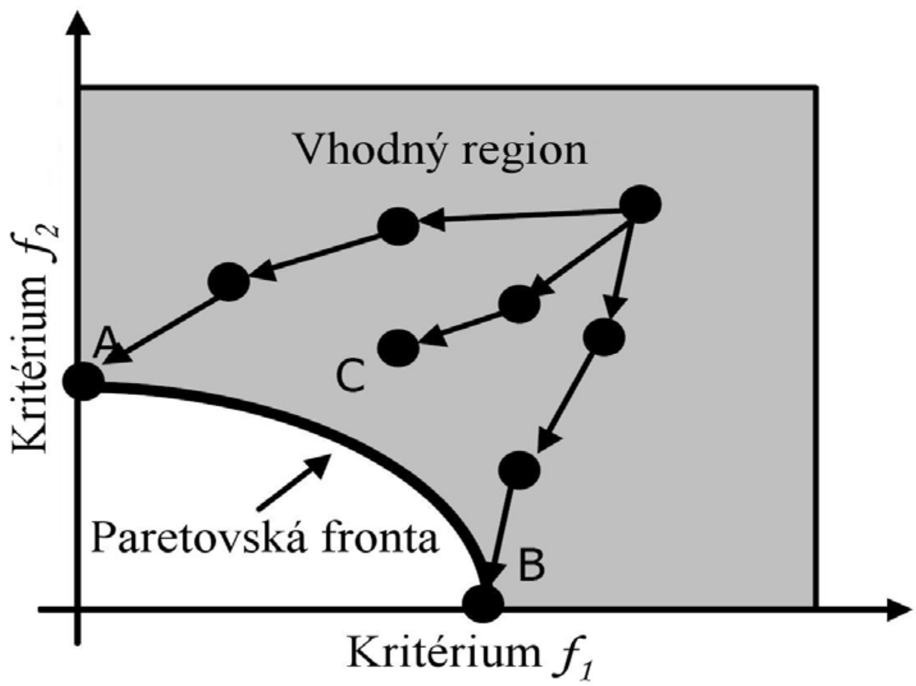
[10] Szőllős, A., Šmíd, M.: *Testing a New Multi-objectiveMicro-genetic Algorithm with Range Adaptation, Elitist-Random Reinitialization, Crowding and ε-Dominance.* Zasláno k opublikování.

[11] David E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishng Company, Inc., Reading, MA, 1989.

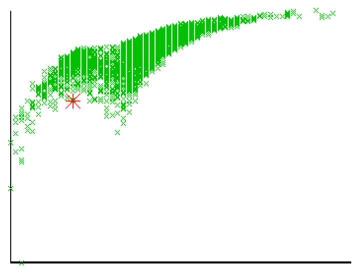
[12] Drela, M.: *XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils*. Low Reynolds Number Aerodynamics, Springer-Verlag, New York, 1989, pp. 1-12.



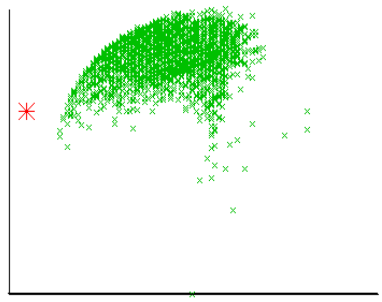
Obr. 1 – Konvexní paretovská fronta



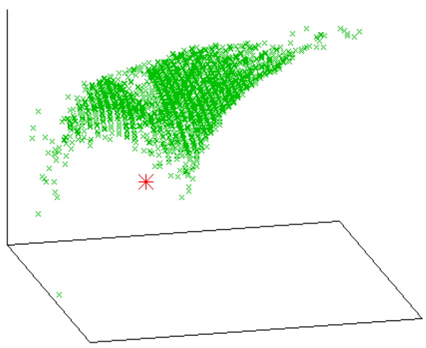
Obr. 2 – Konkávní paretovská fronta



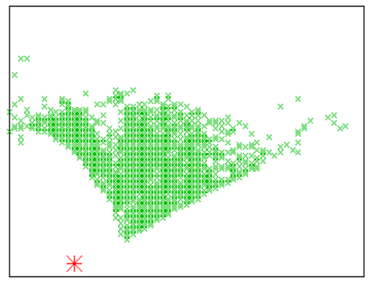
a)



b)

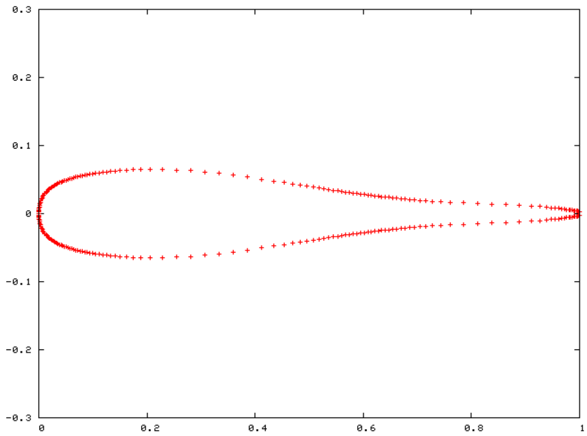


c)

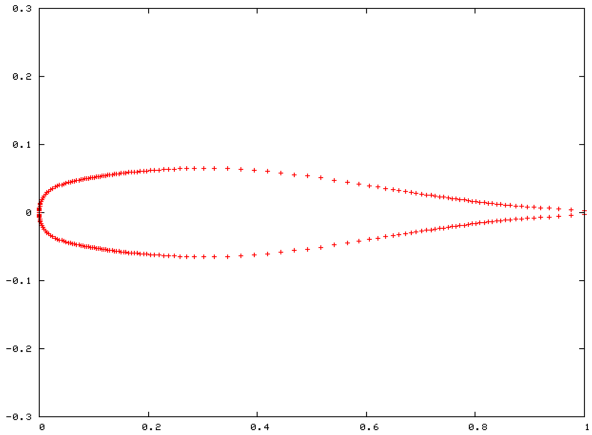


d)

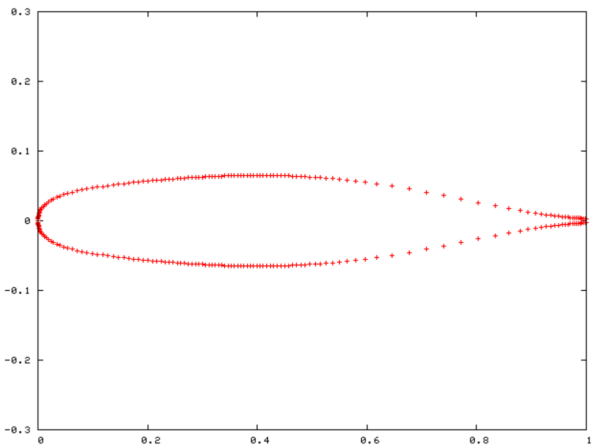
Obr. 3 - ε-aproximovaná paretovská fronta profilů s maximem tloušťky ve 30 procentech tětivy



a)



b)



c)

Obr. 4 - Ukázky optimalizovaných profilů

Užití parametrizace PARSEC při optimalizaci aerodynamických profilů

Mgr. Jaroslav Hájek, VZLÚ

Příspěvek se zabývá získanými poznatky o parametrizaci aerodynamických profilů pomocí schématu PARSEC a jejím použití při optimalizacích. Schéma PARSEC bylo zahrnuto do systému VAGP pro parametrizaci letounů.

Označení:

c_L	součinitel vztlaku profilu
c_D	součinitel odporu profilu
c_M	součinitel momentu profilu
Re	Reynoldsovo číslo
M	Machovo číslo

Úvod

Aerodynamické profily jsou tradičně reprezentovány pomocí souřadnic. Pro účely optimalizací a práce s velkým množstvím profilů obecně je ovšem často potřeba vyjádřit tvar profilu zjednodušeně pomocí několika (až několika desítek) reálných čísel – parametrizovat jej. Existuje několik různých úspěšných druhů parametrizací – např. pomocí Beziérových křivek či splinů [1] nebo Hicks-Hennových tvarových funkcí [2]. Výše uvedené parametrizační metody sdílejí jednu společnou nevýhodu – použité kontrolní (návrhové) proměnné nemají žádný přímý geometrický (technický) význam. Typické omezující podmínky na geometrický tvar profilu pak vedou i ke značně komplikovaným omezujícím podmínkám vyjádřeným v těchto návrhových proměnných, což pro mnoho optimalizačních algoritmů představuje vážné problémy.

Pro účely optimalizací profilů jsme proto užili parametrizaci (přesněji řečeno, „rodinu“ parametrizací) PARSEC, která umožňuje používat jako návrhové proměnné konkrétní geometrické charakteristiky profilu a zjednodušuje tak omezující podmínky a zejména ladění parametrů optimalizace, což je u evolučních algoritmů často kritické.

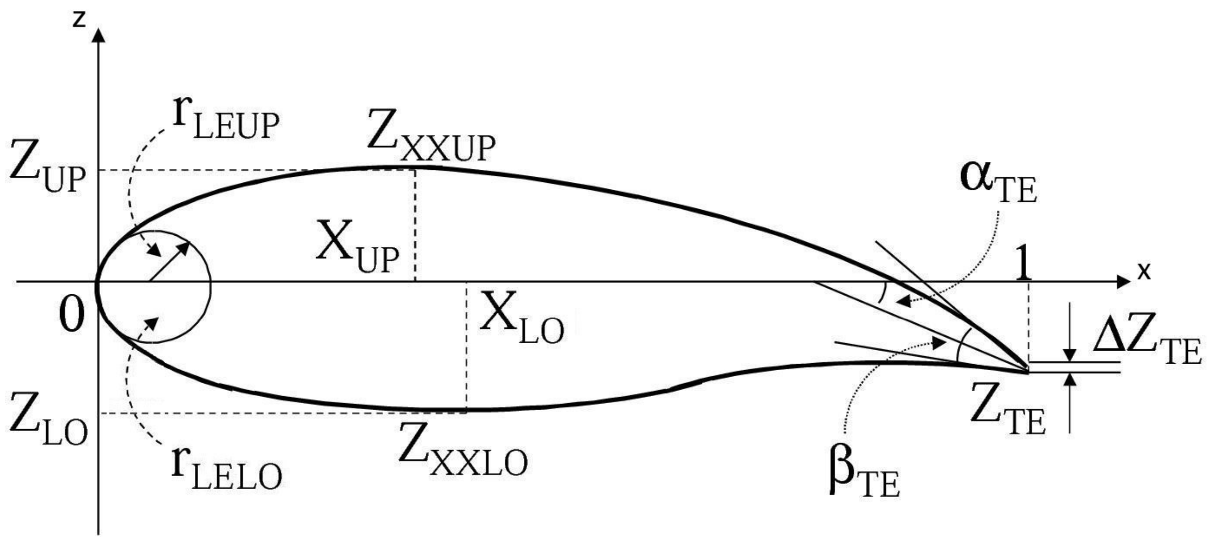
Popis parametrizace PARSEC

Parametrizace PARSEC vyjadřuje horní (UP) a dolní (LO) povrch profilu rovnicemi:

$$y^{UP}=\sum_{i=1}^{6} a_i^{UP} x^{e_i^{UP}} \quad y^{LO}=\sum_{i=1}^{6} a_i^{LO} x^{e_i^{LO}}$$

Koeficienty e_i zde typicky vystupují jako konstanty, a_i jako proměnné. Různou volbou exponentů e_i lze získat různé variace parametrizace PARSEC. Originální PARSEC H.Sobieczkeho (viz [3]) např. používá volbu $e_i^{UP}=e_i^{LO}=i-0.5$.

Hlavní přitažlivost metody PARSEC tkví v tom, že a_i nejsou skutečné návrhové proměnné – ty jsou dány 12 geometrickými charakteristikami na následujícím obrázku:



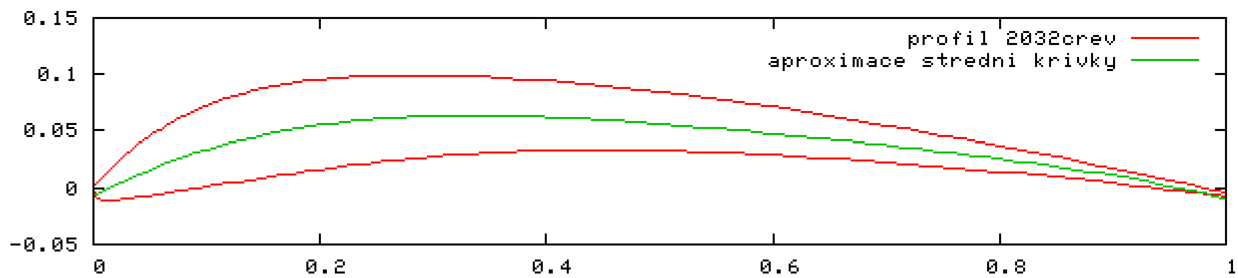
Návrhové proměnné PARSEC

Jednotlivé parametry vyjadřují horní a dolní poloměry křivosti náběžné hrany (r_{LEUP},r_{LELO}), pozice maxim obou povrchů (X_{UP},X_{LO},Z_{UP},Z_{LO}) a reciproké křivosti (druhé derivace) v nich (Z_{XXUP},Z_{XXLO}), dále úhel odtokové hrany (α_{TE}), sklon odtokové hrany (β_{TE}), její z-ová souřadnice (Z_{TE}) a tloušťka (ΔZ_{TE}). Jsou-li splněny základní předpoklady na exponenty e_i , lze pak od těchto 12 návrhových proměnných přejít k analytickému vyjádření řešením malé lineární soustavy 12 rovnic o 12 neznámých, nebo dvou soustav 6 rovnic o 6 neznámých.

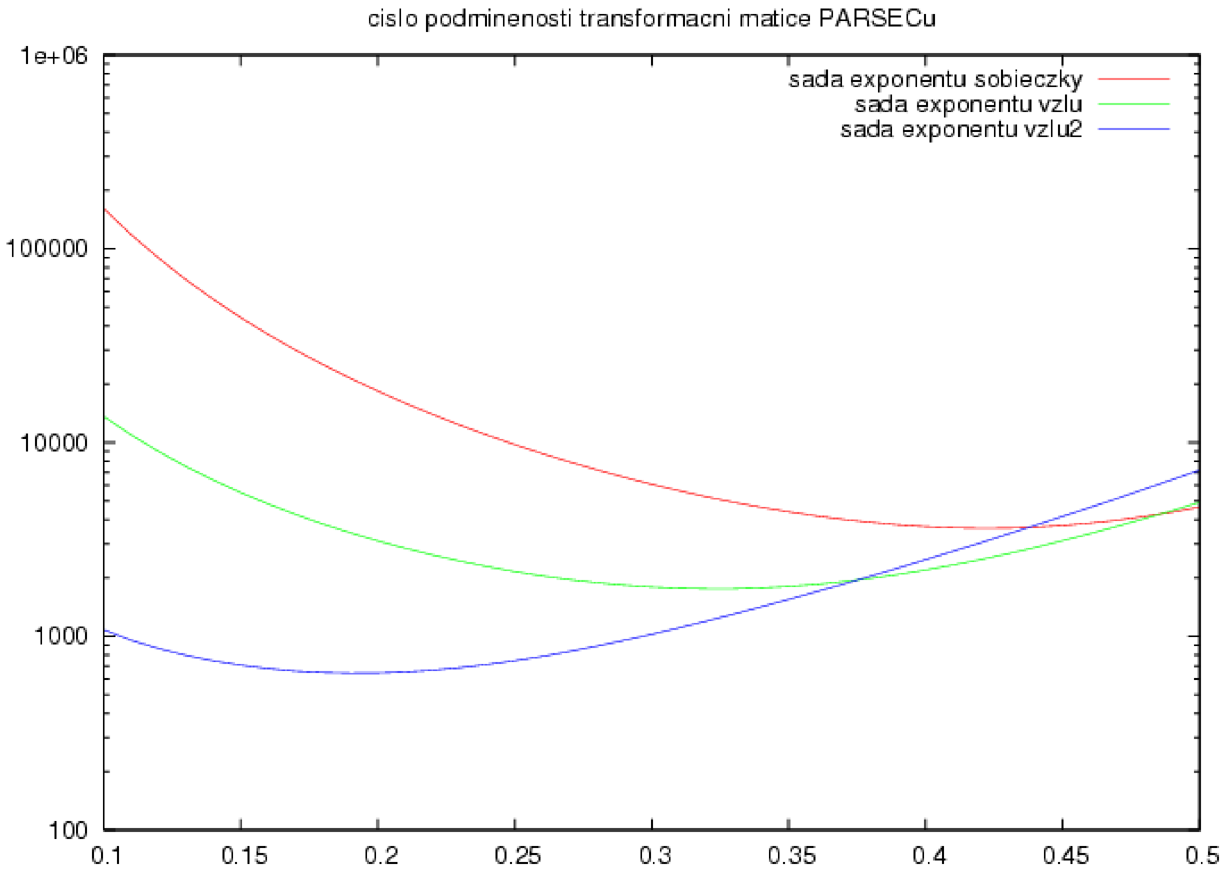
Omezení parametrizace

Použití parametrizací PARSEC není univerzální. Nevelký počet stupňů volnosti nedovoluje příliš velkou geometrickou rozmanitost, přesto však PARSEC poměrně dobře aproximuje subsonické a transonické profily nemající velké zakřivení. Nízký počet stupnů volnosti je naopak výhodou při zahrnutí PARSECu do větších parametrizačních schémat celých křídel či letounů, jako je VAGP, protože zde je potřeba udržovat počet proměnných co nejnižší.

Základní omezující podmínkou PARSECu je, že předpokládá vrchol náběžné hrany v počátku (bod nejvíce vlevo se svislou tečnou), což u některých typů profilů nemusí být při přirozeném umístění tětivy na ose x splněno. Typický profil nevhodný pro parametrizaci PARSECem je na následujícím obrázku:



I pokud je tato podmínka splněna, přesto existuje jen omezená oblast návrhových vektorů (vektorů návrhových proměnných), které dávají smysluplné profily. Dobrým ukazatelem je například číslo podmíněnosti transformační lineární soustavy 6x6 zmíněné v předchozí sekci, které nesmí příliš vzrůst. Toto číslo závisí na x-ové souřadnici bodu maxima (horního nebo dolního, podle toho o kterou ze soustav jde) a jeho průběh je znázorněn na následujícím obrázku:



Opět lze odtud vyčíst, že PARSEC je nevhodný zejména pro více zakřivené profily, kde se zpravidla poloha dolního maxima pohybuje ve větší blízkosti náběžné hrany.

Optimalizace

K multikriteriální optimalizaci bylo použito mikrogenetického algoritmu (micro-GA) propojeného s programem XFOIL [4].

Program XFOIL je navržen jako interaktivní prostředí, takže pro výpočty byl vyvinut „komunikační kanál“ umožňující adaptivně v jediném běhu programu posílat příkazy a zároveň číst výstupy, a reagovat tak na místní selhání konvergence nebo optimalizovat úhel náběhu pro maximální vztlak. Robustnost i rychlost vyhodnocování profilů tak byla oproti jednoduché „dávce“ (předem předepsané sekvenci příkazů) několikanásobně zvýšena. Zároveň jsme využili přirozené paralelizovatelnosti úlohy – profily v jedné generace evolučního algoritmu mohou být vyhodnocovány současně na různých procesorech. Vzhledem k dostatečné rychlosti vyhodnocování nebylo potřeba evoluční algoritmus nijak urychlovat.

Uvedeme zde příklad optimalizační úlohy. Touto úlohou byla optimalizace křídla kluzáku vedená třemi kritérii

1. minimalizovat c_D při c_L = 1,05, Re = 1,29, M = 0,08 (v obrázcích značeno CD1)
2. minimalizovat c_D při c_L = 0,63, Re = 2,04, M = 0,12 (v obrázcích značeno CD2)

3. minimalizovat c_D při c_L = 0,86, Re = 1,63, M = 0,10 (v obrázcích značeno `CD3`)

a dále omezujícími podmínkami

i. maximální c_L profilu alespoň 1,5

ii. tloušťka profilu alespoň 13% délky tětivy

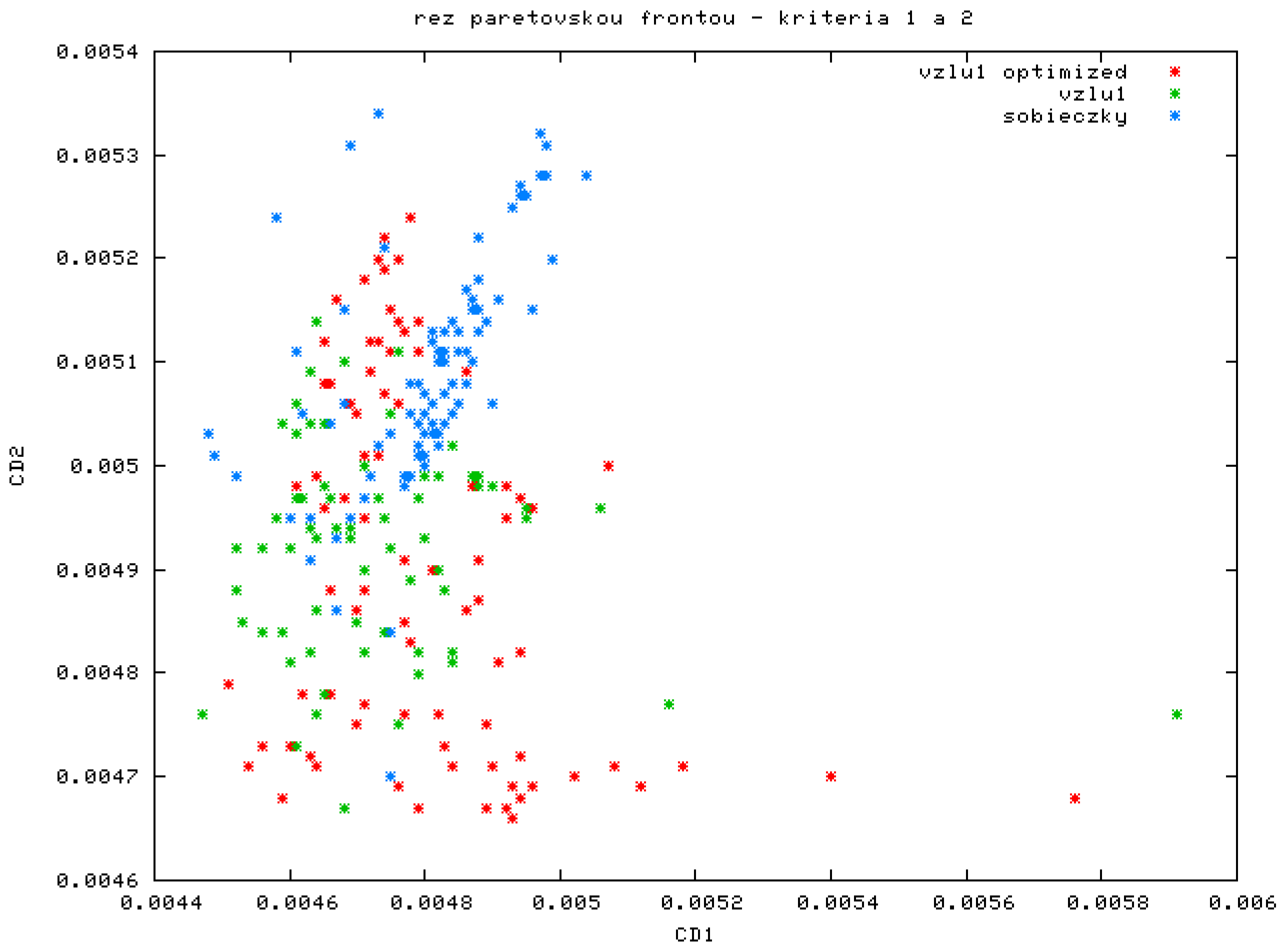
iii. tloušťka odtokové hrany alespoň 0,25% délky tětivy.

Kromě těchto hlavních podmínek bylo potřeba ještě specifikovat další omezující podmínky upravující stabilitu momentů a tvar vztlakové čáry profilu.

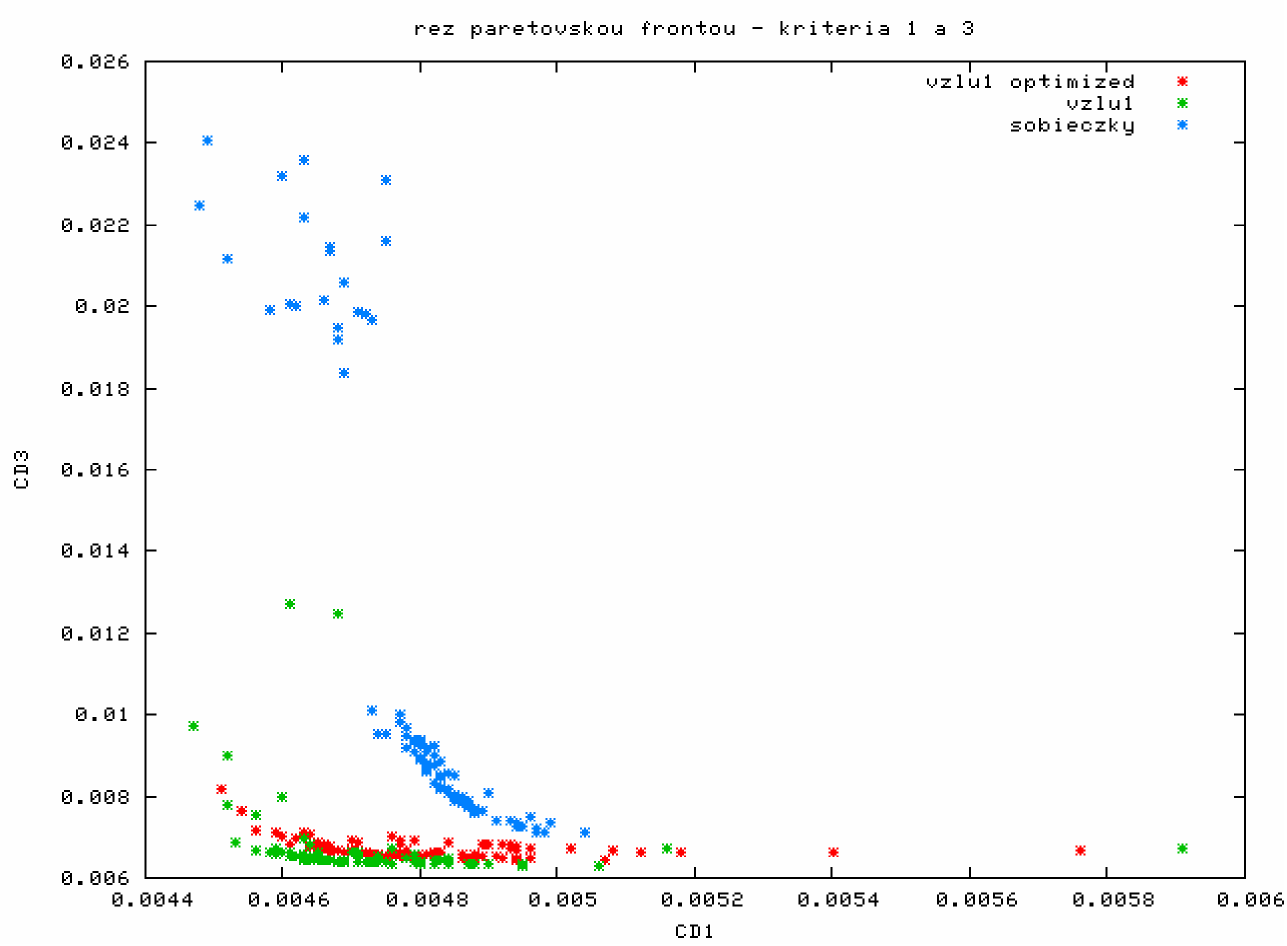
Dimenze návrhového vektoru (tj. počet nezávislých návrhových proměnných) je rovna 12. Je však možno zahrnout mezi návrhové proměnné též exponenty (bez přímého geometrického významu) a získat tak celkem 22 stupňů volnosti.

Tři různé sady exponentů (a tedy 3 různé parametrizace) byly použity pro tuto optimalizační úlohu: `sobieczky` je originální Sobieczkého sada, `vzlu1` je heuristicky odvozená nová sada, a `vzlu1 optimized` je sada která z této vznikla optimalizací exponentů. Dvoudimenzionální průměty výslednými archivy (aproximace paretovské fronty) jsou vidět na následujících obrázcích:

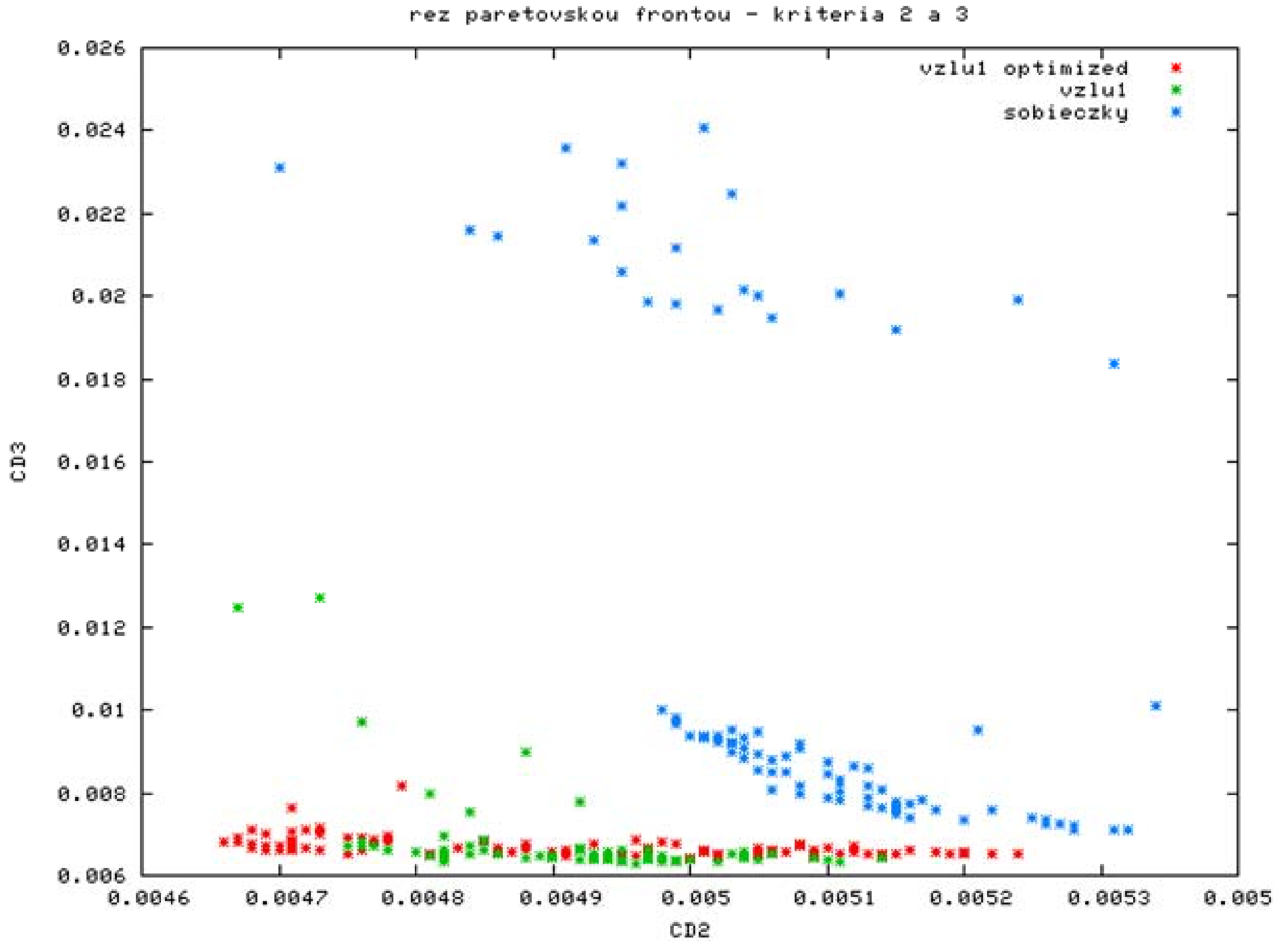
Ilustrace 1: Průmět 1-2



Ilustrace 2: Průmět 1-3



Ilustrace 3:
Průmět 2-3



Apriorní kritéria pro výběr parametrizací

Značná citlivost výsledků optimalizace v závislosti na parametrizaci byla pozorována mnoha autory. Je tomu tak proto, že změnou parametrizace de facto změníme cílovou funkci. Tato změna není zcela náhodná, neboť vždy aproximujeme „skutečný“ optimalizační problém (často s nekonečnou nebo alespoň velmi velkou dimenzí) na prostoru všech „zajímavých“ objektů, který ne vždy lze přesně specifikovat. Nicméně přesto může mít tato změna velmi závažné důsledky na výsledek. Kvalitu použité parametrizace lze jen těžko předpovídat – hlavní slovo při výběru vhodné parametrizace tak má zkušenost. Pokud však takovou zkušenost nemáme, můžeme se pokusit rozhodovat na základě různých heuristických kritérií. Především je zde počet stupňů volnosti, tedy počet návrhových proměnných. Je velmi rozumné očekávat, že parametrizace s větším počtem proměnných dá (při úplné konvergenci algoritmu) lepší výsledek než parametrizace s nižším počtem. Na druhou stranu větší počet proměnných značně zvětšuje prohledávaný prostor a zpomaluje tak algoritmus, který tak potřebuje vyhodnotit více návrhových vektorů, čímž prodlužuje výpočet. Nelze tedy zvyšovat počet proměnných libovolně. Zpravidla si stanovíme nějaký optimální počet na základě předchozích zkušeností, nebo je tento počet dán typem parametrizace či přímo úlohou.

Často tak může nastat situace, kdy máme k dispozici více typů parametrizace se stejným počtem návrhových proměnných, a musíme se mezi nimi rozhodnout – například různé sady exponentů pro parametrizaci PARSEC. I zde je možné navrhnout kritéria, která umožňují předem hrubě odhadnout, která parametrizace bude lepší.

Na výše uvedené optimalizační úloze jsme jedno takové heuristické kritérium otestovali. Na základě „bázového návrhu“, tedy výchozího profilu, který jsme chtěli optimalizovat (to je v praxi běžná situace) lze každé sadě exponentů pro PARSEC přiřadit nezáporné číslo udávající její „nekvalitnost“ v okolí tohoto profilu. Čím větší číslo, tím horší výsledek. Teoretická dolní mez je 0, ale nelze říci, zda jí některá PARSEC sada může vůbec dosáhnout. Tato kritéria je třeba vždy posuzovat relativně a pečlivě zvažovat, kdy lze rozdíl považovat za podstatný.

Sada	***kritérium***
`vzlu1 optimized`	4,76
`vzlu1`	4,83
`sobieczky`	12,7

Výsledky jsou v překvapivé shodě s pozorováním. Skutečně, z hlediska paretovské fronty (viz obrázky výše) je sada `sobieczky` výrazně nejhorší, `vzlu1 optimized` je pak o něco málo lepší než `vzlu1`. Je podstatné říci, že toto kritérium je nezávislé na optimalizační úloze, jen volně založené na geometrických úvahách o vstupech pro řešič XFOIL a charakteru použitého optimalizačního algoritmu. Kritéria částečně využívající charakteristiky dané úlohy by mohla být podstatně silnějším nástrojem.

Věříme, že takováto apriorní kritéria mohou být užitečnou pomůckou při volbě parametrizace, a proto budeme pracovat na jejich dalším vývoji.

Poděkování:

Rád bych poděkoval MŠMT za finanční podporu projektu v rámci výzkumného záměru MSM0001066901 *Rozvoj aplikované vnější aerodynamiky.*

Literatura:

[1] Braibant,V., Fleury, Cl.: Shape optimal design using B-splines, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 44, pp. 247-267 (1984)

[2] Hicks, R, Henne, P., Wing Design by Numerical Optimization, Journal of Aircraft, Vol. 15, No. 7, 1978

[3] Sobieczky, H.: Parametric Airfoils and Wings

<http://www.as.dlr.de/hs/h-pdf/H141.pdf>. In: K. Fuji and G. S. Dulikravich (Eds.): Notes on Numerical Fluid Mechanics, Vol. 68, Wiesbaden: Vieweg (1998)

[4] XFOIL, http://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/

Jednoduché metody optimalizace profilů křídel

Prof. Ing. Karol Filakovský CSc., Ing. Jan Friedl, Ph.D., Letecký ústav FSI VUT Brno

Historií letectví se táhne jako červená nit snaha o vylepšení výkonů letadel, zejména vylepšováním nosného systému, tj. křídel u letounů, protože je to nejefektivnější. Vlastnosti křídel velmi závisí na aerodynamických charakteristikách profilů křídel. Optimalizace profiláže začala hned v prvních letech vývoje letadel a pokračuje dodnes. Výkonné počítače umožňují používat tzv. silové metody optimalizace, protože výpočet jedné varianty profilu může trvat jen několik sekund. Samotná optimalizace vyžaduje vyřešit 3 skoro nezávislé úlohy: - jednoduchý a přitom dostatečně obecný popis tvaru profilu s minimálním počtem tvarových parametrů, - aerodynamický řešič, který k danému tvaru, geometrii profilu, vypočte jeho aerodynamické charakteristiky, - optimalizační program, který v nepřeberném množství tvarů nalezne takovou kombinací parametrů popisujících tvar profilu, která dává maximální nebo minimální hodnoty cenové funkce, tedy např. minimum odporu, maximum vztlaku, jejich vhodné kombinace včetně omezení klopivých momentů, atd.

Tvar profilů je obecně zadáván souřadnicemi na jeho horním a dolním povrchu. Celkový počet bodů by měl být dostatečný k přesnému popisu, obvykle byl v minulosti používán popis s počtem bodů kolem třiceti, dnes používáme cca pětkrát větší počet bodů. Jednoduchý matematický popis tvaru obecného profilu neexistuje. Zjednodušeně lze profil popsat popisem horního a dolního povrchu zvlášť např. pomocí polynomů vhodného stupně, popis však není zcela obecný. Horní nebo dolní povrch lze dobře popsat ve třech charakteristických bodech: - na náběžné hraně zadáme její poloměr, - dále zadáme maximum (minimum) a jeho polohu, eventuálně druhé a vyšší derivace v tomto bodě, - na odtokové hraně zadáme její tloušťku a úhel sklonu v odtokovém bodě, eventuálně druhé a vyšší derivace. Počet zadávaných hodnot je minimálně pět pro horní nebo dolní povrch, celkově deset. Tloušťka odtokové hrany profilu se skládá z půl tloušťky horní a dolní a tyto hodnoty mohou být stejné. Celkový počet zadávaných hodnot (parametrů) se tak sníží na devět. Můžeme požadovat aby poloměry náběžné hrany horního a dolního byly stejné, celkový počet parametrů se sníží na osm. Symetrický profil bude mít jako minimum jen pět parametrů. Vyšší počet parametrů je možný, můžeme zadat druhé a vyšší derivace v bodě maxima a na odtokové hraně horního a dolního povrchu. Některé kombinace parametrů mohou dávat fyzikálně nereálné profily, se zápornou tloušťkou a jinými podobnými vadami. Proto je vždy nutná kontrola souřadnic a vyloučení nereálných kombinací parametrů.

Řešení aerodynamických charakteristik profilu patří mezi základní úlohy aerodynamiky. Známe tvar profilu zadaný dostatečnou hustotou bodů na horním a dolním povrchu a pro zadané Machovo a Reynoldsovo číslo a zadaný úhel náběhu nebo součinitel vztlaku hledáme součinitel odporu a klopivého momentu, ale i např. minimální hodnotu součinitele tlaku na horním povrchu a jeho polohu, a pod. Balíky programů, které toto řeší existují, jsou však často součásti „know how“ výrobců letadel nebo výzkumných ústavů. Program z MIT, XFOIL, vyvinutý pod vedením Prof. Drely je volně přístupný a vše co je požadováno řeší. Proto byl při řešení použit. Je však omezen jen na celistvý profil bez štěrbin u klapek a slotů. XFOIL řeší úlohu s využitím panelové metody, korekci na mezní vrstvu a úplav řeší iteračně. Výpočet je velmi rychlý, celková doba výpočtu je pod dvě sekundy na běžných PC. Jiné dostupné metody, např. FLUENT, CFX, atd. vyžadují na jedno řešení desítky minut, nehledě na problémy s přesnosti výpočtu odporu.

Hledání optimální kombinace parametrů popisujících tvar profilu pro zadanou cenovou funkci představuje poslední část problému. Cenová funkce v nejjednodušším případě může být zadána v jediném bodě nebo i integrálně. U profilů se často snažíme najít takové kombinace tvarových parametrů, které dávají minimum součinitele odporu profilu, avšak záleží i na součiniteli klopivého momentu profilu a jeho tloušťce. Jednoduchý tvar jednobodově zadávané cenové funkce může např. být

$$pv = w \cdot C_D \cdot th^a - (w-1) \cdot C_m^2 \cdot sign(C_m),$$

kde pv je hodnota cenové funkce,

w je váha, číslo mezi 0 až 1,

C_D je součinitel odporu profilu,

th je maximální tloušťka profilu,

a je exponent, číslo kladné, obvykle menší než 1,

C_m je součinitel klopivého momentu profilu,

a $sign(C_m)$ je funkce dávající znaménko čísla C_m.

Integrálně zadávaná cenová funkce je např. integrál součinitele odporu od dolní po horní hodnotu součinitele vztlaku podělený rozdílem horního a dolního součinitele vztlaku. Podobně pro součinitel klopivého momentu, nebo využít tento součinitel k aerodynamickému středu profilu kde je konstantní.

Metoda hledání nejvhodnější kombinace tvarových parametrů profilu pro nalezení minima cenové funkce může být nazvána jako silová, nebo též tzv. evoluční strategie s využitím metody Monte Carlo. Jde v podstatě o náhodné prohledávání *n*-rozměrového prostoru, kde *n* je celkový počet tvarových parametrů.

Každý z parametrů má vhodné rozmezí hodnot. Např. maximální tloušťka horního povrchu od tětivy leží v rozmezí od 5 % do 20 %, poloha této tloušťky na tětivě je od 10 % do 70 %. Podobně pro všechny ostatní tvarové parametry. Generátorem náhodných čísel zvolíme hodnoty všech parametrů ze zadaných rozmezí. Poté zkontrolujeme reálnost tvaru profilu vytvořeného z těchto parametrů. Je-li profil reálny souřadnice profilu a další hodnoty jsou předány do XFOILu k výpočtu aerodynamických součinitelů. Pokud tvar profilu je nereálný volíme jinou kombinaci tvarových parametrů. Takto vypočteme *M* profilů a výsledky každého výpočtu uložíme. Číslo *M* je obvykle dosti velké, desítky až stovky. Poté profily setřídíme podle hodnoty cenové funkce. Nejlepší profil má nejnižší (nejvyšší) hodnotu cenové funkce. Z rodiny *M* profilů vybereme podskupinu nejlepších profilů $m < M$, kde *m* je cca 10 až 40 % *M*. Podskupina profilů *m* má užší rozmezí tvarových parametrů než původní rodina profilů *M*. Toto užší rozmezí použijeme v dalším výpočetním kroku, kdy opět vypočteme novou rodinu *M* profilů z užším rozmezím tvarových parametrů. Výpočet opakujeme tak dlouho až jsou všechny tvarové parametry v požadovaném úzkém rozmezí, horní a dolní meze všech parametrů se od sebe liší např. o 1 % a tím výpočet ukončíme.

Volbou hodnot velikosti rodiny M a velikosti podskupiny $m < M$ lze ovládat na jedné straně rychlost a délku výpočtu (při velkém M je výpočet dlouhý), a na druhé straně nalézt jen lokální minimum (při menším M). Podrobně prohledat celý prostor devíti rozměrový je úloha vyžadující ohromné množství výpočtů, které by vedly k neřešitelným problémům na běžných PC. Náhodné prohledávání s využitím vyšších hodnot M zvyšuje pravděpodobnost, že výsledek bude někde poblíž globálního minima nebo v něm. Malý zvolený počet členů rodiny M vede k tomu, že spíše nalezneme lokální minimum. Z tohoto hlediska je vhodné výpočet i několikrát opakovat, abychom se ujistili o správnosti výsledku.

Odzkoušeli jsme i použití genetických algoritmů pro hledání minima cenové funkce. V principu genetické algoritmy úlohu řeší, ale konvergence je ještě pomalejší než u metody popsané výše a lze jen těžko najít kriterium kdy výpočet ukončit protože další iterace už nepřinášejí lepší výsledky.

Lze použít i jiné optimalizační metody které nevyžadují derivace cenové funkce podle tvarových parametrů. Patrně bude potřeba vyzkoušet další metody, které umožňují najít globální extrém. Zdá se, že cenová funkce má mnoho lokálních extrémů. I tato úloha zřejmě patří mezi ty obvyklé nelineární technické úlohy, které lze charakterizovat jako komplexní. V knize [1] je uvedeno několik podobných příkladů s velkým množstvím minim nebo maxim. Řešení úloh je obtížné a časově náročné, neexistuje jednoduchý algoritmus vedoucí rychle k výsledku.

Výsledky některých optimalizací jsou uvedeny na obrázcích a celkové informace o nich jsou shrnuty v tabulce. Skoro všechny výsledky jsou překvapivé, takže vzniká přirozená otázka, zda tyto výsledky nejsou důsledkem nějaké chyby v řešiči - XFOILu. XFOIL samozřejmě má více neodladěných chyb ve svém kódu. Při výpočtu je snaha tyto chyby objevit a chybné výsledky nepoužít. Např. XFOIL někdy vypočte záporný tlakový odpor, což je fyzikálně nemožné. Naštěstí výstupy z XFOILu obsahují třecí i tlakový odpor a táto chyba se dá odfiltrovat. Nejlepší ověření výpočtu by bylo měření v aerodynamickém tunelu s velmi nízkou turbulencí, ale takové měření je náročné po všech stránkách, a to i cenově. Závěrem nelze vyloučit, že skvělé výsledky optimalizovaných profilů jsou způsobeny chybou v XFOILu, která se projevuje jen někdy, ale ani toto není příliš pravděpodobné. Další možnosti ověření a správnosti výsledků by byl výpočet jiným podobným programem, ale takový program nebyl k dispozici. Navíc u některých profilů publikovaných po válce takové nízké odpory byly naměřeny, takže nejde o první čistě teoretický výsledek. V knize [2] je uveden profil TokioLB24 s $C_D \cong 0{,}003$ (str. 104, Obr. 2.32) a profil EQH1260 s $C_D \cong 0{,}0032$ při $\mathrm{Re} = 3{,}7.10^6$ (str. 571, s odvolávkou na R&M No 2165).

V tabulce a na obrázcích uvedené profily nepokrývají všechny možnosti. Byly vybrány optimalizovány profily pro kluzáky, letecké vrtule, rychlý lehký proudový letoun a symetrické profily. V budoucnu bude nutné nějak ověřit správnost výsledků optimalizace a vyzkoušet i integrální cenovou funkci.

Literatura:

[1] Coveney, P., Highfield, R.: *Mezi chaosem a řádem*, Mladá fronta 2003

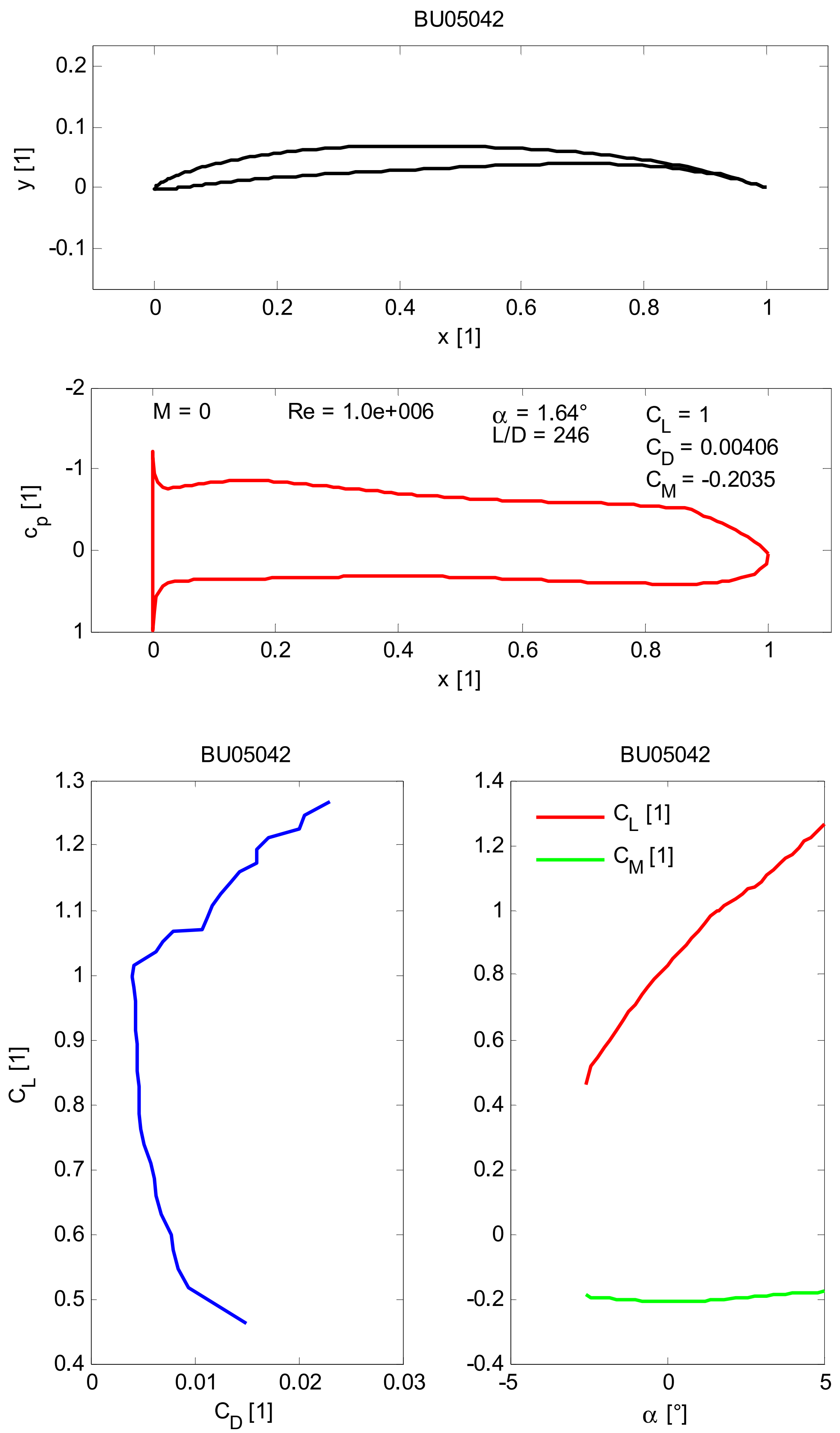
[2] Hošek, J.: *Aerodynamika vysokých rychlostí*, Naše vojsko, Praha 1949

		Vstupní údaje							Výsledky							
Obr.	Profil	C_L	$Re \cdot 10^6$	Ma	w	a	M	m	C_D	C_M	L/D	tl. %	$x_{tl.}$ %	p. v.	N	T [s]
1	BU05042	1.00	1.0	0.00	1	0.1	430/830	30	0.00405	-0.203	246	4.2	29	0.0056	134030	360636
2	BU05059	0.60	2.0	0.60	1	0.0001	200	30	0.00322	-0.127	187	5.9	54	0.00322	7020	34687
3	BU05110	1.00	1.0	0.00	1	0.25	200	30	0.00545	-0.177	184	11.1	45	0.00943	7430	18654
4	BU06069	0.49	2.0	0.17	0.9	0.001	152	8	0.00371	-0.031	132	6.9	41	0.0034	3408	4660
5	BU06121	0.49	2.0	0.17	0.9	0.25	152	8	0.00412	-0.018	119	12.1	37	0.00631	3104	4140
6	BU06128	0.36	8.0	0.60	1	0.001	72	8	0.00309	-0.013	116	12.8	44	0.00309	1256	2134
7	BU06130a	0.36	8.0	0.60	1	0.001	72	8	0.00317	-0.0113	113	13	41	0.00318	1256	2103
8	BU06140	0.36	8.0	0.60	1	0.001	32	8	0.00325	-0.0062	111	14	44	0.00326	680	1284
9	BU06160	0.35	8.0	0.60	0.9	0.001	16	4	0.00414	-0.0215	84	16	44	0.00377	182	376
10	BU06s004	0.00	4.0	0.00	1	0.001	24	8	0.00157	0	0	1.8	47	0.00158	272	5405
11	BU06s016	0.00	16.0	0.00	1	0.001	56	8	0.00232	0	0	9.5	51	0.00233	624	818
12	BU06s064	0.00	64.0	0.00	1	0.001	56	8	0.0027	0	0	12.9	44	0.00271	848	2422

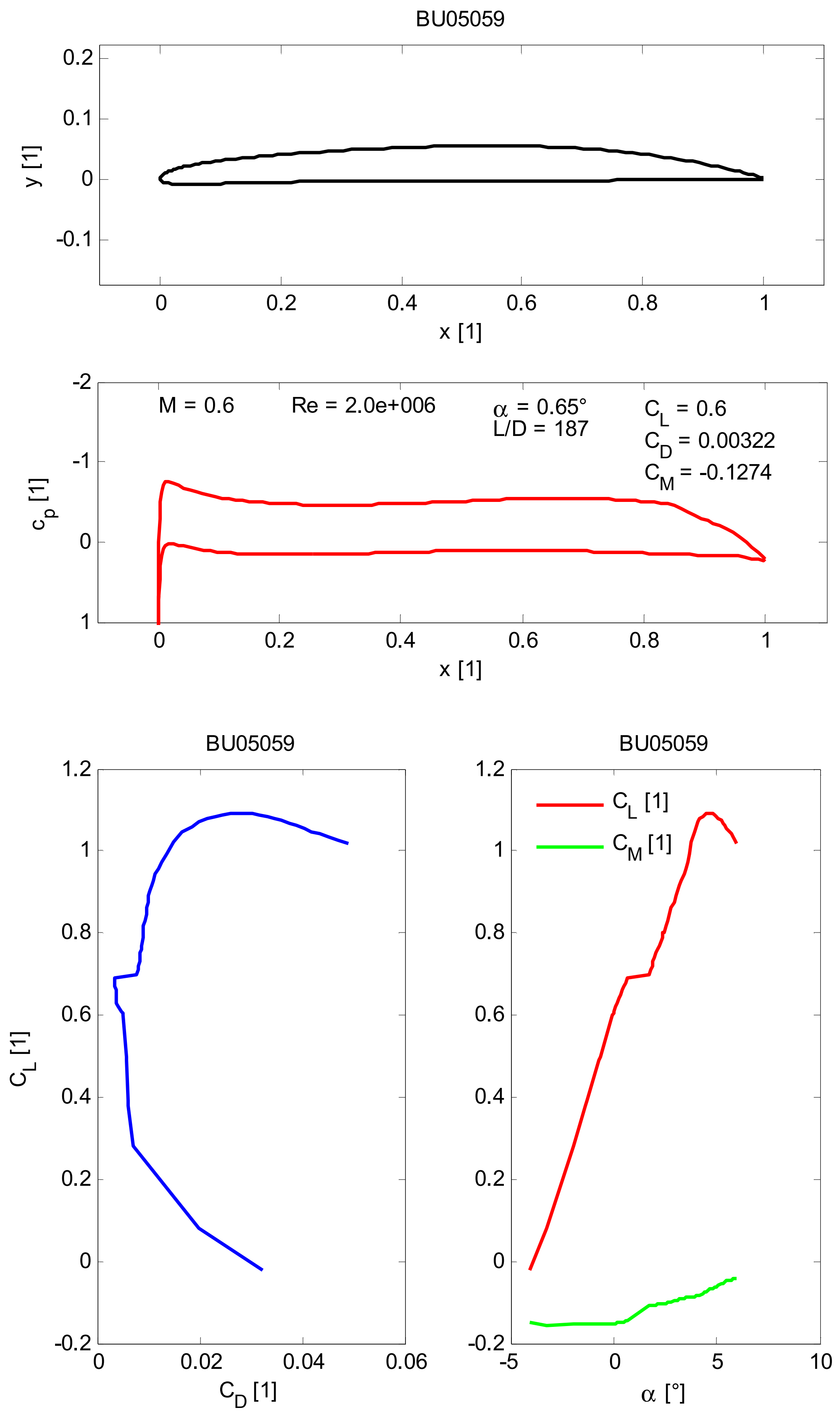
Tab. 1 Přehled vypočtených optimalizovaných profilů

N … celkový počet profilů použitých ve výpočtu

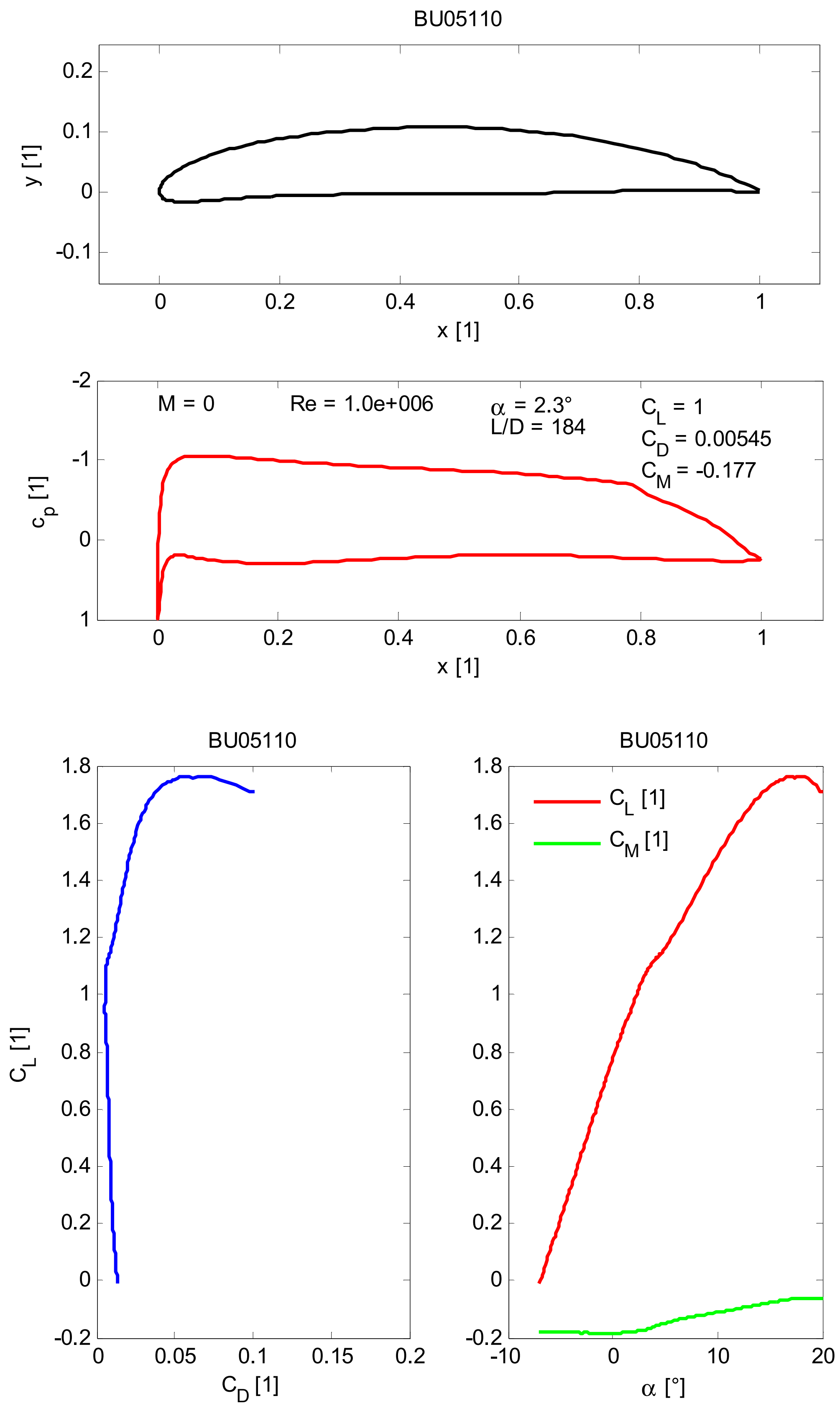
T … celková čistá doba výpočtu



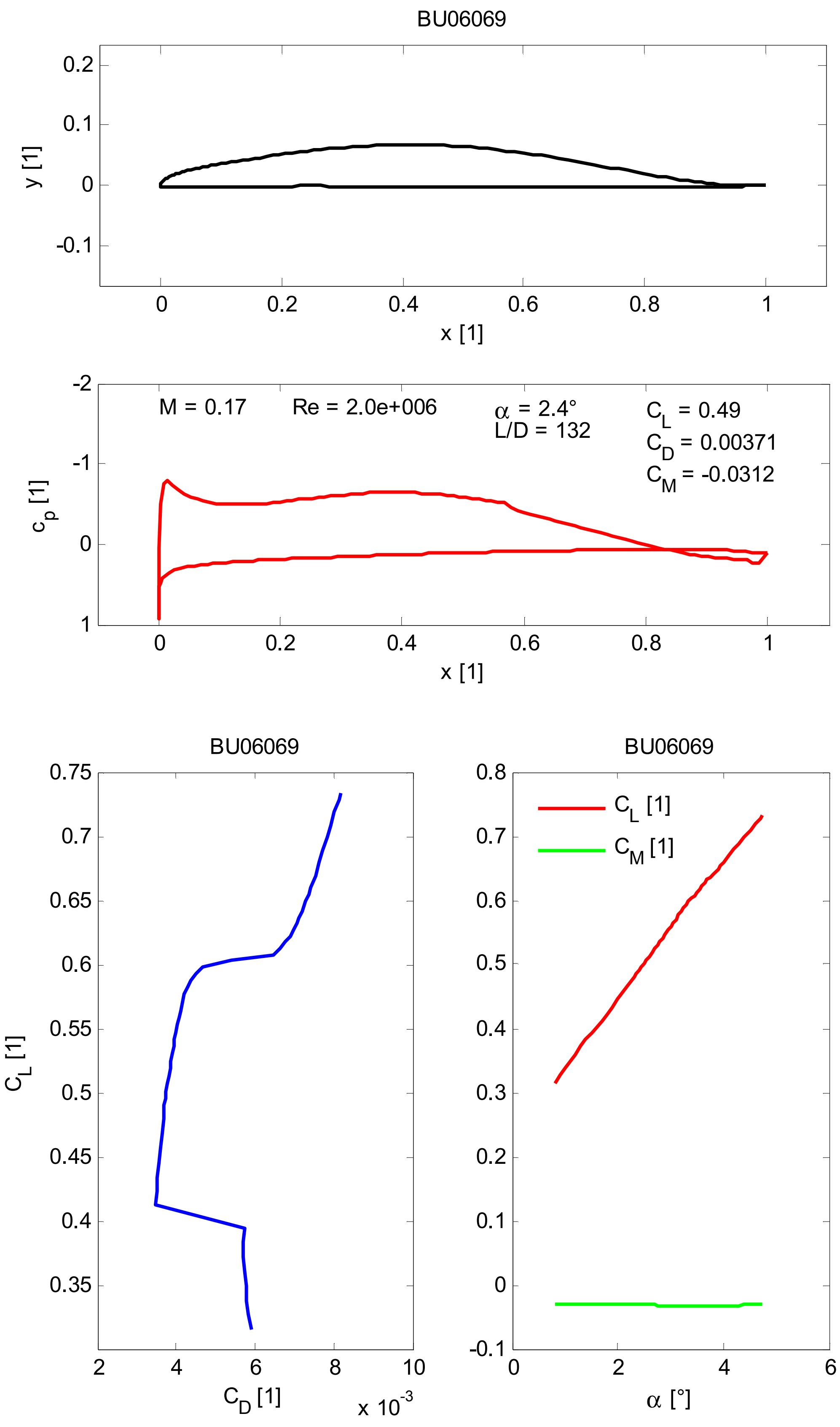
Obr. 1 Aerodynamické charakteristiky profilu BU05042



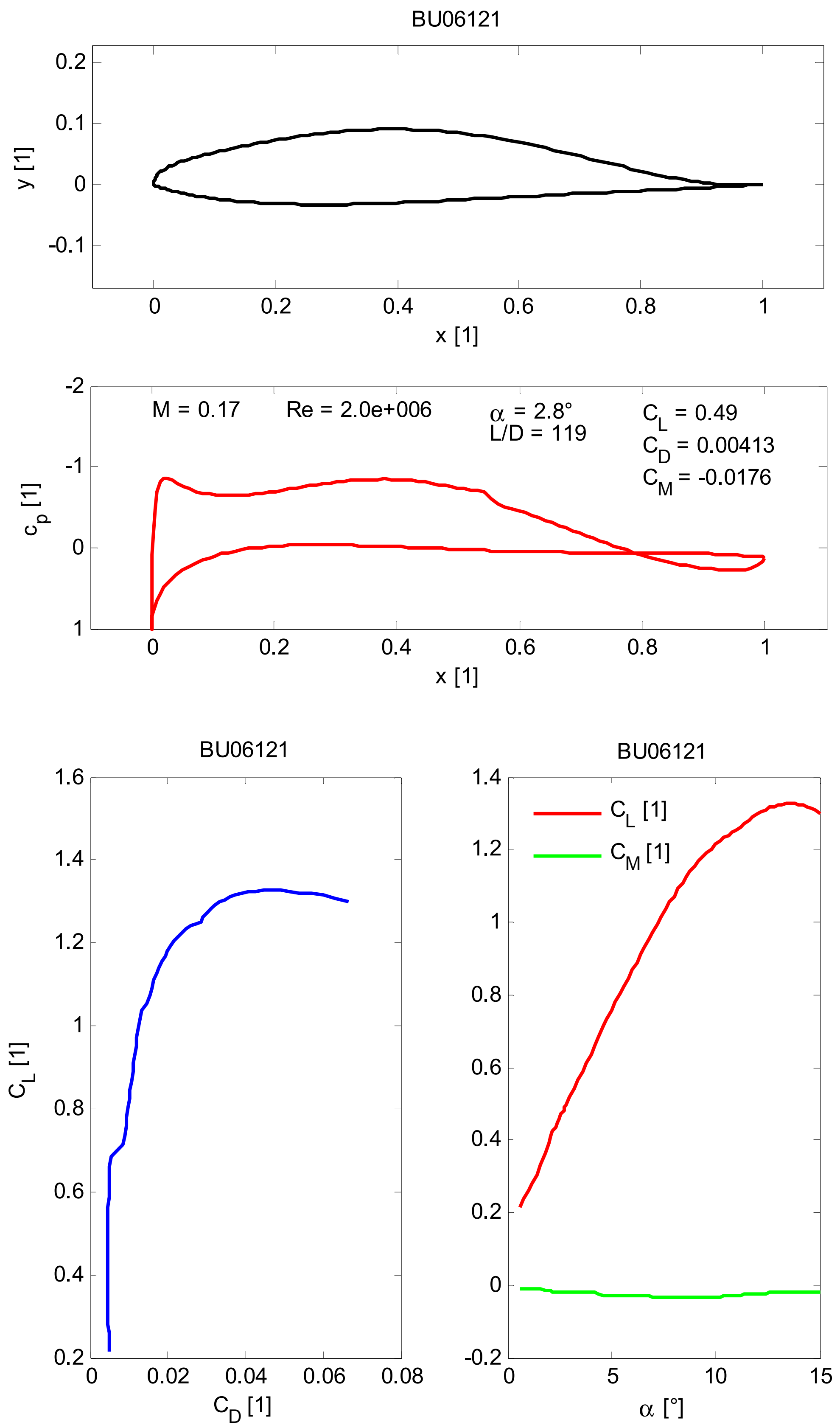
Obr. 2 Aerodynamické charakteristiky profilu BU05059



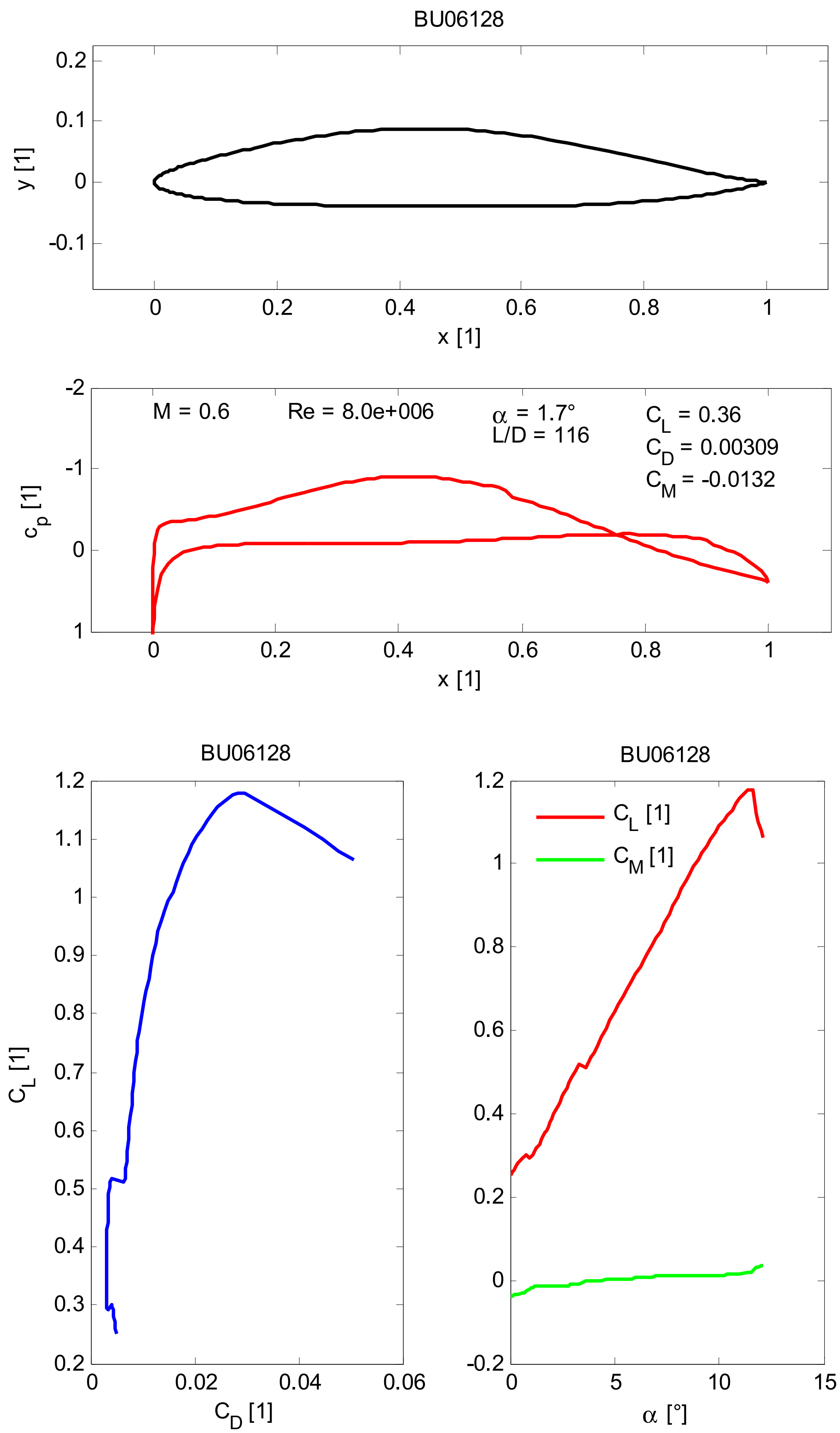
Obr. 3 Aerodynamické charakteristiky profilu BU05110



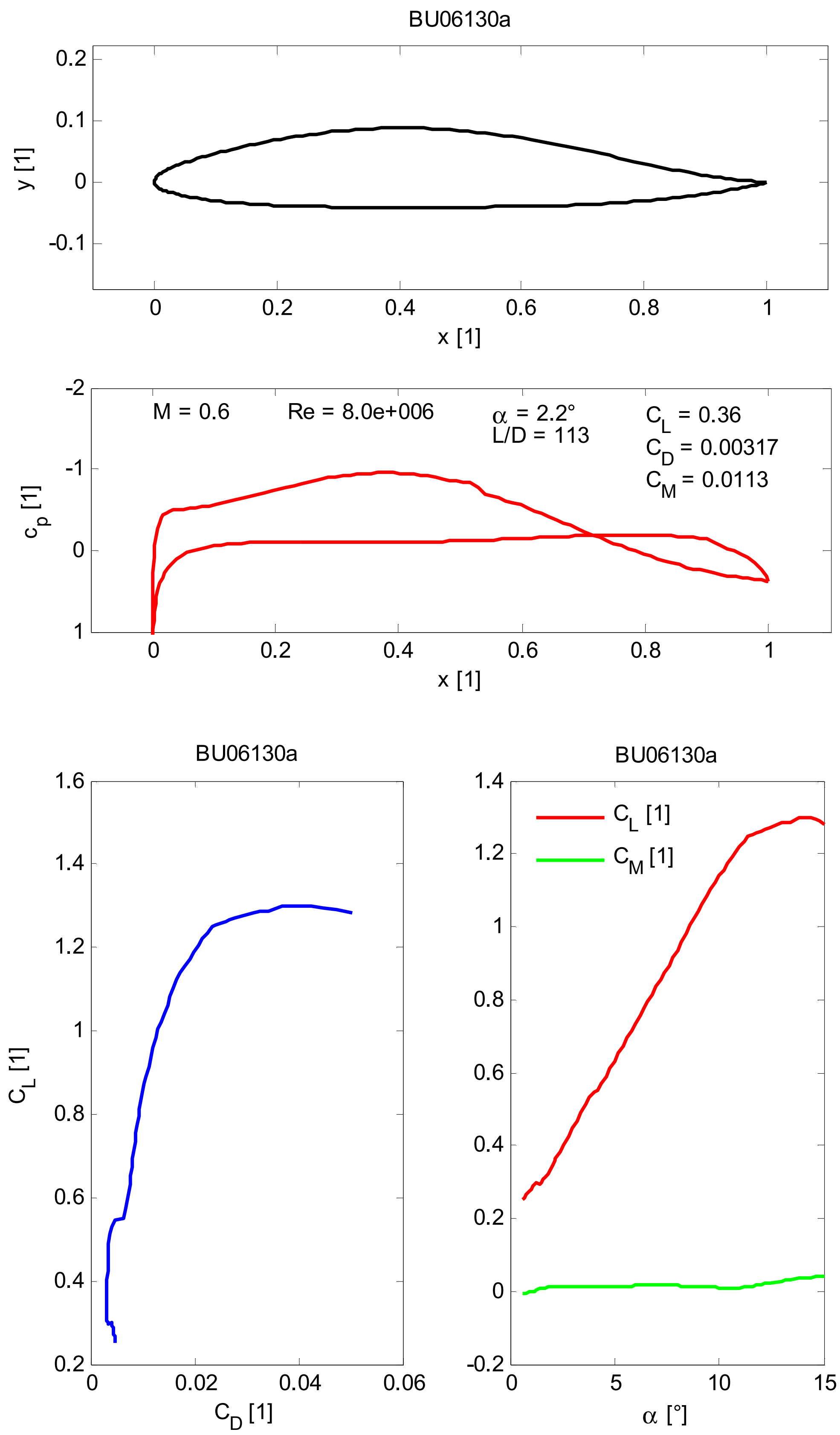
Obr. 4 Aerodynamické charakteristiky profilu BU06069



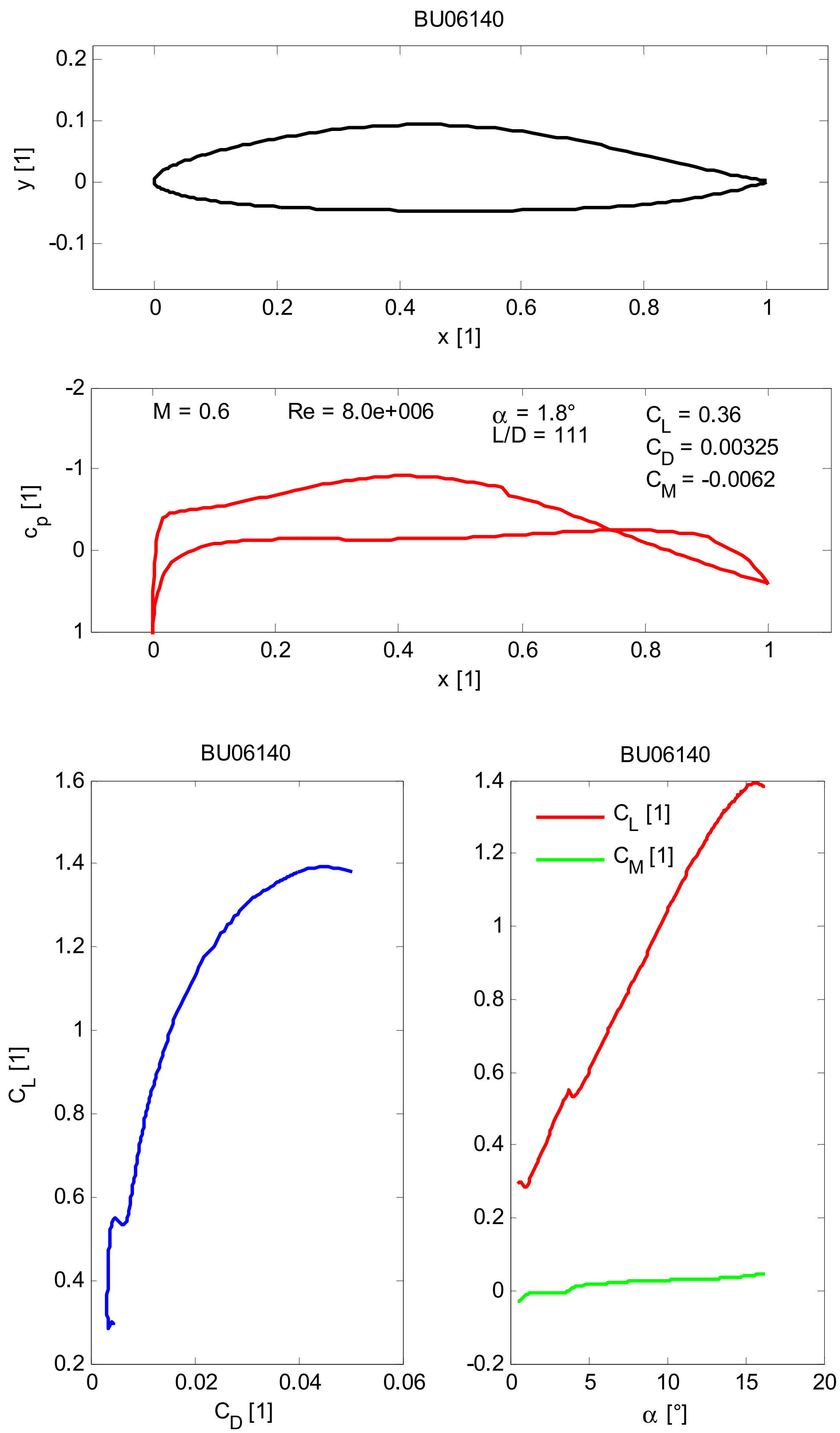
Obr. 5 Aerodynamické charakteristiky profilu BU06121



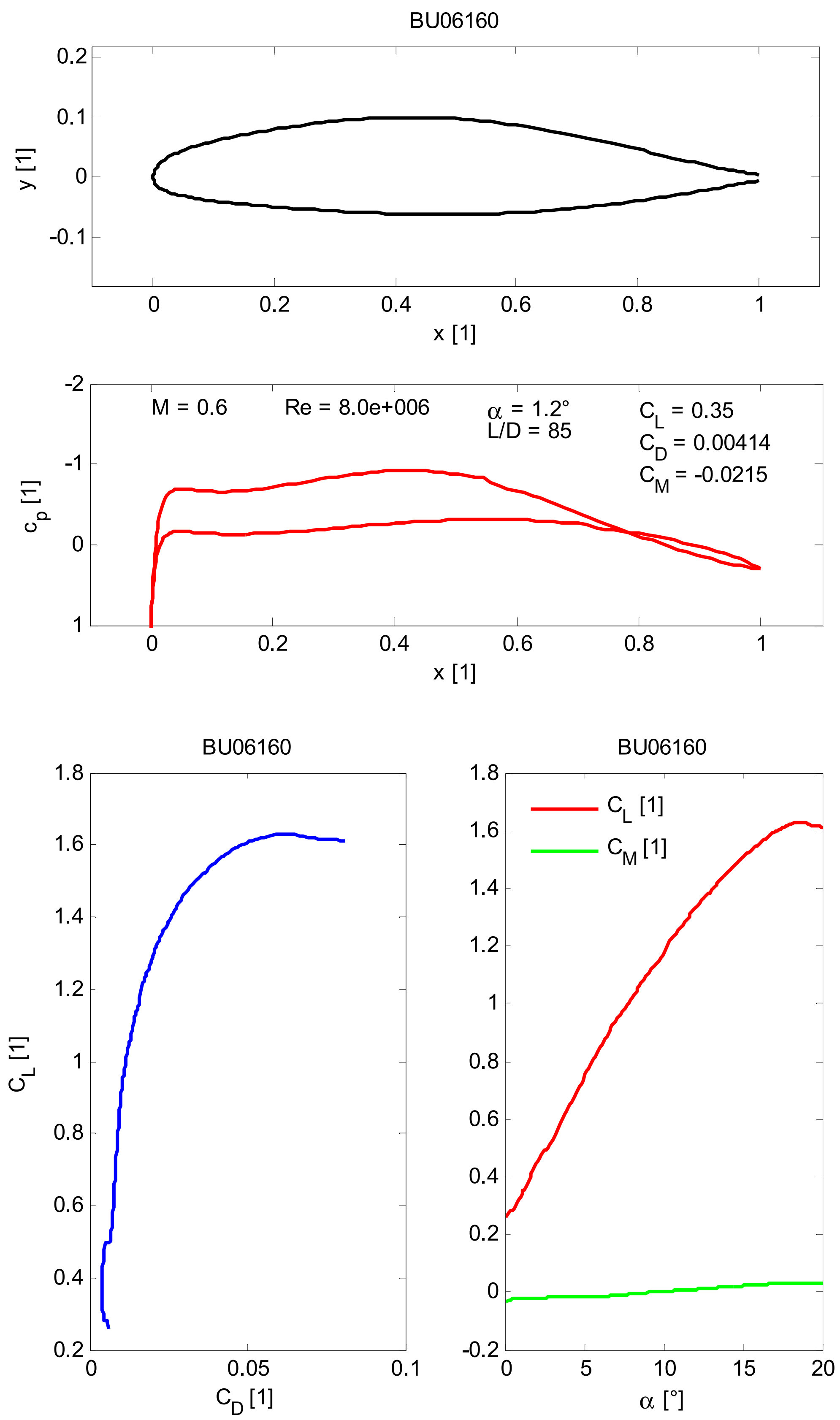
Obr. 6 Aerodynamické charakteristiky profilu BU06128



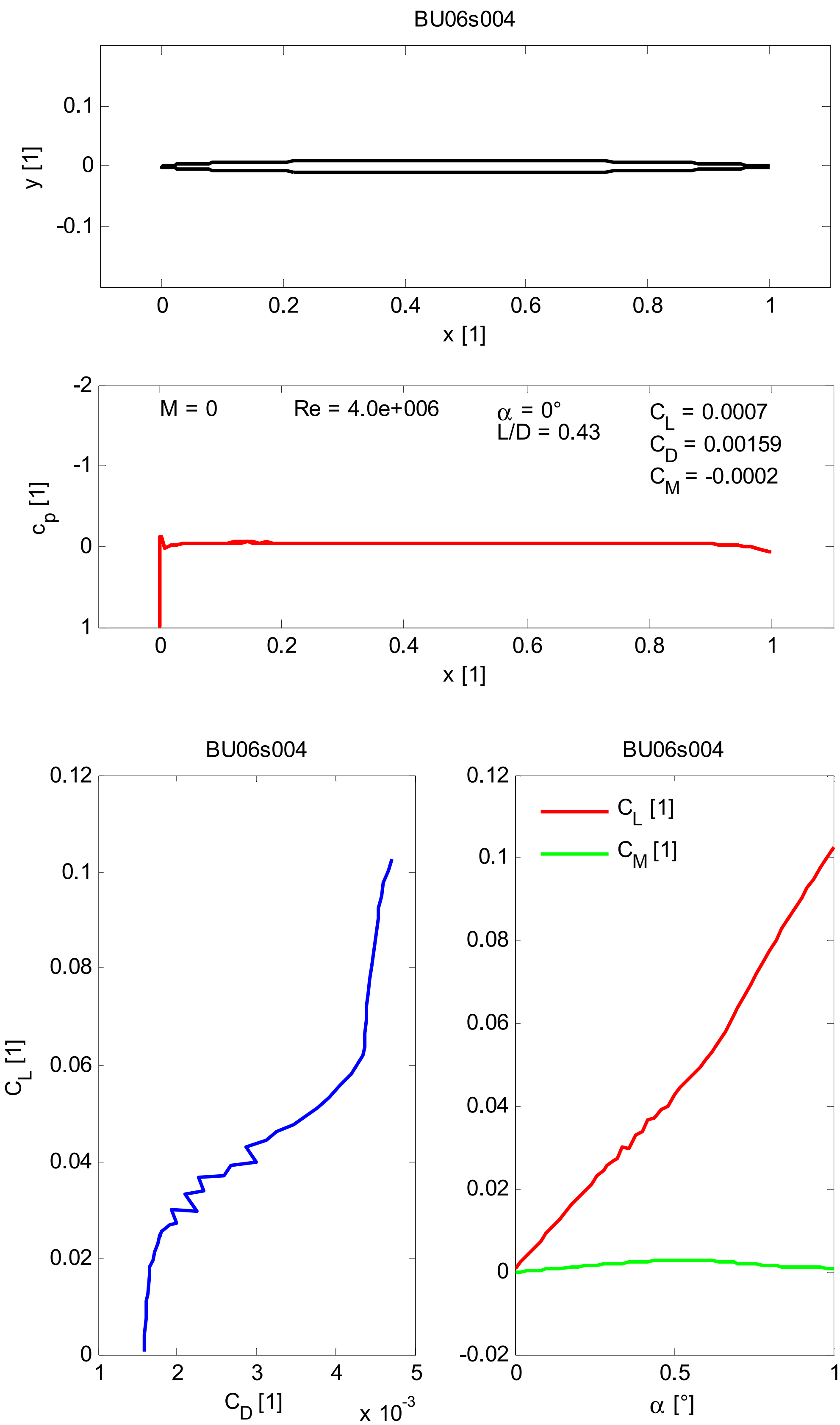
Obr. 7 Aerodynamické charakteristiky profilu BU06130a



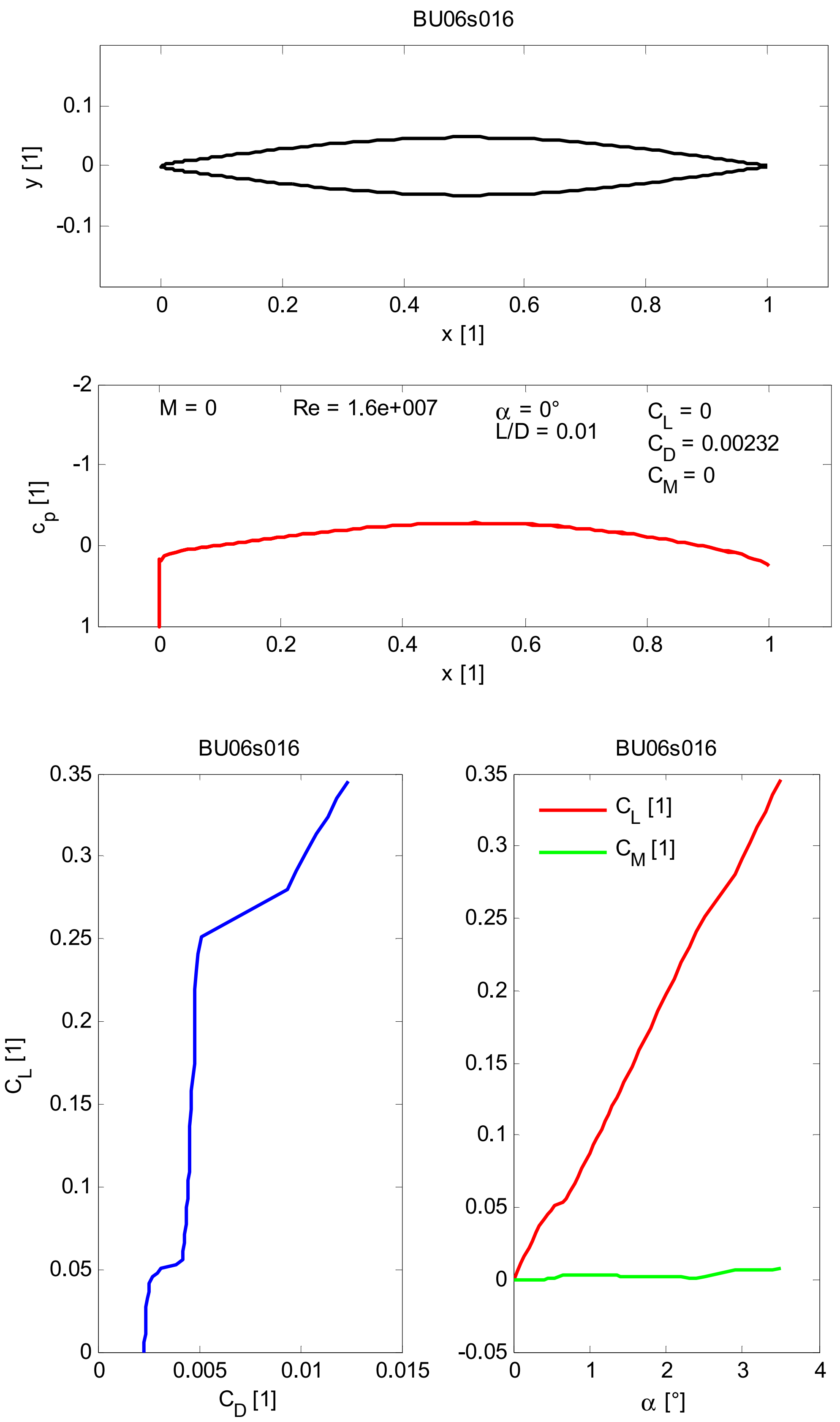
Obr. 8 Aerodynamické charakteristiky profilu BU06140



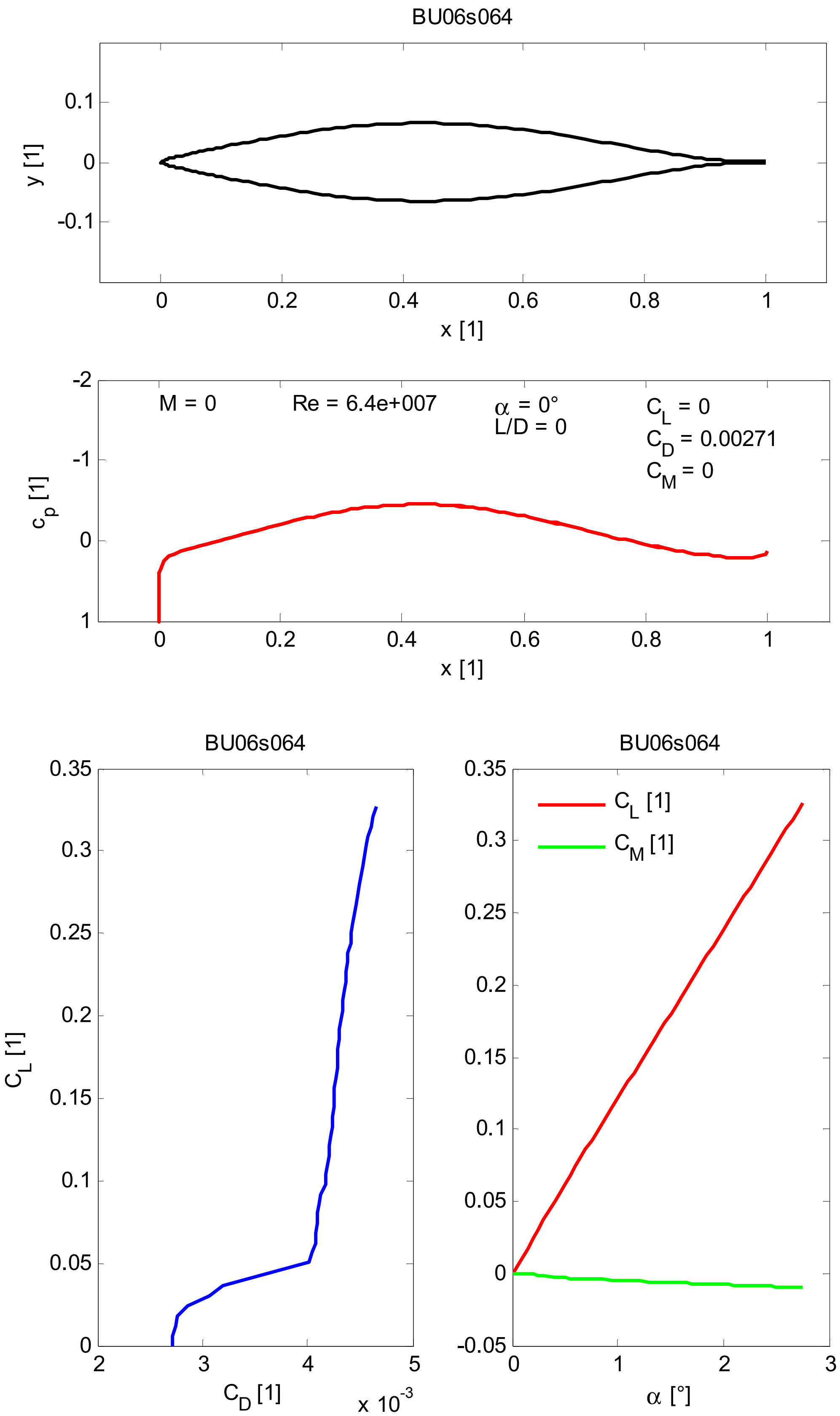
Obr. 9 Aerodynamické charakteristiky profilu BU06160



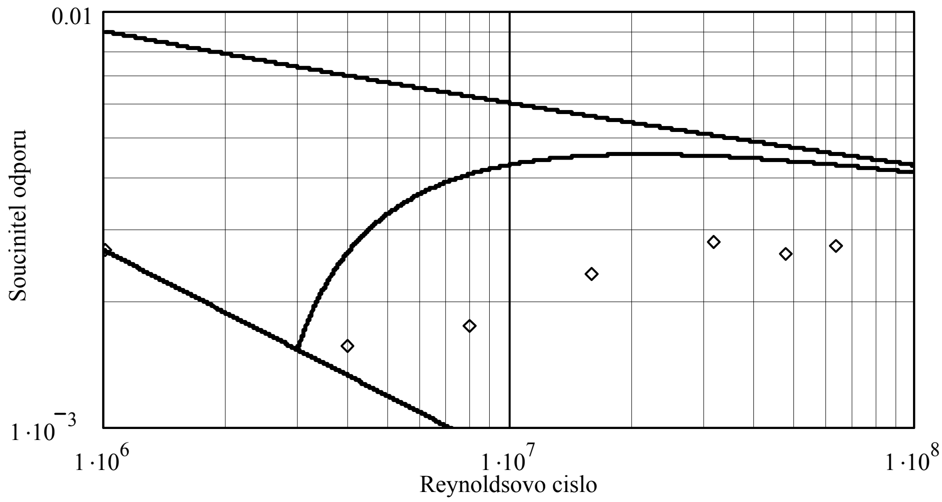
Obr. 10 Aerodynamické charakteristiky profilu BU06s004



Obr. 11 Aerodynamické charakteristiky profilu BU06s016



Obr. 12 Aerodynamické charakteristiky profilu BU06s064



Obr. 13. Součinitel odporu „rovné desky“

Interakce proudící tekutiny a leteckého profilu

Prof. Miloslav Feistauer,RNDr., DrSc., Dr.h.c., Univerzita Karlova v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta
Ing. Jaromír Horáček, DrSc., Ústav termomechaniky, Akademie věd ČR
RNDr. Petr Sváček, PhD., České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní

V tomto příspěvku popisujeme stručně numerickou simulaci interakce 2D nestlačitelného vazkého proudění a profilu se dvěma stupni volnosti, oscilujícího ve vertikálním směru a rotujícího kolem elastické osy. Hlavními prvky této metody je řešení Navier-Stokesových rovnic a rovnice kontinuity metodou konečných prvků, sdružených se soustavou obyčejných diferenciálních rovnic popisujících pohyb profile. Problém způsobený závislostí výpočtové oblasti na čase je řešen pomocí ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) metody.

Označení:

$L(t)$, $M(t)$	síla a torzní moment působící na profil
m	hmotnost profilu
S_α, I_α	statický moment a moment setrvačnosti vzhledem k elastické ose (EA)
k_{hh}, $k_{\alpha\alpha}$	tuhost v posunutí a torzi
c	délka profilu
α, h	úhel rotace (orientovaný kladně ve směru hodinových ručiček) a vertikální posunutí (orientované kladně ve směru dolů)
$\mathcal{G}_t$, $\partial\mathcal{G}_t$	výpočtová oblast v čase t a její hranice
$\mathbf{U}$, U_i	rychlost tekutiny a její složky
P	kinematický tlak
ρ, ν,	hustota a kinematická vazkost tekutiny
τ_{ij}	složky tenzoru napětí
σ_{ij}	složky Reynoldsova napětí
$L^2(\mathcal{M})$	Lebesgueův prostor funkcí integrovatelných s kvadrátem přes oblast $\mathcal{M}$
$H^1(\mathcal{M})$	Sobolevův prostor funkcí integrovatelných s kvadrátem spolu s derivacemi prvního řádu přes oblast $\mathcal{M}$
$(\cdot,\cdot)_{\mathcal{G}_t}$	skalární součin v prostorech $\left(L^2(\mathcal{G}_t)\right)^2$ a $L^2(\mathcal{G}_t)$

I. Úvod

Interakce tekutin a struktur hraje roli v řadě oblastí vědy a techniky. Viz např. [1], [2]. Jedná se o velmi komplikovaný problém a proto jsou používány v praxi zjednodušené linearizované přístupy, jako např. komerční software NASTRAN, který umožňuje určit kritickou rychlost při obtékání leteckého profilu, při níž dochází ke ztrátě stability ([11]).

V našem článku se budeme zabývat metodou umožňující řešení kompletního problému interakce nestlačitelné vazké tekutiny a leteckého profilu. Metoda je založena na řešení Navierových-Stokesových rovnic popisujících proudění metodou konečných prvků a řešením soustavy obyčejných diferenciálních rovnic popisujících oscilace profilu se dvěma stupni volnosti. Profil může kmitat ve vertikálním směru a rotovat kolem tzv. elastické osy. Oba systémy jsou sdruženy pomocí definice síly a torzního momentu, kterými působí proudící tekutina na profil. Skutečnost, že oblast vyplněná tekutinou závisí na čase je zvládnuta pomocí ALE (arbitrary Lagrangian-Eulerian) metody – viz [6], [7]. Použitelnost vypracované metody je ilustrována pomocí numerických simulací. Pro více podrobností odkazujeme na práce [5] a [8].

II. Formulace problému

A. ALE metoda

Komplikace způsobené závislostí výpočtové oblasti na čase lze odstranit pomocí tzv. ALE metody, která je založena na použití tzv. ALE zobrazení $\boldsymbol{A_t}$ původní oblasti $\mathcal{G}_0$ na výpočtovou oblast $\mathcal{G}_t$ a definici ALE rychlosti deformace oblasti:

$$\boldsymbol{A_t} : \mathcal{G}_0 \mapsto \mathcal{G}_t, \qquad \tilde{\boldsymbol{w}}_{\mathrm{g}} = \frac{\partial \boldsymbol{A_t}}{\partial t}, \qquad \boldsymbol{w}_{\mathrm{g}} = \tilde{\boldsymbol{w}}_{\mathrm{g}} \circ \boldsymbol{A_t}^{-1}$$

Pomocí derivování vzhledem k původní konfiguraci $\mathcal{G}_0$ lze získat tzv. ALE derivaci a parciální derivace podle času může být vyjádřena ve tvaru

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{D^{\boldsymbol{A_t}}}{Dt} - \left(\mathbf{w}_g \cdot \nabla\right). \tag{0}$$

Viz [13, 17].

B. Navierovy-Stokesovy rovnice

Předpokládejme, že hranice $\partial\mathcal{G}_t$ výpočtové oblasti $\mathcal{G}_t$ sestává ze tří disjunktních částí: $\partial\mathcal{G}_t = \Gamma_D \cup \Gamma_O \cup \Gamma_{W_t}$.

Systém popisující proudění je tvořen Navierovými-Stokesovými rovnicemi a rovnicí kontinuity, které v ALE popisu mají

$$\begin{gathered} \frac{D^{\boldsymbol{A_t}} U_i}{Dt} - \nu \Delta U_i + \left(\left(\mathbf{U} - \mathbf{w}_g\right) \cdot \nabla\right) U_i + \frac{\partial P}{\partial x_i} = \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j}\left(-\overline{u_i' u_j'}\right), \qquad i = 1,2 \\ \nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \end{gathered} \tag{1}$$

Pravá strana představuje tenzor Reynoldsových napětí $\sigma_{ij} = -\overline{u_i' u_j'}$. Pro jednoduchost nebudeme uvažovat model turbulence a tento tenzor zanedbáme a položíme $\sigma_{ij} \equiv 0$. K soustavě (1) přidáme okrajové podmínky

$$\begin{aligned} &\text{a)}\ \mathbf{U} = \mathbf{U}_D, && \text{na } \Gamma_D, \\ &\text{b)}\ \mathbf{U} = \mathbf{w}_g, && \text{na } \Gamma_{W_t}, \\ &\text{c)}\ -\nu \frac{\partial U_i}{\partial \mathbf{n}} + \left(P - P_{ref}\right) \mathbf{n}_i = \sum_j \sigma_{ij} n_j, && \text{na } \Gamma_O, \end{aligned} \tag{2}$$

a počáteční podmínku $\mathbf{U}(x,0) = \mathbf{U}_0(x), \quad x \in \mathcal{G}_0$.

Prostorová diskretizace je provedena metodou konečných prvků, která je založena na integrální identitě

$$\mathbf{a}\left(\mathbf{U} - \mathbf{w}_{\mathrm{g}}; \mathbf{U}, P; \mathbf{v}, q\right) = \mathbf{L}(\mathbf{v}), \qquad \forall \mathbf{v} \in X,\ q \in Q \tag{3}$$

kde X značí podprostor Sobolevova prostoru $H^1(\mathcal{M})$ tvořený funkcemi, které jsou rovny nule na části hranice, na níž předepisujeme Dirichletovu podmínku a $Q = L^2(\mathcal{G}_t)$. Dále značíme

$$\begin{aligned}\mathbf{a}(\mathbf{b};\mathbf{U},P;\mathbf{v},q) &= \left(\frac{D^{A_t}\mathbf{U}}{Dt},\mathbf{v}\right)_{\mathcal{G}_t} + \nu(\nabla\mathbf{U},\nabla\mathbf{v})_{\mathcal{G}_t} + \sum_{i,j}\left(\sigma_{ij}(\mathbf{U}),\frac{\partial \mathrm{v}_i}{\partial x_j}\right)_{\mathcal{G}_t} \\ &\quad + ((\mathbf{b}\cdot\nabla)\mathbf{U},\mathbf{v})_{\mathcal{G}_t} - (P,\nabla\cdot\mathbf{v})_{\mathcal{G}_t} + (\nabla\cdot\mathbf{U},q)_{\mathcal{G}_t}, \\ \mathbf{L}(\mathbf{v}) &= (\mathbf{f},\mathbf{v})_{\mathcal{G}_t}.\end{aligned} \tag{4}$$

C. Strukturální model a interakce proudící tekutiny s profilem

Pohyb profilem je popsán soustavou

$$\begin{aligned} m\ddot{h} + S_\alpha\ddot{\alpha}\cos\alpha - S_\alpha\dot{\alpha}^2\sin\alpha + k_{hh}h &= -L(t), \\ S_\alpha\ddot{h}\cos\alpha + I_\alpha\ddot{\alpha} + k_{\alpha\alpha}\alpha &= M(t), \end{aligned} \tag{5}$$

Aerodynamická síla a torzní moment jsou vyjádřeny vztahy

$$L = -\int_{\Gamma_{W_t}} \sum_{j=1} \tau_{2j} n_j dS, \qquad M = -\int_{\Gamma_{W_t}} \sum_{j=1}^{2} \tau_{2j} n_j r_i^{\mathrm{ort}} dS, \tag{6}$$

kde $r_1^{\mathrm{ort}} = -(x_2 - x_{EO2})$, $r_2^{\mathrm{ort}} = x_1 - x_{EO1}$ a τ je tenzor napětí, tj.

$$\tau_{ij} = \rho\left[P\delta_{ij} + \nu\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)\right]. \tag{7}$$

Vztahy (5) – (7) definují interakci proudící tekutiny a oscilujícího profilem.

III. Diskretizace problému

Sestrojme dělení $0 = t_0 < t_1 < ... < T,\ t_k = k\Delta t$, časového intervalu s krokem $\Delta t > 0$, a aproximujme funkce $\tilde{\mathbf{U}}(t_n)$, $P(t_n)$ definované v $\mathcal{G}_{t_n}$ v čase t_n, funkcemi $\tilde{\mathbf{U}}^n$, P^n. Aproximace ALE derivace má pak tvar

$$\left.\frac{D^{A_t}\mathbf{U}}{Dt}\right|_{t^{n+1}} = \frac{3\mathbf{U}^{n+1} - 4\tilde{\mathbf{U}}^n + \tilde{\mathbf{U}}^{n-1}}{2\Delta t}, \tag{8}$$

kde $\tilde{\mathbf{U}}^i = \mathbf{U}\circ \boldsymbol{A}_{t_i} \circ \boldsymbol{A}_{t_{n+1}}^{-1}$ je funkce definovaná pro čas t_{n+1}. Pak forma $\mathbf{a}$ je modifikována do tvaru

$$\begin{aligned}\mathbf{a}(\mathbf{b};\mathbf{U},P;\mathbf{v},q) &= \left(\frac{3\mathbf{U} - 4\tilde{\mathbf{U}}^n + \tilde{\mathbf{U}}^{n+1}}{2\Delta t},\mathbf{v}\right)_{\mathcal{G}_{n+1}} + \nu(\nabla\mathbf{U},\nabla\mathbf{v})_{\mathcal{G}_{n+1}} + \sum_{i,j}\left(\sigma_{ij}(\mathbf{U}),\frac{\partial \mathrm{v}_i}{\partial x_j}\right)_{\mathcal{G}_{n+1}} \\ &\quad ((\mathbf{b}-\mathbf{w}_{\mathrm{g}})\cdot\nabla\mathbf{U},\mathbf{v})_{\mathcal{G}_{n+1}} - (P,\nabla\cdot\mathbf{v})_{\mathcal{G}_{n+1}} + (\nabla\mathbf{U},q)_{\mathcal{G}_{n+1}}\end{aligned} \tag{9}$$

V metodě konečných prvků jsou funkce $\mathbf{U}^n$, P^n aproximovány spojitými po částech kvadratickými a po částech lineárními konečnými prvky z prostorů X_Δ, $Q\Delta$ zkonstruovaných nad vhodnou triangulací výpočtové oblasti. Výpočtová síť je sestrojena pomocí metody anizotropní adaptace trojúhelníkové sítě vypracované v [3]. Tato dvojice prostorů splňuje tzv. Babuškovu-Brezziho inf-sup podmínku ([9]), která je nutná pro to, aby metoda byla stabilní. Přibližné řešení je pak definováno identitou

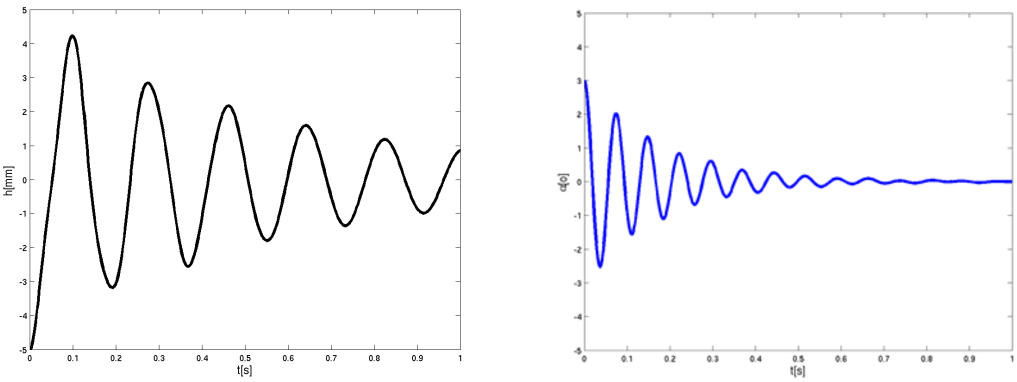
$$\mathbf{a}(\mathbf{U};\mathbf{U},P;\mathbf{v},q)=\mathbf{L}(\mathbf{v}), \qquad \forall \mathbf{v}\in X_\Delta, q\in Q_\Delta . \tag{10}$$

Pro velká Reynoldsova čísla je třeba použít stabilizaci pro odstranění Gibbsova jevu reprezentovaného nefyzikálními oscilacemi. Používáme stabilizaci pomocí metody proudnicové difuze (streamline-diffusion/Petrov Galerkin method). Viz [4, 5, 10].

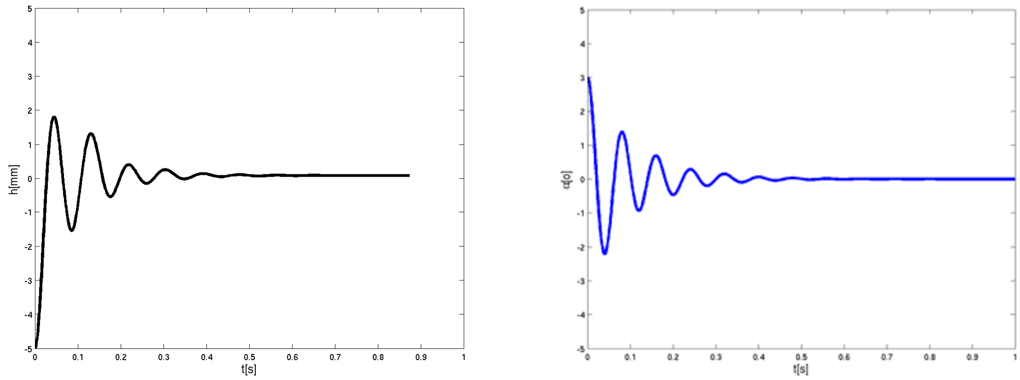
Rovnice (5) a (6) jsou přetransformovány na soustavu obyčejných diferenciálních rovnic 1. řádu, která je řešena Rungeovou-Kuttovou metodou 4. řádu. Síla a torzní moment působící na profil jsou vypočteny z přibližného řešení problému proudění podle vzorců (6), (7).

IV. Numerické výsledky

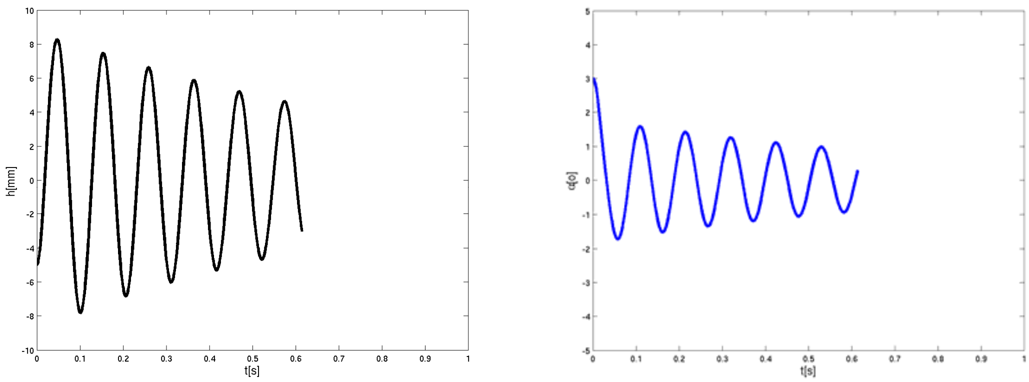
Jako příklad zde uveďme simulaci vibrací profilu NACA 0012 vynucených proudící tekutinou pro m = 0.086622 kg, S_α = - 0.000779673 kg m, I_α = 0.000487291 kg m^2, k_{hh}, = 105.109 N m^{-1}, $k_{\alpha\alpha}$ = 3.695582 N m rad^{-1}, l = 0.05 m a c = 0.3 m. Elastická osa je umístěna ve 40 % profilu, ρ = 1.225 kg m^{-3}, ν = 1.5 · 10^{-5} m s^{-2}. Obr. 1 – 4 ukazují vertikální a úhlové oscilace profilu pro hodnoty náběžné rychlosti U_∞ = 7.5 m/s, 25 m/s, 35 m/s a 40 m/s. Vidíme, že kritická rychlost, kdy dochází ke ztrátě stability, je mezi 35 m/s a 40 m/s, což je v souladu s výpočty provedenými pomocí systému NASTRAN ([11]).



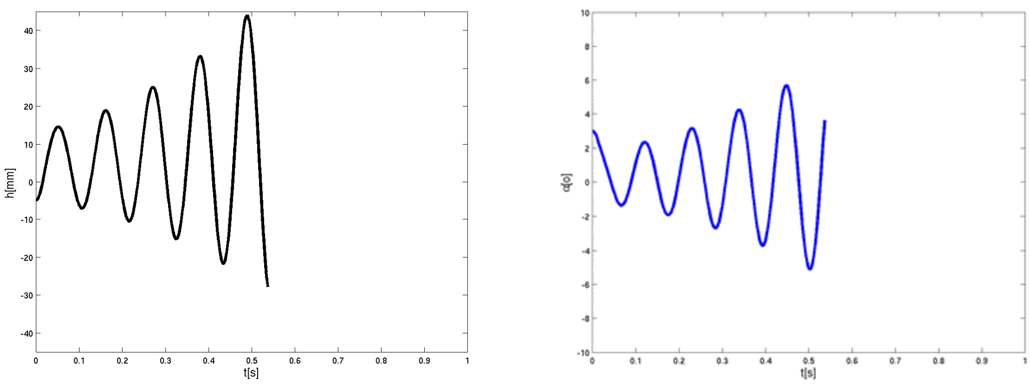
Obr. 1 - Časová závislost vertikálního posunutí a úhlového otočení profilu pro U $_\infty$=7.5 m/s



Obr. 2 - Časová závislost vertikálního posunutí a úhlového otočení profilu pro U_{∞}= 25 m/s



Obr. 3 - Časová závislost vertikálního posunutí a úhlového otočení profilu pro U_{∞}= 35 m/s



Obr. 4 - Časová závislost vertikálního posunutí a úhlového otočení profilu pro U_{∞}= 40 m/s

Poděkování
Tento výzkum byl částečně podporován grantem 201/05/0005 Grantové agentury ČR a grantem IA200760613 Grantové agentury Akademie věd ČR. Výzkum byl rovněž částečně podporován výzkumnými záměry MSM 0021620839 a MSM 6840770003 financovanými MŠMT ČR.

Literatura:

[1] Dowel, E. H., “A Modern Course in Aeroelasticity”, Kluwer Academic Publishers, Dodrecht, 1995.

[2] Naudasher E. and Rockwell, D.,”Flow-Induced Vibrations. A.A. Balkema, Rotterdam, 1994.

[3] Dolejší, V., “Anisotropic Mesh Adaptation Technique for Viscous Flow Simulation”, *East-West Journal of Numerical Mathematics*, 9(1):1-24, 2001.

[4] Lube, G., “Stabilized Galerkin Finite Element Methods for Convection Dominated and Incompressible Flow Problems”, *Numerical Analysis and Mathematical Modelling*”, 29:85-104, 1994.

[5] Sváček P. and Feistauer, M., “Application of a Stabilized FEM to Problems of Aeroelasticity”, In M. Feistauer, V. Dolejší, P. Knobloch and K. Najzar, editors, Numerical Mathematic and Advanced Applications, ENUMATH2003, pages 796-805, Springer, Berlin, 2004.

[6] Nomura, T. and Hughes, J. R., “An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for Interaction of Fluid and a Rigid Body”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 95:115-138, 1992.

[7] LeTallec, P. and Mouro, J., ´”Fluid Structure Interaction with Large Structural Displacements”, In 4th ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conference, pages 1032-1039, 1998.

[8] Sváček P., Feistauer, M. and Horáček, J. “Numerical simulation of flow induced airfoil vibrations with large amplitudes”. *Journal of Fluids and Structures*, 2005 (to appear).

[9] Girault, V. and Raviart, P. A., “Finite Element Methods for the Navier-Stokes Equations”. Springer, Berlin, 1986.

[10] Gelhard, T., Lube, G. and Olshanskii, M. A., “Stabilized Finite Element Schemes with LBB-Stable Elements for Incompressible Flows”. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2004. (submitted).

[11] Čečrdle, J. and Maleček, J., “Verification FEM Model of an Aircraft Construction with Two and Three Degrees of Freedom”, *Technical Report Research Report R-3418/02,* Aeronautical Research and Test Institute, Prague, Letňany, 2002.

3D stacionární výpočty aerodynamických charakteristik křídla s klapkou

Ing. Petr Vrchota, VZLÚ a.s. Praha

Práce se zaměřuje na stacionární 3D výpočty proudového pole kolem obdélníkového křídla s jednoštěrbinovou vztlakovou klapkou.

Byly počítány dva případy. Křídlo bez vychýlené vztlakové klapky a se štěrbinovou klapkou po celém rozpětí vychýlenou na 10°. K výpočtu byl použit program EDGE, který daný problém řeší pomocí Navier-Stokesových rovnic, s modelováním turbulence, metodou konečných objemů typu cell vertex s přidanou umělou vazkostí. Výsledky byly srovnány s experimentem provedeným v aerodynamickém tunelu.

Získané výsledky slouží pro výběr vhodných modelů turbulence při dalších 3D výpočtech podobných problémů.

Použitá označení

alfa	[°]	úhel náběhu
b_{SAT}	[m]	střední aerodynamická tětiva křídla
CD	[1]	součinitel odporu křídla
CL	[1]	součinitel vztlaku křídla
l	[m]	rozpětí křídla
Re	[1]	Reynoldsovo číslo
S	[m^2]	plocha křídla
Δy_+	[m]	velikost prvního elementu
δ	[m]	tloušťka mezní vrstvy
δ^*	[1]	bezrozměrná tloušťka mezní vrstvy
$\frac{\partial T}{\partial \vec{n}}$	[K/m]	gradient teploty ve směru normály

Model použitý pro výpočet

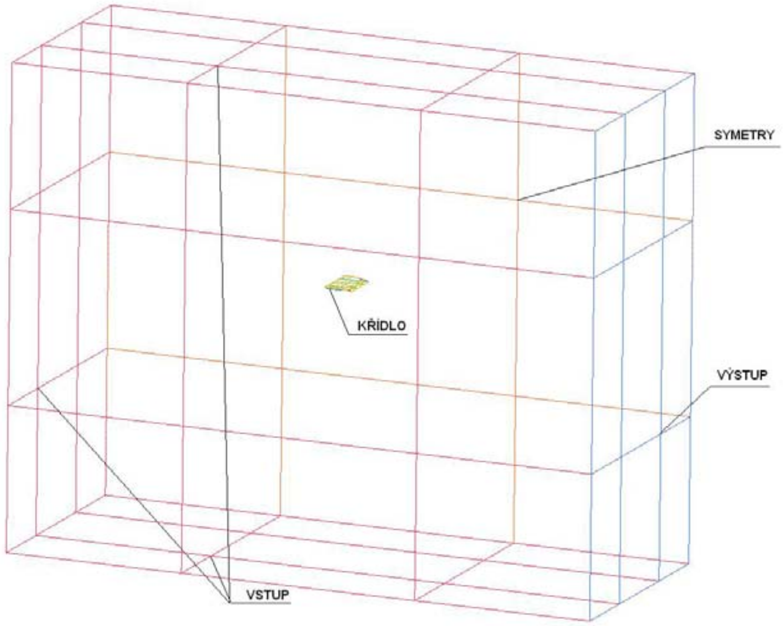
K výpočtům byl použit model křídla o štíhlosti 3 s jednoštěrbinovou klapkou po celém rozpětí. Křídlo mělo konstantní hloubku a profil NACA 23012. Rozměry křídla byly následující: rozpětí l = 1,350 m, střední aerodynamická tětiva b_{SAT} = 0,45 m a plocha křídla S = 0,6075 m^2.

Pro snadnější vytváření sítě byl geometrický model zjednodušen. Pro výpočet křídla se zasunutou vztlakovou klapkou nebyla uvažována štěrbina mezi profilem a klapkou. Křídlo bylo tvořeno pouze profilem NACA 23012 bez klapky a zavětrání. Dále nebyla uvažována ani u jednoho počítaného případu oblouková zakončení křídla a závěsná raménka.

Tvorba sítě

Síť byla vytvářena v programu ICEM CFD jako 3D nestrukturovaná tvořená ze šestistěnů. Výpočtová oblast měla tvar obdélníku s hranicemi vzdálenými od modelu křídla, aby nedocházelo k ovlivňování proudového pole kolem křídla. Z důvodu symetrie byla modelována pouze levá část křídla spolu s výpočtovou oblastí. V rovině symetrie byla použita okrajová podmínka SYMMETRY.

Na obrázku 1 je znázorněn tvar výpočtové oblasti a umístění křídla.



Obr. 1 Výpočtová oblast a přiřazení jednotlivých okrajových podmínek

Pro lepší modelování mezní vrstvy a dokonalejší zachycení geometrie náběžné a odtokové hrany bylo využito blokové sítě kombinující O síť okolo křídla s blokově rozdělenou sítí ve zbytku oblasti. Velikost prvního elementu byla volena tak, aby bylo zaručeno, že se nachází uvnitř mezní vrstvy. Velikost první buňky byla volena $\Delta y_{+} = 10^{-5}$ dle vztahu (1). K volbě velikosti prvního elementu bylo použito předpokladu, že tloušťka mezní vrstvy je zanedbatelná vůči charakteristickému rozměru tělesa a že všechny významné děje závislé na vazkosti jsou soustředěny do tenké mezní vrstvy na povrchu tělesa. Potom je možné napsat vztah pro tloušťku mezní vrstvy:

$$\delta^{\cdot} = \frac{\delta}{l} = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{Re}}} \qquad (1)$$

Toto pravidlo bylo uplatněno při modelování mezní vrstvy u obou počítaných případů. Z toho plyne, že velikost prvního elementu byla stejná.

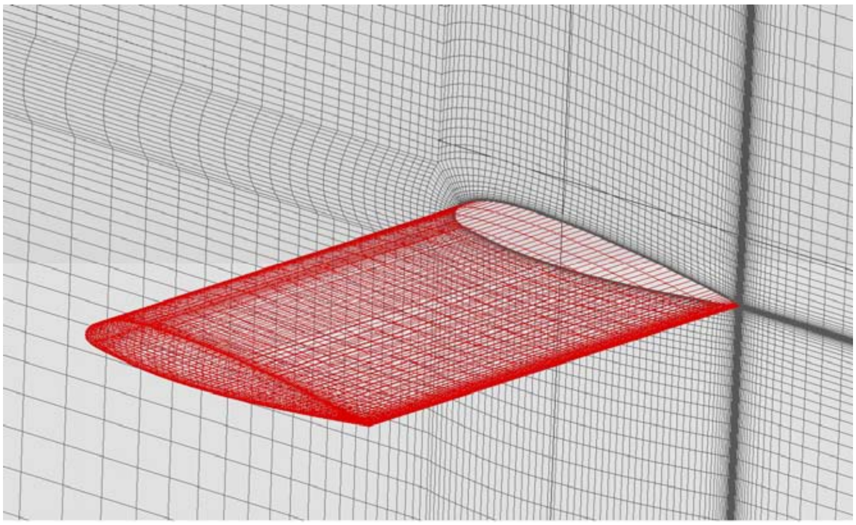
Ve zbylé části výpočtové oblasti byla nastavena velikost uzlových bodů na hranách jednotlivých bloků s ohledem na dodržení růstového gradientu uvnitř jednotlivých bloků i na hranicích mezi bloky. Ten byl nastaven na hodnotu 1,2. Počet uzlových bodů byl volen s ohledem na celkovou velikost sítě, která největší měrou ovlivňuje rychlost výpočtu.

V oblasti za křídlem byla zvýšena hustota elementů pro modelování úplavu a zajištění přesnějších hodnot součinitele odporu.

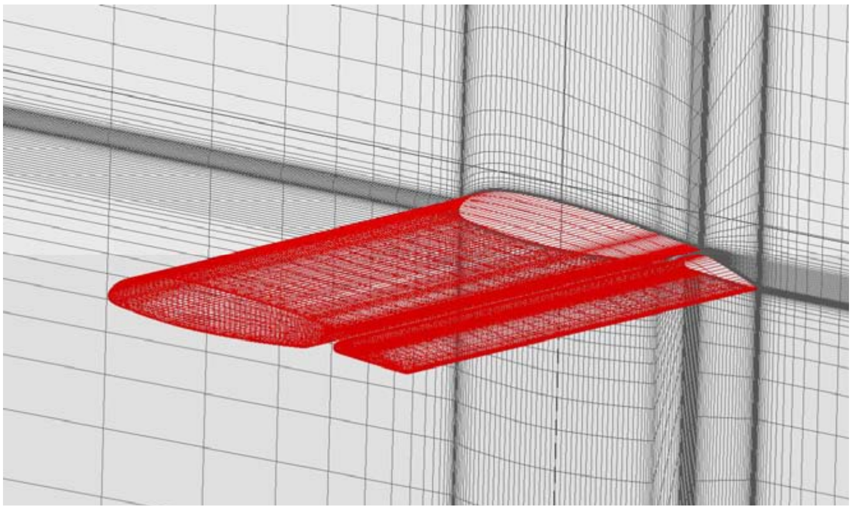
Pro případ křídla bez vychýlené vztlakové klapky měla výsledná síť $1{,}1 \cdot 10^6$ buněk a pro křídlo s klapkou měla $1{,}0 \cdot 10^6$ buněk.

Vytvořená síť byla exportována společně s definovanými okrajovými podmínkami na jednotlivých hranicích ve formátu CGNS.

Na obrázku 2 a 3 jsou znázorněny sítě vytvořené na křídle a v rovině symetrie pro oba počítané případy.



Obr. 2 Síť na profilu bez vztlakové klapky a v rovině symetrie



Obr. 3 Síť na profilu s klapkou a v rovině symetrie

Okrajové podmínky a výpočet

Okrajové podmínky pro oba výpočty jsou znázorněny v tabulce 1. Na obrázku 1 jsou znázorněny okrajové podmínky přiřazené jednotlivým hraničním plochám. Na křídle byla definována okrajová podmínka pevné stěny adiabatic wall, pro kterou platí bezskluzová podmínka definovaná $v_t = 0$ a teplotní podmínka dle vztahu (2), která definuje nulový teplotní gradient ve směru normály.

$$\frac{\partial T}{\partial \vec{n}} = 0 \qquad (2)$$

V rovině symetrie byla použita okrajová podmínky symmetry, která je definována stejně jako Eulerova podmínka na stěně předpokladem nulové složky normálné rychlosti.

název hraniční plochy	okrajová podmínka
vstup	pressure farfield
výstup	pressure farfield
křídlo	adiabatic wall
rovina symetrie	symmetry

Tab. 1 Okrajové podmínky na jednotlivých hranicích

Program EDGE je CFD řešič, který počítá 2D/3D nevazké/vazké stlačitelné Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) rovnice na nestrukturovaných sítích okolo jakýchkoli těles. Rovněž jsou v něm zahrnuty modely LES a DES, které nebyly pro tento účel použity. Proudové pole je řešeno metodou konečných objemů typu cell vertex s přidanou umělou vazkostí.

Výpočet probíhal jako 3D stacionární, viskózní proudění s následujícími modely turbulence. Jednorovnicový model Spalart-Allmaras a dvourovnicový Menter k-ω SST. Velikost vstupní rychlosti a intenzita turbulence byly nastaveny s ohledem na experiment provedený ve VZLÚ a.s. Reynoldsovo číslo pro oba počítané případy bylo $1{,}27 \cdot 10^6$.

Upwind schéma druhého řádu bylo použito pro modely turbulence a pro prostorovou diskretizaci bylo použito centrální schéma s přidanou umělou vazkostí.

K výpočtu bylo použito dvou serverů od firmy Dell, z nichž každý je čtyřprocesorový Intel Itanium 2 na 1,5 GHz s 16 GB RAM.

Analýza výsledků

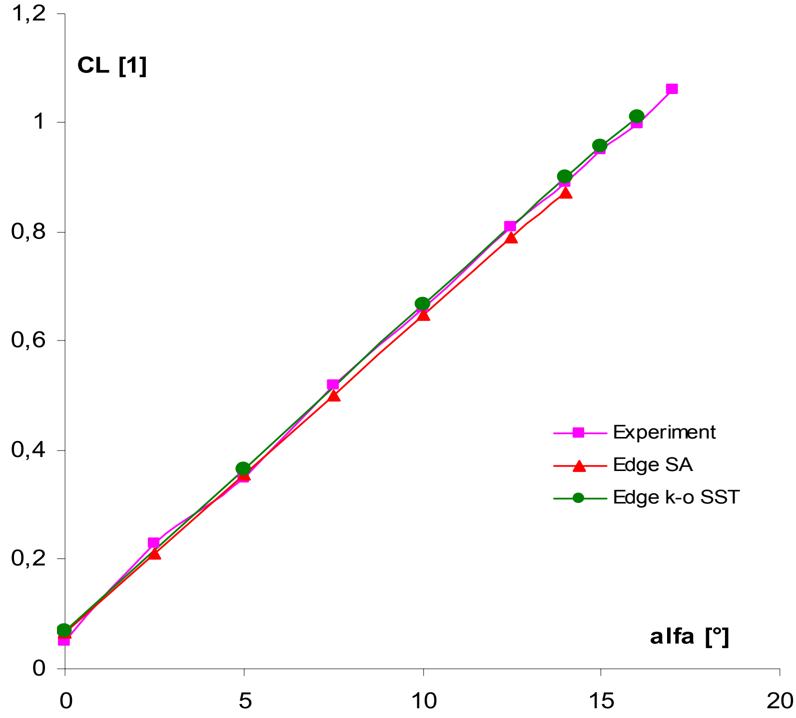
V této části bude následovat rozbor získaných výsledků z výpočtů a jejich porovnání s experimentálními hodnotami. Grafy pro jednotlivé počítané případy jsou pro názornost vynášeny samostatně.

V grafu 1 jsou znázorněny vztlakové čáry pro případ zasunuté vztlakové klapky. Je z něj patrné, že oba modely turbulence velice dobře souhlasí s naměřenými součiniteli vztlaku v oblastech nižších a středních úhlů náběhu.

Model turbulence Spalart-Allmaras udává oproti experimentu poněkud nižší hodnoty součinitele vztlaku (odchylka do 3%), zatímco model turbulence Menter k-ω SST udává součinitele vztlaku s odchylkou vůči experimentu do 1%. S modelem turbulence Menter k-ω SST se podařilo spočítat výsledky pro úhly náběhu o 2° vyšší než pro model turbulence Spalart-Allmaras, aniž by došlo k nekonvergování (kmitání) reziduí a aerodynamických součinitelů. Maximální úhel náběhu spočítaný modelem turbulence Menter k-ω SST byl o 1° nižší kritický úhel náběhu než při měření.

V grafu 2 jsou vyneseny vztlakové čáry pro křídlo s vysunutou vztlakovou klapkou. Opět je vidět poměrně velmi dobrá shoda spočítaných součinitelů vztlaku s naměřenými. Model turbulence Menter k-ω SST udává nepatrně vyšší hodnoty než Spalart-Allmaras, který pro úhly náběhu vyšší než 8° udává odchylku od naměřených hodnot do 2%. Menter k-ω SST udává trochu vyšší stoupání vztlakové čáry a rozdílem součinitelů do 3,5%.

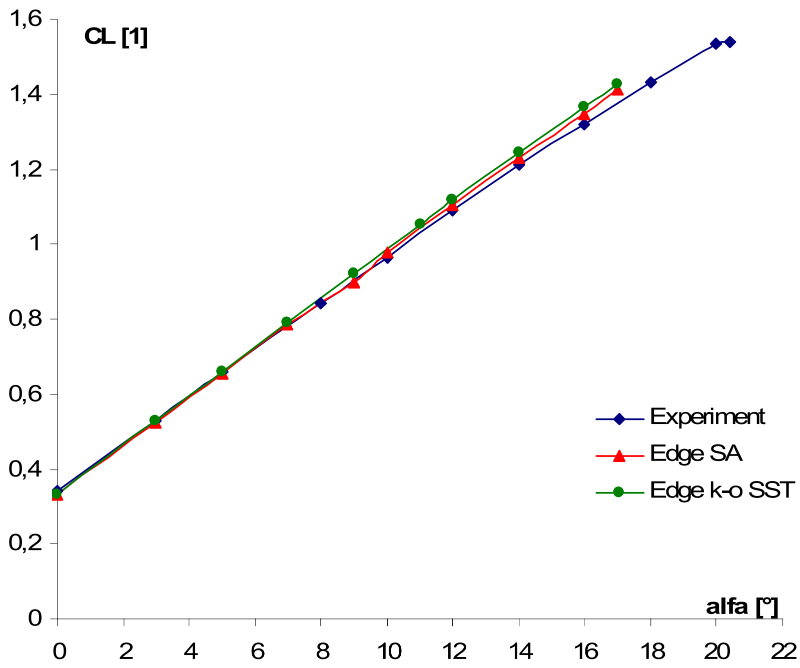
Oba modely turbulence spočítaly stacionární výsledky do úhlu náběhu 17° což je o 3° nižší než byl kritický úhel náběhu naměřený během experimentu.



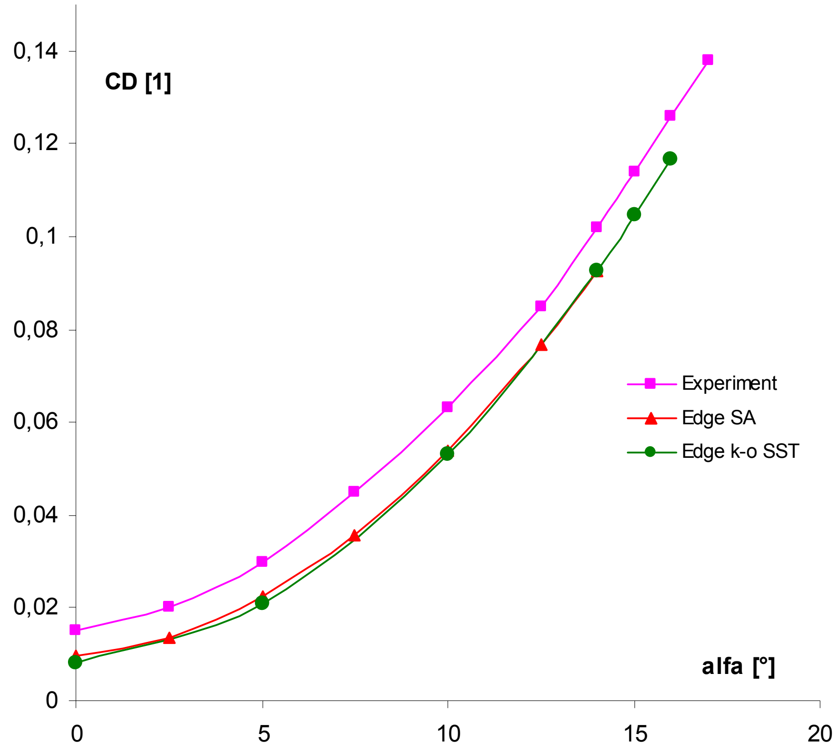
Graf 1 Vztlaková čára křídla se zasunutou vztlakovou klapkou

V grafu 3 je nakreslena odporová čára pro případ zasunuté (neuvažované) vztlakové klapky. Je zde vidět, že vypočtené hodnoty součinitele odporu jsou nižší než součinitele naměřené v aerodynamickém tunelu. Tato skutečnost je pravděpodobně způsobena zanedbáním štěrbiny mezi křídlem a klapkou a modelováním křídla pouze z profilu NACA 23012 a také neuvažováním závěsů potřebných k umístění modelu do měřícího prostoru aerodynamického tunelu. Během měření nebyla provedena kompenzace výsledků na odpor závěsů a proto je možné porovnávat pouze tvar odporové čáry a ne přímo součinitele odporu.

Oba modely turbulence velmi dobře zachycují tvar odporové čáry, přičemž model turbulence Spalart-Allmaras udává nižší hodnoty. Rozdíl mezi experimentálními a vypočtenými hodnotami zůstává pro počítané úhly náběhu přibližně konstantní.



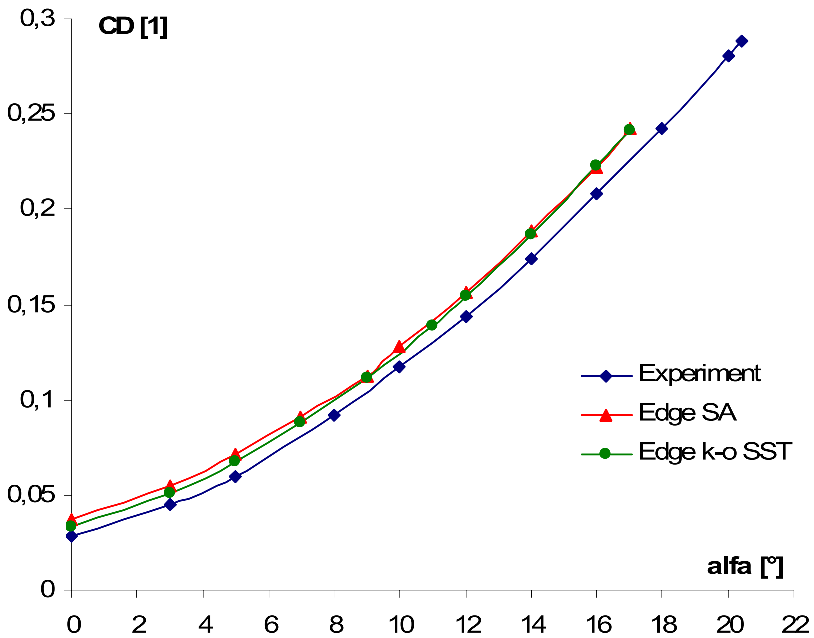
Graf 2 Vztlaková čára pro vysunutou vztlakovou klapku



Graf 3 Odporová čára křídla se zasunutou vztlakovou klapkou

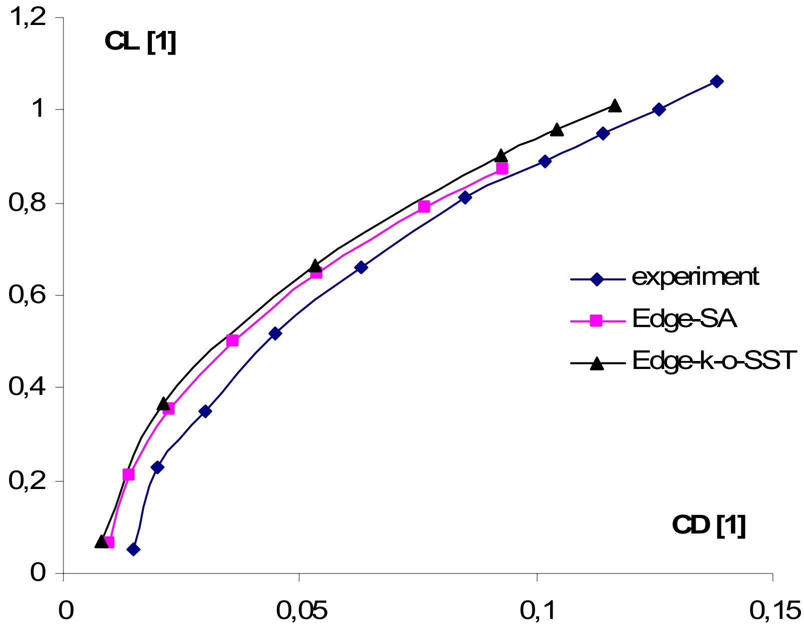
V grafu 4 jsou znázorněny odporové čáry pro vysunutou vztlakovou klapku. Opět je vidět, že oba modely turbulence dobře zachytí tvar odporové čáry. Spočítané hodnoty součinitele odporu jsou poněkud vyšší než naměřené což je patrně způsobeno nedostatečnou hustotou sítě v okolí profilu a v oblasti úplavu za profilem a klapkou. Opět je možno porovnávat pouze tvar odporové čáry ze stejného důvodu jako v případě neuvažované vztlakové klapky.

Model turbulence Menter k-ω SST udává oproti prvnímu počítanému případu pro menší úhly náběhu nižší hodnoty součinitelů odporu než Spalart-Allmaras. Pro vyšší úhly náběhu jsou součinitele odporu prakticky shodné.

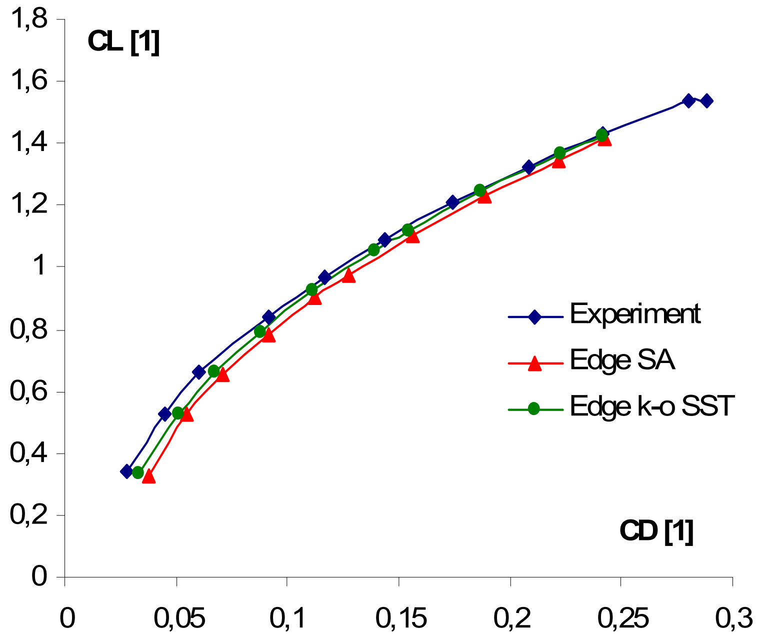


Graf 4 Odporové čáry pro křídlo s vysunutou vztlakovou klapkou

V grafu 5 a 6 jsou pro názornost vyneseny poláry pro oba počítané případy. Jak je patrné již z průběhů vztlakových a odporových čar, jsou tvary polár získaných z obou modelů turbulence v dobré shodě s tvary experimentálně zjištěnými polár.



Graf 5 Poláry křídla pro zasunutou vztlakovou klapku



Graf 6 Poláry křídla s vysunutou vztlakovou klapkou

Závěr

Z přiložených grafů je patrné, že se podařilo spočítat součinitele vztlaku křídla s velmi dobrou přesností při srovnání s experimentem provedeným v aerodynamickém tunelu Ø 3 m ve VZLÚ a.s. Pokud se jedná o porovnání součinitelů odporu, tak se podařilo zachytit tvar odporových čar. Hodnoty odporových součinitelů získané z experimentu a z výpočtu se liší což je dáno uspořádáním modelu v aerodynamickém tunelu (nebylo provedeno měření odporu závěsů) a hustotou sítě v okolí profilu a v oblasti šíření úplavu.

Rychlost výpočtů byla s ohledem na velikost sítí a použitých výpočtových serverů velmi dobrá. Rozdíl v rychlosti výpočtu pří použití jedno nebo dvourovnicového modelu turbulence byl velmi malý (řádově 0,8 sekundy na iteraci).

Protože se jednalo o stacionární výpočty nebylo dosaženo ani pro jeden model turbulence experimentálně zjištěného kritického úhlu náběhu. Pro získání vrcholu vztlakové čáry by bylo potřeba provádět výpočty jako nestacionární, které by zachytily odtrhávání proudu na křídle i klapce. Tyto výpočty budou součástí dalších prací, které se budou zabývat nestacionárními 3D výpočty proudových polí.

Použitá literatura

[1] Verner, V.: *Měření modelu křídla se štěrbinovou klapkou v aerodynamickém tunelu Ø3 m.* Zpráva VZLÚ Z – 2632/81. 113s.

[2] Fořt, J.; Kozel, K.; Fűrst, J.; Halama, J.; Dobeš, J.: *Numerická simulace proudění I.* Vydavatelství ČVUT v Praze, 2005. 100 stran

[3] Kozel, K.; Louda, P.; Bodnár, T.; Beneš, L.; Sládek, I.: *Numerická simulace proudění II.* Vydavatelství ČVUT v Praze, 2004. 100 stran

Numerická simulace a experimentální ověření proudění v radiální turbinové lopatkové mříži

Prof. Ing. Miroslav Šťastný, DrSc, Poradce, Plzeň,
Ing. Richard Valenta, CSc, Výzkumný a zkušební letecký ústav, Praha
Ing. Martin Babák, PhD, První brněnská strojírna, Velká Bíteš

V turbinách malých výkonů se uplatňují radiální lopatkové mříže pro vysoké výstupní rychlosti. V referátu se sleduje možnost použití lopatkového profilu pro přímou turbinovou mříž bez úprav také pro radiální mříž nebo alternativní použití vhodně modifikovaného profilu. Porovnávají se vypočtená proudová pole v přímé mříži a v odvozených radiálních mřížích. Vypočtená rozložení tlaků na profilech a hodnoty ztrátového součinitele se porovnávají s výsledky experimentů na přímé mříži.

1. Úvod

V turbinách malých výkonů se uplatňují radiální lopatkové mříže pro vysoké výstupní rychlosti [1]. Problémem je návrh vhodných profilů pro takové mříže a jejich experimentální ověření. Proměření radiální mříže ve speciálním zařízení je složité [2].

Jako lákavé se jeví využít při návrhu radiálních vysokorychlostních lopatkových mříží již vyvinuté profily pro přímé turbinové mříže, respektive návrhové metody pro vysokorychlostní přímé profilové mříže. K experimentálnímu ověřování využít stávající vysokorychlostní aerodynamické tunely pro přímé mříže s vyvinutou měřicí technikou a metodikou. Podstatou problému je aplikace tvaru profilů přímé mříže vyvinuté pro vysoké rychlosti na profily pro radiální mříž při zachování vhodného rozložení tlaků na profilu.

V referátu se sleduje možnost použití lopatkového profilu pro přímou turbinovou mříž VS33T bez úprav pro radiální mříž, nebo alternativně použít vhodně modifikovaný profil VS33R. Porovnávají se vypočtená proudová pole v přímé mříži a v odvozených radiálních mřížích. Vypočtená rozložení tlaků na profilech a součinitelé ztrát se porovnávají s výsledky experimentů na přímé mříži.

2. Matematické modely

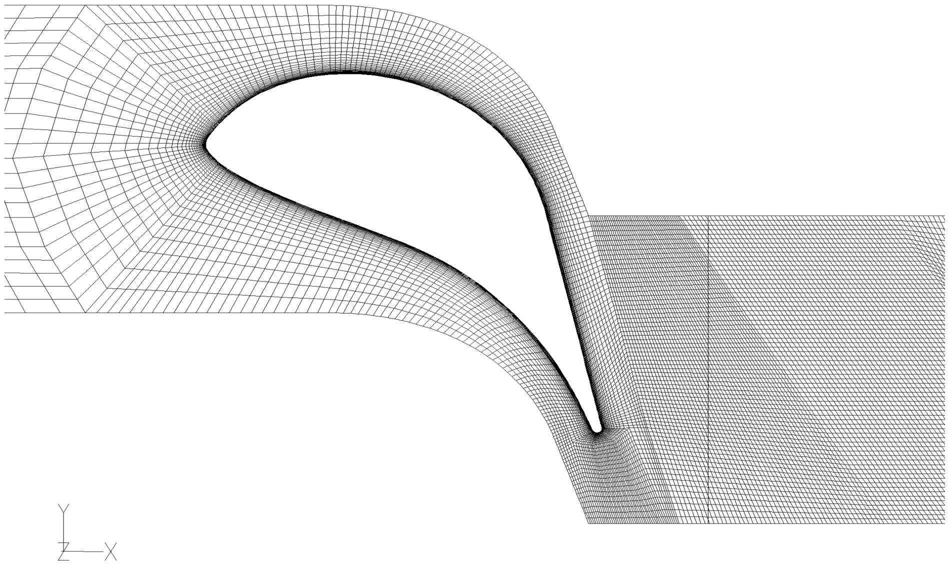
2.1. Profilové mříže a použitý program

Tvar profilu VS33T je patrný z obr.1. Návrhový směr vstupního proudu je kolmý na mříž. Mříž je necitlivá k úhlu náběhu vstupního proudu v rozmezí ± 30°, a proto se hodí k transformaci na radiální mříž, která je umístěna ve velkoprostorovém vstupním hrdle, v němž může docházet ke značným rozdílům směru vstupního proudu po obvodu mříže.

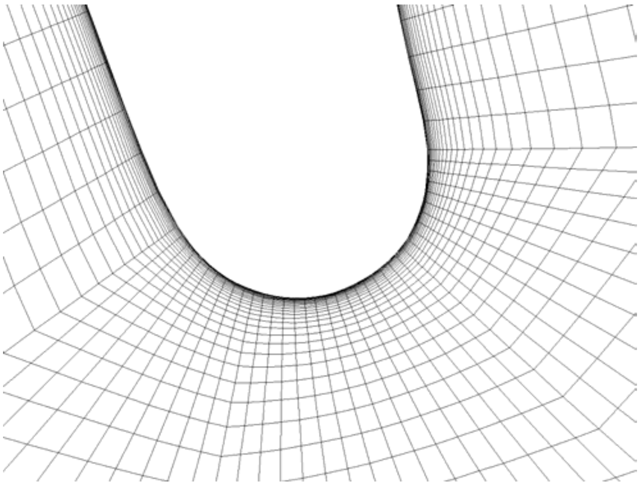
Radiální mříž je charakterizována poměrem průměrů tečných kružnic k odtokovým a náběžným hranám profilů $D_2/D_1 = 0{,}833$. Profil radiální mříže VS33R vznikl modifikací profilu VS33T pro přímou mříž. Podstatou modifikace je změna tvaru přímých proudnic na logaritmické spirály.

Režimy proudění byly zvoleny shodné jako při experimentech v aerodynamickém tunelu. Reynoldsovo číslo je při všech režimech stejné $Re = 8 \cdot 10^5$. Proudícím médiem je vzduch.

K výpočtům byl použit program Fluent. Výpočtová síť má 19 224 elementů čtyřúhelníkového typu se zahuštěním v mezních vrstvách, v úplavu a v rázových vlnách – viz obr. 1-2.



Obr. 1 Profil VS33T v přímé mříži a výpočtová síť

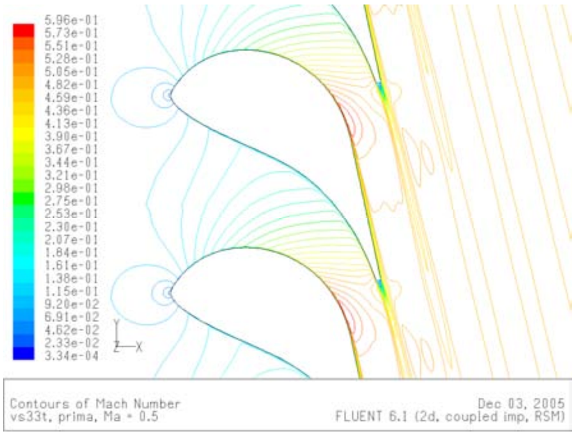


Obr. 2 Detail sítě u odtokové hrany profilu VS33T

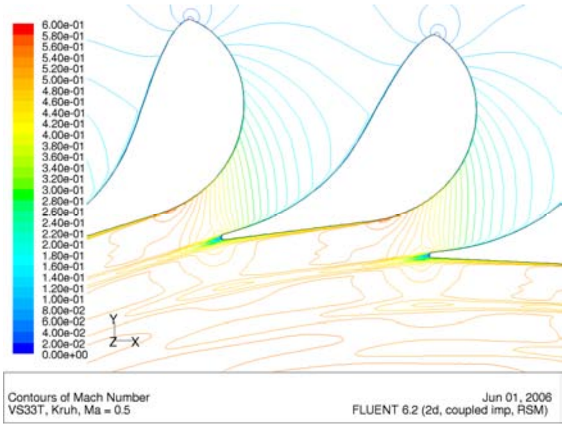
Aplikován byl model turbulence RSM (Reynolds Stress Model) s intenzitou turbulence ve vstupním proudu 1%. Při výpočtu byly použity okrajové podmínky konstantních hodnot celkového tlaku na vstupu a statického tlaku na výstupu z mříže. U radiální mříže byla podmínka výstupního tlaku interpretována jako střední hodnota statického tlaku na tečné kružnici k odtokovým hranám.

2.2. Výsledky výpočtů proudových polí

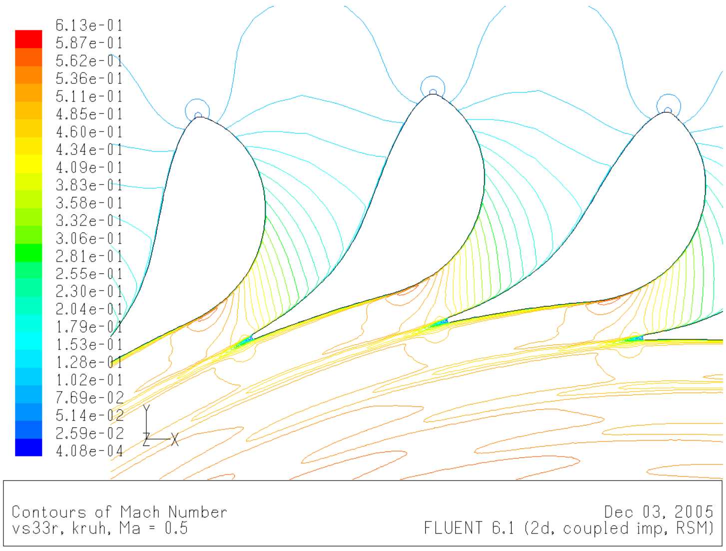
Rozložení Machova čísla v proudovém poli pro nízkou výstupní hodnotu M_{2is} = 0,50 ukazuje obr. 3.



a) VS33T- přímá mříž



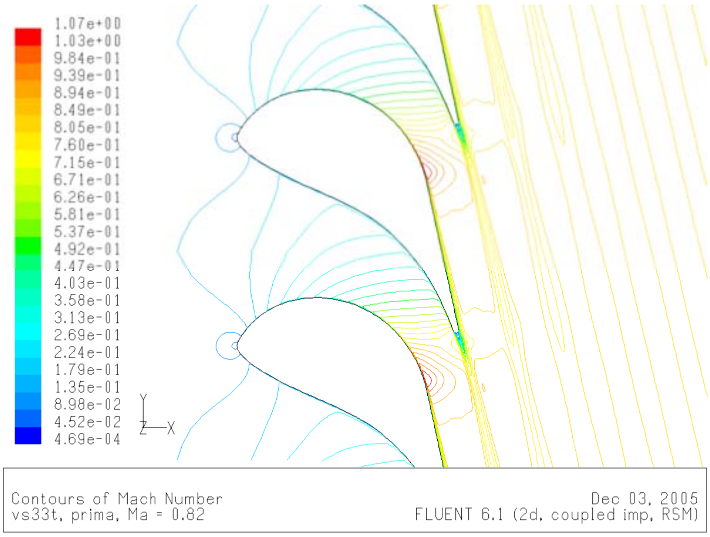
b) VS33T- radiální mříž



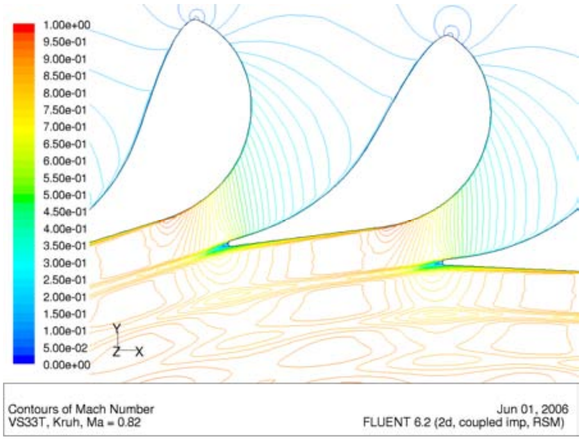
c) VS33R - radiální mříž

Obr. 3 Proudové pole při M_{2is} = 0,50

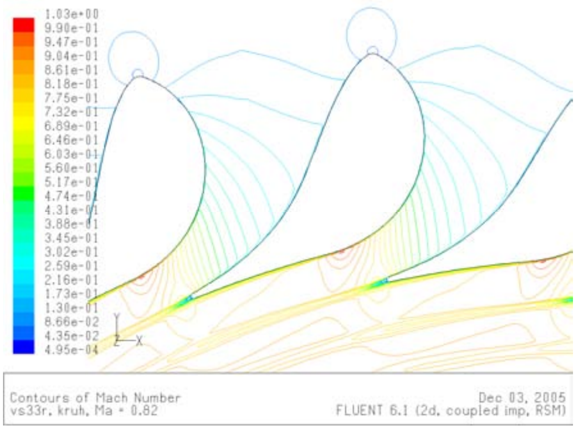
Rozložení Machova čísla v proudovém poli pro mírně nadkritické $M_{2is} = 0{,}82$ ukazuje obr. 4.



a) VS33T- přímá mříž



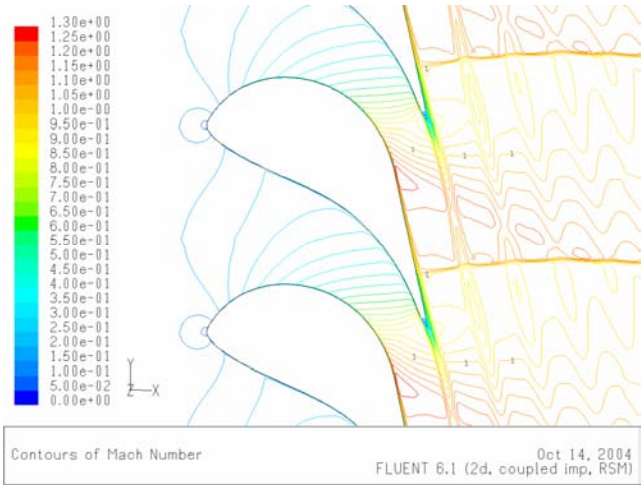
b) VS33T- radiální mříž



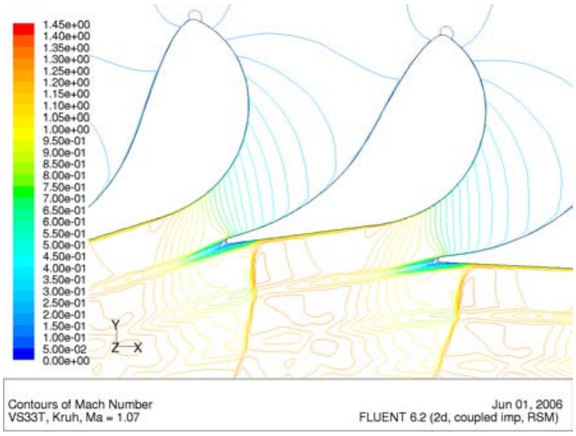
c) VS33R- radiální mříž

Obr. 4 Proudové pole při $M_{2is} = 0{,}82$

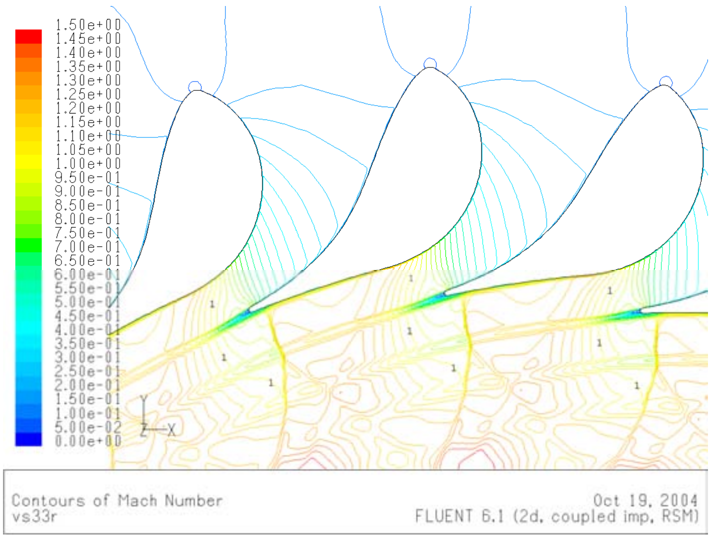
Rozložení Machova čísla v proudovém poli pro transsonické M_{2is} = 1,07 je patrné z obr. 5.



a) VS33T- přímá mříž



b) VS33T - radiální mříž



c) VS33R – radiální mříž

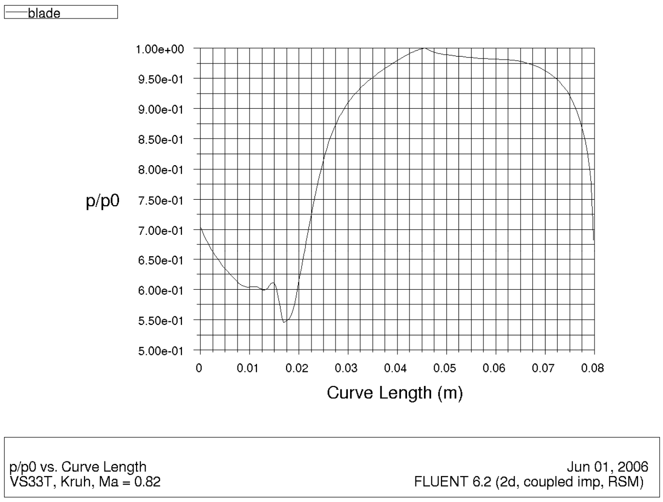
Obr. 5 Proudové pole při M_{2is} = 1,07

Z obr. 3-5 je vidět, že struktura proudu ve výstupní části přímé mříže s profilem VS33T a v radiálních mřížích s profily VS33T a VS33R, jakož i v blízké oblasti za odtokovými hranami se jen málo liší. Mříž VS33T v radiálním uspořádání vykazuje při vyšších hodnotách M_{2is} širší úplavy za odtokovými hranami profilů.

2.3. Rozložení tlaku na profilech

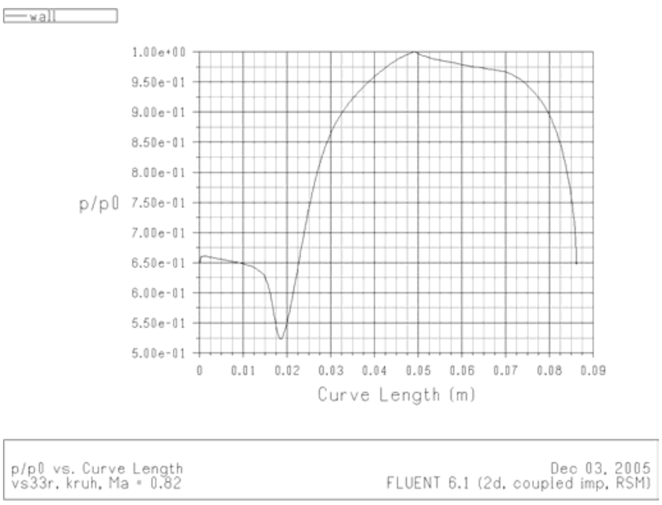
Vypočtené rozložení poměrného tlaku (p_0 je celkový vstupní tlak) na profilech radiálních mříží při mírně nadkritické výstupní hodnotě Machova čísla M_{2is} = 0,82 je patrné z diagramů na obr.6.

Pro původní profil VS33T



a) VS33T - radiální mříž

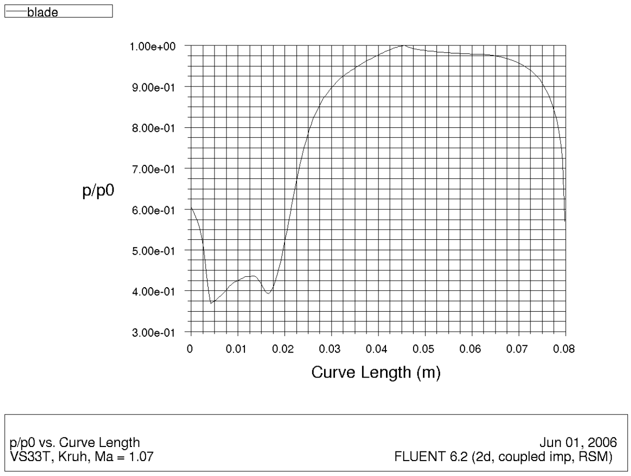
Pro modifikovaný profil VS33R



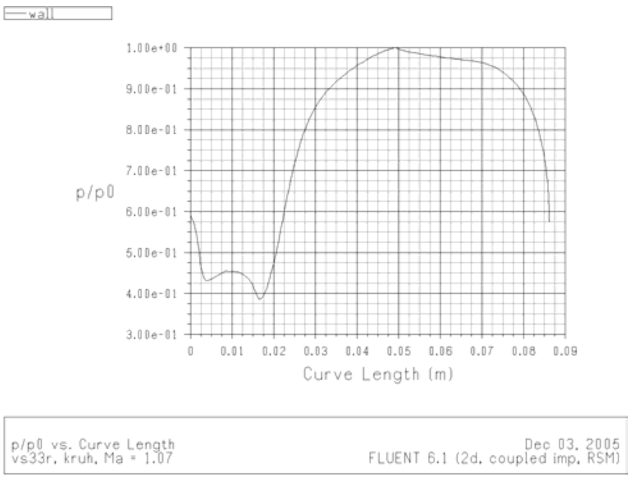
b) VS33R – radiální mříž

Obr. 6 Rozložení poměrného tlaku p/p_0 na profilech radiálních mříží při M_{2is} = 0,82

Vypočtené rozložení poměrného tlaku na profilech radiálních mříží při transsonické hodnotě Machova čísla M_{2is} = 1,07 je patrné z diagramů na obr. 7.



a) VS33T – radiální mříž



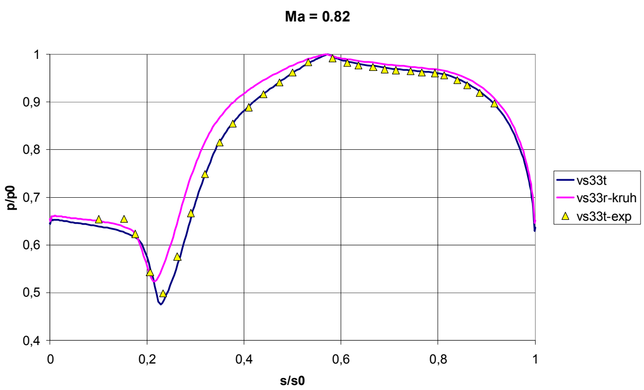
b) VS33R – radiální mříž

Obr. 7 Rozložení poměrného tlaku p/p_0 na profilech radiálních mříží při M_{2is} = 1,07

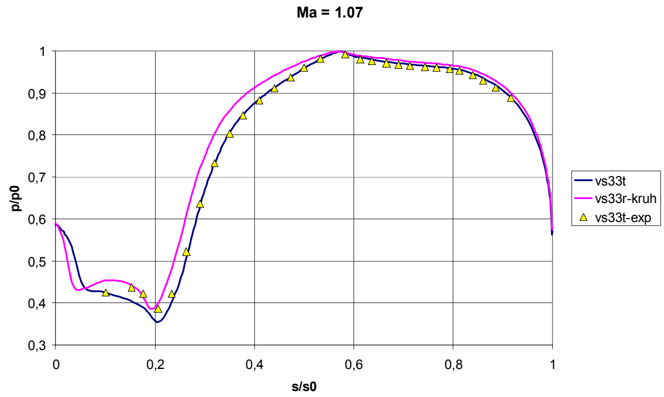
Mříž VS33T v radiálním uspořádání vykazuje vyšší stoupnutí tlaku u konců podtlakových stran profilů.

3. Porovnání výsledků výpočtů s experimenty na přímé mříži

Rozložení vypočtených a naměřených hodnot poměrného tlaku p/p_0 po obvodu profilu přímé mříže VS33T a vypočtené rozložení poměrného tlaku pro radiální mříž s profilem VS33R ukazují grafy na obr.8 - 9.



Obr. 8 VS33T a VS33R, M_{2is} = 0,82 - rozložení p/p_0 po obvodech profilů



Obr. 9 VS33T a VS33R, M_{2is} = 1,07 - rozložení p/p_0 po obvodech profilů

Z diagramů na obr.8-9 je patrná téměř dokonalá shoda vypočteného a naměřeného rozložení p/p_0 po obvodu přímé mříže VS33T až do určité vzdálenosti od odtokové hrany, kam sahají měření tlaku na profilu. Vypočtené rozložení p/p_o po obvodu profilu radiální mříže VS33R vykazuje jisté rozdíly u podtlakové strany, ale je příznivější s ohledem na vznik ztrát – viz vypočtené hodnoty součinitele energetické ztráty ζ v tab.1.

M_{2is}	0,50	0,82	1,07
VS33T- přímá	4,7	4,4	3,9
VS33R - radiální	4,1	3,7	3,7
VS33T-přímá-experiment	3,5	3,2	9,5

Tab. 1: Vypočtené a naměřené hodnoty součinitele energetické ztráty ζ [%]

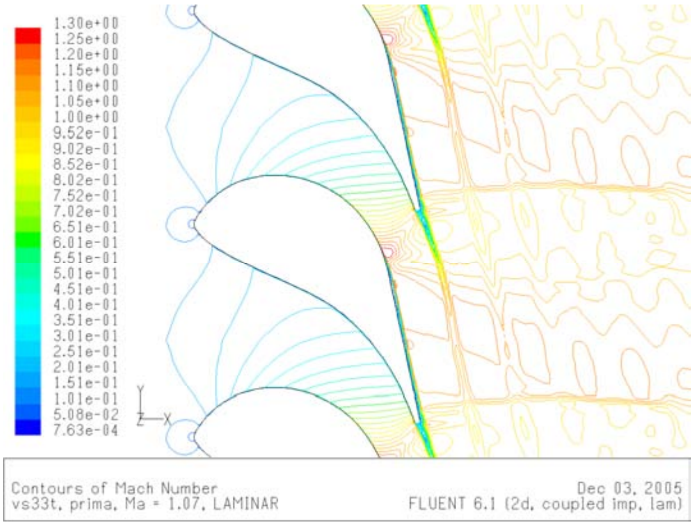
V tab.1 jsou pro porovnání uvedeny experimentálně zjištěné hodnoty ztrátového součinitele. Je vidět, že jsou oproti výpočtu poněkud nižší v subsonické oblasti, ale podstatně vyšší pro transsonické proudění.

Hlavní příčinou rozdílů mezi vypočtenými a naměřenými hodnotami ztrátového součinitele jsou pravděpodobně rozdíly v typu mezních vrstev vycházejících z výpočtového modelu a existujících na obtékaných profilech při experimentu. Výpočtový model zavádí volbou modelu turbulence turbulentní tření na profilech již od náběžného bodu. Při experimentech v aerodynamickém tunelu bude při zrychlujícím proudění v turbinové mříži mezní vrstva na přetlakové straně profilu laminární a na podtlakové straně může docházet k přechodu do turbulence až za místem s nejnižší hodnotou tlaku.

Z uvedených skutečností vyplývá, že při subsonickém proudění budou třecí ztráty profilů při experimentu nižší než udává výpočtový model a hodnoty v tab. 1 tomu odpovídají. Otázkou zůstává transsonický režim proudění, při kterém dochází k interakci rázové vlny s mezní vrstvou. Interakce s laminární mezní vrstvou může mít za následek odtržení proudu spojené s výrazným nárůstem ztrátového součinitele. Vysoká experimentálně zjištěná hodnota ztrátového součinitele při M_{2is} = 1,07 této skutečnosti nasvědčuje.

Použitý výpočtový program neobsahuje možnost zahrnout do výpočtu laminární mezní vrstvu s přechodem do turbulence. Byl proto proveden ověřovací výpočet transsonického proudění s uvažováním pouze laminární vazkosti v celém proudovém poli.

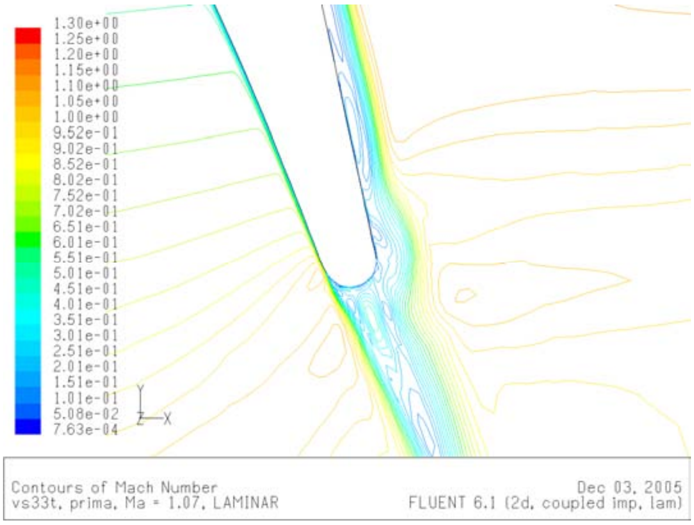
Rozložení Machova čísla v proudovém poli pro laminární proudění a transsonické M_{2is} = 1,07 je patrné z obr. 10.



Obr. 10 Proudové pole v přímé mříži VS33T pro laminární proudění a M_{2is} = 1,07

Od turbulentního proudění dle obr.5a se struktura laminárního proudění výrazně liší. Zvuková linie se nachází již v hrdle mříže, za hrdlem mříže se u podtlakové strany profilu objevuje lokální oblast s nadzukovými rychlostmi a mezní vrstva za ní je zřetelně silnější.

Detail poměrů v okolí interakce rázové vlny s laminární mezní vrstvou je patrný z obr. 11.



Obr. 11 Přímá mříž VS33T - laminární proudění a M_{2is} = 1,07

Matematický model ukazuje úzkou vrstvu odtrženého proudění u stěny profilu v okolí interakce rázové vlny s mezní vrstvou, nedochází ale k rozvinutému odtržení proudu od profilu .

4. Závěry

Turbinový profil vyvinutý pro přímou mříž a pro vysoké rychlosti proudění lze využít pro získání radiální mříže pro turbinu buď přímou aplikací, nebo lépe vhodnou modifikací tvaru profilu.

Při přenášení experimentálních výsledků aerodynamického výzkumu z přímé na radiální mříž je třeba provádět paralelní rozbor proudění v obou mřížích pomocí matematického modelu.

Odvozená radiální mříž má zpravidla poněkud nižší ztrátový součinitel než původní mříž přímá.

Použitý výpočtový program a matematický model obsahující model turbulence nepostihuje vytváření laminární mezní vrstvy u stěny profilu a její přechod do turbulence, což vede k nedokonalému postižení struktury proudového pole a energetických ztrát v turbinové mříži, zejména při transsonickém režimu proudění.

Poděkování

Autoři děkují za podporu od MŠMT: výzkumný záměr MSM0001066902 a projekt 1M06059.

Literatura:

[1] Tajč L., Bednář L., Poskočilová M.: *Parní turbina s radiálním regulačním stupněm a se dvěma axiálními stupni,* Proceedings, Colloquium Fluid Dynamics 2004, s.189 - 192, ÚT-AVČR, Praha 2004.

[2] Dvořák R., Luxa M.: *Nové experimentální zařízení pro výzkum transsonického proudění v radiálních turbinových mřížích,* Proceedings, Conference Topical Problems of Fluid Mechanics 2004, s. 27 – 30, ÚT AVČR, Praha 2004.

Numerické řešení transsonického obtékání profilu a křídla

Ing.Petr Furmánek, Doc. Ing. Jiří Fürst PhD., Ing. Jaromír Horáček DrSc., Prof. RNDr. Karel Kozel DrSc. [1]

Abstrakt Práce se zabývá numerickým řešením transsonického obtékání profilu DCA 18 % a šípového křídla s profilem NACA 0012 uchyceného ve stěně. Výpočetní metoda je založena na metode konečných objemů, konkrétně se pak jedná o MacCormackovo schema ve formě prediktor-korektor s Jamesonovou umělou vazkostí druhého řádu. Numerické výsledky obtékání profilu DCA 18 % v kanále jsou srovnány s experimentálními daty získanými v Ústavu termomechaniky ČAV. Dále jsou uvedeny výsledky trojrozměrného transsonického obtékání křídla s dvěma různými úhly náběhu.

Matematický model Model stlačitelného nevazkého proudění kolem profilu je popsán systémem Eulerových rovnic. Tento systém je odvozen ze základních zákonů zachování (zachování hmotnosti, hybnosti a energie) a v případě dvourozměrného proudění má následující tvar (vektorový zápis):

$$W_t + F_x + G_y = 0. \tag{1}$$

Vektor zachovávaných proměnných W a vektory nevazkých toků F, G mají následující složky

$$\begin{aligned} W &= \left\|\rho, \rho u, \rho v, e\right\|^T, \\ F &= \left\|\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, (e+p)u\right\|^T, \\ G &= \left\|\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, (e+p)v\right\|^T. \end{aligned}$$

Systém (1) je nutno ještě doplnit stavovou rovnicí ideálního plynu $p = (\kappa - 1)\Big[e - \frac{1}{2}\rho(u^2+v^2)\Big]$, $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$, ρ - hustota, (u, v) - vektor rychlosti, p - tlak a e - celková energie v jednotce objemu. V případě trojrozměrného proudění lze systém (1) jednoduše rozšírit, vektor rychlosti pak bude mít tři složky (u, v, w) a Eulerovy rovnice budou mít následující tvar:

$$W_t + F_x + G_y + H_z = 0. \tag{2}$$

Numerické schema Oba dva systémy (1) a (2) byly řešeny schematem na bázi metody konečných objemů ve formě cell-centered, což znamená, že výpočetní oblast Ω je rozdělěna na množství menších oblastí (buněk, v našem případě pomocí výpočetní

[1] Ing. Petr Furmánek, Ústav technické matematiky, Fakulta strojní, ČVUT v Praze,. Karlovo náměstí 13, Praha 2 - Nové Město, 121 35, Tel.: +420 2 2435 7447, E-mail: Petr.Furmanek@fs.cvut.cz
Doc. Ing. Jiří Fürst, PhD, Ústav technické matematiky, Fakulta strojní, ČVUT v Praze. E-mail: Jiri.Furst@fs.cvut.cz
Ing. Jaromír Horáček, DrSc., Ústav termomechaniky, ČAV,. E-mail: jaromirh@it.cas.cz
Prof. RNDr. Karel Kozel, DrSc., Ústav technické matematiky, Fakulta strojní, ČVUT v Praze. E-mail: kozelk@fsik.cvut.cz

H-sítě), takže $\Omega = \bigcup_{i,j} D_{i,j}$, kde $D_{i,j}$ značí jednu výpočetní buňku. V každé z buněk pak musí platit vztah:

$$\iint_{D_{i,j}} W_t dx\, dy + \iint_{D_{i,j}} (F_x + G_y) dx\, dy = \iint_{D_{i,j}} W_t dx\, dy + \oint_{\partial D_{i,j}} F dy - G dx = 0. \quad (3)$$

Jak pro dvourozměrné tak pro trojrozměrné výpočty bylo použito dvoukrokového Laxova–Wendroffova schematu v MacCormackově formě

$$\begin{aligned} W_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} &= W_{i,j}^n - \frac{\triangle t}{\mu(D_{i,j})} \sum_{k=1}^{4} (F_k^n \triangle y_k - G_k^n \triangle x_k) \quad (4) \\ W_{i,j}^{n+1} &= \frac{1}{2} \Big[W_{i,j}^n + W_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\triangle t}{\mu(D_{i,j})} \sum_{k=1}^{4} (F_k^{n+\frac{1}{2}} \triangle y_k - G_k^{n+\frac{1}{2}} \triangle x_k) \Big] + AD(W_{i,j}^n). \end{aligned}$$

$AD(W_{i,j}^n)$ je umělá vazkost, kterou je nutno přidat pro stabilizaci výpočtu a k vyhlazení oscilací v okolí nespojitostí (například rázových vln), které schemata druhého řádu založená na Taylorově rozvoji produkují. V našem případě jsme použili Jamesonovu umělou vazkost druhého řádu ve tvaru:

$$\begin{aligned} AD(W_{i,j}) &= \frac{1}{\mu(D_{i,j})} \Big[\gamma_{i+\frac{1}{2},j} (W_{i+1,j} - W_{i,j}) - \gamma_{i-\frac{1}{2}} (W_{i,j} - W_{i-1,j}) + \\ &\quad + \gamma_{i,j+\frac{1}{2}} (W_{i,j+1} - W_{i,j}) - \gamma_{i,j-\frac{1}{2}} (W_{i,j} - W_{i,j-1}) \Big], \quad (5) \end{aligned}$$

kde

$$\begin{aligned} \gamma_{i+\frac{1}{2},j} &= \frac{\mu(D_{i,j}) + \mu(D_{i+1,j})}{2} k_1 \max(\nu_i, \nu_{i+1}), \\ \gamma_{i-\frac{1}{2},j} &= \frac{\mu(D_{i,j}) + \mu(D_{i-1,j})}{2} k_1 \max(\nu_i, \nu_{i-1}), . \end{aligned}$$

$\gamma_{i,j+\frac{1}{2}}, \gamma_{i,j-\frac{1}{2}}$ je definováno podobně (v tom případě misto konstanty k_1 požijeme konstantu k_2) a

$$\nu_i = \frac{|p_{i+1,j} - 2p_{i,j} + p_{i-1,j}|}{|p_{i+1}| + |2p_{i,j}| + |p_{i-1,j}|},$$

(ν_j je opět definováno obdobně). Konvergence výpočtu byla sledována na chování stacionárního rezidua hustoty definovaném jako

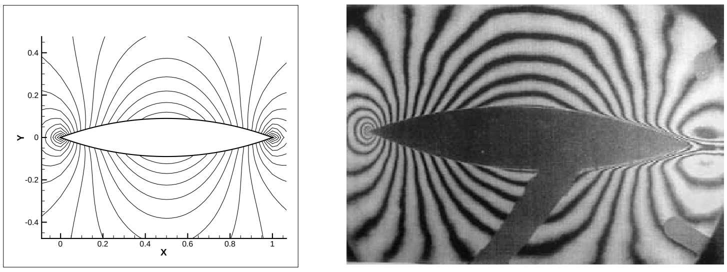
$$\log_{10} \sqrt{\frac{1}{NM} \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{M} \left(\frac{\rho^{n+1} - \rho^n}{\triangle t} \right)^2},$$

kde $N.M$ je celkový počet výpočetních buněk.

Okrajové podmínky Okrajové podmínky jsou uvažovány standardním způsobem pro případ proudění v kanále popsaného systémem Eulerových rovnic. V tom případě je na vstupní části hranice předepsaná podmínka $(u, v, p) = (U_\infty, V_\infty, p_\infty)$, na výstupní části hranice platí $p = p_\infty$a na pevné stěně pak $(u, v)_n = 0$. V trojrozměrném případě je užito přímé rozšíření těchto podmínek do tří rozměrů. Pro nestacionární výpočet byly aplikovány speciální okrajové podmínky na výstupní části hranice, kdy výstupní tlak byl dán vzorcem $p_{outlet} = p_\infty(1 + 0.2sin(\omega T))$, $\omega = \frac{1}{20}$ kde T značí čas.

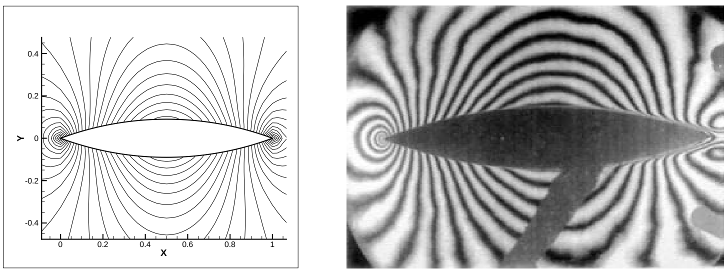
Numerické výsledky

DCA 18%, proudění v kanále, stacionární výpočet Jako první prezentujeme srovnání numerických a experimentálních výsledků stacionárního obtékání kolem profilu DCA 18%. Jsou uvažovány režimy s různými velikostmi vstupního Machova čísla, přičemž úhel náběhu zůstává vždy roven nule. Na obrázcích (1) a (2) je uvedeno srovnání výsledků pro subsonický režim. Zde lze pozorovat velmi dobrou shodu mezi experimentem a výpočtem ([5]). Na druhé straně v případě transsonického proudění jsou patrné rozdíly v tvaru izočar a umístění rázové vlny (obr. 3), které jsou zaviněny s největší pravděpodobností zanedbáním vazkosti v použitém matematickém modelu. Na posledním obrázku (obr. 4) je srovnání chování Machova čísla podél profilu - jak pro numerické, tak pro experimentální výsledky.



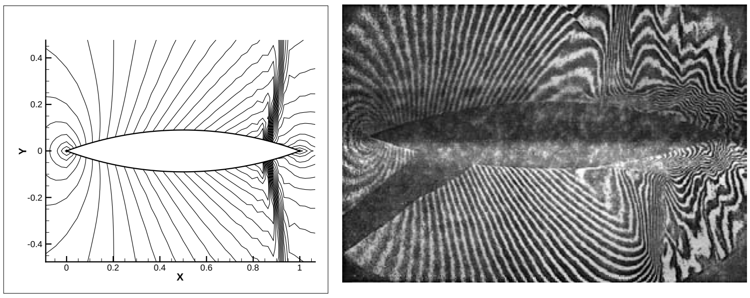
(a) Numerický výsledek. (b) Experimentální výsledek.

Figure 1: DCA 18%, $M_\infty = 0.526$, $\alpha = 0°$, izočáry Machova čísla.



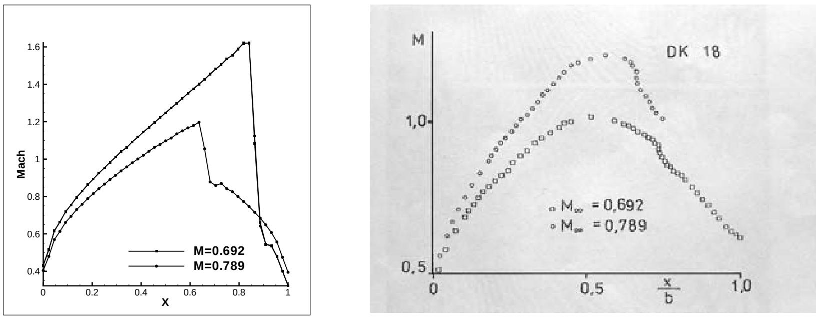
(a) Numerický výsledek. (b) Experimentální výsledek.

Figure 2: DCA 18%, $M_\infty = 0.626$, $\alpha = 0°$, izočáry Machova čísla.



(a) Numerický výsledek. (b) Experimentální výsledek.

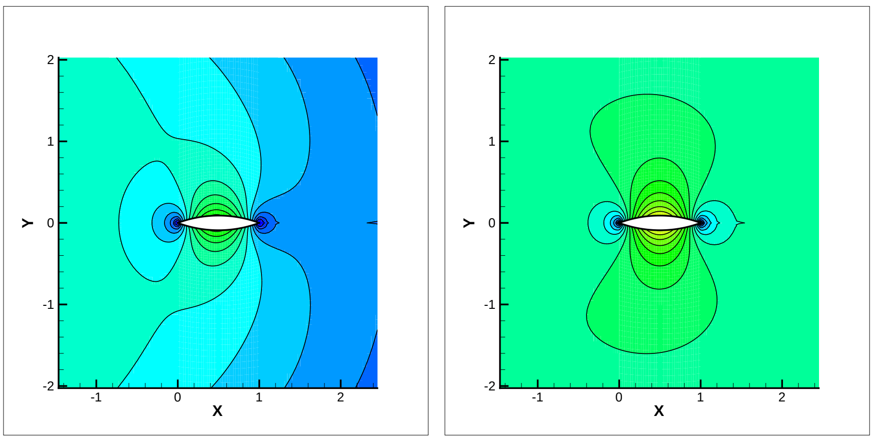
Figure 3: DCA 18%, $M_\infty = 0.79$, $\alpha = 0°$, izočáry Machova čísla.



(a) Numerický výsledek. (b) Experimentální výsledek.

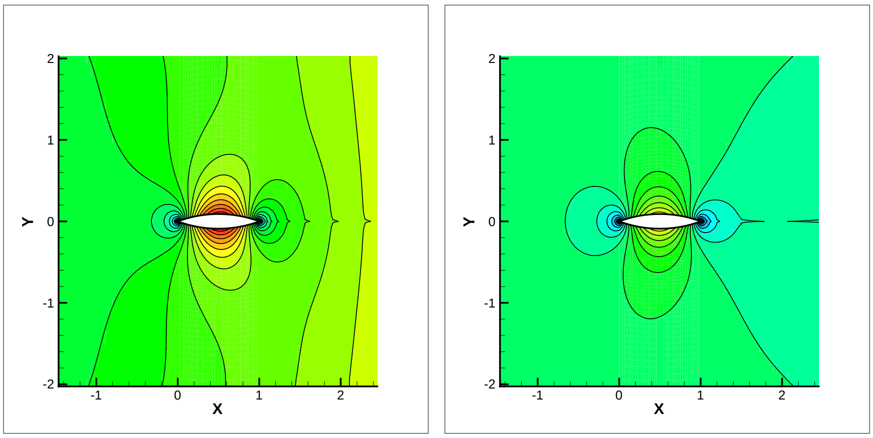
Figure 4: DCA 18%, $M_\infty = 0.692$, $M_\infty = 0.789$, $\alpha = 0°$, srovnání, chování Machova čísla podél profilu.

DCA 18% v kanále - nestacionární výpočet V tomto odstavci jsou uvedeny výsledky nestacionárního proudění kolem profilu DCA 18% vyvolaného předepsanou změnou tlaku ve výstupní části kanálu ve tvaru $p_2 = p_2(T) = p_{outlet}$ (obr. 6). Obr. 7 zobrazuje průběžnou změnu tlaku v bodě umístěném ve středu horní části profilu.



(a) $t = \frac{1}{2}\pi$ (b) $t = \pi$

Figure 5: DCA 18%, $M_\infty = 0.526$, $\alpha = 0°$, isolines of Mach number, nonsteady.



(a) $t = \frac{3}{2}\pi$ (b) $t = 2\pi$

Figure 6: DCA 18%, $M_\infty = 0.526$, $\alpha = 0°$, nestacinární řešení, izočáry Machova čísla.

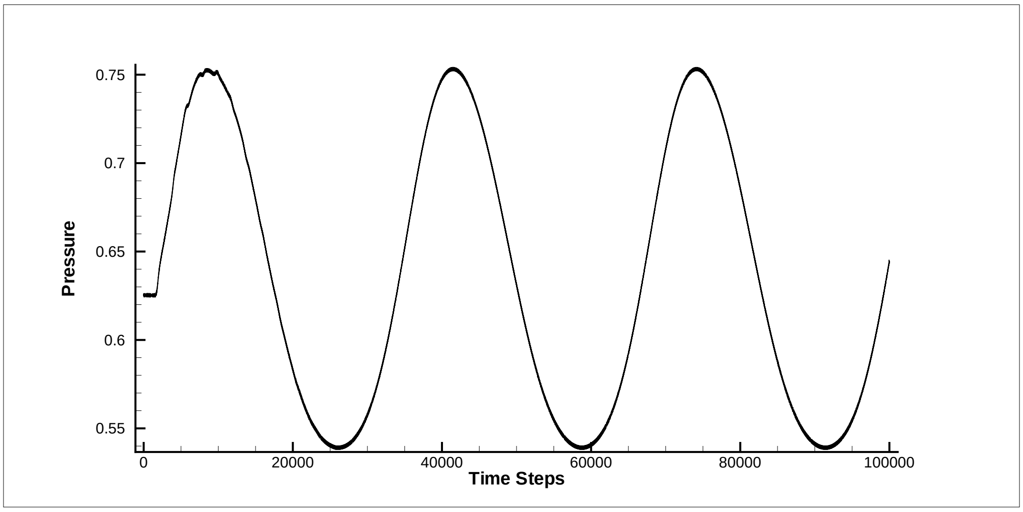
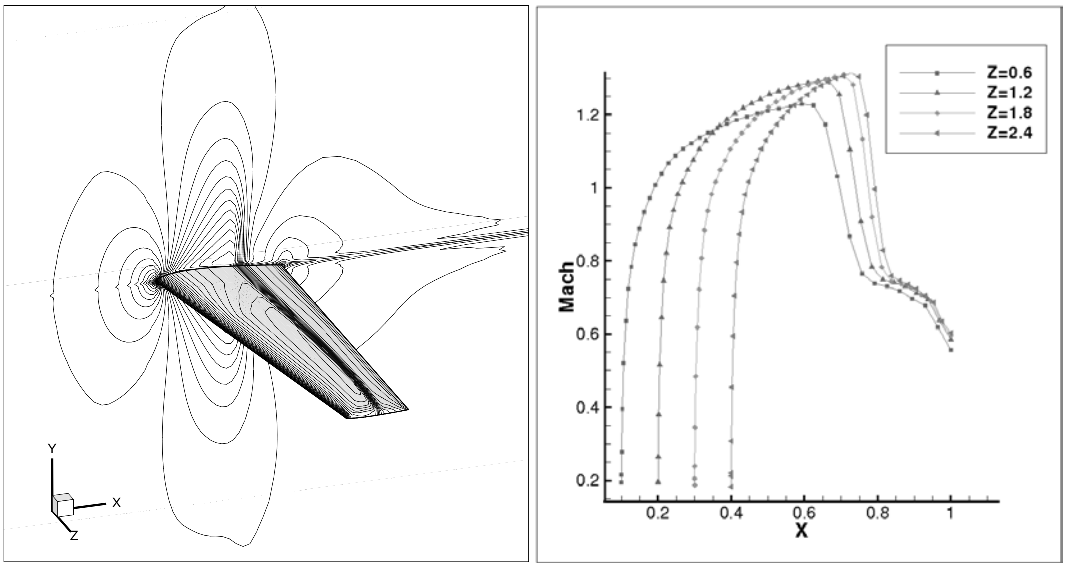


Figure 7: DCA 18%, $M_\infty = 0.526$, $\alpha = 0°$, nestacionární řešení, chování tlaku v horní části profilu.

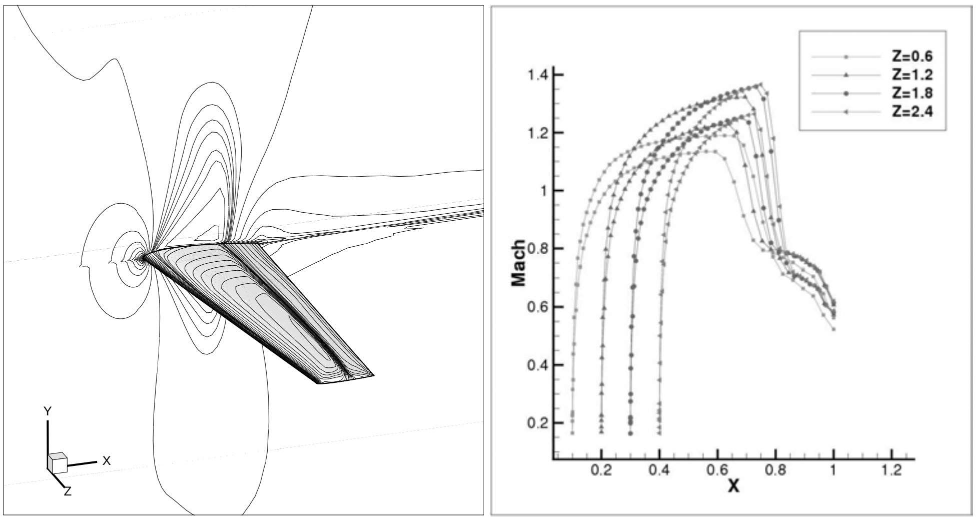
Šípové křídlo s profilem NACA 0012 vetknuté ve stěně, 3D výpočet

Na následujících obrázcích lze vidět první numerické výsledky obtékání trojrozměrného křídla. Jsou uvažovány dva transsonické režimy se stejnou velikostí vstupního Machova čísla $M_\infty = 0.85$ a rozdílnými úhly náběhu. Výsledky jsou uvedeny ve formě izočar Machova čísla a jeho chování na horní a dolní straně křídla ve čtyřech řezech pro $z = const.$ (Figures 8, 9). Řezy jsou postupně ve 20%, 40%, 60% a 80% délky křídla.



(a) Izočáry Machova čísla. (b) Chování Machova čísla na křídle.

Figure 8: Modified NACA 0012, $M_\infty = 0.85$, $\alpha = 0°$.



(a) Izočáry Machova čísla. (b) Chování Machova čísla na horní a spodní části křídla.

Figure 9: Modified NACA 0012, $M_\infty = 0.85$, $\alpha = 1.25°$.

Literatura

[**1**] Dvořák, R., Kozel, K.: Matematické modelování v aerodynamice, ČVUT, Praha 1996

[**2**] Feistauer, M.: Mathematical methods in fluid dynamics, Longman Scientific &

Technical, New York, 1993.

[**3**] Furmánek P., Furst J., Kozel K., Numerical Solution of Inviscid Transonic Flow over Profile. Conference: TOPICAL PROBLEMS OF FLUID MECHANICS 2004.

[**4**] Mastný, P., Furmánek, P., Fürst, J., Kozel, K. Numerical solution of 2D inviscid transonic flow past a profile. Conference: TOPICAL PROBLEMS OF FLUID MECHANICS 2005.

[**5**] Maršík F., Vlček V., Blízký úplav a jeho vliv na transonické proudové pole isolovaného profilu, zpáva ÚT ČSAV Z - 696/79. Praha 1980.

Poděkování *Tato práce byla vytvořena za podpory Výzkumného plánu MSM No. 0001066902 a grantu AV CR IAA200760613.*

Vývoj numerické metody pro řešení transsonického proudění v lopatkových mřížích

Ing. P. Straka*, Prof. Ing. P. Šafařík, Csc.**

* VZLÚ, Praha
** ČVUT, Fakulta strojní, Praha

Abstrakt

V příspěvku je popsána numerická metoda použitá k výpočtu dvourozměrného stlačitelného vazkého laminárního proudění ideálního plynu v přímých lopatkových mřížích zejména při transsonických režimech. Při vývoji numerické metody byl kladen důraz na její stabilitu (robustnost) a schopnost dostatečně ostře zachytit rázové vlny.

Numerická metoda je prezentována na třech příkladech. Prvním je výpočet laminární mezní vrstvy při obtékání desky. Tento příklad je vhodný k testování schopnosti numerických metod řešit laminární mezní vrstvu, protože chování mezní vrstvy může výrazně ovlivnit proudové pole. Výsledky jsou porovnány s analytickým řešením. Druhým příkladem je laminární obtékání přímé lopatkové mříže SE 1050. Výsledky tohoto příkladu jsou porovnány s experimentem. Na tomto příkladu je též ukázáno, jak vhodná realizace výstupní okrajové podmínky potlačuje odraz rázové vlny od výstupní hranice. Třetím příkladem je laminární obtékání přímé lopatkové mříže DK-8-1 (DCA 8%). Je zde ukázán zásadní vliv typu vstupní okrajové podmínky, který rozhoduje o tom, zda bude simulován režim s nadzvukovým vstupem, nebo režim s podzvukovým vstupem ve stavu aerodynamického ucpání.

Obsah

1 Fyzikální a matematický model

K řešení proudění v přímýh lopatkových mřížích byl použit model *dvourozměrného stlačitelného vazkého laminárního proudění ideálního plynu* popsaného systémem Navierových – Stokesových rovnic:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y}, \tag{1}$$

kde W je vektor konzervativních veličin, F a G jsou nevazké toky a R a S jsou vazké toky:

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \; F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e+p)u \end{bmatrix}, \; G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho u^2 + p \\ (e+p)v \end{bmatrix}, \tag{2}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + k\frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix}, \; S = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + k\frac{\partial T}{\partial y} \end{bmatrix}, \tag{3}$$

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3}\eta\left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right), \tag{4}$$

$$\tau_{xy} = \eta\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right), \tag{5}$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{3}\eta\left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x}\right), \tag{6}$$

kde ρ je hustota, u a v jsou složky vektoru rychlosti, e je celková energie v jednotce objemu, p je statický tlak, η je dynamická viskozita, T je statická teplota, k je součinitel tepelné vodivosti, x a y jsou kartézské souřadnice. V rovnicích (4) až (6) pro složky tenzoru tečného napětí byl použit Stokesův vztah pro obě vazkosti. Dynamická viskozita je závislá na teplotě, pro výpočet $\eta = \eta(T)$ byl použit vztah:

$$\eta = \eta(T_0)\left(\frac{T}{T_0}\right)^{0,754}, \; \eta(T_0) = 1,72 \cdot 10^{-5}\, Pa \cdot s, \; T_0 = 273,15\, K\,. \tag{7}$$

Celková energie e souvisí s tlakem prostřednictvím stavové rovnice ideálního plynu:

$$p = (\kappa - 1)\left[e - \frac{1}{2}\rho\left(u^2 + v^2\right)\right], \; \kappa = \frac{c_p}{c_v}, \tag{8}$$

kde κ je poměr tepelných kapacit při stálém tlaku a objemu.

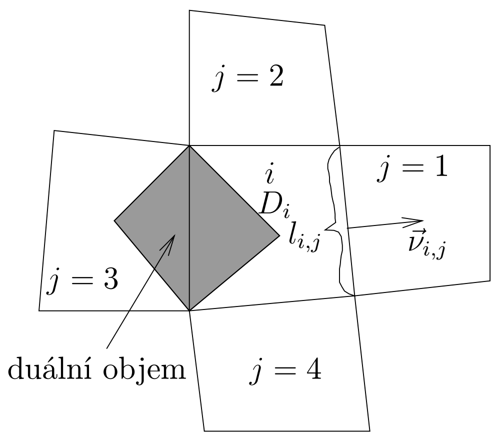
2 Popis numerické metody

Diskretizace systému (1) byla provedena metodou konečných objemů ve formě *cell–center* na strukturované čtyřúhelníkové síti:

$$\frac{W_i^{n+1} - W_i^n}{\Delta t} = -\frac{1}{|D_i|} \sum_{j=1}^{4} \left[\left(\widehat{F} - \widehat{S} \right) \nu_{i,j,1} + \left(\widehat{G} - \widehat{T} \right) \nu_{i,j,2} \right] l_{i,j} \, , \tag{9}$$

kde $\widehat{F}$ a $\widehat{G}$ jsou nevazké numerické toky ve směru x respektive y, $\widehat{S}$ a $\widehat{T}$ jsou vazké numerické toky ve směru x respektive y, $|D_i|$ je plošný obsah i-té buňky, $\vec{\nu}_{i,j} = (\nu_{i,j,1},\ \nu_{i,j,2})$ je vektor jednotkové vnější normály j-té hranice i-té buňky a $l_{i,j}$ je délka j-té hranice i-té buňky (viz. Obr. 2.1).

Pro řešení nevazkých členů rovnice (9) byl použit numerický tok podle Oshera –Solomona [1], pro řešení vazkých členů bylo použito centrální schéma, přičemž derivace rychlosti a teploty v rovnicích (3) až (6) byly řešeny užitím Greenovy věty na duálním objemu (Obr. 2.1).



Obr. 2.1: *Schéma čtyřúhelníkové sítě s duálním objemem*

Pro zvýšení řádu přesnosti byla použita lineární rekonstrukce:

$$\widehat{F}_{i,j} = \widehat{F}(U_{i,j},\ V_{i,j}),\ \widehat{G}_{i,j} = \widehat{G}(U_{i,j},\ V_{i,j}) \, , \tag{10}$$

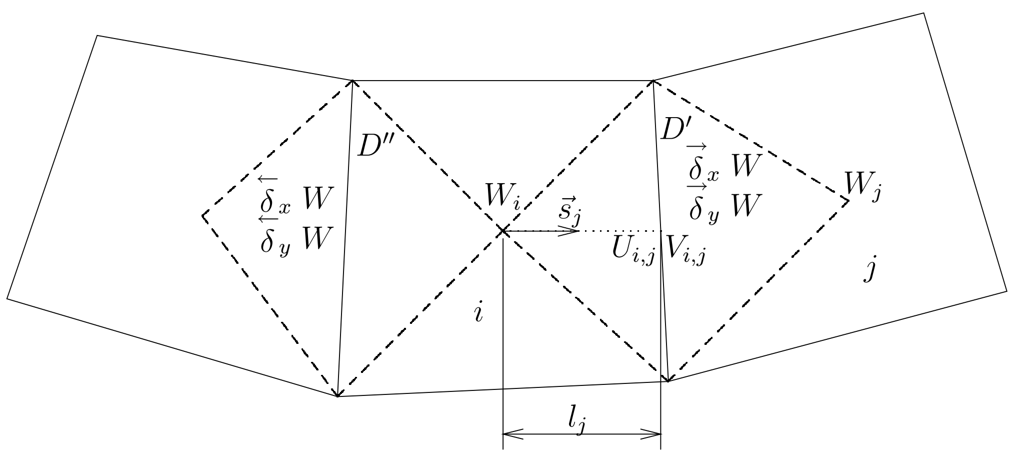
kde $U_{i,j}$ je vektor konzervativních veličin extrapolovaný z centra i-té buňky do středu j-té hranice i-té buňky, $V_{i,j}$ je vektor konzervativních veličin extrapolovaný z centra j-té buňky do středu j-té hranice i-té buňky. Složky vektoru $U_{i,j} = (u_{i,j,1},\ u_{i,j,2},\ u_{i,j,3},\ u_{i,j,4})^T$ jsou extrapolovány následovně:

$$u_{i,j,k} \;=\; w_{i,k} + \psi(r_k) \left(\overleftarrow{\delta}_x \, w_k,\ \overleftarrow{\delta}_y \, w_k \right) \cdot \vec{s}_j \cdot l_j \, , \ k = 1, \ldots, 4 \, , \tag{11}$$

$$r_k \;=\; \frac{\left(\overrightarrow{\delta}_x \, w_k,\ \overrightarrow{\delta}_y \, w_k \right) \cdot \vec{s}_j}{\left(\overleftarrow{\delta}_x \, w_k,\ \overleftarrow{\delta}_y \, w_k \right) \cdot \vec{s}_j} \, , \ k = 1, \ldots, 4 \, , \tag{12}$$

$$\psi(r) \quad = \quad \frac{r^2 + r}{r^2 + 1} \ldots \text{ Van Albadův limiter}\,. \tag{13}$$

V rovnicích (11) a (12) w_k představuje k-tou složku vektoru konzervativních veličin, $\overleftarrow{\delta}_x$ a $\overleftarrow{\delta}_y$ představují operátory zpětné aproximace derivace podle souřadnice x respektive y, $\overrightarrow{\delta}_x$ a $\overrightarrow{\delta}_y$ představují operátory dopředné aproximace derivace podle souřadnice x respektive y. $\vec{s}_j$ je jednotkový vektor udávající směr z centra i-té buňky do středu j-té hranice i-té buňky, l_j je vzdálenost centra i-té buňky od středu j-té hranice i-té buňky. Zpětnou aproximaci derivace vektoru W určíme pomocí Greenovy věty na duálním objemu D'', dopřednou aproximaci derivace vektoru W určíme pomocí Greenovy věty na duálním objemu D' (viz. Obr. 2.2).



Obr. 2.2: *Schéma lineární rekonstrukce*

Složky vektoru $V_{i,j}$ určíme stejným způsobem s tím, že index i bude odpovídat původní j-té buňce a index j musí být nastaven na původní i-tou buňku.

2.1 Okrajové podmínky

Okrajové podmínky na povrchu lopatky jsou $u = 0,\ v = 0$ a $T_n = 0$ (nulová normálová derivace teploty, což odpovídá adiabatické stěně).

Pokud je proudění ve směru normály k výstupní hranici podzvukové, zadáme na výstupní hranici tlak p_2[1] (který odpovídá požadovanému výstupnímu Machovu číslu), ostatní veličiny extrapolujeme z výpočtové oblasti. Aby nedocházelo k odrazu rázových vln od výstupní hranice zadáme místo konstantní hodnoty p_2 rozložení tlaku podél výstupní hranice p_{out}. Tlak p_{out}

[1]Index 2 označuje stav za lopatkovou mříží.

je závislý jednak na zadaném tlaku p_2 a též na tlaku, který extrapolujeme z výpočtové oblasti $p_{extr.}$. V této práci byla použita následující závislost:

$$p_{out} = p_{extr.} + a(p_2 + p_{extr.})\,, \tag{14}$$

kde konstantu a můžeme určit z podmínky, aby střední hodnota rozložení tlaku p_{out} byla rovna zadanému tlaku p_2. Jiná možnost, jak určit konstantu a, je bilancovat tok hmotnosti, hybnosti a energie výstupní hranicí. První způsob vede na řešení lineární rovnice pro konstantu a. Druhý způsob vede na řešení kvadratické rovnice pro konstantu a, přičemž může nastat případ, kdy řešení má dva reálné kořeny a vyvstává tedy nutnost blíže analyzovat, který kořen je správný. Pokud je proudění ve směru normály k výstupní hranici nadzvukové, nepředepisujeme žádnou veličinu, všechny extrapolujeme z výpočtové oblasti. Pro výpočet derivací rychlosti a teploty (ve vazkých členech) na výstupní hranici byla použita podmínka $u_n = 0,\ v_n = 0,\ T_n = 0$ (nulové normálové derivace rychlosti a teploty).

Na vstupní hranici byly použity dva typy okrajových podmínek. První typ předepisuje hodnoty klidové[2] teploty T_{01}[3], klidového tlaku p_{01} a úhel vektoru rychlosti α_1 (úhel náběhu). Pokud je prouděmí ve směru normály ke vstupní hranici podzvukové extrapolujeme tlak z výpočtové oblasti, v opačném případě musíme ještě zadat tlak p_1 (tak aby odpovídal požadovanému vstupnímu Machovu číslu). Ostatní veličiny jsou dány následovně:

$$\rho_1 = \rho_{01}\left(\frac{p_1}{p_{01}}\right)^{\frac{1}{\kappa}},\ \rho_{01} = \frac{p_{01}}{rT_{01}}\,, \tag{15}$$

$$w_1 = \sqrt{\frac{2\kappa r T_{01}}{\kappa-1}\left[1-\left(\frac{p_1}{p_{01}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}\,, \tag{16}$$

$$u_1 = w_1\cos\alpha_1\,, \tag{17}$$

$$v_1 = w_1\sin\alpha_1\,. \tag{18}$$

Druhý typ vstupní okrajové podmínky použité v této práci předepisuje složky vektoru vstupní rychlosti $u_1,\ v_1$ (a tím i úhel náběhu) a konstantu isentropického děje $s_1 = p_1/\rho_1^{\kappa}$. Tlak buď extrapolujeme z výpočtové oblasti, nebo ho též předepíšeme stejně jako v předchozím případě (v závislosti na tom, zda je proudění ve směru normály ke vstupní hranici podzvukové či nadzvukové). Hustotu potom určíme následovně:

$$\rho_1 = \left(\frac{p_1}{s_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}\,. \tag{19}$$

[2]Klidové veličiny jsou veličiny adiabaticky zbržděného plynu, jsou označeny indexem 0.
[3]Index 1 označuje stav před lopatkovou mříží.

3 Příklady numerického řešení vazkého laminárního proudění

3.1 Laminární obtékání desky

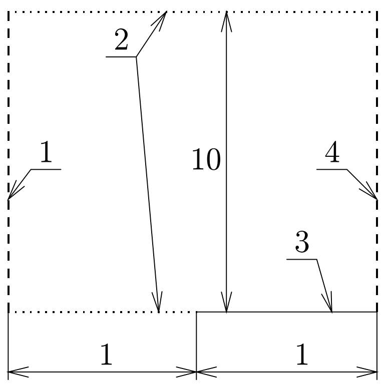
Prvním příkladem je vazké laminární obtékání desky. Na Obr. 3.1 je znázorněna výpočtová oblast s vyznačenými typy okrajových podmínek. Příklad byl řešen za podmínek, kdy numerická metoda pro stlačitelné proudění konverguje, ale vliv stlačitelnosti je zanedbatelný: Machovo číslo v nekonečnu $Ma = 0,2$, Reynoldsovo číslo $Re = 2 \cdot 10^5$, klidová teplota v nekonečnu $T_{01} = 293,15\ K$, úhel náběhu $\alpha_1 = 0°$. Výpočet byl proveden na čtyřúhelníkové strukturované síti o rozměru 80×80 buněk, jejíž detail v okolí náběžné hrany je zobrazen na Obr. 3.2.

Na Obr. 3.3 je znázorněna mezní vrstva v podobě izočar Machova čísla. Výsledky výpočtu v podobě rozložení třecího koeficientu $c_f = \frac{2\eta(\partial u/\partial y)_{y=0}}{\rho_\infty u_\infty^2}$ na povrchu desky (Obr. 3.4) a v podobě rychlostního profilu $u = u(y)$ ve vzdálenosti $x = 0,9$ (Obr. 3.5) jsou porovnány s analytickým řešením[4]. Výpočet byl proveden v různých variantách (kombinace různých typů okrajových podmínek na vstupní a výstupní hranici a kombinace různých numerických toků), jak udává následující tabulka:

Varianta	Numerický tok	Vstupní o. p.	Výstupní o. p.
1	exact Rieman solver[5]	$p_{01},\ T_{01},\ \alpha_1$	integrál tlaku p_2
2	Osher–Solomon	$p_{01},\ T_{01},\ \alpha_1$	integrál tlaku p_2
3	Osher–Solomon	$p_{01},\ T_{01},\ \alpha_1$	konst. rozložení tlaku p_2
4	exact Rieman solver	$p_{01},\ T_{01},\ \alpha_1$	konst. rozložení tlaku p_2
5	exact Rieman solver	$s_1,\ u_1,\ v_1$	konst. rozložení tlaku p_2
6	Osher–Solomon	$s_1,\ u_1,\ v_1$	konst. rozložení tlaku p_2
7	exact Rieman solver	$s_1,\ u_1,\ v_1$	integrál tlaku p_2
8	Osher–Solomon	$s_1,\ u_1,\ v_1$	integrál tlaku p_2

[4]Analytické řešení (Blasius) bylo převzato z článku *Laminární mezní vrstva na desce*, Jiří Dobeš, 3. listopadu 2003, ČVUT Praha, Fakulta strojní, Ústav technické matematiky (dosud nepublikováno).

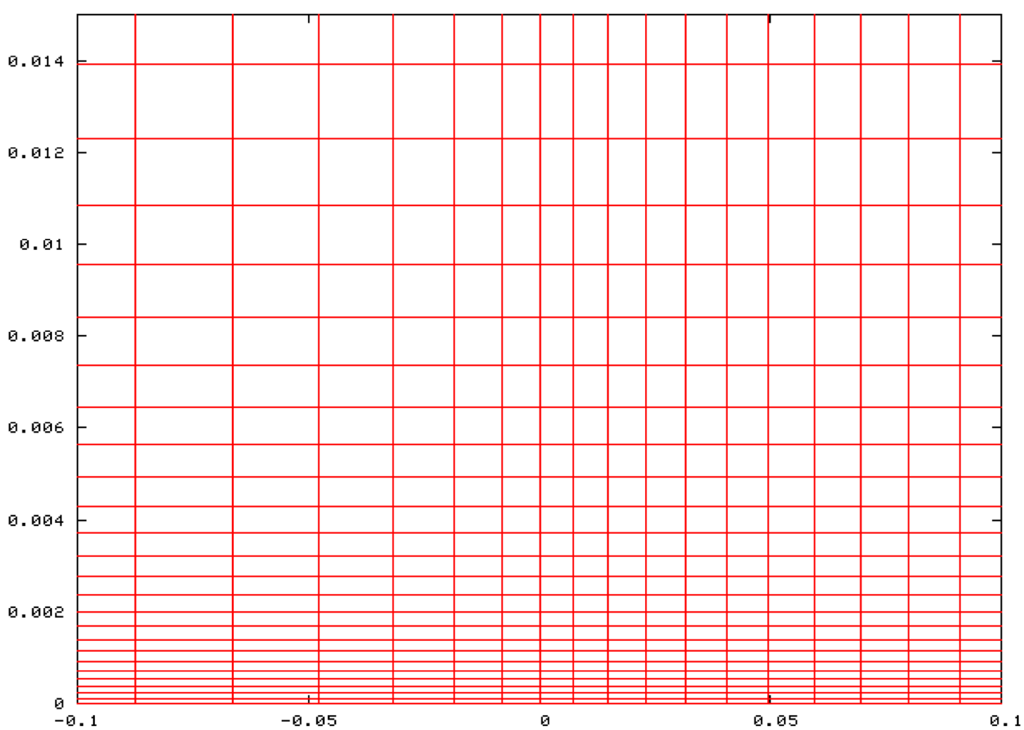
[5]Implementaci tohoto numerického toku provedli J. Pelant a M. Kyncl (VZLÚ Praha).



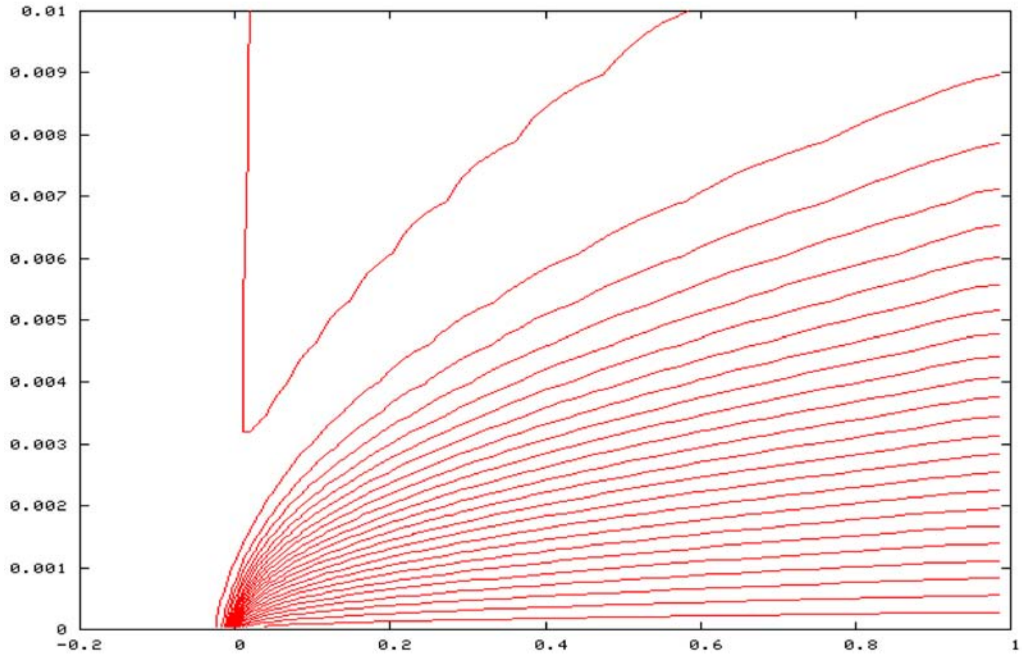
1 – vstupní okrajová podmínka
2 – okrajová podmínka rovina symetrie
3 – okrajová podmínka pevná stěna
4 – výstupní okrajová podmínka

Obr. 3.1: *Schéma výpočtové oblasti – okrajové podmínky*

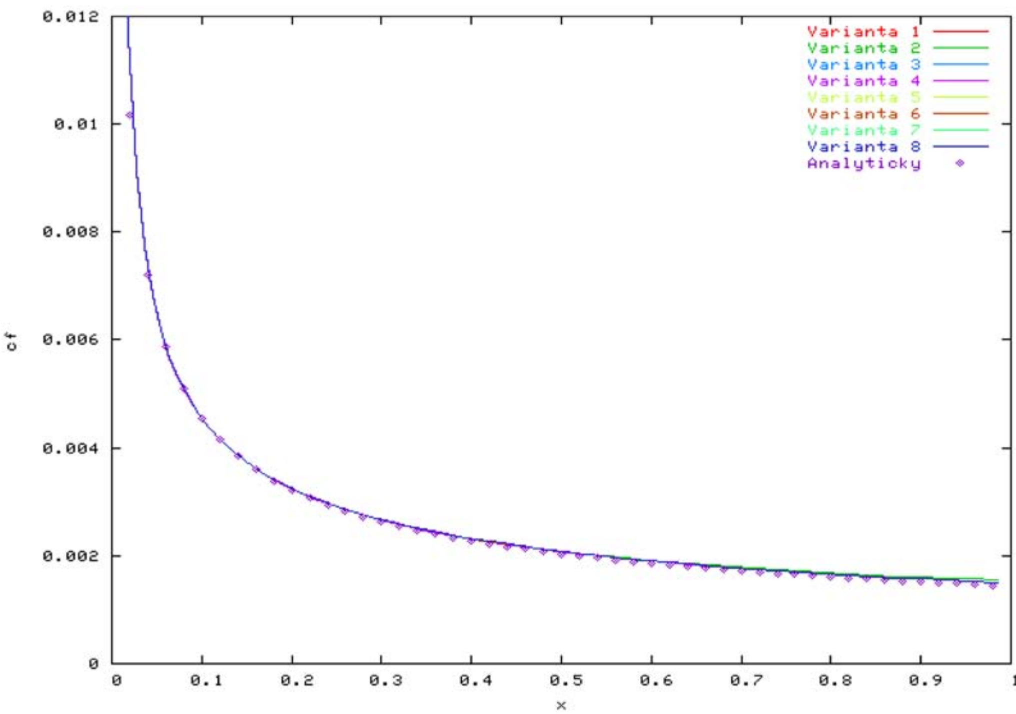
Z Obr. 3.4 a Obr. 3.5 je zřejmé, že v tomto případě volba numerického toku nebo typu okrajové podmínky na vstupu/výstupu nemá příliš vliv na výsledek, Obr. 3.6 na kterém je zobrazena historie vývoje rezidua hustoty, však ukazuje že je znatelně ovlivněna konvergence metody.



Obr. 3.2: *Detail výpočtové sítě v okolí náběžné hrany desky*

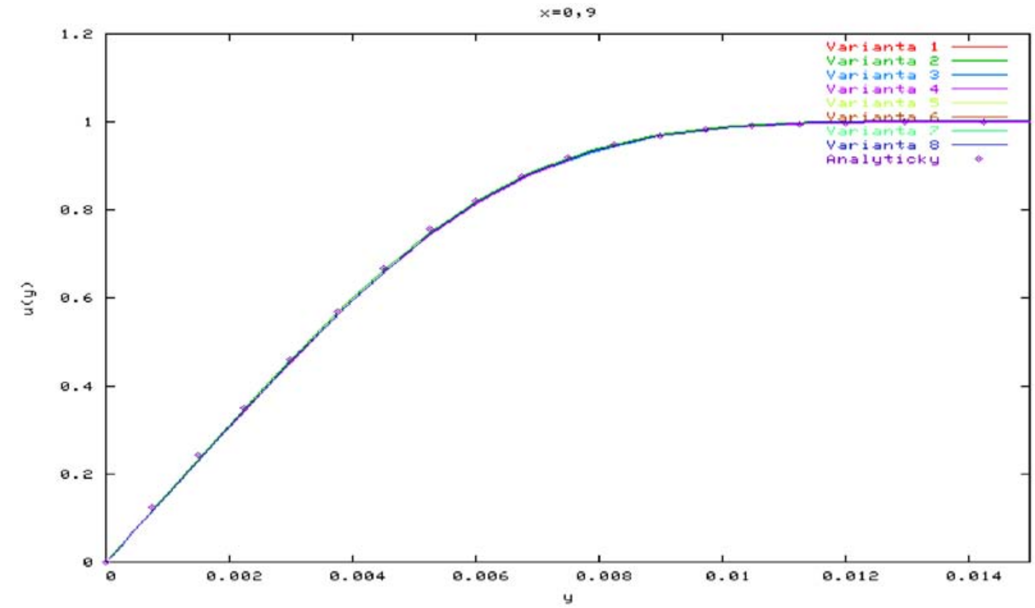


Obr. 3.3: *Mezní vrstva – izočáry Machova čísla (varianta 2)*

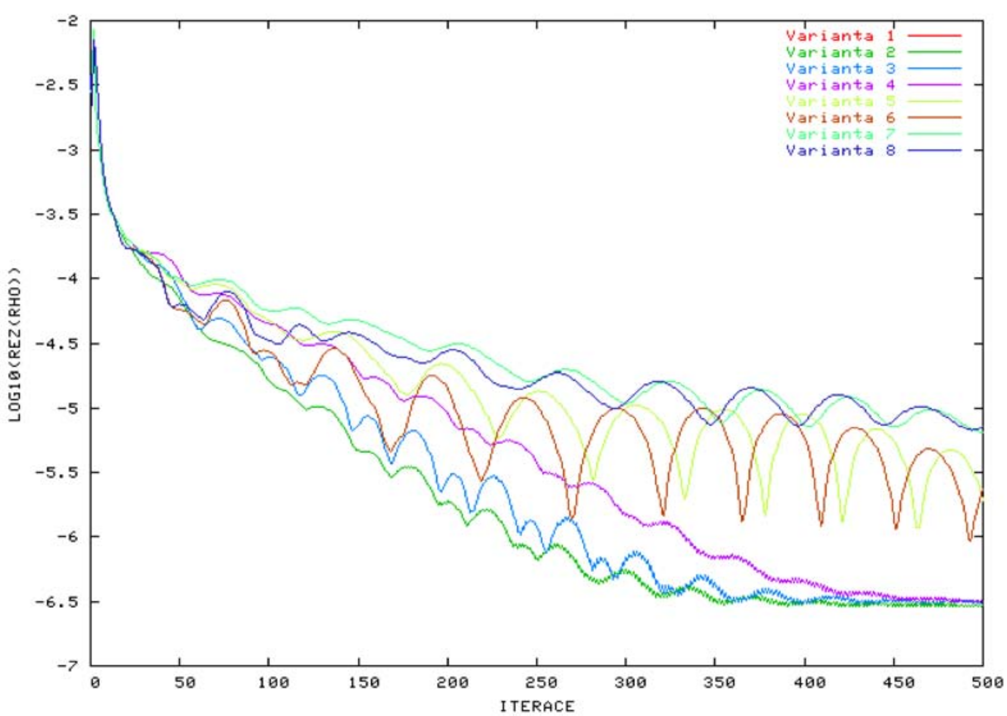


Obr. 3.4: *Rozložení koeficientu tření c_f na povrchu desky*

8



Obr. 3.5: *Rychlostní profil $u = u(y)$ ve vzdálenosti $x = 0,9$*



Obr. 3.6: *Historie konvergence*

9

3.2 Laminární obtékání přímé lopatkové mříže SE 1050

Dalším příkladem je výpočet vazkého laminárního proudění v přímé lopatkové mříži SE 1050 při návrhovém režimu: $\alpha_1 = 19,3°$, $M_{2is} = 1,2$, při hodnotě Reynoldsova čísla $Re = 6 \cdot 10^5$, klidová teplota $T_{01} = 293,15\ K$. Výsledky výpočtu jsou porovnány s výsledky experimentu (tlaková měření a šlírová fotografie, interferogram). Výpočet byl proveden na strukturované čtyřúhelníkové síti o velikosti 200×800 buněk. Výpočtová oblast s vyznačenými typy okrajových podmínek je znázorněna na Obr. 3.7. Na Obr. 3.8 je znázorněno proudové pole v podobě izočar Machova čísla, je patrná typická interakce rázové vlny s laminární mezní vrstvou. Na Obr. 3.9 a Obr. 3.10 je porovnána šlírová fotografie [2] (zobrazující směrovou derivaci hustoty) se směrovou derivací hustoty získanou výpočtem (derivace ve směru $\vec{s} = (1,\ 1)$). Z Obr. 3.9 je patrné, že šlírová fotografie také zachycuje interakci rázové vlny s laminární mezní vrstvou. Na Obr. 3.11 a Obr. 3.12 je porovnán interferometrický snímek[4] (proužky znázorňují oblasti konstantní hustoty) s výsledkem výpočtu ve formě pole hustoty. Na Obr. 3.13 je zobrazeno rozložení bezrozměrné rychlosti λ_{is} na povrchu lopatky. Bezrozměrná rychlost je dána vztahem:

$$\lambda_{is} = \sqrt{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}\left[1-\left(\frac{p}{p_{01}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}. \tag{20}$$

Je zřejmá dobrá shoda s tlakovým měřením [3].

Na Obr. 3.14 a Obr. 3.16 je vynesena závislost ztrát kinetické energie ζ a výstupního úhlu proudu α_2 na výstupním Machově čísle izoentropickém M_{2is}. Jedná se o výsledky výpočtů provedených při nenávrhových režimech: výstupní Machovo číslo izoentropické v rozsahu $1,0 < M_{2is} < 1,3$, úhel náběhu $\alpha_1 = 19,3°$, Reynoldsovo číslo $Re = 6 \cdot 10^5$. Platí:

$$\zeta = \frac{w_{2is}^2 - w_2^2}{w_2^2}, \tag{21}$$

$$w_{2is} = \sqrt{\frac{2\kappa r T_{01}}{\kappa-1}\left[1-\left(\frac{\widehat{p}_2}{p_{01}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}, \tag{22}$$

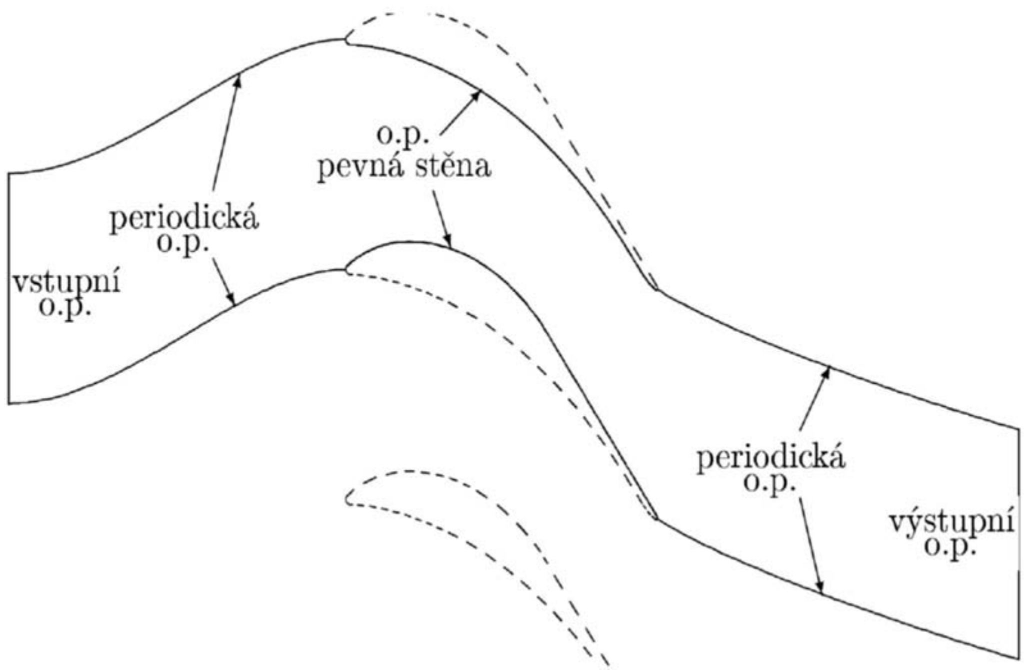
$$w_2 = \sqrt{\widehat{u}_2^2 + \widehat{v}_2^2}, \tag{23}$$

$$\alpha_2 = \arctan\frac{\widehat{u}_2}{\widehat{v}_2}, \tag{24}$$

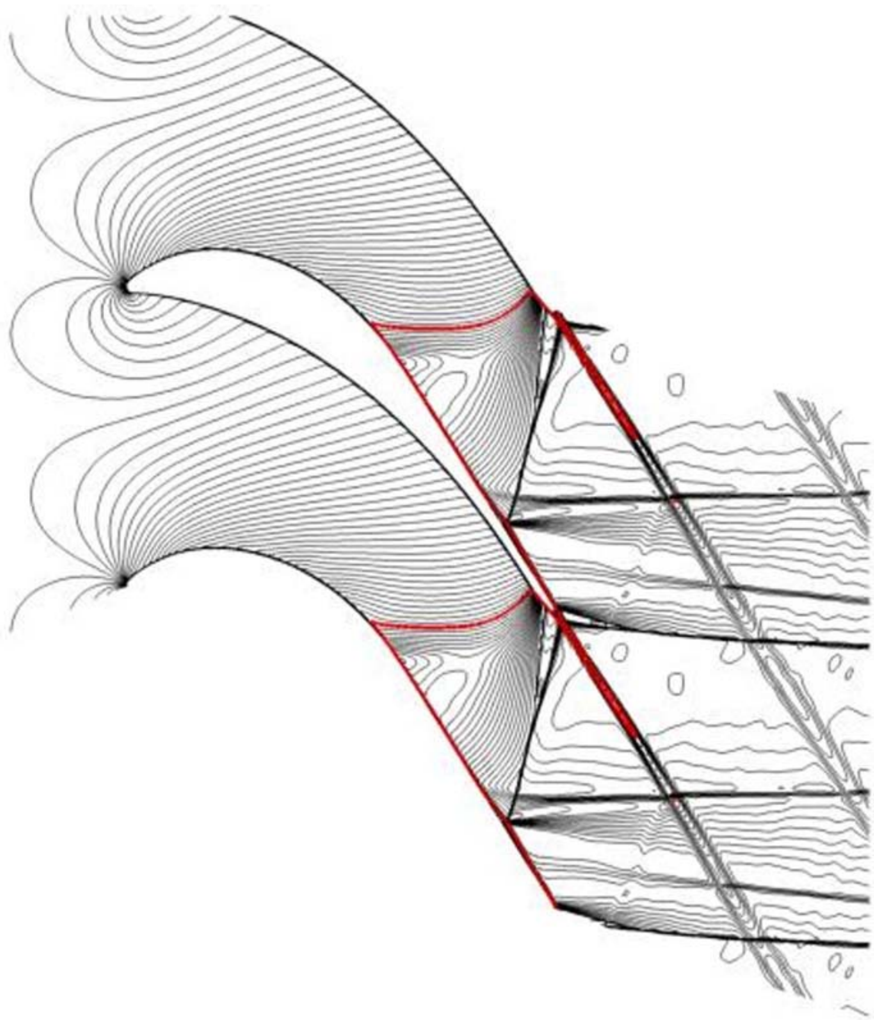
$$M_{2is} = \sqrt{\frac{2}{\kappa-1}\left[\left(\frac{\widehat{p}_2}{p_{01}}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1\right]}. \tag{25}$$

Veličiny $\widehat{p}_2$, $\widehat{u}_2$, $\widehat{v}_2$ a též $\widehat{\rho}_2$ se určí z bilance toku hmotnosti, hybnosti a energie výstupní hranicí (tzv. metodou redukce dat).

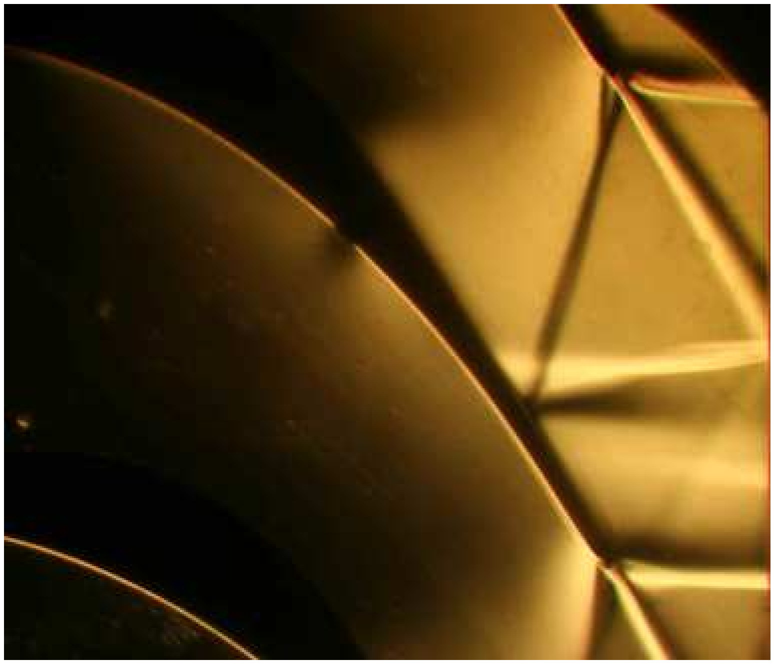
Na Obr. 3.16 je ukázka nevazkého proudění [5] (řešení systému Eulerových rovnic). Jedná se o proudová pole ve formě izočar Machova čísla, je zde demonstrován vliv výstupní okrajové podmínky. V levé části obrázku je výsledek výpočtu, kde byla na celé výstupní hranici zadána konstantní hodnota tlaku p_2, je vidět, že dochází k odrazu rázové vlny od výstupní hranice. V pravé části obrázku je výsledek výpočtu, kde byl na výstupní hranici zadán integrál rozložení tlaku. Je patrné, že odraz rázové vlny tím byl potlačen.



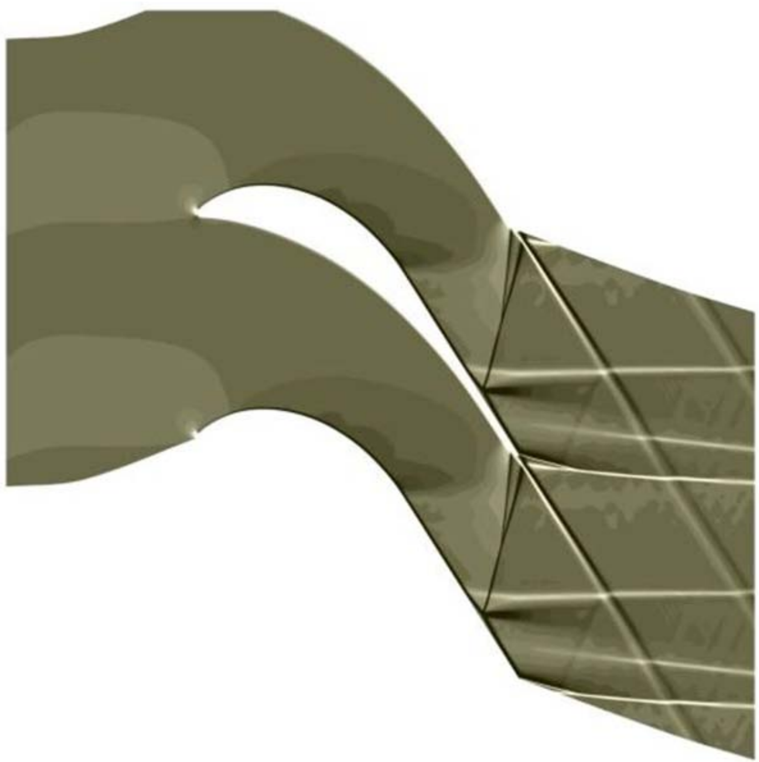
Obr. 3.7: *Schéma výpočtové oblasti – okrajové podmínky*



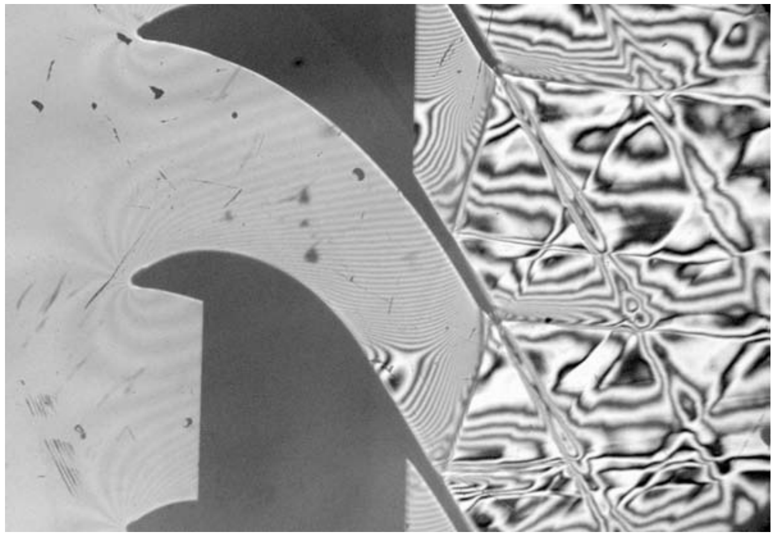
Obr. 3.8: *Izočáry Machova čísla (červeně $Ma = 1$)*



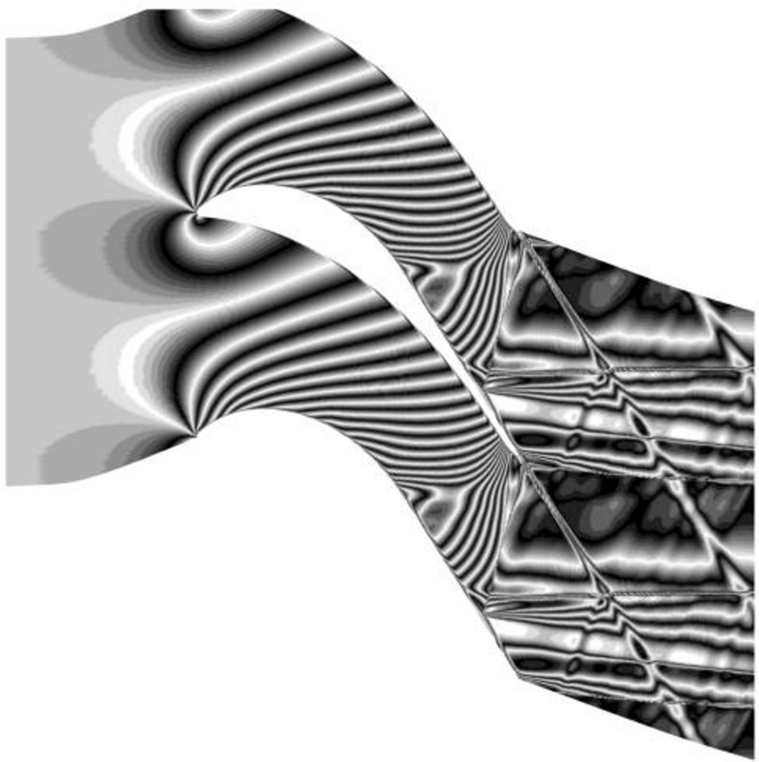
Obr. 3.9: *Šlírová fotografie – experiment VZLÚ*



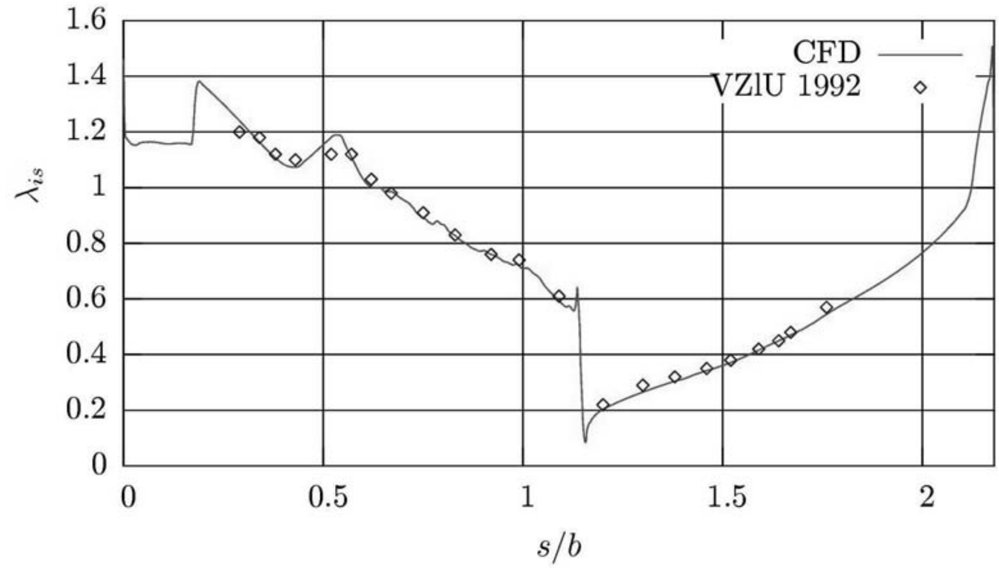
Obr. 3.10: *Směrová derivace hustoty – CFD*



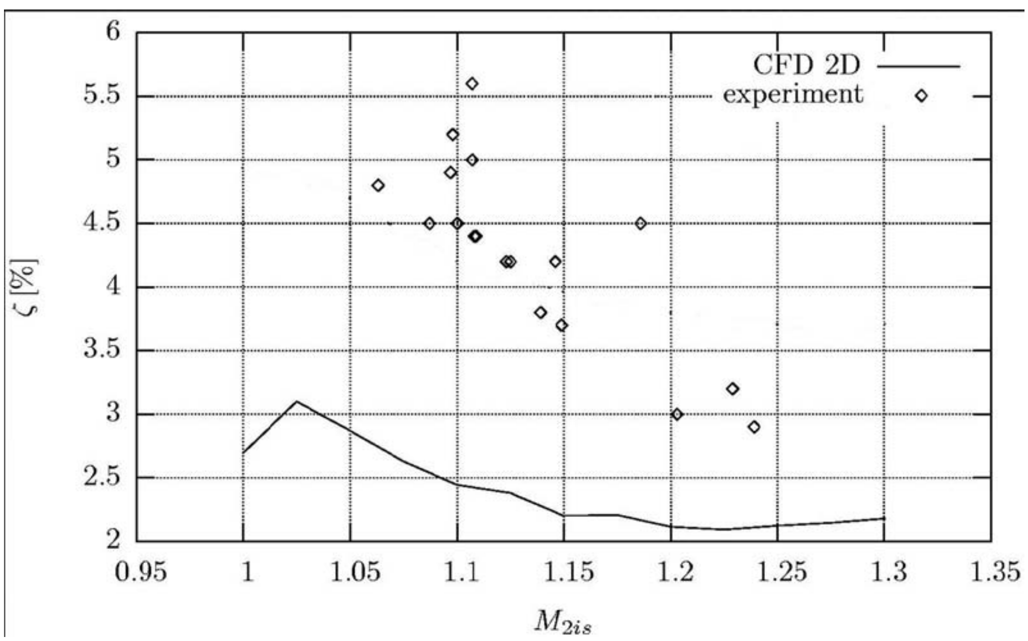
Obr. 3.11: *Interferogram – experiment AVČR*



Obr. 3.12: *Pole hustoty – CFD*

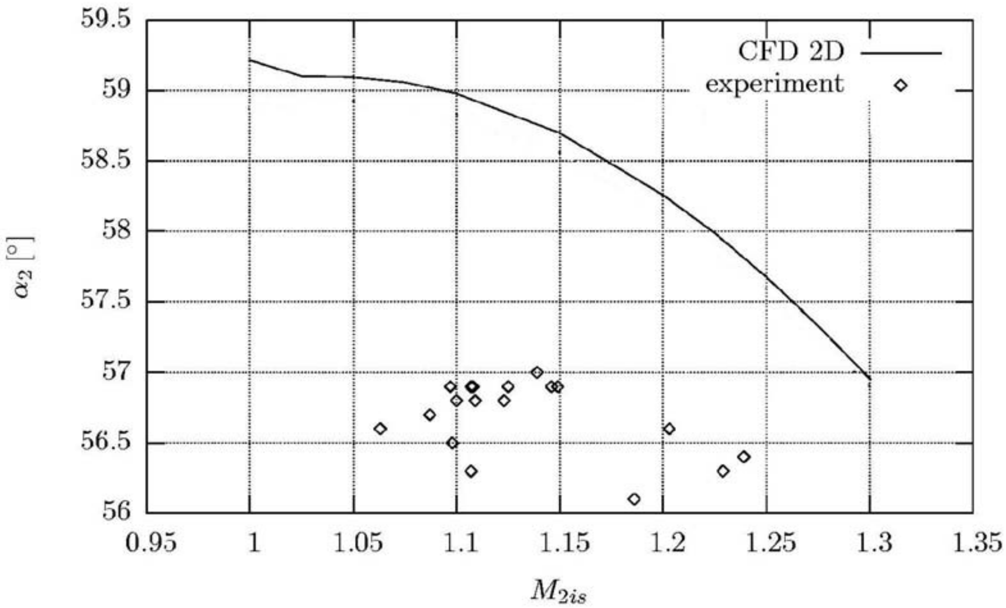


Obr. 3.13: *Rozložení bezrozměrné rychlosti na povrchu lopatky – porovnání s experimentem*

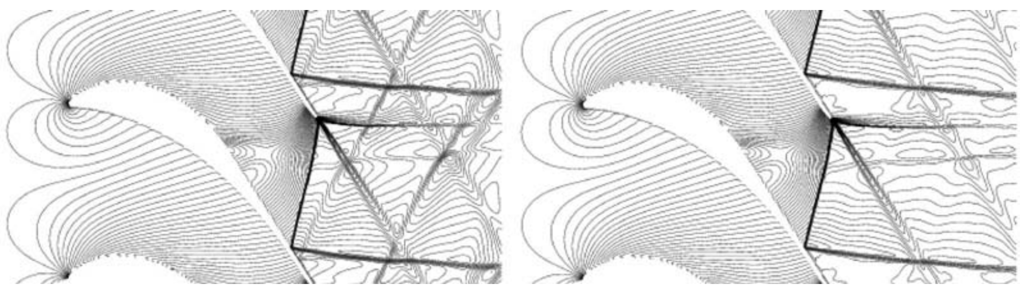


Obr. 3.14: *Závislost ztrát kinetické energie na výstupním Machově čísle*

15



Obr. 3.15: *Závislost výstupního úhlu proudu na výstupním Machově čísle*

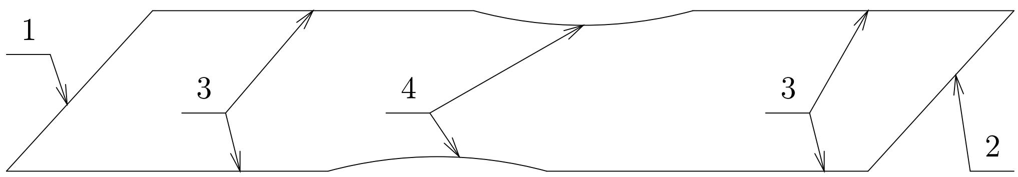


Obr. 3.16: *Nevazké proudění: vlevo – odraz rázové vlny od okrajové podmínky, vpravo – okrajová podmínka bez odrazu rázové vlny*

3.3 Laminární obtékání přímé lopatkové mříže DK-8-1 (DCA 8%)

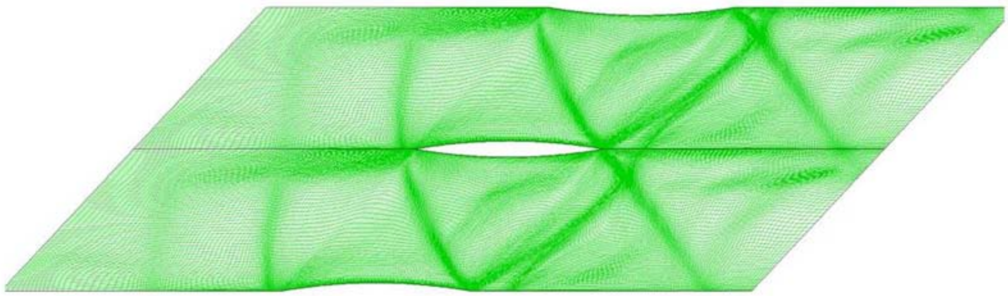
Posledním příkladem je výpočet vazkého laminárního proudění v přímé lopatkové mříži DK-8-1 (DCA 8%). Příklad byl řešen za těchto podmínek: Machovo číslo v nekonečnu $M_\infty = 1,08$, Reynoldsovo číslo $Re = 1,5 \cdot 10^6$, klidová teplota v nekonečnu $T_{0\infty} = 293,15\ K$, úhel náběhu $\alpha_\infty = 5,2°$. Výpočtová oblast s vyznačenými typy okrajových podmínek je znázorněna na Obr. 3.17. Výpočet byl proveden na strukturované čtyřúhelníkové síti o velikosti 70×350 buněk (viz. Obr. 3.18). Příklad demonstuje vhodnost různých typů vstupních okrajových podmínek. V tomto případě máme před mříží nadzvukové proudění, okrajová podmínka s preferencí rychlosti a míry entropie umožňuje tento režim úspěšně simulovat, jak ukazuje proudové pole v podobě izočar Machova čísla na Obr. 3.19. Zcela jiná situace nastane, použijeme-li vstupní okrajovou podmínku preferující klidový stav a úhel náběhu. V tomto případě, jak ukazuje Obr. 3.20, dojde v nejužším místě mezilopatkového kanálu k aerodynamicému ucpání a nadzvukového režimu před mříží tedy nemůže být dosaženo. Tento typ vstupní okrajové podmínky je vhodný k simulování stavu aerodynamického ucpání, jak tomu bylo i v předchozím příkladu proudění v lopatkové mříži SE 1050.

Na Obr. 3.21 a Obr. 3.22 je porovnán výsledek výpočtu ve formě pole hustoty s interferometrickým snímkem [6].

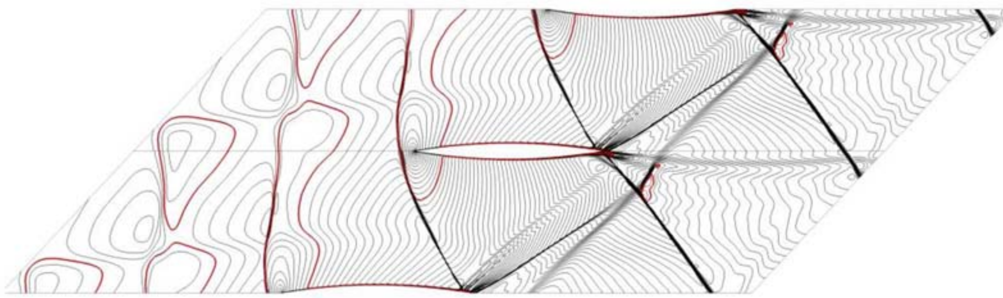


1 – vstupní o. p.   2 – výstupní o. p.   3 – periodická o. p.   4 – o. p. stěna

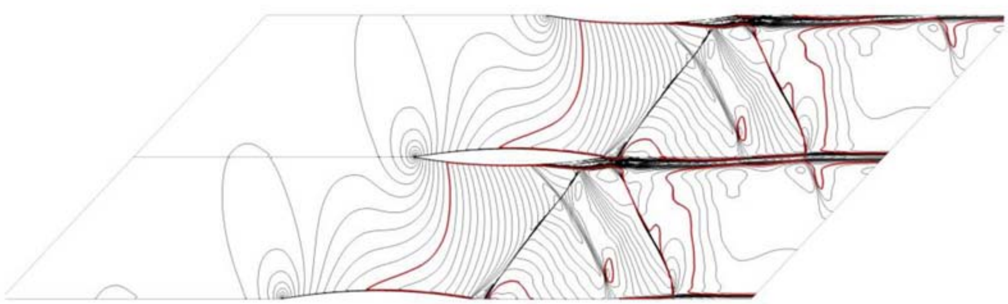
Obr. 3.17: *Schéma výpočtové oblasti – okrajové podmínky*



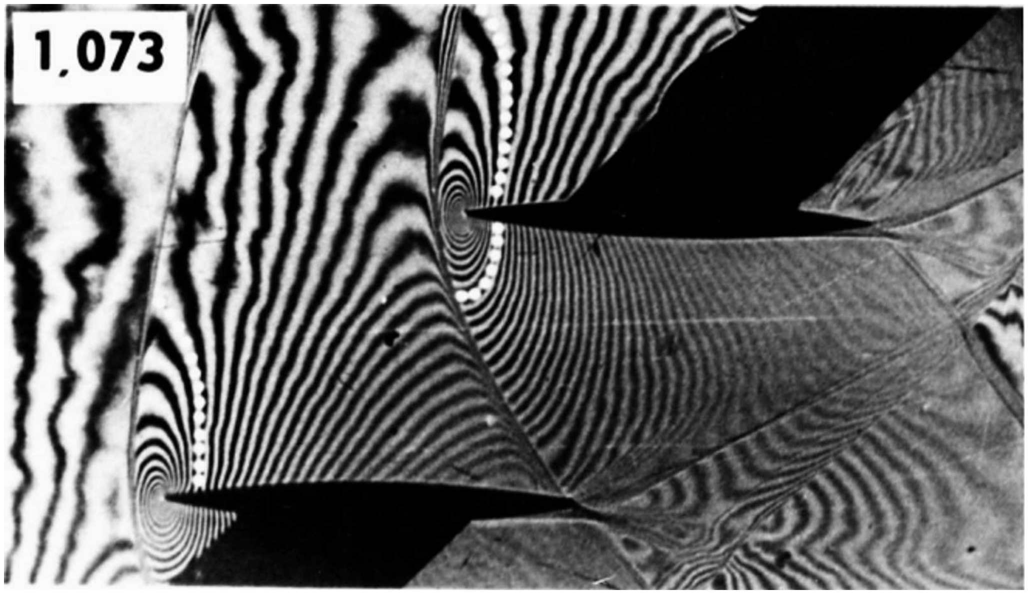
Obr. 3.18: *Výpočtová síť – strukturovaná síť typu „H“*



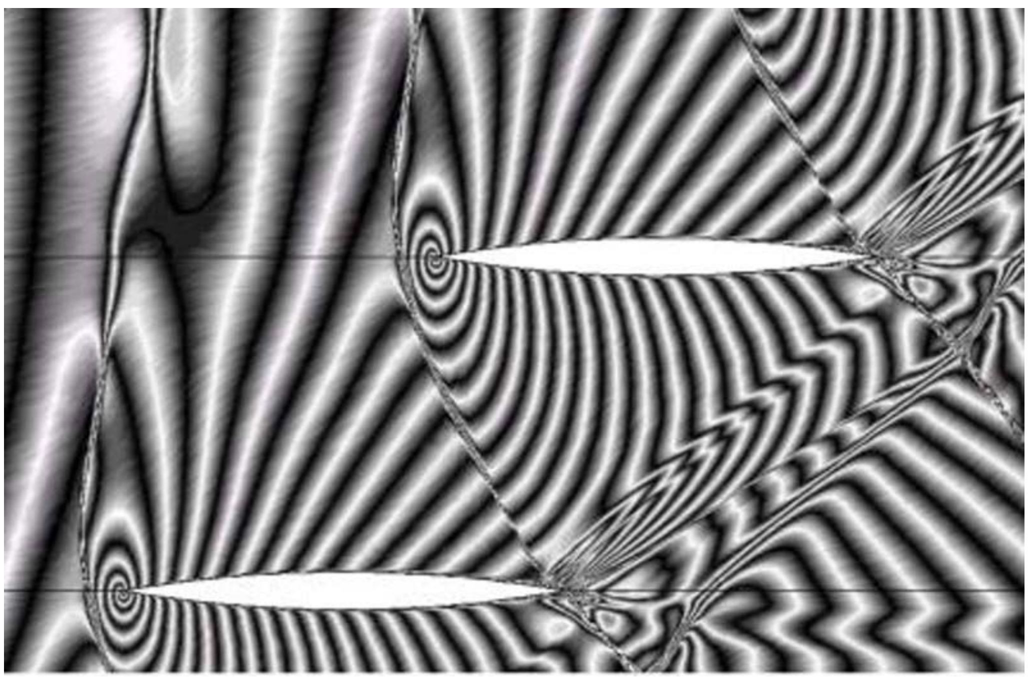
Obr. 3.19: *Izočáry Machova čísla, preference rychlosti a míry entropie na vstupu*



Obr. 3.20: *Izočáry Machova čísla, preference klidového stavu na vstupu*



Obr. 3.21: *Interferogram – experiment AVČR*


Obr. 3.22: *Pole hustoty – CFD*

4 Závěr

Byla popsána numerická metoda použitá k výpočtu dvourozměrného stlačitelného vazkého laminárního proudění ideálního plynu v přímých lopatko-

19

vých mřížích zejména při transsonických režimech. Numerická metoda byla prezentována na třech příkladech.

Prvním příklad, výpočet laminární mezní vrstvy při obtékání desky, ukázal velice dobrou shodu numerického výpočtu s analytickým řešením problému (Obr. 3.4 a 3.5), což znamená, že uvedená metoda umožňuje řešit chování laminární mezní vrstvy.

Druhý příklad, výpočet laminárního obtékání přímé lopatkové mříže SE 1050, ukazuje nutnost použití úpravy výstupní okrajové podmínky potlačující odraz rázových vln od výstupní hranice. Porovnání s experimentem ukazuje dobrou shodu v rozložení bezrozměrné rychlosti na povrchu lopatky (Obr. 3.13). Výpočet zde uvedeným modelem proudění dává téměř poloviční ztráty ve srovnání s experimentem (Obr. 3.14), výstupní úhel proudu vychází přibližně o 3° větší než udává experiment (Obr. 3.15). Důvod těchto rozdílů můžeme hledat v tom, že proudění ve skutečných lopatkových mřížích není ideálně dvourozměrné. Použitý model nezachycuje vliv bočních stěn, které způsobují vznik koutových vírů (proudění v zakřivených kanálech konečné tloušťky), mezní vrstvy na bočních stěnách způsobují změnu hustoty hmotnostního toku – AVDR. Nepřesnosti samozřejmě způsobuje i samotná numerická metoda produkující umělou disipaci, též se projeví vliv použité výpočtové sítě.

Třetí příklad, výpočet laminárního obtékání přímé lopatkové mříže DK-8-1 (DCA 8%), ukazuje vliv typu vstupní okrajové podmínky, který rozhoduje o tom, zda bude simulován režim s nadzvukovým vstupem, nebo režim s podzvukovým vstupem ve stavu aerodynamického ucpání (Obr. 3.19 a3.20). Na Obr. 3.19 můžeme pozorovat slabý odraz čelní rázové vlny od vstupní okrajové podmínky. Bude zřejmě nutné vstupní okrajovou podmínku preferující rychlost a míru entropie modifikovat obdobným způsobem jako výstupní okrajovou podmínku.

Práce ukázala možnosti a některé limity použití modelu dvourozměrného stlačitelného vazkého laminárního proudění ideálního plynu při řešení transsonického proudění v přímých lopatkových mřížích.

Literatura

[1] Feistauer M., Felcman J., Straškraba I.: *Mathematical and Computational Methods for Compressible Flow*, Oxford University Press, 2003.

[2] Benetka J.: *Výzkum proudění v modelové turbínové mříži SE 1050*, Zpráva VZLÚ, V 1851/05, Praha 2005.

[3] Kladrubský M.: *Měření přímé lopatkové mříže SE 1050 při konstantní hladině Re*, Zpráva VZLÚ, Z-3483/93, Praha 1992.

[4] Šťastný M., Šafařík P.: *Experimental Analysis Data on the Transonic Flow Past a Plane Turbine Cascade*, ASME Paper No.90-GT-313, New York, 1990.

[5] Straka P., Pelant J.: *Vývoj numerických metod pro 2D nevazké proudění v lopatkových mřížích*, Zpráva VZLÚ, V-1847/05, Praha 2005.

[6] Dvořák R.: *Transsonické proudění*, ACADEMIA nakladatelství ČSAV, Praha 1986.

[7] Fořt J., Kozel K., Louda P., Fürst J.: *Numerické metody řešení problémů proudění III*, Vydavatelství ČVUT, Praha 2004.

Poděkování

Práce vznikla za podpory výzkumného záměru MŠM 0001066902.

Numerické modelování při návrhu stupně s parciálním přívodem páry

Ing. Ladislav Tajč, CSc., Ing. Lukáš Bednář, ŠKODA POWER a.s., Plzeň
Ing. Jiří Polanský, Ph.D., ZČU Plzeň

Presentují se výsledky měření účinnosti regulačního radiálního stupně při parciálním přívodu páry. Pomocí numerické simulace proudění se sledují proudové parametry ve stupni, uvádí se rozložení Machových čísel i rozložení tlaku po obvodu stupně. Posuzuje se vstupní úhel proudu i rychlostní profil u axiálního stupně za radiálním regulačním stupněm. Pomocí CFD se hledá nový profil s menšími ztrátami při transsonickém proudění. Návrh profilu se ověřil v aerodynamickém tunelu.

Úvod

Vysokorychlostní parní turbina kontejnerového typu s radiálním regulačním stupněm byla vyvinuta ve ŠKODA POWER a.s. Další stupně této turbiny jsou standardního axiálního provedení. Pro experimentální účely byla vyrobena varianta turbiny s regulačním stupněm a dvěma axiálními stupni [1, 2]. Na regulačním stupni se může měnit parciální přívod páry v rozsahu $\varepsilon = 0 \div 0{,}277$. Axiální stupně mají totální ostřik.

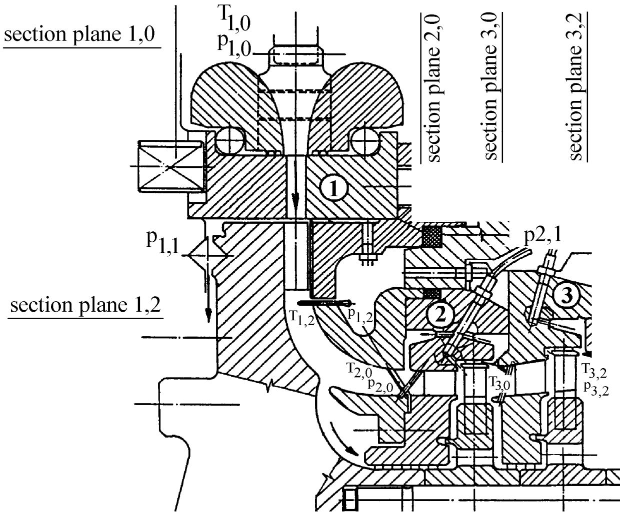
Uskutečnila se výpočtová studie proudění v regulačním stupni a přechodovém úseku mezi stupni s rozdílnou parciálností [3, 4]. Hlavní cíl všech výpočtů bylo lepší objasnění všech jevů, které mohou u této koncepce turbiny nastat. Při výpočtech se uvažovala různá úroveň zakrytí regulačního stupně. Parciální přívod páry vyžadoval 3D výpočet s uvažováním všech lopatek regulačního i prvního axiálního stupně. Hustota sítě není tudíž dostatečná k detailnímu popisu proudění a k hodnocení ztrát. Provedené výpočty však umožňují ukázat na skryté rezervy i na možnosti dalšího zlepšení návrhu turbiny [5, 6, 7].

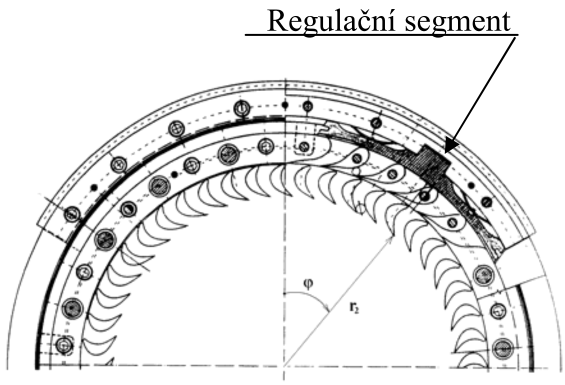
Pomocí výpočtů se realizoval návrh nových profilů pro regulační stupeň. Kvalita profilů se ověřila pomocí měření na aerodynamickém tunelu.

Experimentální turbina a výsledky měření

Experimentální turbina navržená k ověření termodynamické účinnosti je zobrazena na obr. 1. Uvádějí se zde i místa měření teplot a tlaků ve vybraných rovinách před a za jednotlivými stupni. Teplota za oběžnými lopatkami regulačního stupně se sleduje pomocí 6 termočlánků. Teplota za přechodovým úsekem a na dalších stupních se měří na dvou místech. Jedna sada termočlánků je umístěna ve směru předpokládaného hlavního proudu a druhá sada je umístěna za zakrytou částí regulačního stupně.

Průtočná plocha regulačního stupně se řídí pomocí pohyblivého regulačního segmentu. Ten je v uzavřené poloze zachycen na obr. 2. Provedení stupně je osově symetrické. Segment se může posunout přes 5 lopatkových kanálů (10 kanálů celkem). Tím se může plynule měnit parciální ostřik v rozsahu $\varepsilon = 0 \div 0{,}277$.



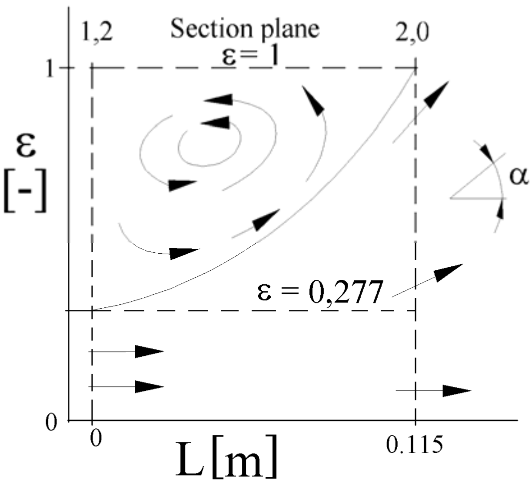


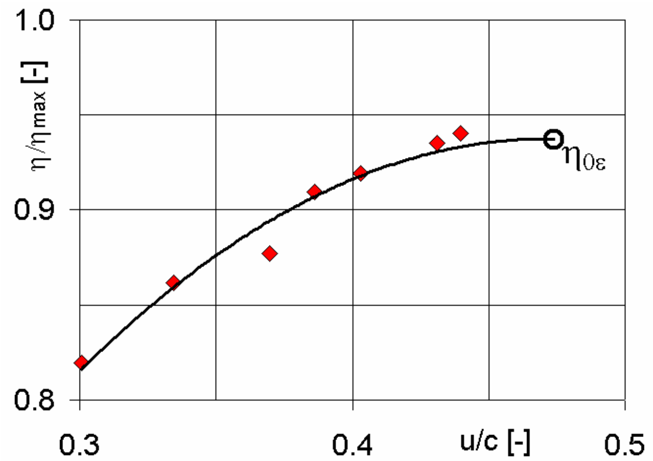
Obr. 1: Uspořádání experimentální turbiny

Obr. 2: ½ regulačního stupně

V aktivní části regulačního stupně se uplatňuje dostředivé proudění. V přechodovém úseku se proud otáčí z radiálního do axiálního směru. Za zakrytou částí stupně lze očekávat ventilační režim s výskytem třecích a odstředivých sil s možností vzniku zpětného proudění.

V přechodovém úseku se mění rozsah parciálního ostřiku. Schematicky je tato změna znázorněna na obr. 3. Na výstupu z regulačního stupně (rovina 1, 2) proudí pára jen





Obr. 3: Změna parciálního ostřiku v přechodovém úseku

Obr. 4: Účinnost regulačního stupně při ε = 0,277

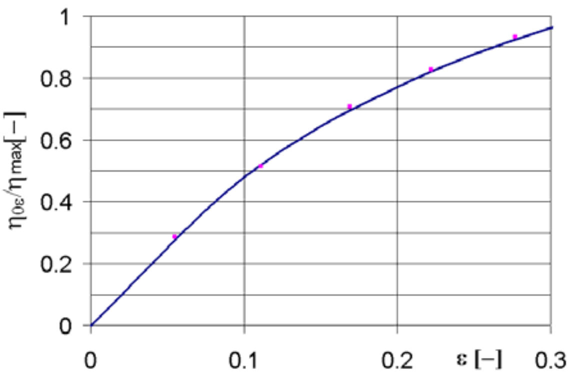
v omezeném rozsahu obvodu. Na vstupu do dalšího stupně (rovina 2, 0) je přívod páry po celém obvodu. Způsobuje to odklon proudu od axiálního směru a vznik vírů v části přechodového úseku.

Termodynamická účinnost turbinového stupně závisí na řadě geometrických a provozních parametrech. Výsledná účinnost regulačního stupně je dána zejména rychlostním poměrem u/c (u – obvodová rychlost, c – rychlost z entalpického spádu na stupni) a rozsahem parciálního ostřiku. Hlavní výsledky experimentů jsou zobrazeny na obr. 4 a 5. Na obr. 4 se nachází účinnost regulačního stupně při plném otevření ($\varepsilon = 0{,}277$) v závislosti na u/c. Maximální hodnota $\eta_{0\varepsilon}$ se získá při hodnotě $0{,}45 < u/c < 0{,}5$. Jak ovlivňuje parciální ostřik účinnost stupně ukazuje obr. 5. V obou případech jsou změřené hodnoty vztaženy na maximální měřenou účinnost pro kombinaci všech tří stupňů.

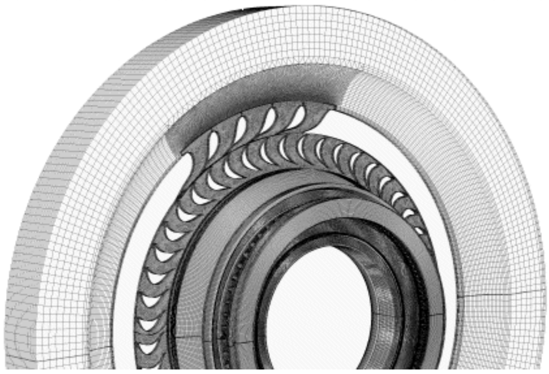
Z experimentu vyplynulo několik nejasností. Náhodně vybraná místa pro umístění termočlánků a tlakových odběrů nezaručují měření reprezentativních hodnot. Očekává se značný rozsah úhlu náběhu u axiálního stupně, ale neví se, jaký je. Experiment, s ohledem na technické potíže, poskytuje sice důležité informace, ale jen v omezeném rozsahu. Z tohoto důvodu se přikročilo k numerické simulaci proudění regulačním stupněm, přechodovým úsekem a prvním axiálním stupněm. Jelikož se jedná o parciální ostřik na regulačním stupni, musí síť zahrnovat všechny lopatkové kanály na polovině kola. Úloha je tudíž velmi náročná na počet buněk sítě. Cílem numerické simulace není výpočet ztrát, ale objasnění některých procesů v uvedených částech turbiny.

Výpočet proudění v regulačním stupni a přechodovém úseku

Numerická simulace se uskutečnila pomocí CFD programu FLUENT. Výpočtová síť je zobrazena na obr. 6. Ve výpočtech se uvažuje úplné a částečné otevření regulačního

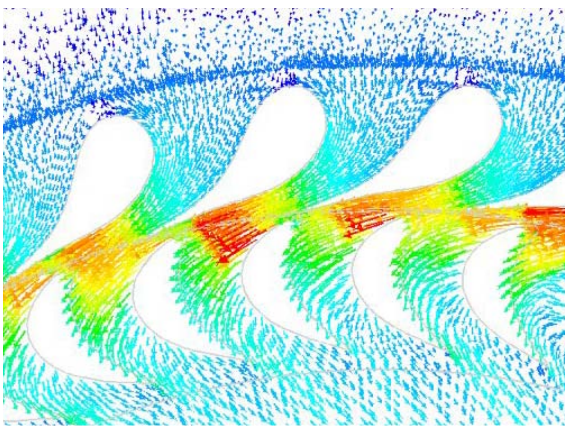


Obr. 5: Účinnost regulačního stupně

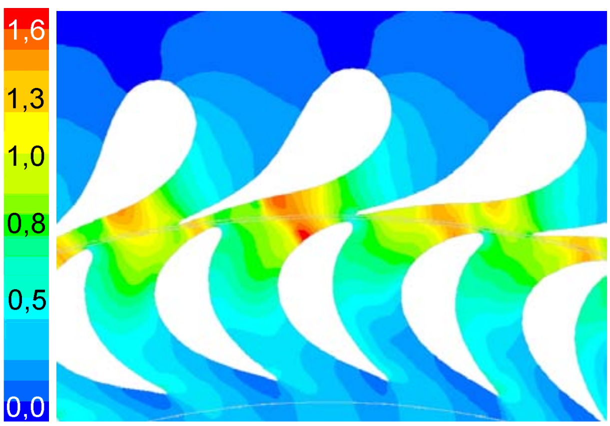


Obr. 6: Výpočtová síť

segmentu. Vstupní tlaky a teploty se uvažují stejně jako při experimentech. Výstupní tlak za axiálním stupněm rovněž odpovídá měřeným stavům. Matematický model je založen na systému Navier-Stokesových rovnic pro turbulentní proudění a stlačitelnou tekutinu.



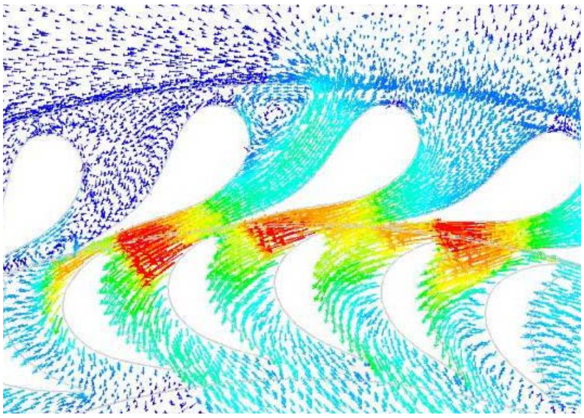
Obr. 7: Vektory rychlosti v regulačním stupni, ε = 0,277



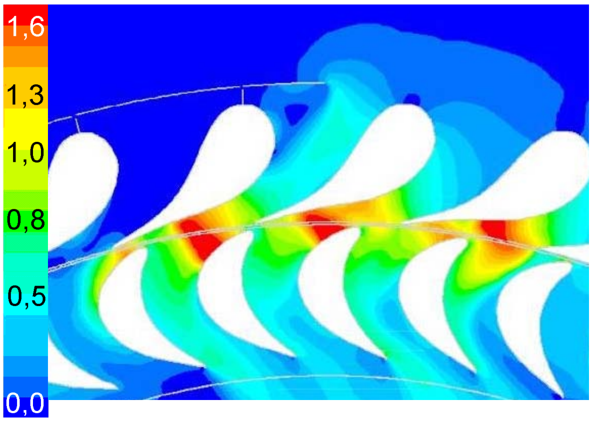
Obr. 8: Rozložení Machových čísle v regulačním stupni, ε = 0,277

Viskozita a měrné teplo se uvažují v celé výpočtové oblasti konstantní. K modelování je použit RNG k-ε model. Standardní stěnové funkce definované ve FLUENTU jsou použity k modelování proudu v blízkosti stěn profilů.Výpočtová studie umožňuje popsat proudění v regulačním stupni. Vektory rychlosti v lopatkových kanálech regulačního stupně na středním řezu jsou znázorněny na obr. 7. Regulační stupeň je plně otevřen. Na vstupu do aktivní části stupně se projevuje ejekční účinek a na rozhraní mezi lopatkami dýzového segmentu a oběžnými lopatkami se objevují skokové změny tlaku. Je to dobře patrné z obr. 8, kde je zobrazeno rozložení Machových čísel ve stupni. Místní hodnota Machova čísla může být až M = 1,6 při Machově čísle stupně M_{st} = 1,3. Poloha rázových vln je dána okamžitou polohou oběžných lopatek. V místě, kde oběžné lopatky opouštějí aktivní část stupně vzniká konvertgentně-divergentní kanál. Jedna stěna je pevná, kdežto druhá stěna je pohyblivá. Částečné plnění mezilopatkového kanálu způsobuje odtržení proudu a vznik zpětného proudění.

Situace, kdy je jen částečně otevřený mezilopatkový kanál, je zachycena na obr. 9 a 10. V každém segmentu proudí pára pouze přes 2,5 lopatkového kanálu. V tomto případě je

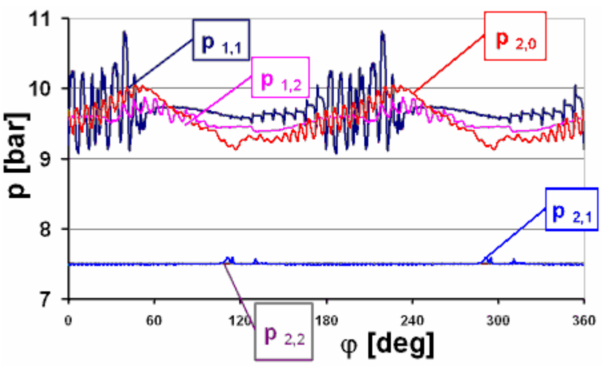


Obr. 9: Vektory rychlosti v regulační stupni ε = 0,138

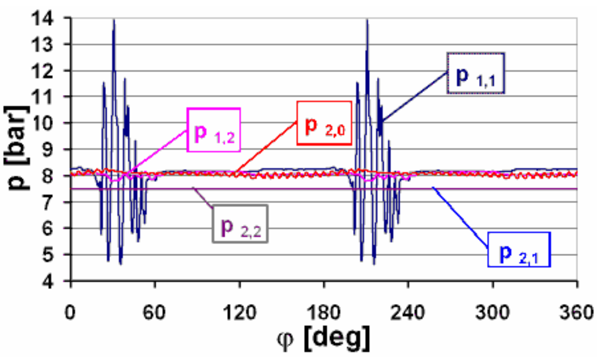


Obr. 10: Rozložení Machových čísel v regulačním stupni ε = 0,138

v aktivním úseku regulačního stupně zatíženo méně oběžných lopatek. Rozložení rychlosti je však obdobné jako v předchozím případě. Část mezilopatkového kanálu za segmentem vyplní vír. Maximální místní Machovo číslo je M = 1,6.



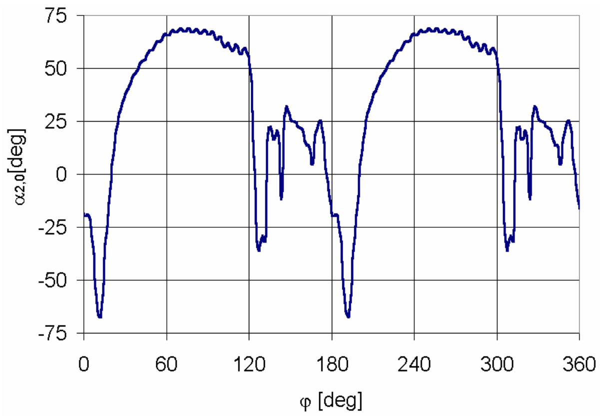
Obr. 11: Rozložení tlaku po obvodu stupně, ε = 0,277



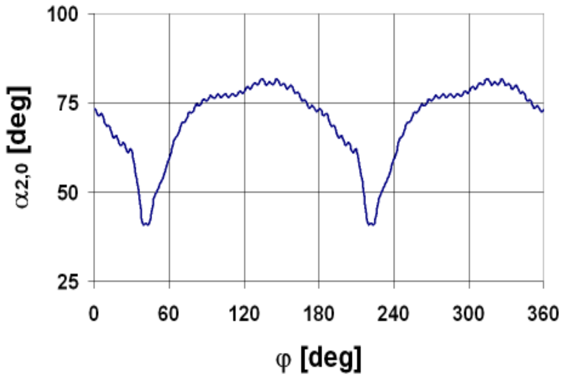
Obr. 12: Rozložení tlaku po obvodu stupně, ε = 0,138

Přívod páry jenom v části obvodového úseku stupně má vliv na rozložení tlaku v mezeře mezi rozváděcími a oběžnými lopatkami, v místě za oběžnými lopatkami i na konci přechodového úseku. Rozložení tlaku v uvedených místech po obvodu stupně se nachází na obr. 11 a 12. Na obr. 11 je případ s parciálností ε = 0,277 a na obr. 12 je rozložení tlaku při parciálním ostřiku s ε = 0,138. Z obou příkladu je zřejmé, že rozložení tlaků není rovnoměrné. Existují místa se zápornou reakcí na regulačním stupni i místa, kde je na vstupu do axiálního stupně větší tlak než za regulačním stupněm. Hmotnostní tok na stupních s totálním ostřikem nebude po jejich obvodu rovnoměrně rozložen.

Přechod od parciálního ostřiku na jednom stupni k totálnímu ostřiku na dalším stupni vede k odklonu proudu z osového směru a vzniku obvodové složky rychlosti. Byla snaha pomocí CFD vyjádřit míru nerovnoměrnosti proudového pole na vstupu do prvního axiálního stupně. Jistou představu lze získat z rozložení vstupního úhlu proudu a z axiální složky rychlosti na různých místech obvodu stupně. Na obr. 13 a 14 se uvádí vstupní úhel proudu $\alpha_{2,0}$ v rovině 2,0 při parciálním ostřiku regulačního stupně $\varepsilon = 0,277$ a $\varepsilon = 0,138$. Vypočtený úhel se uvažuje na středním poloměru.

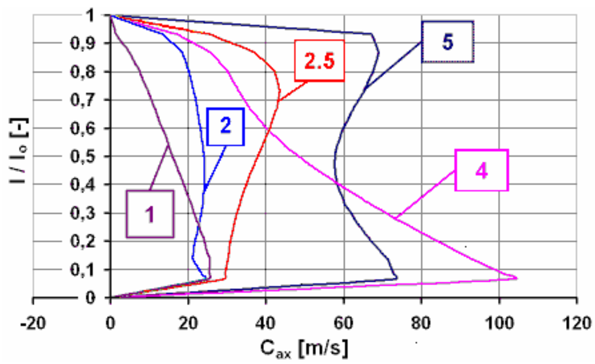


Obr. 13: Vstupní úhel proudu v rovině 2,0
ε = 0,277

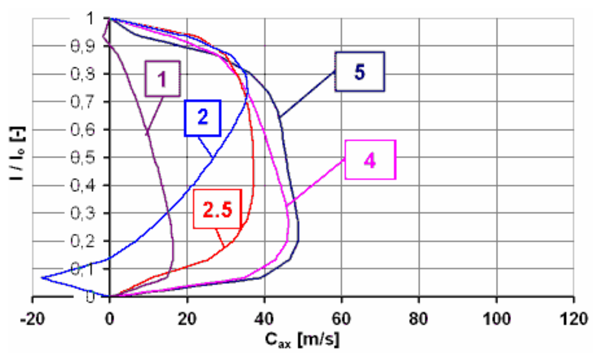


Obr. 14: Vstupní úhel proudu v rovině 2, 0
ε = 0,138

Vstupní úhel proudu se mění v rozmezí -70 až +70 stupňů. Konstrukční vstupní úhel je $\alpha_{2,0k}$=0 deg. Velký rozsah úhlu náběhu způsobuje vznik odtržení proudu v lopatkové mříži a nárůst profilových ztrát. Čím menší je parciální ostřik regulačního stupně, tím větší je úsek ovlivněný rotací proudu na vstupu do axiálního stupně. Přechodový úsek i lopatkování prvního axiálního stupně do značné míry ovlivňují výslednou termodynamickou účinnost celé turbiny. Jsou to místa, kde konstrukčními úpravami lze získat pravděpodobně určitý zisk na účinnosti. Kromě jisté obvodové nerovnoměrnosti v zaplnění lopatkových kanálů existuje



Obr. 15: Axiální složka rychlosti za aktivní částí regulačního stupně



Obr. 16: Axiální složka rychlosti za pasivní (uzavřenou) částí regulačního stupně

i nerovnoměrnost plnění v radiálním směru. Je to zřejmé z obr. 15 a 16, kde je uvedena axiální složka rychlosti při různém otevření kanálů regulačního stupně na dvou místech obvodu stupně. Pro ilustraci se zvolila poloha s $\varphi = 40$ a $\varphi = 110$ deg. První poloha odpovídá předpokládanému úseku s vlivem hlavního proudu páry z aktivní části regulačního stupně. Druhá poloha reprezentuje úsek za zakrytou částí regulačního stupně.

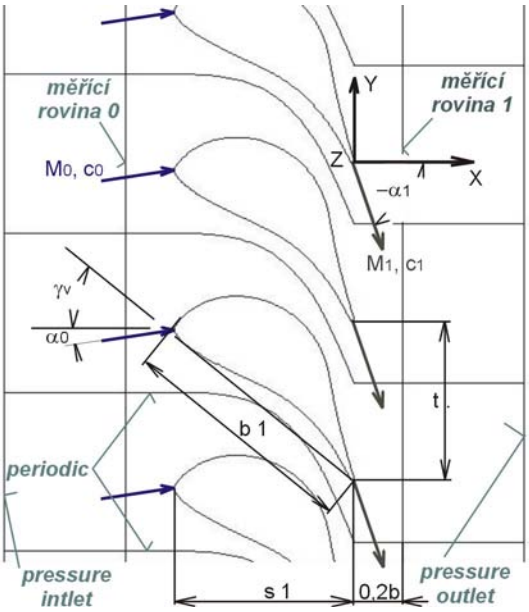
Za zakrytou částí může vzniknout i záporná složka rychlosti. U špičky je zpravidla menší vstupní rychlost. Za aktivní částí je až dvojnásobná vstupní rychlost oproti rychlostním poměrům za neaktivní částí regulačního stupně.

Provedená výpočtová studie jasně ukázala na některé přednosti a slabiny zvolené koncepce návrhu turbiny. Ukazuje se, že existují jisté rezervy a možnosti zlepšení v profilování lopatek regulačního stupně, ve tvaru přechodového úseku i v návrhu lopatek pro axiální stupeň.

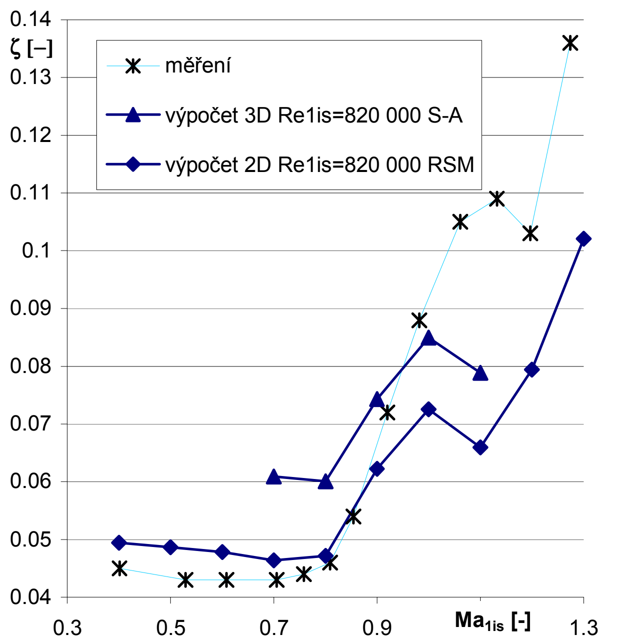
Modernizace průtočné části

Byl uskutečněn pokus zkvalitnit profily dýzových segmentů regulačního stupně. Profilové ztráty lopatkové mříže se ověřily měřením na aerodynamickém tunelu. Z technických důvodů však nebylo možné stanovit ztráty přímo na radiální lopatkové mříži. Experiment se uskutečnil na axiálním uspořádání mříže při zachování rozměrů výstupního hrdla. Změnil se pouze úhel nastavení profilů. Cílem práce bylo správně nastavit pomocí experimentu výpočet proudění v axiálním uspořádání mříže a pak výpočtem stanovit ztráty v radiálním provedení turbinové mříže [6, 7].

Výpočet ztrát byl uvažován pro roviny, v nichž se snímala data pro experiment. Geometrické uspořádání nové lopatkové mříže pro výpočet a experiment je zobrazeno na obr. 17. Srovnání vypočteného a měřeného ztrátového součinitele se nachází na obr. 18.

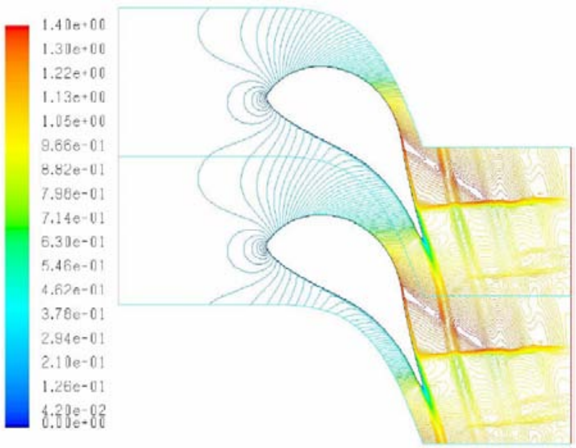


Obr. 17: Geometrické uspořádání mříže

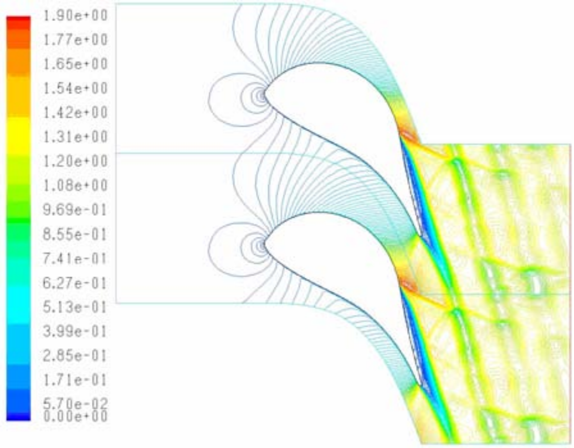


Obr. 18: Ztráty v axiálním uspořádání lopatkové mříže

Výpočet RSM modelu vykazuje dobrou shodu s experimentem v podzvukové oblasti. V oblasti transsonického proudění jsou vypočtené ztráty o několik procent menší než změřené. Na ztráty má vliv zejména mezní vrstva na hřbetní straně profilu, úplav a skokové změny v rázových vlnách. Při transsonickém proudění není vyloučeno ani odtržení proudu od stěny. Odpovídá tomu i rozložení Machových čísel v mezilopatkovém kanálu turbinové mříže. Na obr. 19 se uvádí výpočet proudění při $M_{1is} = 1{,}1$ a na obr. 20 je rozložení místních Machových čísel při $M_{1is} = 1{,}3$. Hlavním zdrojem ztrát jsou proudové poměry na

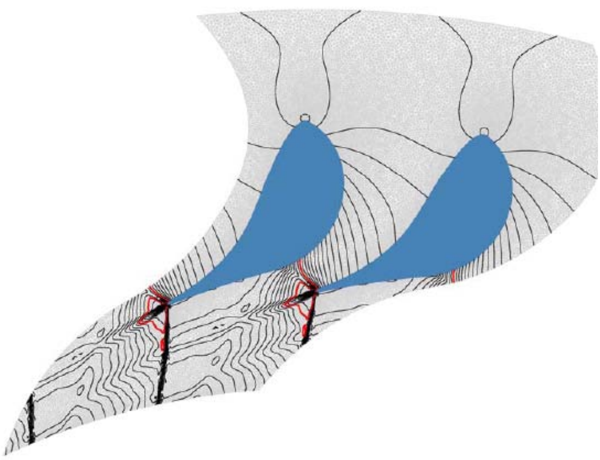


Obr. 19: Rozložení Machových čísel $M_{1is} = 1{,}1$ – axiální mříž

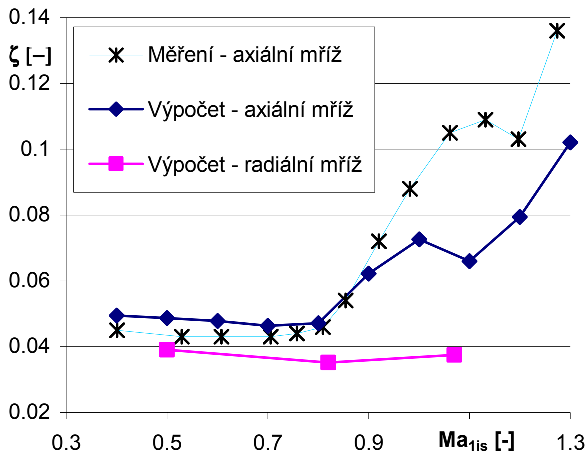


Obr. 20: Rozložení Machových čísel $M_{1is} = 1{,}3$ – axiální mříž

hřbetní straně profilu za hrdlem. Z příslušných podkladů je zřejmé, že navržená profilová mříž není vhodná pro axiální uspořádání. Z experimentů nelze konat závěry o kvalitě lopatek určených pro radiální stupně a transsonické proudění. Jak se změní rychlostní pole po správném nastavení profilů do radiální mříže se může posoudit z obr. 21. Uvádí se zde rozložení Machových čísel. Výpočet provedený v ČVUT [7, 8] vykazuje snížení ztrát zejména v transsonické oblasti. Srovnání vypočtených a měřených ztrátových součinitelů pro přímé a radiální uspořádání lopatkové mříže se nachází na obr. 22. Ukazuje se, že existují jisté rozdíly mezi výpočtem a experimentem, nicméně při radiálním uspořádání lopatkové mříže by nový profil měl vykazovat příznivější hodnoty ztrát.



Obr. 21: Isočáry Machových čísle v radiální mříži



Obr. 22: Porovnání ztrátových součinitelů

Závěry

- V přechodové oblasti mezi stupni s rozdílnou parciálností existuje složitý komplex 3D proudění.

- Na výstupu z přechodového úseku se vyskytují oblasti s velkým úhlem náběhu a s nerovnoměrným rozložením tlaku a hmotnostního toku v obvodovém i radiálním směru.
- Náhodně vybraná místa pro měření teplot a tlaků neumožňují vytvořit konkrétní představu o charakteru proudění v radiálním stupni a v přechodovém úseku.
- Pomocí numerické simulace proudění lze objasnit některé jevy, které ovlivňují ztráty v lopatkové mříži. Při transsonickém proudění jsou vypočtené ztráty zpravidla menší než měřené.
- Nová lopatková mříž má menší ztráty než původní mříž. Nové profily však nejsou vhodné pro axiální uspořádání mříže.

Poděkování

Autoři příspěvku děkují MPO České republiky za poskytnutou finanční pomoc při řešení projektu TANDEM FT-TA/085.

Použitá literatura

[1] Tajč, Bednář, Synáč: Radial control stage with partial steam admission, XXXV. Kraftwerktechnisches Kolloquium, Dresden, Germany, 2003, U43

[2] Tajč, Bednář, Rudas: 3D proudění v prostoru mezi stupni s rozdílnou parciálností, Topical Problems of Fluid Mechanics 2004, IT ASCR, Prague, 2004

[3] Tajč, Rudas, Polanský: Losses in a stage with partial steam admission and in a duct behind this stage, Proceedings of International Conference on Energy and Environment, Shanghai, China, 2003

[4] Polanský, Tajč, Bednář, Kovařík: Experimental and computational investigation of flow phenomena in a steam turbine with radial control stage and two axial stages, 6^{th} European Conference on Turbomachinery, Lille, France, 2005

[5] Polanský: Partial steam admission in an axial turbine stage, PhD Thesis, University of West Bohemia, Plzeň, Czech Republic, 2001

[6] Tajč, Jůza, Rudas: Výpočty proudění v lopatkové mříži VS33R, Topical Problems of Fluid Mechanics 2005, IT ASCR, Prague, 2005

[7] Šťastný, Babák, Valenta: Radiální vysokorychlostní profilová mříž pro parní turbiny, Colloquium Fluid Dynamics 2004, IT ASCR Prague, 2004

[8] Kozel, Fořt, Dobeš, Fürst, Halama, Louda: Parní turbina pro energetické bloky s vysokými parametry páry 1. část, ČVUT Praha Z-554/05

Turbulentní proudění v blízkosti stěny

doc. RNDr. Zbyněk Jaňour, DrSc., Ústav termomechaniky AV ČR

Modely turbulence jsou vesměs odvozovány za předpokladu, že turbulentní Reynoldsovo číslo je dostatečně velké. Tato podmínka je splněna pouze v dostatečné vzdálenosti od stěny. V důsledku podmínky „bez skluzu“ (no slip) na stěně je nutné v té části turbulentní mezní vrstvy, která bezprostředně obklopuje povrch uvažovat molekulární viskositu. V příspěvku jsou popsána následující řešení tohoto problému: s pomocí tzv. funkce stěny, modifikací pohybových rovnic a zavedením modelu, který popisuje koherentní struktury v blízkosti stěny.

1. Úvod

Turbulence je jedním ze základních doposud nedořešených problémů moderní fyziky. To navzdory tomu, že tento jev je možné nalézt v nejrůznějších typech proudění ve vnitřní i vnější aerodynamice, v geofyzikálních systémech a je starý více jak sto deset let. Za tuto dobu přinesl rozvoj znalostí již množství nových matematických postupů. Je možné např. uvést metodu přímé simulace-Direct Numerical Simulation (DNS), která řeší Navierovy-Stokesovy rovnice pro okamžité rychlosti pomocí diferenčních, spektrálních a nebo smíšených metod. Bohužel kapacita soudobých počítačů je dostatečná toliko pro jednodušší proudy. Byla proto vypracována i metoda poněkud méně náročná na výpočetní techniku - metoda velkých vírů (Large Eddy Simulation -LES), která pohyby malých měřítek popisuje pomocí zjednodušených modelů turbulence. Avšak i tato metoda je nad rámec běžně dostupné výpočetní techniky.

Proto je často užíván statistický popis turbulentního pole, původně navržený Osbornem Reynoldsem. Podle něho proudové veličiny tvoří náhodná pole. Jejich okamžité hodnoty lze rozložit na střední hodnotu a fluktuaci. Pro střední hodnoty (momenty prvého řádu) lze odvodit tzv. rovnice Reynoldsovy, ve kterých se v důsledku nelinearity původních Navierových-Stokesových rovnic pro okamžité hodnoty objevují nové neznámé. Jsou jimi tzv. Reynoldsova napětí. Je pochopitelně možné odvodit rovnice pro momenty druhého řádu. V nich se zase objeví momenty třetího řádu atd. Pokračovali-li bychom do nekonečna, dostaneme neuzavřenou soustavu středovaných pohybových rovnic, v ruské literatuře označovaných jako rovnice Kellerovy-Friedmanovy. Svízel statistického popisu turbulence tedy spočívá v nalezení vhodného konstitučního vztahu mezi momenty jistého řádu a momenty řádů nižších. Hovoříme pak o modelech turbulence onoho řádu. Modelů převážně prvého a druhého řádu bylo odvozeno nepřeberné množství. Dá se říci, že kdo chce něco v turbulenci dokázat, musí alespoň jeden model během své vědecké kariéry odvodit - viz Jaňour (1986a), (1986b). Modely vznikají nejčastěji zobecňováním empirických znalostí a jsou experimenty ověřovány. Nutno podotknout, že vesměs jsou použitelné pro ty typy proudů, z kterých vzešly. Proto doposud neexistuje a vsadil bych se, že nikdy existovat nebude model universální. Je tím míněn model jednoduchý, popsaný konečným počtem rovnic, které obsahují konečně mnoho empirických konstant, model který je schopen předpovědět s požadovanou přesností v konečném čase na dostupném počítači libovolné turbulentní pole.

Tyto modely jsou vesměs odvozovány za předpokladu, že turbulentní Reynoldsovo číslo je dostatečně velké. Tato podmínka je splněna v dostatečné vzdálenosti od stěny. Jinak je tomu v její blízkosti a tedy i definice okrajových podmínek se stává poněkud komplikovanější. V důsledku podmínky „bez skluzu“ (no slip) na stěně je nutné v té části turbulentní mezní vrstvy, která bezprostředně obklopuje povrch uvažovat molekulární viskositu. Tato tenká vrstva, často označovaná jako vazká podvrstva je z jedné strany omezena nepropustnou stěnou a napříč proudem je rozšířena do míst, kde lokální Reynoldsovo číslo, určené charakteristickým rozměrem vírů a intenzitou fluktuací, je řádu 10^2. Tloušťka této podvrstvy není větší než 2 mm (i pro proudy s malými rychlostmi), avšak procesy zde probíhající jsou značně složité a komplikované. Tyto procesy je nutné zohledňovat i při matematickém modelování turbulentních proudů. Na druhé straně skutečnost, že tato vrstva je velice tenká, umožňuje zavést některá zjednodušení. Je např. možné zanedbat konvekci ve směru převládajícího proudu v porovnání s difúzí. V proudu bez transpirace stěnou je dále možné zanedbat účinky objemových i tlakových sil. Proudové veličiny transformované do vhodných bezrozměrných souřadnic závisí pouze na bezrozměrné vzdálenosti od stěny, např. na Reynoldsově čísle, které jako charakteristický rozměr délky, uvažuje tuto vzdálenost. Pak např. rychlostní profil je určen známým zákonem stěny. Cílem příspěvku je popsat některé přístupy při řešení tohoto problému.

2. Funkce stěny

Jak již bylo v předchozím uvedeno, je možné proudové veličiny v laminární podvrstvě popsat pomocí jednorozměrných universálních funkcí a okrajové podmínky pro matematické modelování je možné určit z těchto funkcí. Takto např. Singhal a Spalding (1981) uvažují okrajové podmínky ve vzdálenosti y1 od stěny. Zde střední hodnota rychlosti ve směru proudění (směr osy x)je dána hodnotou této universální funkce

$$\frac{U}{u^*} = \frac{1}{\kappa}\ln\left[E\frac{y_1u^*}{\nu}\left(1.0+\frac{1}{2}\frac{y_1}{\rho u^{*2}}\frac{dP_\delta}{dx}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \tag{1}$$

kde u* je třecí rychlost, κ označuje von Kármánův parametr (≈0.42), E je parametr drsnosti, který např. pro hladký povrch je možno položit rovný devíti a Pδ je tlak na hranici mezní vrstvy. Vzdálenost y1 je vhodné vybrat z intervalu

$$30 \quad \langle \quad \frac{y_1 u^*}{\nu} \quad \langle \quad 100 \tag{2}$$

Okrajovou podmínku pro x, y -ovou složku Reynoldsova napětí lze určit z faktu, že v této oblasti je přibližně konstantní, tj., že můžeme položit

$$-\overline{uv} = u^{*2} \; pro \; y \to y_1 \tag{3}$$

Dále z předpokladu, že advekce a difúze jsou zanedbatelné a existuje lokální rovnováha, lze z transportní rovnice pro x, y, složku Reynoldsova napětí - viz např. Jaňour (1987) odvodit okrajové podmínky pro kinetickou energii k

$$k = \frac{u^{*2}}{\sqrt{c_\mu}} \qquad pro \; y \to y_1 \tag{4}$$

a pro rychlost disipace ε

$$\varepsilon = \frac{u^{*3}}{\kappa y_1} \qquad pro \; y \to y_1 \tag{5}$$

Zde cμ (≈0.09) a κ(≈0.41) jsou empirické konstanty.

Nutno podotknout, že předpoklad o tom, že x, y -ová-složka Reynoldsova napětí je konstantní napříč laminární podvrstvou, není splněna v případě mezní vrstvy s podélným tlakovým gradientem. V tomto případě je nutné smykové napětí ve vnitřní oblasti určit v prvém přiblížení ze vztahu (viz Townsend (1956)

$$\tau = \tau_w + \frac{dP_\delta}{dx} y \tag{6}$$

Pak okrajové podmínky (4) a (5) přejdou na tvar

$$k = \frac{\tau_w + \frac{dP_\delta}{dx} y}{\rho\sqrt{c_\mu}} \qquad pro\ y \to y_1 \tag{7}$$

$$\varepsilon = \frac{\left(\tau_w + \frac{dP_\delta}{dx} y\right)^{\frac{3}{2}}}{\kappa \rho y} \qquad pro\ y \to y_1 \tag{8}$$

3. Modely turbulence v blízkosti stěny

Nejjednodušší modely turbulence vycházejí z koncepce Boussinesquovy hypotézy o turbulentní viskositě určené vztahem

$$\nu_t = -\frac{\overline{uv}}{\frac{\partial U}{\partial y}} \tag{9}$$

Způsob jakým je tato veličina určena znamená další členění turbulentních modelů. Jedním z nejjednodušších způsobů je tuto veličinu určit pomocí Prandtlovy hypotézy o směšovací délce. Podle této hypotézy a předpokladu, že směšovací délka l roste u stěny se vzdáleností, je tato délka vyjádřena vztahem

$$l = K y^+ \tag{10}$$

kde K je universální konstanta a bezrozměrná vzdálenost y+ je určena vztahem

$$y^+ = \frac{u^* y}{\nu} \tag{11}$$

Zde u* označuje tzv. třecí rychlost. Empirické zkušenosti prokazují, že toto tvrzení platí až od jisté vzdálenosti od stěny, neplatí v laminární podvrstvě. Zde je nutné uvažovat vliv viskosity. Proto van Driest (1956) nahradil universální konstantu K konstantou novou κ obsahující tlumící faktor a položil

$$\kappa = K\left[1 - \exp(-\frac{y^+}{A^+})\right] \tag{12}$$

kde A+ nazývá turbulentní konstantou a z experimentů odhaduje její hodnotu na $A^+ \approx 26$.

Existují desítky variant tohoto modelu. Všechny jsou omezené na případy, při kterých je zanedbatelná změna smykového napětí napříč laminární podvrstvou. Není-li však tento předpoklad splněn, je tomu tak např. v oblasti těsně před odtržením, v mezní vrstvě s vefukováním, v urychlené mezní vrstvě nebo v proudění v trubici s malým turbulentním Renoldsovým číslem, je výraz (12) modifikován. Např. namísto bezrozměrné vzdálenosti y+ je uvažována bezrozměrná vzdálenost vyjádřená pomocí lokálního smykového napětí

$$y^{+} = \frac{y u^{*}}{\nu} \left(\frac{\sqrt{\frac{\tau}{\rho}}}{u^{*}} \right)^{n} \tag{13}$$

s n∈ (1 , 2) - viz např. Kaye a Moffat (1975). Jiní modifikovali konstantu A^{+} v závislosti na bezrozměrném podélném tlakovém gradientu, nebo na parametru přenosu hmoty.

Jednorovnicové modely turbulence vyžadují opět analytický výraz pro směšovací délku. V jejich případě je bezrozměrná vzdálenost y^{+}, mající charakter Reynoldsova čísla nahražena turbulentním Reynoldsovým číslem

$$\mathrm{Re}_t = \frac{k^{\frac{1}{2}} y}{\nu} \tag{14}$$

kde k je turbulentní kinetická energie. Tato veličina je určena transportní rovnicí, ve které je podchycen vliv molekulární viskosity (rovnice bude uvedena v odstavci věnovaném dvourovnicovým modelům).

Nejrozšířenější a v praxi nejčastěji užívané jsou tzv. dvourovnicové modely turbulence, ve kterých je turbulentní viskosita určena vztahem

$$\nu_t = c_\mu k^{\frac{1}{2}} l \tag{15}$$

kde c_μ je empirická konstanta a l je charakteristické délkové měřítko, které je určeno transportní rovnicí. Toto měřítko je často nahrazováno rychlostí disipace ε pomocí vztahu

$$l = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon} \tag{16}$$

a dostáváme tzv. „k-ε" model turbulence. Jiné modely užívají tzv. turbulentní frekvenci

$$\varpi \equiv \frac{\varepsilon}{k} \tag{17}$$

popřípadě turbulentní časové měřítko τ

$$\tau \equiv \frac{\varepsilon}{\omega} \tag{18}$$

Jako jeden z prvých lze uvést 2-D „k-ε" model Jonese a Laundra (1972) v aproximaci mezní vrstvy.

Tento model je, kromě obvyklých Reynoldsových rovnic pro střední hodnoty složek rychlosti, tvořen následující soustavou pohybových rovnic:

$$\frac{Dk}{Dt}=\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial y}\right]+\nu_t\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2-\varepsilon-2\nu\left(\frac{\partial k^{\frac{1}{2}}}{\partial y}\right)^2 \tag{19}$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt}=\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right]+c_1 f_1\frac{\varepsilon}{k}\nu_t\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2-c_2 f_2\frac{\varepsilon^2}{k}+2\nu\nu_t\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 \tag{20}$$

$$\nu_t = c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{21}$$

$$f_1 = 1 \tag{22}$$

$$f_2 = 1.0-0.3\exp(-R^2) \tag{23}$$

$$f_\mu = \exp\left[-\frac{2.5}{(1+\frac{R}{50})}\right] \tag{24}$$

$$R \equiv \frac{k^2}{\nu\varepsilon} \tag{25}$$

Okrajové podmínky na stěně autoři uvažují následující:

$$k=\varepsilon=0 \qquad pro\ y=0 \tag{26}$$

Do dnešních dnů bylo odvozeno nepřeberné množství obdobných dvourovnicových modelů. Obecně lze pohybové rovnice těchto modelů v aproximaci mezní vrstvy zapsat do tvaru - „k-ε“ model

$$\nu_t = c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{27}$$

$$\varepsilon = \tilde{\varepsilon} + D \tag{28}$$

$$\frac{Dk}{Dt}=\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial y}\right]+\nu_t\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2-\varepsilon \tag{29}$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt}=\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right]+c_1 f_1\frac{\varepsilon}{k}\nu_t\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2-c_2 f_2\frac{\varepsilon^2}{k}+E \tag{30}$$

nebo „k - ω“ model

$$\nu_t = f_\mu \frac{k}{\varpi} \tag{31}$$

$$\frac{Dk}{Dt}=\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial y}\right]+\nu_t\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2-c_\mu k\varpi \tag{32}$$

$$\frac{D\varpi^2}{Dt}=\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varpi^2}{\partial y}\right]+c_1 f_1\varpi\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2-c_{\varpi 2}\varpi^3+E \tag{33}$$

Okrajové podmínky na stěně jsou pro tyto modely následující:

$$k = 0, \quad \frac{d\varepsilon}{dy} = 0 \qquad\qquad pro\ y \to 0 \tag{34}$$

Jako příklad obecného 3-D dvourovnicového modelu lze uvést model popsaný Spezialem, Abidem a Andersonem (1990). Při jeho popisu budeme užívat pro složky vektoru rychlosti následující notaci $U \equiv U_1$, $V \equiv U_2$, $W \equiv U_3$. Pak je tento model popsán následující soustavou pohybových rovnic:

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 U_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{35}$$

$$\frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0 \tag{36}$$

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3} k \delta_{ij} + \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) \tag{37}$$

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{38}$$

$$\frac{Dk}{Dt} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon - D + \nu \nabla^2 k \tag{39}$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = P - \Phi_\varepsilon - D_\varepsilon + \nu \nabla^2 \varepsilon \tag{40}$$

Symboly uvedené v rovnicích jsou určeny následujícími vztahy:

$$D = -\frac{\partial \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i}\right)}{\partial x_i} \tag{41}$$

$$P_\varepsilon = c_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \tag{42}$$

$$\Phi_\varepsilon = c_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \tag{43}$$

$$D_\varepsilon = \frac{\partial \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right)}{\partial x_j} \tag{44}$$

$$f_\mu = \left(1 + \frac{3.45}{\sqrt{\mathrm{Re}_t}}\right)\left[\left(1 - \exp\left(-\frac{y^+}{70}\right)\right]\right. \tag{45}$$

$$f_1 = 1 \tag{46}$$

$$f_2 = \left[1 - \exp\left(-\frac{y^+}{4.9}\right)\right]^2 \tag{47}$$

a pro empirické konstanty autoři uvádějí následující hodnoty:

$$\sigma_{\mu} = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_{\varepsilon} = 1.3, \quad c_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad c_{\varepsilon 2} = 1.83, \tag{48}$$

Okrajové podmínky jsou ve tvaru

$$U_i = 0, \quad pro\, i = 1,2,3, \quad k = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = 0 \qquad pro\, n \to 0 \tag{49}$$

kde n je vzdálenost od stěny.

Uvnitř odborné komunity zabývající se aerodynamikou se objevují pokusy o modely turbulence nové generace. To v tom smyslu, že se jedná o modely s podstatně širším a komplexnějším využitím, které podchycují širší škálu jevů. Podobně jako u předchozí generace modelů, odvozovány jsou nejprve modely jednodušší (ve smyslu jejich taxonometrie). Mezi jednodušší patří např. model, který odvodil Spalart a Allmaras (1992). Model se sestává z čtyř na sebe navazujících verzí. Nejjednodušší je použitelná pro volné proudy, nejsložitější pak pro proudy s přechodem do turbulence a vice versa, nebo pro proudy s laminární podoblastí. Každá složitější verze vychází z verze jednodušší, objeví se v ní další členy, které popisují nové jevy. Naopak tyto nové členy jsou zanedbatelné jestliže složitější verzi použijeme pro proudění jednodušší. Je tedy možné s dostatečnou přesností obecně užívat nejobecnější verzi pro všechny proudy. Přitom je nutné si uvědomit, že výpočty pomocí této obecné verze jsou pro jednoduché proudy časově náročnější než při užití verze jednodušší.

Podle tohoto modelu k rovnicím pro střední pole vektoru rychlosti a tlaku- Reynoldsovým rovnicím a rovnici kontinuity (nestlačitelným, či stlačitelným) je nutné přidat transportní rovnici pro turbulentní viskozitu, která je definována vztahem

$$\tau_{ij} = 2 \nu_t S_{ij} \tag{50}$$

kde je

$$S_{ij} \equiv \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) \tag{51}$$

V obecné verzi je zavedena veličina

$$\tilde{\nu} = \nu_t \frac{1}{f_{v1}} \tag{52}$$

která je rovna turbulentní viskozitě skoro všude, až na laminární podvrstvu. Zde je

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \tag{53}$$

$$\chi \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \tag{54}$$

Pro takto zavedenou turbulentní viskozitu je odvozena transportní rovnice v následujícím tvaru:

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = c_{b1}\left[1 - f_{t2}\right]\tilde{S}\tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma}\left[\nabla((\nu + \tilde{\nu})\nabla\tilde{\nu}) + c_{b2}(\nabla\tilde{\nu})^2\right] - \left[c_{w1} f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2}\right]\left[\frac{\tilde{\nu}}{d}\right]^2 + f_{t1}\Delta U^2 \tag{55}$$

Zde S je velikost vířivosti definovaná následujícími vztahy:

$$\widetilde{S} \equiv S + \frac{\widetilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2} \tag{56}$$

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \tag{57}$$

$$S \equiv \left| \sqrt{\Omega_{ij} \Omega_{ij}} \right| \tag{58}$$

$$\Omega_{ij} \equiv \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \tag{59}$$

d je vzdálenost od nejbližší stěny. Funkce f_w je určena vztahem

$$f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{\frac{1}{6}} \tag{60}$$

kde je

$$g = r + c_{w2}(r^6 - r) \qquad a \;\; r \equiv \frac{\widetilde{\nu}}{\widetilde{S}\kappa^2 d^2} \tag{61}$$

Dále je

$$f_{t2} = c_{t3} \exp(-c_{t4} \chi^2) \tag{62}$$

a tato funkce popisuje laminární region.

Zbývá určit přechod do turbulence, který souvisí s funkcí f_{t1}. Předpokládejme, že k přechodu dochází v jisté oblasti, kterou předpokládáme, že je známe, nebo ji vhodným způsobem umíme určit a která leží na stěně. Autoři ji označují jako „trip“. Oblast je charakterizována vzdáleností bodu v turbulentním poli od této oblasti d_t , diferencí mezi rychlostí ve zkoumaném bodě a rychlostí v oblasti přechodu, (jelikož je oblast přechodu na stěně a obvykle je rychlost na stěně nulová, je tato veličina rovna lokální rychlosti) a vířivostí v oblasti přechodu ω_t . Pak je možné položit

$$f_{t1} = c_{t1} g_t \exp(-c_{t2} \frac{\varpi_t^2}{\Delta U^2} \left[d^2 + g_t^2 d_t^2 \right]) \tag{63}$$

kde je

$$g_t \equiv \min(0.1, \frac{\Delta U}{\varpi_t \Delta X}) \tag{64}$$

a ΔX je prostorový krok v oblasti přechodu. Okrajové podmínky pro turbulentní viskositu jsou následující:

$$\widetilde{\nu} = 0 \qquad \textit{na stěně} \tag{65}$$

$$\widetilde{\nu} = 0 \qquad \textit{na volné hranici} \tag{66}$$

4. Jednoduchý model koherentních struktur

Jaňour (1986b) popsal oblast v blízkosti stěny s pomocí modelu koherentních struktur, která vychází z nových poznatků o turbulentním proudění Experimenty v 60-tých letech, které se zabývaly turbulentním přenosem hmoty a hybnosti, totiž prokázaly významné náhodné nestacionarity proudění v blízkosti pevných povrchů. Byly to především vizualizační studie, které publikovali Kline aj. (1967) a Corino a Brodkey (1969). Z pozdějších prací je nutné jmenovat např.

práci Heada a Bandyopadhyaye (1981). Tyto studie ukázaly, že transportní procesy v blízkosti stěny lze charakterizovat jako intermitentní, kvasiperiodický proces. Především druhou vlastnost je možné (viz van Dongen aj. (1978) schematicky popsat následujícím způsobem:

V blízkosti stěny se pohyb částic tekutiny periodicky opakuje v jistém časovém intervalu, který je náhodně rozložen kolem tzv. střední periody koherentních pohybů. Délku tohoto intervalu označme T_b. Tento časový interval lze rozložit na dvě charakteristická období:

- prvé období, které je charakterizováno nevýraznými fluktuacemi turbulentních veličin a pozvolným místním zpomalováním tekutiny. Označme střední dobu trvání tohoto období T_1;
- druhé období, které je charakterizováno výrazným míšením, kdy jsou významné zejména události vypuzení a proniknutí. Během těchto událostí nejprve kombinací záporných fluktuací rychlosti ve směru hlavního proudu (podél osy *x*) $u'<0$ a kladných fluktuací rychlosti napříč proudem $v'>0$ jsou ejektovány pomalejší částice nacházející se u stěny do vzdálenějších oblastí. Jedná se o událost vypuzení. Pak kombinací kladných fluktuací ve směru osy *x* $u'=0$ a záporných fluktuací $v'<0$ dochází k opačnému přenosu rychlejších částic z oblasti dále od stěny ke stěně, což je označováno jako událost proniknutí. Tyto události mohou být interpretovány jako lokální nestabilita.

Označíme-li střední dobu trvání období T_B, je zřejmé, že

$$T_b = T_1 + T_B \tag{66}$$

Studie navíc ukázaly, že trvání druhého období je podstatně kratší, než trvání období prvého, tj. že platí $T_B \ll T_1$.

Některé novější práce, např. Perry a Chong (1982) uvádějí ještě podstatně složitější strukturu proudění v této oblasti. Objevili např. vírová vlákna podkovitého, vlásenkovitého, či "$\wedge$" tvaru. Pro jednoduchý matematický popis však původní představy jsou dostačují a na jejich základě byly koncipovány mnohé matematické modely. Jeden z nejjednodušších navrhli nezávisle na sobě Einstein a Li (1956) a Hanrathy((1956) . Tento rovinný model, který neuvažuje proužkovou strukturu, vychází ze dvou základních předpokladů:

- proudění je periodické v čase s periodou T_b,
- intenzivní turbulentní výměna nastává během velice krátkého časového intervalu T_1, kdy pomalá tekutina v blízkosti stěny je přenesena dále od stěny a rychlejší tekutina se naopak dostane ke stěně.

Z těchto předpokladů autoři vyvodili následující závěry. Míšení je tak vydatné, že na konci časového intervalu je napříč celé oblasti rychlost homogenní a nabývá hodnoty U_0. Navíc je doba trvání tohoto intervalu zanedbatelná vůči intervalu prvému. Je tedy možno předpokládat periodický děj, ve kterém je prvé období nevýrazných fluktuací vystřídáno "okamžitým" promíšením.V období nevýrazných fluktuací je pohyb tekutiny určen rovnováhou inerciálních a vazkých sil, tj. okamžitá rychlost $\widetilde{u}$ vyhovuje rovnici

$$\frac{\partial \widetilde{u}}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 \widetilde{u}}{\partial y^2} \tag{67}$$

splňuje počáteční podmínku

$$\tilde{u}(y,0)=U_0 \tag{68}$$

a okrajovou podmínku

$$\tilde{u}(0,t)=0. \tag{69}$$

Analytické řešení této rovnice má následující tvar

$$\tilde{u}(y,t)=U_0 erf\left[\frac{y}{2}(\nu t)^{1/2}\right] \tag{70}$$

Aby bylo možné uvedený model použít pro popis středních veličin turbulentního proudění, je nutné určit nikoliv okamžité hodnoty rychlosti, nýbrž hodnoty střední. Předpokládejme proto, že pro tento typ turbulentního pole platí ergodická hypotéza a střední hodnota je rovna časové střední hodnotě. Dále, z faktu, že T_B je dostatečně malé vůči T_1, je možné přibližně položit

$$T_B \approx T_1 \tag{71}$$

a střední hodnota rychlosti je dána vztahem

$$U=\frac{1}{T_b}\int_0^{T_b}\tilde{u}(y,t)\,dt. \tag{72}$$

Pak střední hodnota rychlosti je určená vztahem

$$U=U_0\left[(2k^2+1)erf(h)+\frac{2h}{\pi^{1/2}}\bar{e}^{h^2}-2h^2\right] \tag{73}$$

kde je

$$h=\frac{y}{2(T_B\nu)^{1/2}}. \tag{74}$$

Autoři tohoto modelu pokračují ve svých úvahách: proto na konci období vydatného míšení je tekutina v blízkosti stěny nahrazena tekutinou z logaritmické oblasti o proto počáteční rychlostní profil je určován vztahem

$$U_0=\frac{u^*}{\kappa}\ln(Ey_1^+), \tag{75}$$

kde hodnota bezrozměrné proměnné y_1^+ je z intervalu < *30,50* > a E je parametr drsnosti. Chceme-li určit profil střední rychlosti ze vztahů (73) a (75), zbývá určit hodnotu střední periody koherentních pohybů T_b. Existují však pouze empirické vztahy. Často je používán vztah odvozený Raem aj. (1971)

$$\frac{u^* T_b}{\nu}=0{,}65\left(\frac{\nu U_\delta}{\nu}\right)^{0,73}, \tag{76}$$

který používá jak vnitřních - u^*, ν, tak vnějších $-\nu, U_\delta$ parametrů mezní vrstvy. K výpočtům je však vhodnější použít jen parametrů vnějších. Proto pro další budeme používat vztah, který uvádějí mnozí autoři (např. Lu a Willmarth (1973)) a podle něhož je normovaná perioda konstantní, tj. platí

$$T_\delta \equiv \frac{T_b U_\delta}{\delta_1} \doteq 30-32, \tag{77}$$

kde δ_1 je pošinovací tloušťka mezní vrstvy. Jonáš (1982) prokázal, že v případě mezní vrstvy v proudu se zvýšenou hladinou turbulence je perioda T_b nezávislá na intenzitě vnější turbulence.

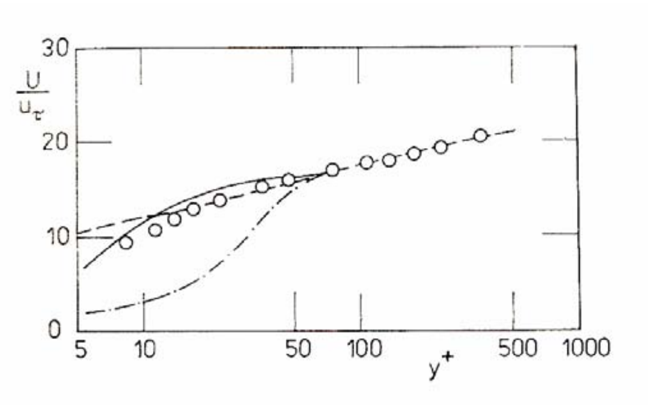
Navíc Jonáš (1982) vztah zobecnil i na případ proudění s podélným tlakovým gradientem, když odvodil empirickou relaci

$$T_{\delta_1} = \frac{27{,}6}{\Pi + 0{,}91}, \tag{78}$$

kde

$$\Pi = \frac{\delta_1}{\tau w}\left(\frac{d P_\delta}{d x}\right) \tag{79}$$

je parametr tlakového spádu. Profil střední rychlosti v blízkosti stěny určený s pomocí tohoto modelu je uveden na obr. 2 a porovnán se známým logaritmickým profilem a experimentem.



Obr. 2 Profil střední rychlosti v blízkosti stěny ____________jednoduchý model koherentních struktur, _ _ _ _ _ logaritmický profil, · - · - · - lineární aproximace.o experiment Jonáč (1982)

5. Závěr

Modely turbulence jsou vesměs odvozovány za předpokladu, že turbulentní Reynoldsovo číslo je dostatečně velké. Tato podmínka je splněna pouze v dostatečné vzdálenosti od stěny. V důsledku podmínky „bez skluzu“ (no slip) na stěně je nutné v určité oblasti uvažovat molekulární viskositu v té části turbulentní mezní vrstvy, která bezprostředně obklopuje povrch. Obvykle je používána tzv. metoda funkce stěny tzv. funkce stěny, podle které jsou okrajové podmínky položeny do oblasti, ve které je již molekulární viskosita zanedbatelná. Okrajové podmínky jsou určeny s pomocí vhodných universálních vztahů. Jiná metoda využívá modifikace pohybových rovnic. To ovšem přináší podstatné zvětšení počtu uzlových bodů v blízkosti stěny a tedy i nárůst CPU. Nově byl autorem navržen model, který popisuje koherentní struktury v blízkosti stěny a vcelku jednoduchými analytickými vztahy jsou v blízkosti stěny popsány závisle proměnné. V příspěvku je presentován toliko model jednoduchý. Jeho zobecnění je možné nalézt v článku Jaňoura (1986b).

Poděkování:

Práce byla vykonána v rámci řešení VZ 0Z20760514 a projektu Informační společnost 1ET400760405

6. Literatura

Corino E.R., Brodkey R.S. (1969): A visual investigation of the wall region in turbulent flow, J. Fluid Mech, v. 37,1-30,

van Driest E. R. (1956): „On Turbulent Flow Near a Wall“, J. Aeron. Sci. 23, 1007-1011, van Dongen F.G., Beljaars A.C.M., de Vries D. A.(1978): A periodic intermittent model for wall region of a turbulent boundary layer, Int. Jour. Heat Mass Tranfer v. 21, 1099-1109,

Dutoya D., Michard P. (1981): „ A Program for Calculating Boundary Layers along Compressors and Turbine Blades“. Num. Met. In Heat Transfer. Ed. R.W. Lewis, K. Morgan and O.C. Zienkiewicz, JohnWiley&Sons,

Hassid S., Poreh M.(1978): „A Turbulent Energy Dissipation Model for Flows with Drag Reduction“, J. Fluid Eng. 100, 107-112,

Hoffmann G.H.(1975): „Improved Formof the Low-Reynolds Number k-ε-Turbulence Model“, Phys Fluids, 18, 309-312,

Chien K.Y.(1982): „Predictions of Channel and Boundary-Layer Flows with Low-Reynolds-Number Turbulence Model“, AIIA J., 20,33-38,

Jaňour Z. (1986a): The calculation of the turbulent boundary layer with the aid of the "k - ε" model turbulence, Acta technica _SAV, No. 4, 446,

Jaňour Z.(1986b): Prediction of the Turbulent Boundary Layer Using the "k - ε" Model and Model of Coherent Structures near the Wall, Acta technica _SAV, 6, 702,

Jaňour Z. (1987): „Výpočty turbulentních smykových vrstev u stěny s užitím modelu koherentních struktur, Doktorská disertační práce,

Jonáš P.(1982): Vyšetřování koherentní struktury proudění ve vnitřní oblasti turbulentní mezní vrstvy ve zpomalovaném vnějším proudu s přirozenou a se zvýšenopu turbulencí; zpráva ÚT ČSAV Z-801/82,

Jones W.P., Launder B.E.(1972): „The Prediction of Laminarization with Two-Equation Model of Turbulence, Int. J. Heat and Mass Transf., 15 301-314,

Jones W. P., Launder B. E. (1973): The Calculation ot the Low-Reynolds-Number Phenomena with a Two Equation Model of Turbulence, ibid,16, 1119,

Kays W.M., Moffat R.J.(1975): „The Behaviour of Transpired Turbulent Boundary Layers“, Studies in Convection, 1, Acad Press,

Lam C.K.G., Bremhorst K.A.(1981): „Modified Form of the k-ε-Model for Predicting Wall Turbulence, J. Fluid Eng., 103,456-460,

Launder B.E., Sharma B.I.(1974): „Application of the Energy-Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc“, Letters in Heat and mass Transfer, 1, 131-138,

Patel V.C., Rodi W., Scheuerer G.(1984): „Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows: A Review“, AIAA J.,23, 1308-1319,

Reynolds W.C.(1976): „Computation of Turbulent Flows, Ann. Rew. Fluid mech, 8, 183-202,

Singhal A.K., Spalding D.B.(1981): „ Prediction of Two Dimensional Boundary-Layers with the Aid of the k-ε Model of Turbulence, Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., 25, 365-372,

Spalart P.R., Allmaras S.R.(1992): „A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows, AIAA-92-0439, 30th Aerospace Sciences Meeting &Exhibit, Reno,

Speziale G., Abid R., Anderson E.C.(1990): „ A Critical Evaluation of Two-Equation Models for Near Wall Turbulence, AIAA 90-1481, AIAA 21 st Fluid Dynamics, Plasma Dynamics and Lasrs Conference, Seattle,

Townsend A.A.(1956): „The Structure of Turbulent Shear Flow, Cambr. Univ. Press,

Wilcox D.C., Rubesin W.M.(1980): „Progress in Turbulence Modelling for Complex Flow Fields Including Effects of Compressibility, NASA Tech. Paper 15

Výpočet indukovaného odporu křídla s nástavci na koncích programem CMARC

Petr Berák, Petr Vrchota, VZLÚ, a.s., Praha

Tento článek se zabývá vlivem nástavců na koncích křídla na velikost součinitele indukovaného odporu a Oswaldův koeficient *e*. Nástavce mají stejnou plochu a délku, mají různé tvary a úhly výchylek. Z hodnoty 1/*e* je proto možno srovnávat úsporu paliva. Získané výsledky prokázaly použitelnost výpočtu indukovaného odporu neplanárních vztlakových systémů pomocí programu CMARC. Bylo vypočteno, že winglety vychýlené nahoru jsou účinnější než winglety vychýlené o stejný úhel dolů. Podle výsledků výpočtů winglety vychýlené nahoru jsou nejúčinnější, když mají záporný šíp. To je naopak, než je obvykle používáno. Zjistilo se, že jen z rozměrů úplavu nelze odhadovat účinnost úprav konců křídla.

Použité symboly

AA	aerodynamická osa základního křídla
AC	aerodynamický střed
C_{Di}	součinitel indukovaného odporu [1]
C_L	součinitel vztlaku [1]
e	Oswaldův koeficient [1]
M	počet pásů panelů na polorozpětí [1]
$X_{AC\text{-}AA}$	poloha AC konce nástavce a AA [m]
λ	geometrická štíhlost [1]
λ_{ef}	efektivní štíhlost [1]

Úvod

Jestliže letoun nemá nějak upravené konce křídla, je méně pohledný, vypadá méně ekonomicky, a tedy je hůř prodejný. Jednou z mnoha možností používaných úprav jsou winglety. Skoro všechny používané winglety jsou téměř stejné, jako winglety navržené a testované Whitcombem [1]. Přitom z jeho zprávy je zřejmé, že jejich tvar a umístění byly navrženy z transsonických důvodů. Proto je potřebné zabývat se i po třiceti letech winglety a úpravami konců křídla.

Od 30. let 20. století se rozložení cirkulace po obecných vztlakových systémech, které je optimální z hlediska indukovaného odporu, zjišťuje pomocí linearizovaných přístupů. Jejich základy jsou například v publikacích [2 až 5] a české aplikace v [6 až 9]. Vypočtené rozložení cirkulace se dá použít dvojím způsobem. Jednak jako vodítko pro návrh vztlakového systému. Známé je eliptické rozložení u přímého křídla, kterému se konstruktér přibližuje buď volbou půdorysu křídla nebo aerodynamickým a geometrickým zkroucením či kombinací obou způsobů. Druhá možnost je předpokládat, že optimum je tradičně ploché, takže konkrétní dobře navržený vztlakový systém je jen mírně horší než optimum, proto vypočtené optimum lze použít pro první odhad.

V linearizovaném přístupu se tvar průřezu úplavem nemění. Indukovaný odpor křídla s winglety zvednutými nahoru vychází stejný jako u křídla s winglety skloněnými o stejný úhel dolů.

Pokrokem bylo zavedení linearizovaných panelových metod, které poskytují více informací. I tady však nevychází rozdíl mezi winglety skloněnými nahoru nebo dolů.

Dalším krokem je použití nelinearizovaných metod výpočtu nevazkého proudění, jako jsou metody vycházející z Eulerových rovnic nebo obecné panelové metody.

Pro divizi ANR-VZLÚ byl od firmy Aerologic zakoupen balík programů [10] s obecnou panelovou metodou CMARC, s názvem Digital Wind Tunnel. Tyto programy byly použity pro srovnávací studii indukovaného odporu křídla s několika nástavci na koncích. Podrobný popis a výsledky jsou ve zprávě [11], hlavní výsledky jsou v tomto článku.

Popis metody

V divizi ANR VZLÚ je pod názvem CMARC [10] obecně myšlen celý balík programů, používaných pro přípravu modelů (LOFTSMAN), výpočty (CMARC) a vyhodnocování výsledků (PMARC).

Program LOFTSMAN slouží k tvorbě geometrie a k vytvoření panelů. Nejprve dojde k načtení geometrie modelu, která je tvořena křivkami jednotlivých tvořících řezů a následně se vytvoří panely.

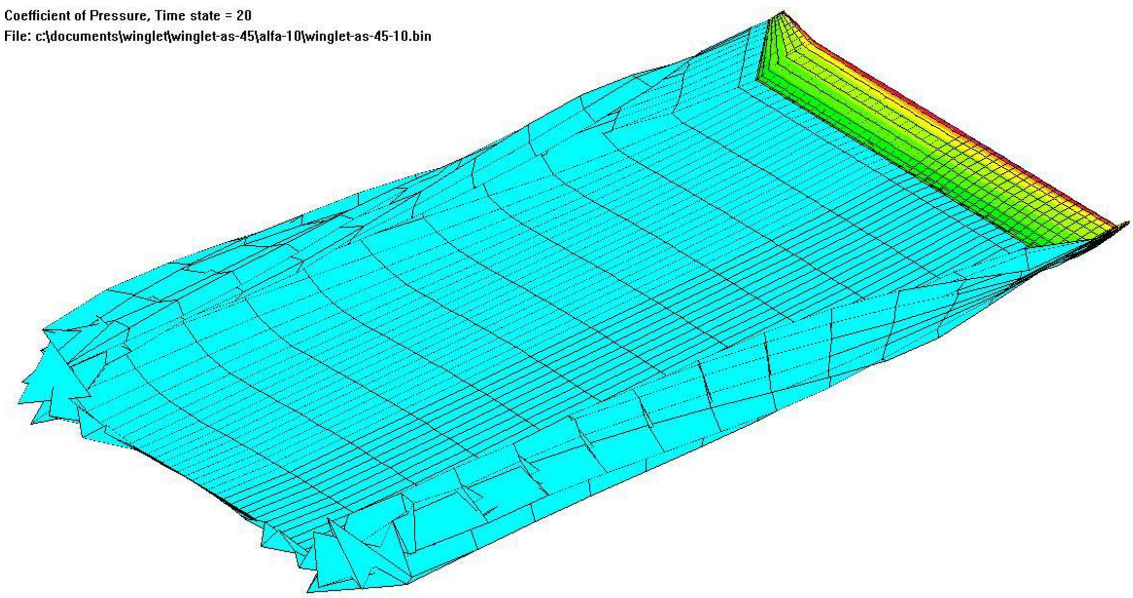
Program CMARC slouží pro výpočet obtékaní geometrie vytvořené v LOFTSMANu. Popis tohoto programu následuje níže.

Pro vyhodnocení výsledků získaných z CMARCu slouží program PMARC, který graficky znázorní vybrané veličiny a výsledky zpracuje do přehledných tabulek.

Panelová metoda použitá v programu CMARC je třírozměrová. Řeší obtékání modelu skládajícího se z uzavřené plochy umístěné v nekonečném prostoru. Povrch modelu je rozdělen na velký počet čtyřúhelníkových panelů, které rozdělují pole na dvě oblasti, vnitřní a vnější.

Protože se jedná o panelovou metodu nižšího řádu, předpokládá se konstantní rozložení intenzity zdrojů a doubletů na jednotlivých panelech. Povrchový integrál representuje rychlostní potenciál. Byla použita okrajová podmínka nulovosti normálové rychlosti uprostřed každého povrchového panelu, nebylo využito možnosti modelovat posunovací tloušťku mezní vrstvy. Tato metoda tedy fyzikálně odpovídá metodám s vírovou mříží.

Program CMARC je nelinearizovaná forma výpočtu. Dovoluje počítat obtékání tlustých křídel s trupy a kormidly, modeluje svinování úplavu odtékajícího z odtokové hrany křídla, ale neumožňuje modelovat volný úplav z koncových žeber. Neumožňuje modelovat vybočené stavy. Z obrázku 1 je patrné svinování koncových vírů, které probíhá v nevazkém proudění kolem těžiště volné vířivosti za polokřídlem. Ve skutečné vazké tekutině probíhá navíc koncentrace koncových vírů, to jedna z mála slabin programu. Startovní vír v tomto úhlu pohledu je málo zřetelný. Je ale možno zvolit libovolný směr pohledu.



Obr. 1 – Ukázka možností grafického výstupu

Protože CMARC pracuje s nevazkým prouděním bez odtržených oblastí, celkový odpor je jen tlakový a je roven indukovanému odporu. Pro výpočet indukovaného odporu využívá program dvou metod:

První je pomocí integrace povrchového tlaku. U této metody musí být poznamenáno, že v důsledku velkého tlakového gradientu na náběžných hranách vztlakových ploch je pro dosažení vyhovujících výsledků potřebný velký počet panelů ve směru tětivy.

Druhá metoda se nazývá Trefftzova. Je založena na zákonu zachování hybnosti. Indukovaný odpor je počítán integrací normálové složky hybnosti úplavu v Trefftzově rovině, kolmé na vektor rychlosti nabíhajícího proudu, která je tak daleko za letounem, že poruchy statického tlaku v ní prakticky vymizí. V programu CMARC je Trefftzova rovina ve vzdálenosti zhruba 15 až 20 tětiv od modelu.

V té to práci bylo použito k výpočtu součinitele indukovaného odporu Trefftzovy metody.

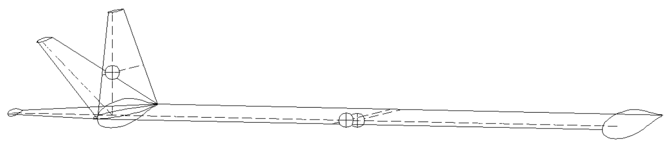
Popis geometrických modelů

Základním modelem bylo obdélníkové křídlo o rozpětí 2m, hloubce 0,4m, tedy o geometrické štíhlosti $\lambda = 5$. K němu byly přidávány nástavce o rozpětí 0,2m, o hloubce kořenového žebra 0,4m a koncového žebra 0,1 m. Pro křídlo i nástavce bylo užito symetrického profilu, upraveného z NASA LS(1)-0013 [12] uzavřením odtokové hrany a symetrizací. To proto, aby pro jeden model bylo možno simulovat nástavec vychýlený nahoru nebo dolů změnou úhlu náběhu z kladných do záporných hodnot.

Na obrázku 2 jsou vidět 3 výchylky nástavce, pro které probíhal výpočet. U všech výchylek koncových nástavců bylo koncové žebro orientováno tak, aby jeho rovina byla kolmá na rovinu tvořenou náběžnou a odtokovou hranou nástavce. Neuvažovalo se žádné zkroucení nástavců.

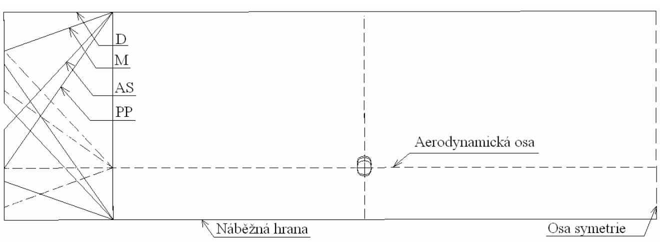
Uvažovaly se 3 sklony:

0° - nástavec je prodloužením rozpětí křídla
45° - šikmý winglet, nejčastěji používaný
90° - kolmý winglet



Obr. 2 – Výchylky nástavců

Jednotlivé varianty se od sebe lišily uvažováním nebo neuvažováním nástavce, sklonem nástavce a polohou aerodynamického středu koncového žebra nástavce vůči aerodynamickému středu křídla. Na obrázku 3 jsou vidět 4 varianty umístění koncového žebra nástavce.



Obr. 3 – Poloha koncového žebra nástavců vůči koncovému žebru křídla

První variantou bylo prosté obdélníkové křídlo bez nástavců. Tato varianta sloužila pro porovnání účinnosti jednotlivých variant umístění koncového žebra nástavců a jejich výchylek. Bylo použito kosinové zahuštění pásů panelů ke koncům křídla a po tětivě směrem k náběžné a odtokové hraně.

U všech variant křídla s nástavci bylo použito ekvidistantní rozložení pásů panelů po rozpětí křídla a kosinové zahuštění pásů panelů ke koncům nástavců. Jak u křídla tak u nástavců bylo použito kosinového zahuštění panelů směrem k náběžné a odtokové hraně.

U druhé varianty byly aerodynamické středy křídla i koncového žebra nástavce v přímce. Tato varianta byla označena AS.

U třetí varianty byl aerodynamický střed koncového žebra nástavce umístěn tak, aby bylo dosaženo přímé odtokové hrany. Tato varianta měla simulovat typ nástavce používaný hlavně firmou Dornier. Byla označena D.

Čtvrtá varianta (označená M) byla řešena tak, že se aerodynamický střed koncového žebra nástavce umístil mezi polohy u druhé a třetí varianty, aby se získal třetí bod, kterým se prokládala parabola na zjištění extrému hledané funkce.

Pátá varianta (označená PP) byla vytvořena pro potvrzení či vyvrácení předběžné analýzy získaných výsledků předchozích variant. Aerodynamický střed koncového žebra nástavce byl umístěn do takové polohy, aby vznikla přímá náběžná hrana.

Bylo vytvořeno celkem 13 geometrických modelů. Všechny modely byly z důvodu symetrie a výpočtové náročnosti řešeny jako poloviční. Nebylo použito geometrické ani aerodynamické zkroucení.

Vlastnosti metody

Veškeré výpočty probíhaly při rychlosti proudu 40 m/s, které odpovídá Reynoldsovo číslo $1{,}1 \times 10^6$.

Kladné úhly náběhu simulovaly nástavec nastavený směrem nahoru a záporné úhly simulovaly nástavec nastavený směrem dolů. Toto platilo u všech počítaných variant.

I u křídel s nástavci jako vztažné veličiny pro výpočty koeficientů a faktorů byly použity plocha, tětiva a rozpětí původního obdélníkového křídla, aby byly zřejmé změny vlivem úprav a tak bylo možno orientačně vyhodnotit úsporu paliva.

Oswaldův koeficient e je definován takto:

$$e = \frac{\lambda_{ef}}{\lambda} \tag{1}$$

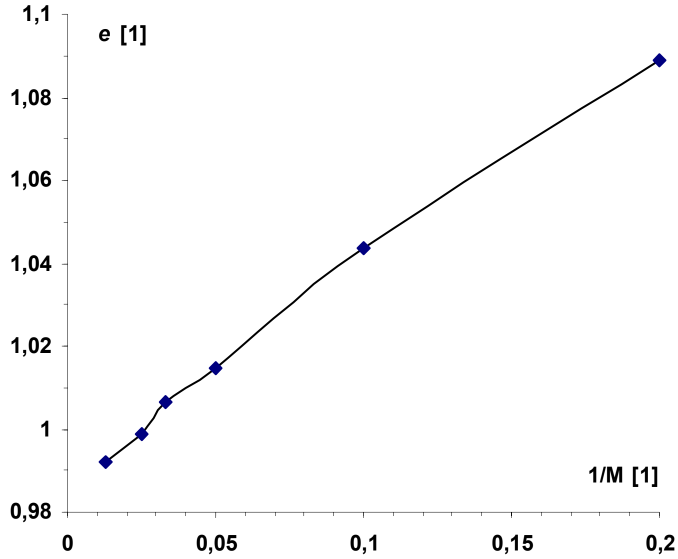
$$\lambda_{ef} = \frac{C_L^2}{\pi \cdot C_{Di}} \tag{2}$$

V těchto vztazích je λ_{ef} efektivní štíhlost, λ je geometrická štíhlost, C_L je součinitel vztlaku, C_{Di} je součinitel indukovaného odporu a π je Ludolfovo číslo.

Používání Oswaldova koeficientu e odpovídá používání Glauertových opravných faktorů.

Ze vztahu (1) je patrné, že čím větší je e, tím příznivější je vliv úpravy křídla.

Je známo, že výsledky všech panelových metod závisí na počtu panelů [13]. Závislost na počtu panelů po tětivě je velmi slabá, ale závislost na počtu pásů panelů po polorozpětí je výrazná. Pro zjištění závislosti přesnosti výsledků na počtu pásů panelů po polorozpětí byly prováděny výpočty při různých počtech pásů, aby bylo možno stanovit nejmenší počet pásů, ze kterých se bude moci provést extrapolace na nekonečný počet pásů po polorozpětí modelu. Tyto výpočty byly prováděny na modelu křídla bez nástavce. Na obrázku 4 je graf znázorňující závislost Oswaldova koeficientu e na počtu panelů po polorozpětí modelu pro křídlo bez nástavců. Je zde vidět přibližně lineární závislost Oswaldova koeficientu e na převráceném počtu pásů panelů. Vidíme, že pro malé M je e nerealisticky větší než 1, extrapolovaná hodnota k 1/M = 0 je zhruba 0,986.



Obr. 4 – Závislost výsledků na počtu pásů panelů na polorozpětí pro křídlo bez nástavců

Vlastní extrapolace *e* byla provedena tak, že se od hodnoty získané z dvojnásobného počtu panelů odečetl rozdíl mezi hodnotami z nižšího a dvojnásobného počtu panelů. Získanou hodnotu bylo možno prohlásit za hodnotu, která by odpovídala výpočtu při nekonečném počtu panelů na polorozpětí. Zdůvodnění tohoto postupu je patrné z prakticky lineární závislosti *e* na 1/M na obrázku 4.

Pro modely bylo o počtech panelů rozhodnuto na základě možností programu LOFTSMAN, ve kterém byla vytvářena geometrie jednotlivých modelů. Na nástavcích se podařilo udělat maximálně 16 panelů ve směru rozpětí, aniž by byla narušena geometrie nebo porušen tvar nástavců vytvářením panelů. Aby byl zachován poměr počtu panelů na křídle a na nástavci 2:1, byly určeny mezní hodnoty panelů na 16 a 32 na křídle a 8 a 16 na nástavci.

V nevazkém proudění by *e* nemělo záviset na velikosti úhlu náběhu. Výpočty ale ukázaly, že pro malé velikosti úhlů náběhu nejsou výsledky věrohodné z výpočtových důvodů, kdy při výpočtu Oswaldova koeficientu *e* se dělilo malé číslo malým. Tím vzrůstala numerická chyba výpočtu. Přitom deformace vztlakové a odporové čáry pro malé úhly náběhu nejsou vůbec znatelné. Velikost Oswaldova koeficientu *e* se ustálí až od určité velikosti úhlu náběhu.

Vyhodnocení výsledků

O optimální variantě bylo rozhodováno z pohledu Oswaldova koeficientu *e.* Převrácená hodnota tohoto koeficientu dává přímo náhled na úsporu paliva, protože plochy nástavců všech sklonů a pozic koncového žebra jsou stejné.

Číselná ukázka výsledků je zpracována v tabulce 1 pro nejčastěji používané šikmé winglety.

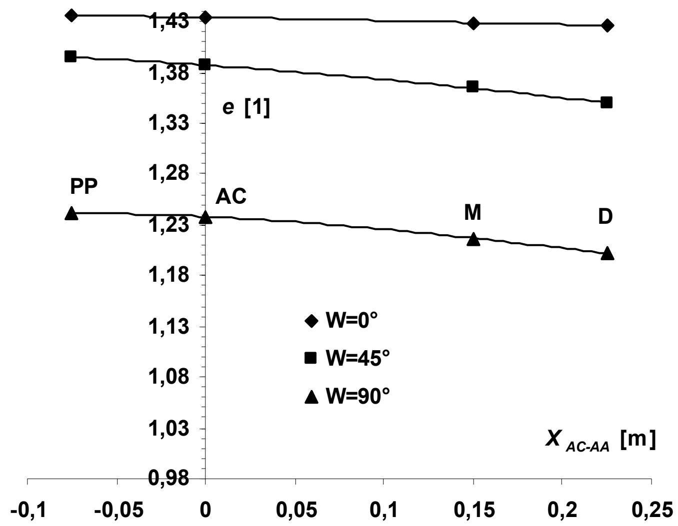
Výchylka wingletu +45°	
X_{AC-AA} [m]	*e* [1]
-0,075 = PP	1,4355
0,00 = AC	1,4344
0,15 = M	1,4288
0,225 = D	1,4266

Výchylka wingletu -45°	
X_{AC-AA} [m]	*e* [1]
-0,075 = PP	1,3141
0,00 = AC	1,3277
0,15 = M	1,3538
0,225 = D	1,3650

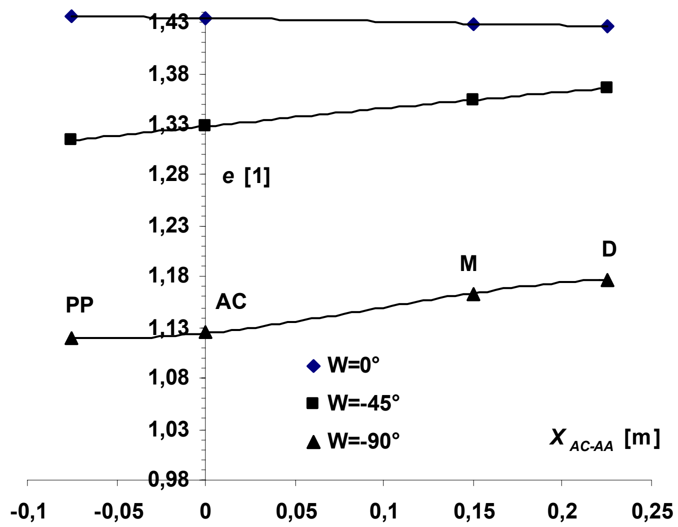
Tab. 1 - Výsledné hodnoty e pro jednotlivé varianty

První sloupec tabulky v tabulce 1 určuje polohu aerodynamického středu wingletu vůči aerodynamickému středu koncového žebra křídla (varianta 2÷5). Druhý sloupec udává extrapolované hodnoty Oswaldova koeficientu *e* pro tyto varianty.

V obrázku 5 jsou grafy vytvořené z tabulek pro všechny sklony nástavců.. Hodnoty pro jednotlivé úhly nastavení wingletu jsou proloženy křivkou třetího stupně pro získání extrémů. Dolní hodnota na ose *e* je blízká hodnotě pro základní křídlo bez nástavců, takže je zřejmá účinnost jednotlivých nástavců. Kladné polohy *X* jsou orientovány k odtokové hraně.



a – winglety vychýlené nahoru



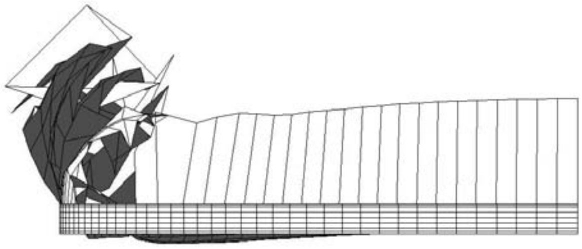
b – winglety vychýlené dolů

Obr. 5 – Znázornění průběhu Oswaldova koeficientu e v závislosti na počítané variantě

Jako nejlepší vycházejí varianty s úhlem sklonu nástavců 0°, kdy plocha nástavce je ve směru rozpětí. Pro ostatní úhly nastavení se jeví jako optimální pro kladné úhly náběhu přední poloha aerodynamického středu koncového žebra wingletu (varianta 5), a pro záporné úhly náběhu, modelující winglety vychýlené dolů, zadní poloha aerodynamického středu koncového žebra wingletu (varianta 3).

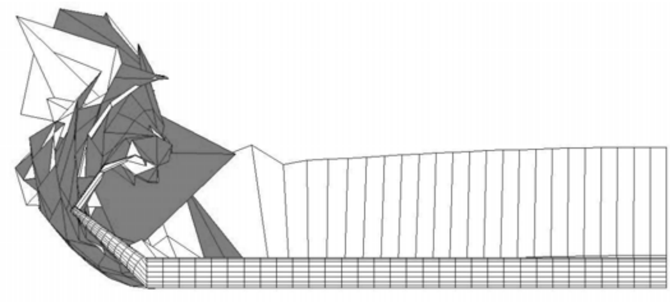
Pro posuzování rozměrů a vývoje úplavu byl vybrán směr pohledu zepředu shora pod polovičním úhlem, než je úhel náběhu. Pak většina úplavu za základním křídlem je skryta za tloušťkou křídla, je vidět hlavně startovní vír a vývoj koncových vírů. Když pomineme startovní vír, z části úplavu mezi koncovými víry, která vyčnívá nahoru a dolů, můžeme odhadovat rozložení indukované rychlosti po polorozpětí. Je možno dokázat [2 až 5], že v případě linearizovaného přístupu je optimální rozložení indukované rychlosti konstantní po celém obecném nosném systému, stejně jako u přímého eliptického křídla. I v případě nelinearizovaného přístupu se dá očekávat blízká situace.

Na obrázku 9 je uvedena situace za základním obdélníkovým křídlem. Vidíme nerovnoměrnost indukované rychlosti po rozpětí a odfukování koncového víru kolmo vzhůru.

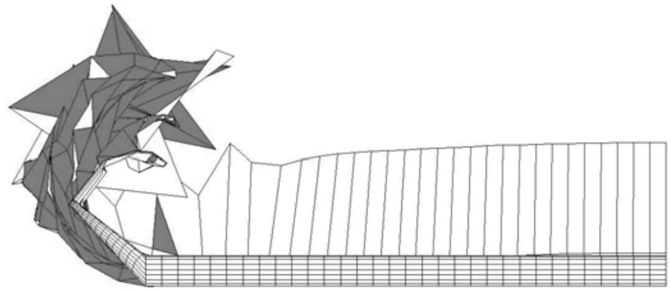


Obr. 6 – Úplav za základním křídlem

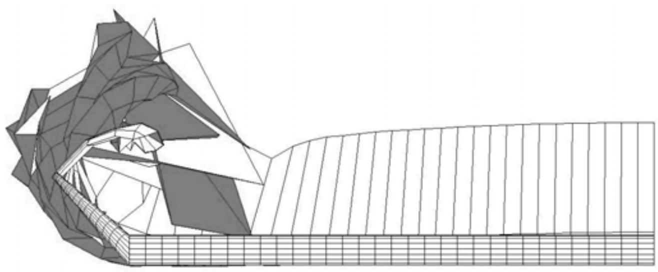
Z diagramů na obrázku 5 je patrné, že posun koncového žebra pro nenulové sklony wingletů má znatelný vliv na indukovaný odpor, sklony křivek jsou blízké. Pro rozbor jsme vybrali praxi nejbližší případ, winglety +45°.



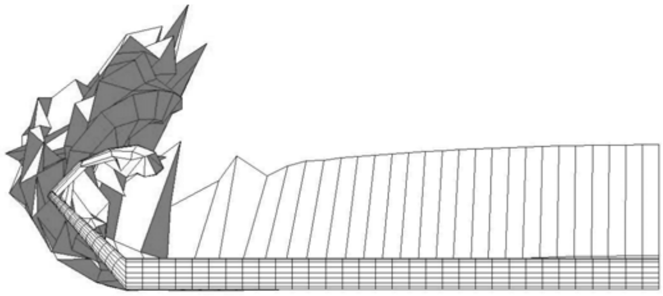
Obr. 7 – Úplav, varianta D+45°



Obr. 8 – Úplav, varianta M+45°



Obr. 9 – Úplav, varianta AC+45°

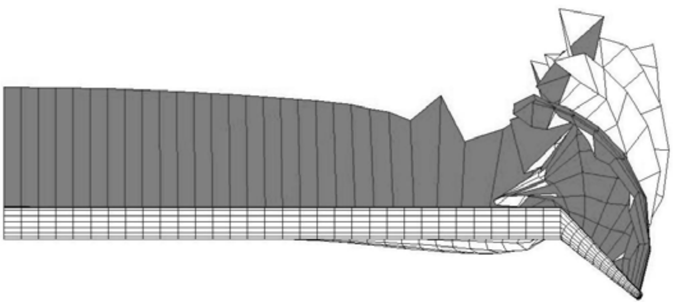


Obr. 10 – Úplav, varianta PP+45°

Z obrázků 7 až 10 je patrné, že kousek úplavu, vyčnívající nad středem křídla, je prakticky stejný. Posun koncového žebra nástavce nemá znatelný vliv na rozložení indukované rychlosti za odtokovou hranou křídel. To tedy nezdůvodňuje rozdíly v indukovaném odporu.

Sklony křivek na obrázku 5 jsou vysvětlitelné odlišným průmětem odtokové hrany nástavců do směru nabíhajícího proudění pro jednotlivé varianty při stejném úhlu náběhu. Pro přední polohu koncového žebra nahoru vychýleného nástavce se zvyšováním úhlu náběhu zvětšuje čelní průmět odtokové hrany, ze které odtéká úplav. Pokud dochází k posunu koncového žebra nástavce směrem dozadu, tak se čelní průmět odtokové hrany nahoru vychýleného nástavce snižuje. Pro nástavce vychýlené dolů je tento vliv opačný.

Na obrázku 5 vidíme, že winglety skloněné nahoru jsou účinnější než ty skloněné dolů. Pro vysvětlení tohoto jevu se podívejme na úplav za wingletem skloněným -45°. Protože za křídlem opět není rozdíl mezi variantami v rozložení indukované rychlosti, pro ukázku jsme vybrali nejčastěji používanou variantu PP.

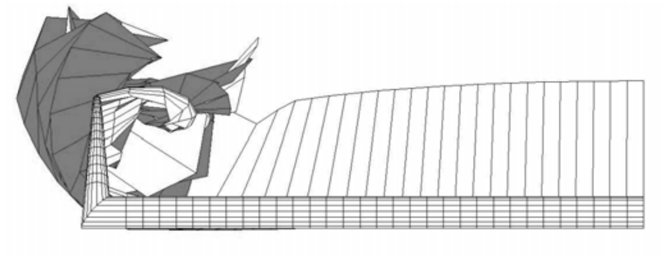


Obr. 11 – Úplav, varianta PP-45°

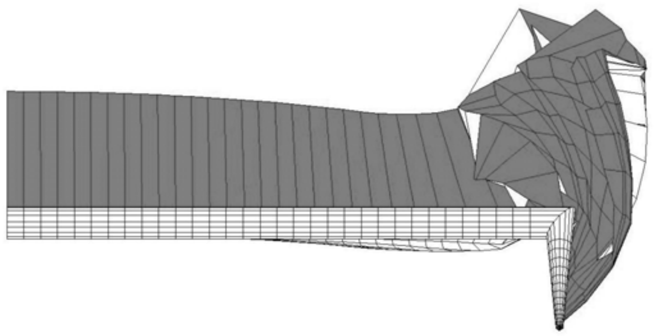
Ze srovnání obrázků 10 a 11 je vidět, že rozdíly mezi úplavy za křídly s winglety vychýlenými nahoru a dolů jsou zřetelné. Zatímco pro winglety vychýlené nahoru se rozložení indukované rychlosti blíží ideálnímu konstantnímu, pro winglety vychýlené dolů je již dosti proměnlivé. To je jednou z možných příčin větší účinnosti nahoru vychýlených wingletů.

Dále je vidět vliv přetlaku na dolní straně křídel na formování okrajových vírů. U wingletů vychýlených nahoru je proudnice z odtokové hrany okrajového žebra sfukována dovnitř, u wingletů vychýlených dolů naopak ven. Proto okrajové víry u wingletů skloněných dolů by měly být dál od sebe. Zdálo by se tedy, že winglety dolů by měly být účinnější, ale opak je pravdou. Ani na obrázcích to není vidět, úplavy vypadají jako stejně široké. Patrně převládá vliv rozložení indukované rychlosti po rozpětí.

Pro sklony wingletů ±90° je situace zcela analogická, jako pro sklony ±45°. Pro ilustraci a důkaz tohoto tvrzení slouží obrázky 12 a 13.

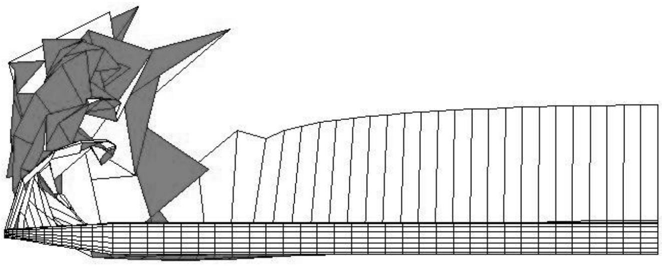


Obr. 12 – Úplav, varianta PP+90°



Obr. 13 – Úplav, varianta PP-90°

Z diagramů na obrázku 5 je patrné, že pro počítané varianty s nástavci ve směru rozpětí vycházejí velmi malé rozdíly mezi variantami. Jako mírně optimální varianta vychází poloha aerodynamického středu co nejvíce vepředu. Uplatňuje se zde asi opět čelní průmět odtokové hrany nástavců v závislosti na jednotlivých geometrických variantách, rozložení indukované rychlosti po rozpětí vypadá prakticky stejně.



Obr. 14 – Úplav, varianta PP-0°

Vliv výšky a šířky úplavu se tedy ukázal jako méně závažný než vliv rozložení indukované rychlosti. Z tohoto důvodu zřejmě nepůjde při výpočtu vazkého obtékání rozhodnout o velikosti indukovaného odporu pouze pomocí proudnic obtékajících křídlo s různými nástavci. Proto bude nutné dodat do programu vazkého obtékání modul, který by provedl výpočet indukovaného odporu pomocí integrace energie ze složky rychlosti kolmé na směr nabíhajícího proudu v Trefftzově rovině.

Závěr

Podařilo se prokázat vhodnost programu CMARC pro výpočet indukovaného odporu neplanárních složitých vztlakových konfigurací, jako jsou křídla s nástavci.

Oswaldův koeficient *e* je nutné vypočíst pro dvě hustoty pásů panelů po rozpětí a výsledky extrapolovat na nekonečný počet pásů, aby hodnoty *e* byly realistické.

Pro výpočet Oswaldova koeficientu *e* je nutné najít dostatečnou velikost úhlu náběhu. Pro malé úhly náběhu vycházejí chybné výsledky vlivem numerické chyby.

Podle výsledků výpočtů winglety vychýlené nahoru mají zřetelně větší účinnost, než winglety vychýlené o stejný úhel dolů.

Podle výsledků výpočtů programem CMARC winglety vychýlené nahoru jsou nejúčinnější, když mají záporný šíp. To je naopak, než je obvykle používáno.

Pouze z rozměrů a tvaru úplavu nelze usuzovat na vliv úprav křídla na snížení indukovaného odporu. Je nutno počítat přímo indukovaný odpor.

Touto prací byla vyvinuta a ověřena metodika výpočtu indukovaného odporu pro obecné nosné systémy pomocí programu CMARC.

Získané výsledky je potřebné porovnat s výpočty programem řešícím vazké obtékání, doplněným pro výpočet indukovaného odporu. Pak je potřebné srovnání s výsledky získanými z tunelových měření.

Článek byl vypracován v rámci projektu FOREMADE, označeném FT-TA/026, v programu TANDEM, financovaném Ministerstvem průmyslu a obchodu České republiky.

Literatura:

[1] Whitcomb, R. T.: *A Design Approach and Selected Wind-Tunnel Results at High Subsonic Speeds for Wing-Tip Mounted Winglets.* NASA TN D-8260, July 1976.

[2] Munk, M.: *Isoperimetrische Aufgaben aus der Theorie des Fluges*. Dissertation, Göttingen 1918.

[3] Munk, M.:*The Minimum Induced Drag of Airfoils*. NACA Rep. 121, 1921.

[4] Carafoli, E.: *Aerodinamika kryla samoleta, nesžimajemaja židkosť.* Izdatělstvo Akademii nauk SSSR, Moskva 1956.

[5] Durand, W. F.: *Aerodynamic Theory*, Vol. II. Dover Publications, Inc., New York 1963.

[6] Berák, P.: *Hranice snižování indukovaného odporu, přibližné výpočty pro celý letoun*. Výzkumná zpráva VZLÚ V-1481/83, Praha 1981.

[7] Berák, P.: *Minimum indukovaného odporu s vlivem blízkosti země.* Výzkumná zpráva VZLÚ V-1480, Praha 1981.

[8] Berák, P.: *Indukovaný odpor a winglety.* Zpráva CLKV-VZLÚ R-3500/03, Praha, září. 2003.

[9] Berák, P.: *Induced Drag and Winglets.* Czech Aerospace Proceedings 1/2004, ALV, Prague, April 2004, pp. 16-20.

[10] AeroLogic: *Digital Wind Tunnel CMARC. Three-Dimensional Low Order Panel Codes*. 1995-2000.

[11] Berák, P., Vrchota, P.: *Výpočet indukovaného odporu křídla s nástavci na koncích programem CMARC.* Výzkumná zpráva VZLÚ V-1857/05, Praha, 29.11. 2005

[12] Ferris, J. C., McGhee, R. J., Barnwell, R. W.: *Low-Speed Wind-Tunnel Results for Symmetrical NASA LS(1)-0013 Airfoil*. NASA TM 4003, 1987.

[13] Berák, P.: *Nepřesnosti 3D panelových metod nízkého řádu.*

Výzkumná zpráva VZLÚ V-1756/02, Praha, 20. 12. 2002.

Letecký zpravodaj (Czech Aerospace Proceedings) 2/2003, ALV, Praha, srpen. 2003, str. 18-21

Implicitní metoda pro řešení obtékání profilů a křídel

Jiří Fürst
VZLÚ a.s.

Abstrakt: Tento článek popisuje implictní schéma založené na metodě konečných objemů v tzv. *arbitrary Lagrangian-Eulerian* formulaci pro řešení obtékání profilů a křídel stlačitelnou tekutinou. Časová diskretizace je provedena pomocí zpětné Eulerovy metody druhého řádu přesnosti. Pro diskretizaci v prostoru se používá aproximace toků rozhraními mezi buňkami pomocí numerického toku typu AUSM, který je vyčíslován z hodnot získaných pomocí po částech polynomiální interpolace tzv. WLSQR metodou vyvinutou autorem. Výsledné schéma je testováno na řešení nestacionárního obtékání kmitajícího profilu a stacionárního obtékání křídla.

1 Úvod

Nestacionární proudění s pohybující se hranicí se vyskytuje v mnoha inženýrských aplikacích. Jako příklad lze uvést obtékání kmitajících profilů či křídel, proudění ve válcích spalovacích motorů nebo proudění ventilem. Pro řešení takovýchto problému bylo vyvinuto několik metod avšak největšího rozšíření dosáhly tzv. *arbitrary Lagrangian-Eulerian* (ALE) metody [2] a *space-time* metody. V tomto textu se budeme zabývat pouze ALE formulací v kontextu metody konečných objemů.

2 ALE formulace

ALE metodu lze přeformulovat do kontextu metody konečných objemů (viz [6]) integrováním eulerových či Navierových–Stokesových rovnic v konzervativním tvaru přes časově závislý kontrolní objem (buňku). Nechť je časově závislá oblast $\Omega(t)$ rozdělena na množinu jednoduše souvislých a navzájem disjunktních podoblastí (buněk) $C_i(t)$. Potom integrací Eulerových či Navierových–Stokesových rovnic v konzervativním tvaru[1] $W_t + \nabla \mathbf{F}(W) = 0$ přes $C_i(t)$ dává

$$\iiint_{C_i(t)} W_t \, d\Omega + \iint_{\partial C_i(t)} \mathbf{F}(W) \cdot \mathbf{n} \, dS = 0. \tag{1}$$

Označme $W_i(t)$ průměrnou hodnotu W v buňce C_i, potom pomocí vět o derivaci integrálu s časově závislou hranicí je

$$\frac{d}{dt} \iiint_{C_i(t)} W \, d\Omega = \iiint_{C_i(t)} W_t \, d\Omega + \iint_{\partial C_i(t)} W \dot{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{n} \, dS, \tag{2}$$

kde $\dot{\mathbf{x}}$ je vektor rychlosti pohybu bodu $\mathbf{x}$ na hranici $\partial C_i(t)$. Dosazením do (1) a převedením objemového integrálu divergence toků na integrál pře hranici buňku získáme nakonec

$$\frac{d}{dt} \left(|C_i(t)| W_i(t) \right) + \iint_{\partial C_i(t)} \left(\mathbf{F}(W(\mathbf{x}, t)) - \dot{\mathbf{x}}(t) \right) \cdot \mathbf{n}(t) \, dS = 0. \tag{3}$$

[1] Pro případ Eulerových rovnic popisujících nevazké proudění je $W = [\rho, \rho\mathbf{u}, e]^T$ vektor obsahující hustotu, vektor hybnosti a celkovou energii na jednotku objemu a $\mathbf{F}(W) = [F(W), G(W), H(W)]$ je vektor obsahující konvektivní toky. Pro případ vazkého proudění popsaného Navierovými–Stokesovými rovnicemi $\mathbf{F}(W)$ zahrnuje take vazké toky.

3 Approximace plošných integrálů

Plošné integrály (t.j. druhá část (3)) jsou aproximovány pomocí tzv. numerických toků, které jsou vyčíslovány z průměrovaných hodnot $W_i(t)$. Nechť $\mathcal{N}_i$ označuje množinu indexů buněk, které sdílejí stěnu s buňkou C_i. Potom základní schéma nízkého řádu lze zapsat jako

$$\frac{d}{dt}\left(|C_i(t)|W_i(t)\right) = -\sum_{j\in\mathcal{N}_j} \tilde{F}(W_i(t), W_j(t), \dot{\mathbf{x}}_{ij}(t), \mathbf{S}_{ij}(t)) =: -R(W(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{x}(t)), \quad (4)$$

kde $\tilde{F}$ je numerický tok počítaný z hodnot řešení W_i a W_j, $\dot{\mathbf{x}}_{ij}$ je rychlost pohybu stěny a $\mathbf{S}_{ij}$ je vektor vnější normály, jehož velikost je dána velikostí stěny sdílené buňkami i a j. V tomto článku byl pro výpočet použit numerický tok AUSMPW+ popsaný v [4].

Tato základní metoda však obsahuje velmi mnoho numerické disipace a proto se nehodí pro výpočty vazkého proudění. Proto jsou obecně preferovány metody vyšších řádů přesnosti. Prostorový řád přesnosti lze zvýšit použitím vhodné interpolační techniky, kdy je ze zadaných průměrů v buňkách sestaven pro každou buňku interpolační polynom a výpočet numerických toků se potom uskutečňuje z hodnot interpolovaných na levou a pravou stranu rozhraní. V literatuře je možné nalézt několik způsobů sestavení těchto interpolačních polynomů, v této práci byla zvolena WLSQR (*weighted least-square*) metoda navržená autorem a popsaná např. v [3]. Výhodou této metody oproti ostatním je její snadná implementace i pro případ nestrukturovaných či hybridních sítí a velmi dobrá konvergence numerického řešení ke stacionárnímu stavu. Pro schéma druhého řádu přesnosti je interpolační polynom $P_i(\mathbf{x}; W)$ pro buňku i je nalezen jako polynom minimalizující interpolační chybu v okolních buňkách váženou indikátorem hladkosti řešení, tj. pro l-tou komponentu wektoru W minimalizujeme

$$\min \sum_{i\in\mathcal{N}_i} \frac{h_{ij}}{|W_i^{(l)} - W_j^{(l)}|^4 + h_{ij}} \left(\iiint_{C_j} P_i(\mathbf{x}; W^{(l)})\, d\mathbf{x} - |C_j| W_j^{(l)} \right)^2, \quad (5)$$

kde h_{ij} je vzdálenost středů buňek i a j. Navíc P_i musí splňovat vazbu

$$\iiint_{C_i} P_i(\mathbf{x}; W^{(l)})\, d\mathbf{x} = |C_i| W_i^{(l)}. \quad (6)$$

Výsledná semidiskrétní metoda je tedy ve tvaru

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(|C_i(t)|W_i(t)\right) = -\sum_{j\in\mathcal{N}_j} \tilde{F}\left(P_i(\mathbf{x}_{ij}; W(t)), P_j(\mathbf{x}_{ij}; W(t))\right), \dot{\mathbf{x}}_{ij}(t), \mathbf{S}_{ij}(t)) \\ =: -R^{WLSQR}(W(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{x}(t)). \quad (7)\end{aligned}$$

4 Implicitní metoda pro nestacionární případ

Linearizovaná vearianta zpětné Eulerovy metody prvního řádu s WLSQR rekostrukcí byla úspěšně použita pro řešení mnoha problémů proudění a to včetně proudění turbulentního, viz např. [3]. Tato metoda je však kvůli nízké přesnosti v čase nevhodná pro řešení nestacionárního prodění. Proto byla navržena implicitní metoda používající pro zpětnou Eulerovu metodu druhého řádu v čase, kterou lze v plně diskrétní verzi zapsat jako

$$\frac{3|C_i^{n+1}|W_i^{n+1} - 4|C_i^n|W_i^n + |C_i^{n-1}|W_i^{n-1}}{2\Delta t} = -R^{WLSQR}(W^{n+1}, \dot{\mathbf{x}}^{n\star}, \mathbf{x}^{n\star})_i, \quad (8)$$

kde R^{WLSQR} je reziduum vyššího řádu přesnosti dané rovnicí (7).

Aby byl splněn geometrický zákon zachování (DGCL), souřadnice vrcholů sítě a rychlosti stěn musejí splňovat podmínky kompatibility a jsou vyčíslovány pomocí algortimu B navrženého v [6]. Ve 2D případě je

$$\mathbf{x}^{n\star} := \frac{\mathbf{x}^{n+1} + \mathbf{x}^n}{2}, \qquad \dot{\mathbf{x}}^{n\star} := \frac{3\mathbf{x}^{n+1} - 4\mathbf{x}^n + \mathbf{x}^{n-1}}{2\Delta t}. \tag{9}$$

tato nelineární soustava je řešena pomocí metody duálního času

$$|C_i|\frac{W_i^{n,\nu+1} - W_i^{n,\nu}}{\Delta\tau} + \frac{3|C_i^{n+1}|W_i^{n,\nu} - 4|C_i^n|W_i^n + |C_i^{n-1}|W_i^{n-1}}{2\Delta t} = \\ = -R^{WLSQR}(W^{n,\nu+1}, \dot{\mathbf{x}}^{n\star}, \mathbf{x}^{n\star})_i, \tag{10}$$

Implicitní verze nestacionárního rezidua je definována jako

$$\tilde{R}_i^{n,\nu+1} := -\frac{3|C_i^{n+1}|W_i^{n,\nu} - 4|C_i^n|W_i^n + |C_i^{n-1}|W_i^{n-1}}{2\Delta t} - R^{WLSQR}(W^{n,\nu+1}, \dot{\mathbf{x}}^{n\star}, \mathbf{x}^{n\star})_i, \tag{11}$$

a je linearizována kolem stavu $W^{n,\nu}$

$$\tilde{R}_i^{n,\nu+1} \approx -\frac{3|C_i^{n+1}|W_i^{n,\nu} - 4|C_i^n|W_i^n + |C_i^{n-1}|W_i^{n-1}}{2\Delta t} - R^{WLSQR}(W^{n,\nu}, \dot{\mathbf{x}}^{n\star}, \mathbf{x}^{n\star})_i - \\ - \left(\frac{\partial R^{n,\nu}}{\partial W}\Delta W^{n,\nu+1/2}\right)_i := \bar{R}_i^{n,\nu} - \left(\frac{\partial R^{n,\nu}}{\partial W}\Delta W^{n,\nu+1/2}\right)_i. \tag{12}$$

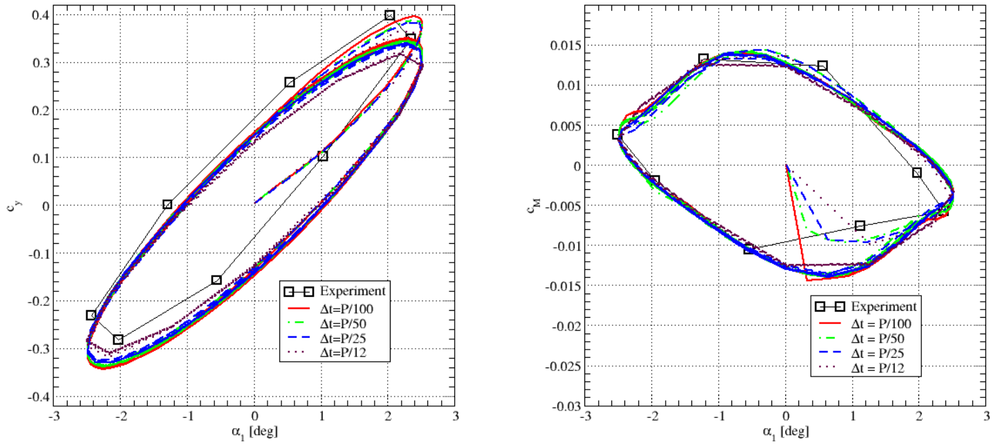
Výsledná implicitní metoda je realizována následujícím algoritmem

1. Nechť $W^{n,0} := W^n$ a $\nu = 0$.
2. Proveď krok v duálním čase:
   - vyřeš soustavu ($\mathbf{C}$ je diagonální matice obsahující $|C_i|$)
   $$\left(\frac{\mathbf{C^{n+1}}}{\Delta\tau} + \frac{\partial R^{n,\nu}}{\partial W}\right)\Delta W^{n,\nu+1/2} = \bar{R}^{n,\nu}(W^{n,\nu}, W^n, W^{n-1}, \dot{\mathbf{x}}^{n\star}, \mathbf{x}^{n\star}). \tag{13}$$
   - Nechť $W^{n,\nu+1} := W^{n,\nu} + \Delta W^{n,\nu+1/2}$.
   - Je-li $||W^{n,\nu+1} - W^{n,\nu}|| < \epsilon$, jdi na krok 3, jinak $\nu := \nu + 1$ a jdi znovu na krok 2.
3. Set $W^{n+1} := W^{n,\nu_\infty}$.

Výhodou této metody je, že duální časový krok $\Delta\tau$ není omezený podmínkou stability. Navíc, po dosažení konvergence ve vnitřním cyklu odpovídajícímu duálnímu času řešení splňuje přesně nelineární rovnici (8) nezávisle na tom, jaká aproximace či linearizace byla provedena v první části kroku 2.

5 Obtékání dvourozměrného kmitajícího profilu

Jako testovací případ bylo zvoleno transsonické obtékání oscilujícího profilu NACA 0012, pro které jsou dostupná experimentální data v [1]. Případ CT5 z [1] je určen vstupním Machovým číslem $M_1 = 0.755$ a harmonickým pohybem profilu, kdy je úhel nastavení dán jako $\alpha_1(t) = 0.016^o + 2.51^o \sin(\omega t)$ a profil kmitá kolem referenčního bodu $\mathbf{x}_{ref} =$



Obrázek 1: Koeficient vztlaku c_y a klopivého momentu c_M pro oscilující NACA 0012 profil.

$[0.25c, 0.00]$. Úhlová rychlost je dána jako $\omega = 2kU_\infty/c$, kde U_∞ rychlost volného proudu, c je tětiva a redukovaná frekvence je $k = 0.0814$. Experiment byl proveden při $Re = 5.5{\cdot}10^6$.

Numerická simulace byla provedena pro případ nevazkého proudění na pohybující se síti s 6720 čtyřúhelníkovými buňkami z nichž 120 bylo na profilu. Časový krok Δt byl volen mezi $\Delta t = P/12$ a $\Delta t = P/100$, kde $P = \frac{2\pi}{\omega}$ je perioda jedne oscilace profilu, tj. bylo provedeno 12 až 100 kroků na jednu periodu. Kriterium konvergence v kroku 2 bylo zvoleno jako L_2 norma nestacionárního rezidua hustoty (t.j.. $\approx ||\rho_t + \nabla(\rho\mathbf{u})||_2$) a ϵ bylo zvoleno $\epsilon = 10^{-4}$.

Obrázek 1 ukazuje vypočtené koeficienty vztlaku a klopivého momentu jako funkci úhlu nastavení. Je zde srovnáno několik výpočtů pro různou volbu časového kroku s experimentálními daty a výsledky jasně ukazují, že v tomto případě je vhodné použít alespoň 25 časových kroků na periodu. Obrázek 2 ukazuje izočáry Machova čísla v různých časových okamžicích a obrázek 3 ukazuje nestacionární rozložení tlakového koeficientu c_p.

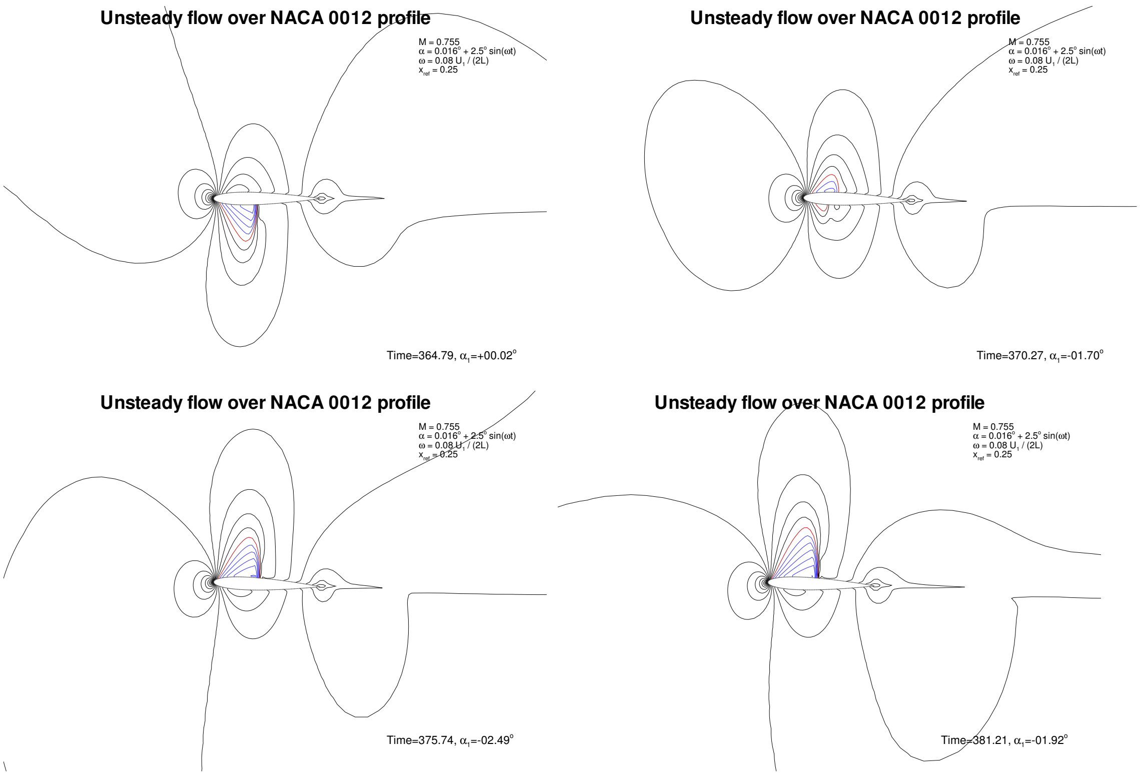
Metoda byla dále rozšířena na řešení turbulentního proudění, kdy byl systém Navierových–Stokesových rovnic doplněn o dvourovnicový TNT $k - \omega$ model turbulence dle [5]. Pro výpočet byla použita hybridní sít se čtyřúhelníky v okolí profilu a trojúhelníky ve vzdálenějším poli. Celkem síť obsahovala 29292 buněk. Výpočet byl proveden pro $Re = 5 \cdot 10^6$, což zhruba odpovídá parametrům experimentu. V jedné periodě bylo uděláno 250 časových kroků. Jak je vidět z obrázku 4, je zde paradoxně horší shoda s experimentem než pro případ nevazkého proudění. Patrně je to dáno tím, že většina dvourovnicových modelů je odvozena pro případ stacionárního turbulentního proudění.

6 Obtékání 3D NACA 0012 křídla

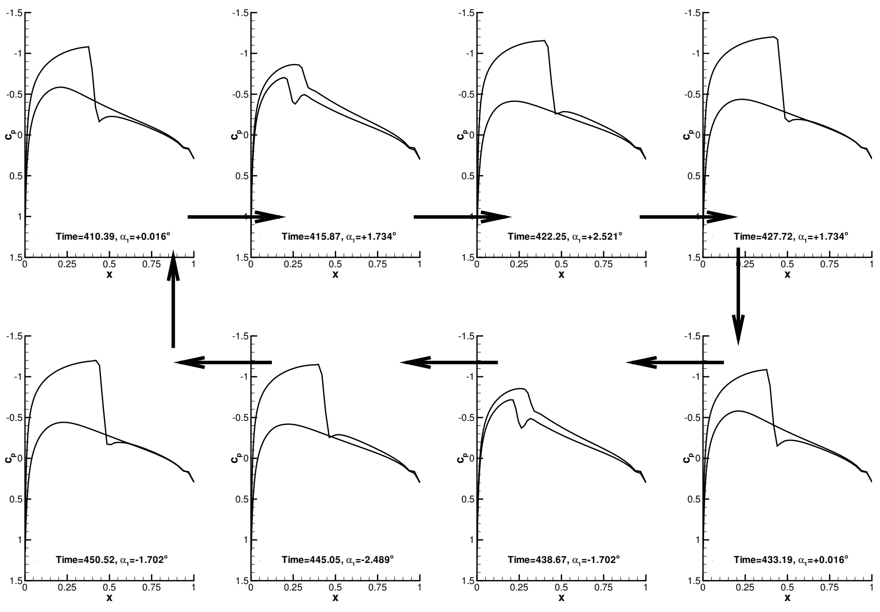
Dalším případem, který byl touot metodou řešen, je obtékání trojrozměrného křídla NACA 0012 nevazkou tekutinou. V této fázi byl uvažován pouze stacionární režim. Křídlo je dáno dvěma NACA 0012 profily, odtoková hrana je kolmá na stěnu, koncový profil křídla ma poloviční tětivu délka křídla je $3c$. Obrázek 5 ukazuje vypočtené hodnoty c_p na povrchu křídla, v rovině symetrie a ve třech řezech $z = const.$. Dále je zde znázorněna síť na povrchu křídla a v rovině symetrie. Tato síť byla generována P. Furmánkem.

7 Závěr

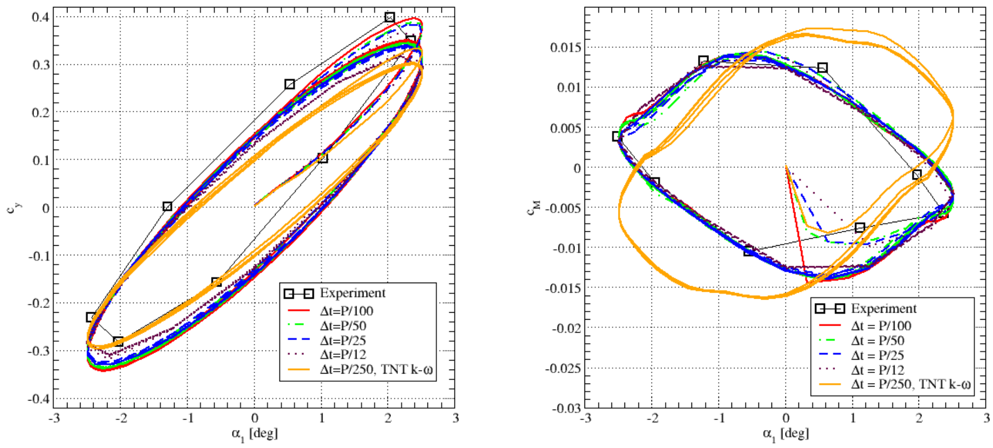
Prezentovaná metoda prokázala pro případ nevazkho obtékání kmitajícího NACA profilu velmi dobrou přesnost a efektivitu. Pro jeden časový krok bylo běžně provést 10-15



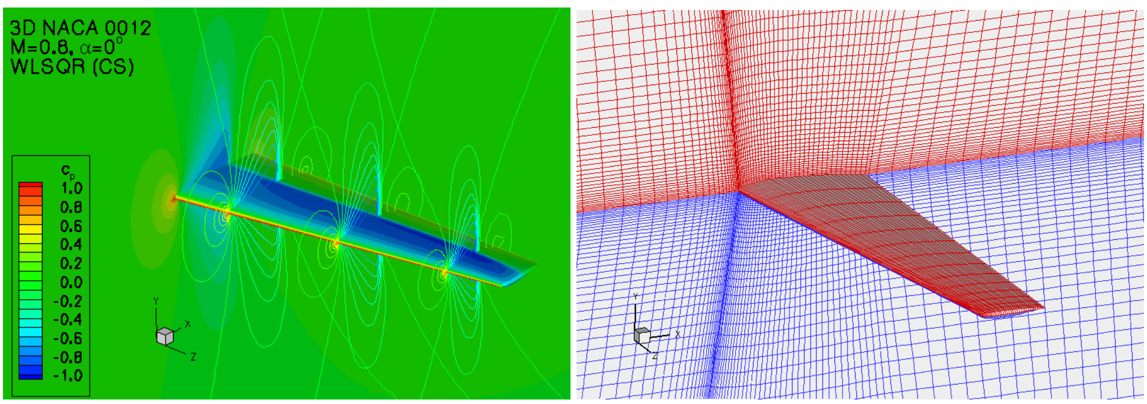
Obrázek 2: Izočáry Machova čísla v $\omega t = 0,\ \pi/4,\ \pi/2$, a $3\pi/4$ pro oscilující NACA 0012 profil.



Obrázek 3: Nestacionární rozložení c_p pro NACA 0012 profil



Obrázek 4: Koeficient vztlaku c_y a klopivého momentu c_M pro oscilující NACA 0012 profil, srovnání nevazkého a turbulentního výpočtu s experimentem.



Obrázek 5: Rozložení c_p a povrchová síť pro 3D obtékání NACA 0012 křídla.

vnitřních iterací, přičemž duální časový krok byl zhruba 250 krát větší, než časový krok pro explicitní metodu. Pro případ turbulentního proudění je shoda s experimentem již horší. To je však způsobeno pravděpodobně principielní nemožností zachytit tento typ proudění pomocí standardního modelu turbulence.

Reference

[1] Compendium of unsteady aerodynamic measurements. AGARD Advisory Report No. 702, 1982.

[2] J. Donea. An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for transient fluid-structur interactions. *Comput. Methods Apll. Mech. Eng.*, 33:689–723, 1982.

[3] Jiři Fürst. A weighted least square scheme for compressible flows. Submitted to "Flow, Turbulence and Combustion", 2005.

[4] Kyu Hong Kim, Chongam Kim, and Oh-Hyun Rho. Methods for the accurate computations of hypersonic flows i. AUSMPW+ scheme. *Journal of Computational Physics*, (174):38–80, 2001.

[5] J. C. Kok. Resolving the dependence on free stream values for the k-omega turbulence model. Technical Report NLR-TP-99295, NLR, 1999.

[6] Bruno Koobus and Charbel Fahrat. Second-order time-accurate and geometrically conservative implicit schemes for flow computations on unstructured dynamic meshes. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 170:103–129, 1997.

Parametrický formát pro popis geometrie letounu

Ing. Miroslav Golda, Ing. Martin Prokš / VZLÚ, a. s. Praha

Tento článek popisuje nový datový formát pro popis geometrie letounu. Jde o jednotný, parametrický formát na bázi značkovacích jazyků (např. HTML). Je využitelný především jako zdrojový formát pro aerodynamické výpočty pomocí výpočetních softwarů. Hlavní cílem jeho použití jsou optimalizační procesy s využitím optimalizačních algoritmů na bázi genetických algoritmů.

Úvod

V rámci projektu optimalizací geometrie letounu byl navržen nový parametrický formát pro popis geometrie letounu. Tento formát splňuje několik výchozích požadavků:

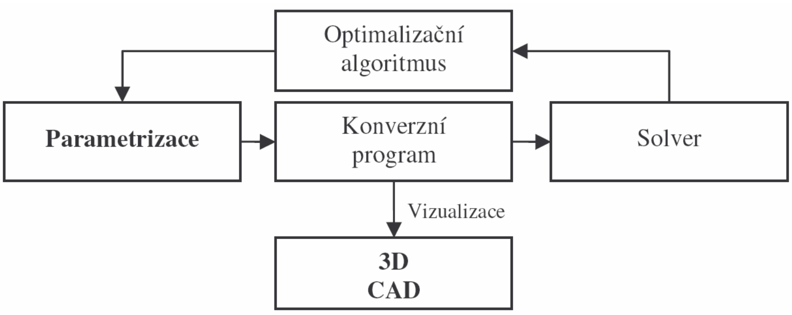
- Je možná jeho jednoduchá konverze do výpočetních softwarů pro aerodynamické výpočty, které používáme, např. AVL [1], CMARC [2], FLUENT.
- Je vhodný pro počítačově podporovanou optimalizaci geometrie letounu.
- Je snadno čitelný a je otevřený pro změny při zachování zpětné kompatibility

V současné době sice existuje řada komplexních geometrických formátů, ve kterých lze modelovat složité geometrie, ovšem tyto formáty jsou uzavřené, často vázané licencí a často zde chybí možnost přímé konverze do formátů vhodných pro námi užívané nástroje (FLUENT, EDGE, AVL, MSES, CMARC). Příkladem může být vnitřní formát velkých CAD softwarů (CATIA, UG). Někdy sice lze použít dostupné konverzní programy, ale použité konverzní metody nemůžeme modifikovat a nemůžeme tvořit vlastní, což bychom potřebovali.

To vše vedlo ke vzniku nového geometrického formátu s názvem VAGP (VZLU Aircraft Geometry Parameterization). Je určen pro parametrizaci základních geometrií, primárně je zaměřen na parametrizaci sportovních letadel, malých a středních dopravních letadel. Je otevřený, lze ho rozšiřovat při zachování zpětné kompatibility přidáním dalších logických celků, parametrů a klíčových slov. Typickým příkladem je geometrický popis výsuvných klapek, přechodových ploch atd. Formát je náš návrh, máme k němu plný přístup, máme možnost vytvářet konverzní programy a především splňuje primární účel, což je použití formátu pro optimalizaci geometrie letounu.

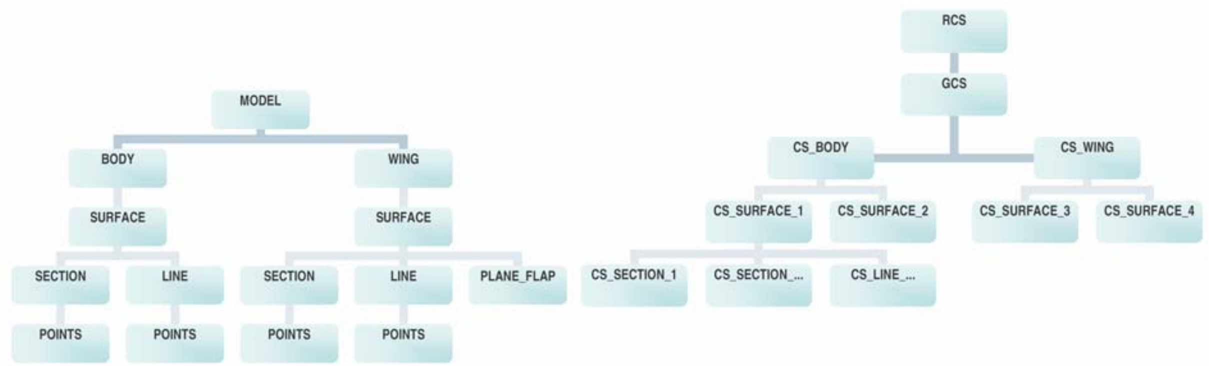
Je navržen tak, aby bylo možné přímo programově měnit důležité konstrukční parametry letounu, jako je rozpětí křídel, jejich poloha vůči trupu, profil křídla, poloha ocasních ploch atd. Tyto zásadní změny lze realizovat změnou jednoho, případně několika málo parametrů.

Zároveň je ovšem srozumitelný a snadno čitelný i pro laického uživatele, jeho struktura je podobná zápisu např. v jazyce HTML, TeX.



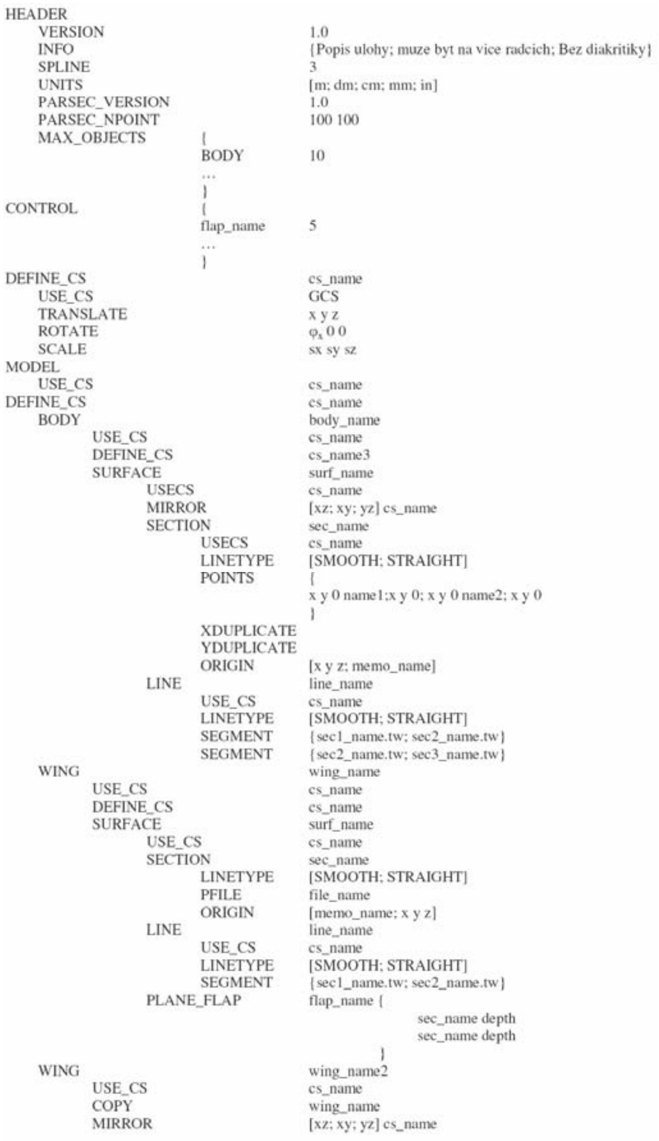
20

Samotný formát nepracuje přímo s body jednotlivých ploch, ale definuje určitý hierarchický model, skládající se z logických celků – prvků geometrie letounu, typicky trup a křídlo. Tyto celky jsou složeny z ploch, plochy jsou definovány pomocí řezů a spojnic a ty pak pomocí bodů. Každý logický celek tak představuje objekt, který má určité vlastnosti a je složen z objektů, které leží v hierarchii o úroveň níže. Samostatným objektem s vlastní hierarchií jsou souřadnicové systémy.



Obr. 1 Hierarchie objektů a souřadnicových systémů a jejich vzájemný vztah

Objekty mají symbolická jména, s výjimkou bodů, u kterých je pojmenování nepovinné. Každý objekt může mít přiřazen svůj vlastní pojmenovaný souřadnicový systém. Souřadnicové systémy hierarchicky nižších objektů jsou obvykle odvozeny ze souřadnicového systému nadřazeného objektu. Veškeré afinní transformace – rotace, translace, změna měřítka, se provádí transformací souřadnicového systému daného objektu. Poloha bodů objektu zůstává v rámci přiřazeného souřadnicového systému stálá, ovšem v rámci referenčního souřadnicového systému *RCS*, ze kterého je daný souřadnicový systém odvozen, se jejich poloha mění. Referenční souřadnicový systém *RCS* je definován dle ISO1151/6-1982.

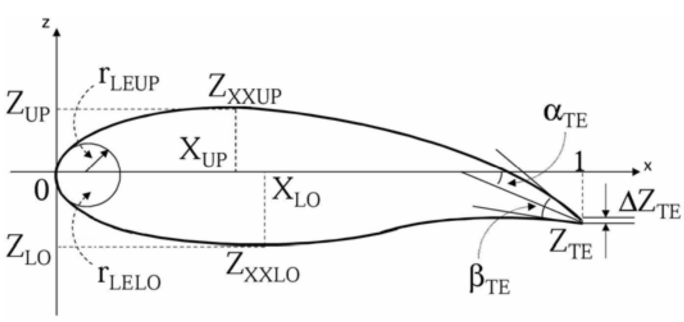


```
HEADER
    VERSION                         1.0
    INFO                            {Popis ulohy; muze byt na vice radcich; Bez diakritiky}
    SPLINE                          3
    UNITS                           [m; dm; cm; mm; in]
    PARSEC_VERSION                  1.0
    PARSEC_NPOINT                   100 100
    MAX_OBJECTS         {
                        BODY        10
                        ...
                        }
CONTROL                 {
                        flap_name   5
                        ...
                        }
DEFINE_CS                           cs_name
    USE_CS                          GCS
    TRANSLATE                       x y z
    ROTATE                          φx 0 0
    SCALE                           sx sy sz
MODEL
    USE_CS                          cs_name
DEFINE_CS                           cs_name
    BODY                            body_name
        USE_CS                      cs_name
        DEFINE_CS                   cs_name3
        SURFACE                     surf_name
            USECS                   cs_name
            MIRROR                  [xz; xy; yz] cs_name
            SECTION                 sec_name
                USECS               cs_name
                LINETYPE            [SMOOTH; STRAIGHT]
                POINTS              {
                                    x y 0 name1;x y 0; x y 0 name2; x y 0
                                    }
                XDUPLICATE
                YDUPLICATE
                ORIGIN              [x y z; memo_name]
            LINE                    line_name
                USE_CS              cs_name
                LINETYPE            [SMOOTH; STRAIGHT]
                SEGMENT             {sec1_name.tw; sec2_name.tw}
                SEGMENT             {sec2_name.tw; sec3_name.tw}
    WING                            wing_name
        USE_CS                      cs_name
        DEFINE_CS                   cs_name
        SURFACE                     surf_name
            USE_CS                  cs_name
            SECTION                 sec_name
                LINETYPE            [SMOOTH; STRAIGHT]
                PFILE               file_name
                ORIGIN              [memo_name; x y z]
            LINE                    line_name
                USE_CS              cs_name
                LINETYPE            [SMOOTH; STRAIGHT]
                SEGMENT             {sec1_name.tw; sec2_name.tw}
            PLANE_FLAP              flap_name {
                                                sec_name depth
                                                sec_name depth
                                            }
    WING                            wing_name2
        USE_CS                      cs_name
        COPY                        wing_name
        MIRROR                      [xz; xy; yz] cs_name
```

Obr. 2 Struktura formátu

Formát se skládá z hlavičky, sekce *CONTROL*, objektů, klíčových slov a parametrů. Ve speciální sekci *CONTROL* lze definovat konstanty a přiřadit jim jména. Pojmenování objektů, souřadnicových systémů a konstant spolu s možností se na tato symbolická jména odkazovat, umožňuje vytvářet vazby, které jsou zcela zásadní např. při optimalizaci geometrie letounu. Díky těmto vazbám lze změnou jednoho parametru měnit např. polohu křídel, polohu gondol, úhel nastavení křídla apod.

Snaha snížit počet parametrů, kterými je celý letoun definován nás vedla k výběru vhodné parametrické náhrady tvaru profilu křídla a tvaru řezu trupu. Primární parametrickou náhradou profilu křídla jsou funkce *PARSEC*. Tato parametrizace vykazuje dobrou shodu s původní geometrií pro širokou škálu profilů. Profil je při použití funkcí *PARSEC6* [3] popsán 12 geometrickými parametry (**Obr. 4**), které jsou důležité z aerodynamického i konstrukčního hlediska a parametrizován 12 matematickými parametry. Velkou výhodou této parametrizace je přímá matematická závislost mezi matematickými a geometrickými parametry, což umožňuje změnu jednoho geometrického parametru při zachování ostatních. Např. změna tloušťky odtokové hrany, změna poloměru náběžné hrany atd.



Obr. 3 Geometrické parametry profilu pro PARSEC6

Popis formátu

```
HEADER
   VERSION              1.0
   INFO                 {Popis ulohy; muze byt na vice radcich; Bez diakritiky}
   SPLINE               3
   UNITS                [m; dm; cm; mm; in]

   PARSEC_VERSION       6.0
   PARSEC_NPOINT        100 100

   MAX_OBJECTS  {
                   BODY          10
                   WING          10
                   SURFACE       20
                   SECTION       50
                   LINE          10
                   SEGMENT       50
                   CS            100
                }

CONTROL         {
                   kridelko       10
                   klapka_uhel    5
                   klapka1_uhel_C -5
                }
```

Obr. 4 Hlavička a sekce CONTROL formátu VAGP

Formát začíná hlavičkou (*HEADER*). V ní jsou informace nutné pro správné zpracování pomocí konverzních programů a stručný popis parametrizovaného objektu. Za hlavičkou následuje sekce (*CONTROL*), kde jsou definovány pojmenované konstanty, na které je odkazováno uvnitř parametrizace.

Dále formát definuje model (*MODEL*) letounu, umístěný v referenčním souřadnicovém systému *RCS*. Model se skládá ze dvou základních geometrických elementů – objektů.

- Objektu typu trup (*BODY*)
- Objektu typu křídlo (*WING*)

Objekt typu trup je vhodný pro definici trupů, motorů, gondol apod. Jsou to součásti mající obvykle alespoň jednu rovinu symetrie a větší počet definičních řezů relativně jednoduchého tvaru, definovaného pomocí několika bodů. Proložení těchto bodů pomocí spline křivek aproximuje originální tvar s dostatečnou přesností.

Objekt typu křídlo je vhodný pro definici křídel, ocasních ploch a kormidel. Jsou to součásti mající naopak nízký počet definičních řezů majících tvar profilu křídla. Tento tvar je definován vysokým počtem bodů, které není vhodné prokládat spline funkcemi. Nám se ve většině případů osvědčily funkce *PARSEC* a jsou také primární parametrizací tvaru profilu křídla. Řezy objektu typu křídlo mohou mít maximálně jednu rovinu symetrie.

Oba základní objekty jsou složeny z hierarchicky nižších objektů, z jedné nebo více ploch *(SURFACE)*. Ve verzi 1.0 nejsou jednotlivé plochy spojovány, ale počítá se s jejich spojováním pomocí přechodových ploch v dalších verzích. Každá plocha vzniká vytažením a deformací řezů *(SECTION)* podle kontrolních čar *(LINE)*.

Řezy elementu typu trup lze definovat buď přímo ve formátu pomocí několika bodů nebo je lze načíst z externího souboru bodů. Jednotlivé body jsou potom spojeny buď přímkou nebo proloženy spline křivkou, parametr *LINETYPE*. Řez elementu typu trup je vždy uzavřená křivka, případně může být tvořen pouze jediným bodem.

Řezy elementu typu křídlo mají tvar profilu křídla. Lze je definovat pomocí bodů načtených z externího souboru s profilem jednotkové tloušťky nebo lze zadat 12 geometrických parametrů profilu a získat body profilu pomocí funkcí *PARSEC*.

Kontrolní čáry mají pro oba elementy shodnou definici. Kontrolní čára je tvořena úseky *(SEGMENT)*. Každý úsek začíná v bodě řezu a končí v bodě následujícího řezu. Mezi těmito body lze definovat body další, které mají vliv na tvar kontrolní čary a tím i na tvar výsledné plochy. To umožní snížit počet potřebných řezů při definici elementu typu trup.

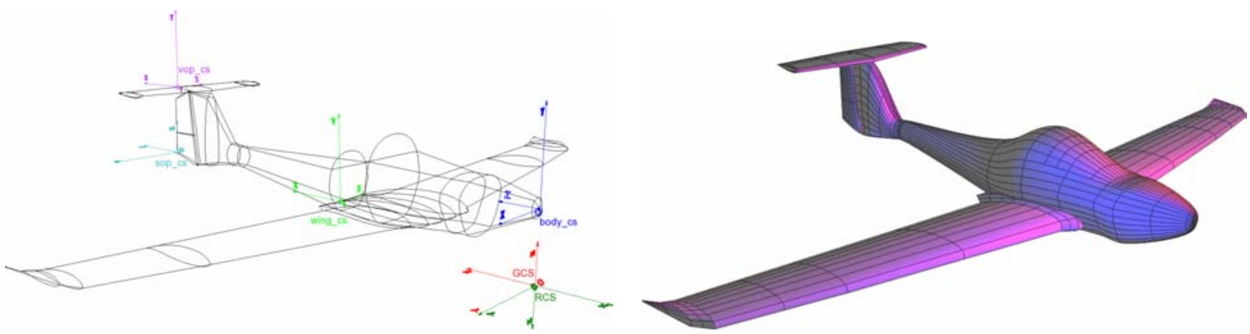
Počet potřebných řezů a kontrolních čar je dán složitostí plochy a přesností s jakou je třeba originální tvar plochy dodržet. Pro řezy a kontrolní čáry je definována řada podmínek vytvářejících potřebné vazby, které zaručují jednoznačný způsob vytvoření plochy *(SURFACE)*. Pro vytvoření vazeb lze s výhodou použít symbolických jmen.

Každý objekt včetně souřadnicových systémů má symbolické jméno, u bodů je pojmenování nepovinné.

Každý objekt má přiřazen souřadnicový systém *(USE_CS)*, případně dědí souřadnicový systém nadřízeného objektu. Souřadnicový systém vzniká transformací souřadnicového systému již definovaného *(DEFINE_CS)*. Na počátku je definován pouze referenční souřadnicový systém RCS dle normy ISO 1151/6–1982.

Formát umožňuje vytvářet jednoduchým způsobem kopie *(COPY)* již definovaných geometrických elementů a na tyto kopie aplikovat prostorové transformace, včetně zrcadlení podle zadané roviny *(MIRROR)* a změny měřítka. To je vhodné např. pro modelování druhého křídla, gondoly, několika motorů, ale také např. při modelování změny hloubky křídla apod.

Vzorový příklad parametrizace



Obr. 5 Vzorový příklad

Struktura a logika definice viz. Obr. 2 , Obr. 3 a Obr. 4 . Začíná se hlavičkou a sekcí *CONTROL*, která je v tomto případě prázdná. Popis geometrie začíná definicí hlavního souřadnicového systému, následuje definice *MODEL, BODY, SURFACE…*

Nejdříve je definován globální souřadnicový systém *GCS* transformací referenčního souřadnicového systému *RCS*. Osa *X GCS* směřuje od přídě k ocasu, osa *Y* do pravého křídla, osa *Z* vzhůru. Definice souřadnicového systému *GCS:*

```
DEFINE_CS       GCS
     USE_CS     RCS
     ROTATE     0 180 0
```

Tento souřadnicový systém je přiřazen sekci *MODEL*. V ní je definován souřadnicový systém trupu *cs_body*, který vznikne z *GCS* dvojí rotací o 90°, podle osy *X* a podle osy *Y*:

```
MODEL
     USE_CS         GCS
     DEFINE_CS      body_cs
          ROTATE                   90 0 0
          ROTATE                   0 90 0
     BODY trup
          USE_CS    body_cs
```

Trup je jediná plocha složená z 10 řezů a vytažená podle 4 kontrolních čar. Plocha trupu je definována ve stejném souřadnicovém systému jako celý trup. Prvním řezem v definici trupu je špička letounu. Počátek souřadnicového systému tohoto řezu *tip_cs* leží posunut vůči počátku *body_cs* o 1.105 jednotek ve směru osy *Y*, osa *X* směřuje vpravo, osa *Y* vzhůru a osa *Z* k ocasu letounu. První řez je vlastně jediný bod o souřadnicích [0 0 0] se jménem *TIP*.

```
SURFACE             surf_trup
     USE_CS         body_cs
     SECTION        tip
          USE_CS    tip_cs
          POINTS    {0 0 0 TIP}
```

Souřadnicový systém dalšího řezu *body10_cs* vzniká opět z *body_cs*, má shodnou orientaci jako *cs_tip*, ale je vůči němu posunut o malou vzdálenost 0.05 jednotek ve směru osy *Z*. Řez je symetrický podle osy *Y* a je načten z externího souboru, ve kterém je pouze pravá polovina trupu. Dvěma významným bodům na řezu jsou přiřazeny názvy *L1*, *L2*. Jsou určeny pořadím v souboru. Další dva pojmenované body vzniknou zrcadlením a dostanou automatická jména *L1_Y, L2_Y*.

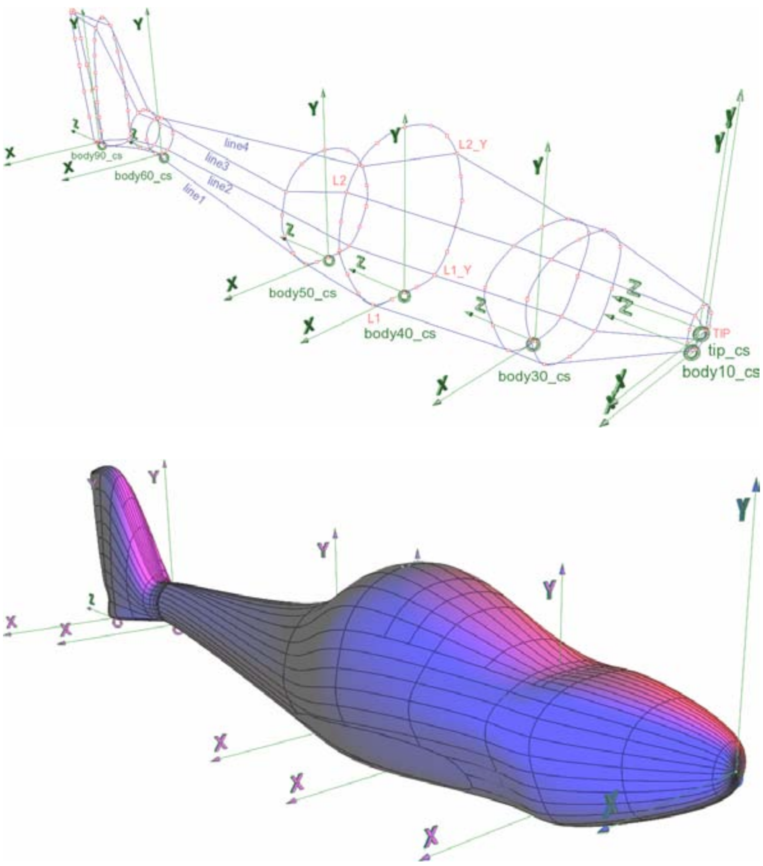
```
SECTION        body10
     USE_CS    body10_cs
     LINETYPE  SMOOTH
     FILE      rez1.txt
     DEFPOINTS {L1 1; L2 11}
     YDUPLICATE
```

Další řezy jsou definovány obdobně jako řez *body10*, každý má vlastní souřadnicový systém vzniklý transformací z *body_cs*. Je vhodné zvolit určitou strukturu jmen řezů s ohledem na možnost dalšího doplňování (odebírání) řezů v definici.

Řezy jsou vytaženy a deformovány podle kontrolních čar. Každá kontrolní čára začíná ve špičce letounu a má přiřazen totožný souřadnicový systém jako špička letounu *tip_cs*. Každá kontrolní čára hladce spojuje pojmenované body na jednotlivých řezech.

```
LINE           line1
     USE_CS    tip_cs
     LINETYPE  SMOOTH
     SEGMENT   {tip.TIP;body10.L1}
     SEGMENT   {body10.L1;body20.L1}
```

…
Tím je definice trupu dokončena.



Obr. 6 Definice trupu letounu

Následuje definice levého křídla. Souřadnicový systém křídla *wing_cs* vznikne translací a rotací z *GCS.*

```
DEFINE_CS                wing_cs
     TRANSLATE           2.54 0 0.715
     ROTATE              87.5 0 0
```

Křídlo je plocha složená z 8 řezů a 2 kontrolních čar. Řez *wing30* definuje přechod trup-křídlo. Souřadnicový systém *wing10_cs* prvního řezu má počátek opět v počátku *cs_wing* i shodnou orientaci os – *X* k ocasu, *Y* vzhůru, *Z* vlevo. Profil řezu je načten z externího souboru a proložen pomocí funkcí *PARSEC6*. Dvěma významným bodům jsou přiřazeny názvy, *LE* pro bod na náběžné a *TE* pro bod na odtokové hraně.

Další dva řezy mají shodný profil, pouze jinou hloubku a umístění v prostoru, proto jsou vytvořeny stejně jako první řez, změnu velikosti a polohy řeší jim přiřazený souřadnicový systém.

```
WING wing
     USE_CS              wing_cs
     SURFACE             surf_wing
          SECTION        wing10
               USE_CS    wing10_cs
               LINETYPE  STRAIGHT
               PFILE     profil.dat
```

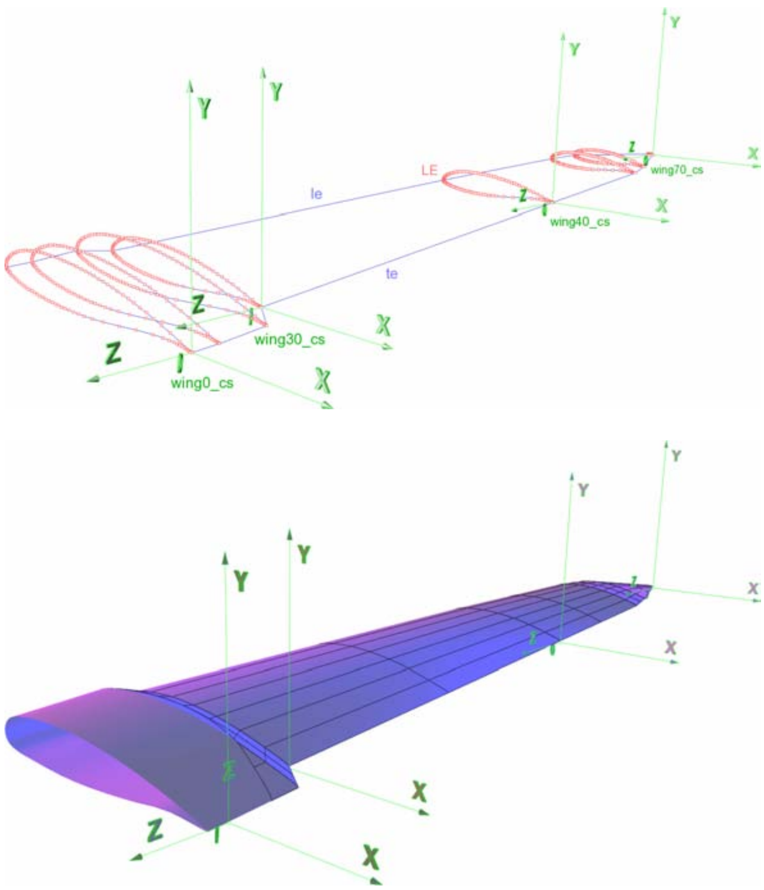
Řezy jsou opět vytaženy a deformovány podle dvou kontrolních čar. Obě mají přiřazen totožný souřadnicový systém jako první řez plochy křídla. Každá spojuje přímkou body na řezech. Plocha křídla končí plochou posledního řezu, žádné zakončení není definováno. Na ploše křídla mohou být definovány jednoduché klapky, jejich výchylka je konstanta definovaná v sekci *CONTROL,* která má shodné jméno se jménem klapky. Klapka je definována počátečním a koncovým řezem a poměrnou hloubkou na každém řezu.

```
    PLANE_FLAP          klapka {wing40 0.4; wing50 0.3}
```

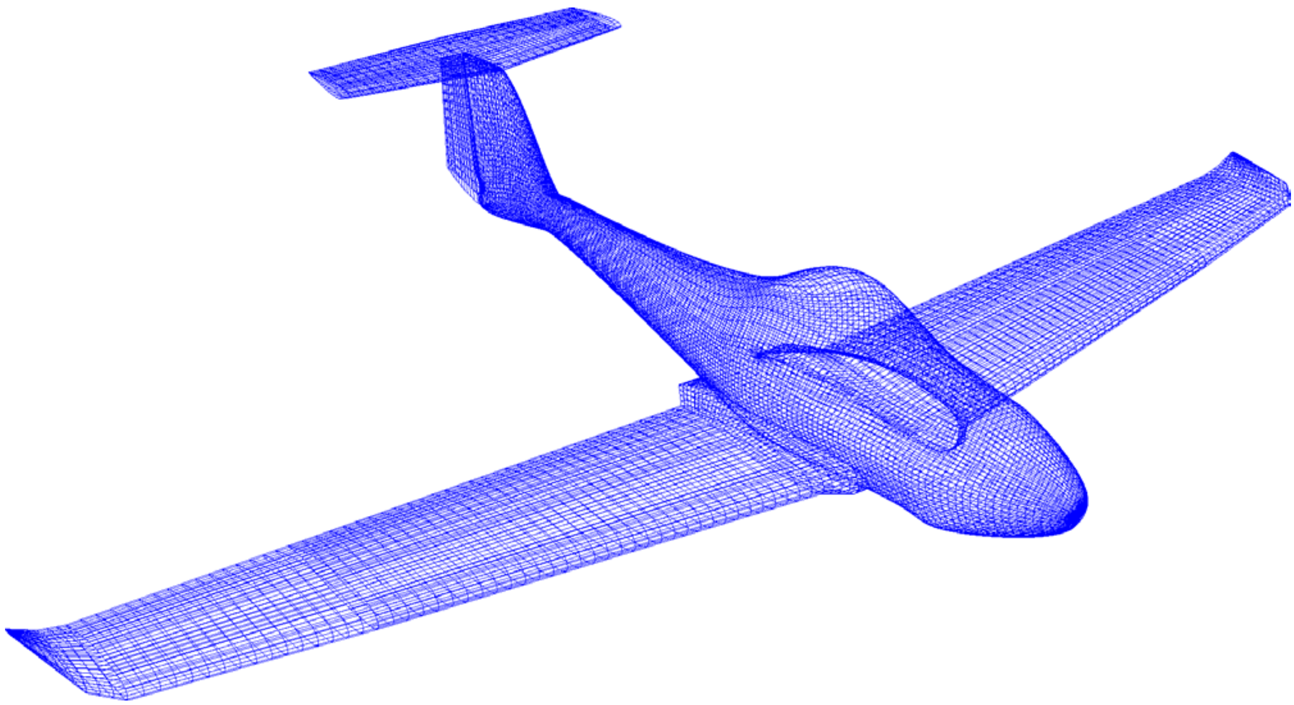
Pravé křídlo je vytvořeno jako zrcadlová kopie levého. Definovaná klapka je kopírována také a dostane automatické jméno *klapka_C.*

```
    WING                     r_wing
        USE_CS               cs_wing
        COPY                 wing
        MIRROR               xy
```

Definice svislé ocasní plochy a vodorovné ocasní plochy je podobná definici křídla. V definici vodorovné ocasní plochy je využito zrcadlení podle roviny *XY* souřadnicového systému, podobně jako v případě křídel.



Obr. 7 Definice křídla letounu



Obr. 8 Síťování celého modelu vytvořeného na základě parametrizace VAGP

Shrnutí

Navržený datový formát VAGP pro popis geometrie letounu je používán ve VZLÚ a. s. útvaru aerodynamiky nízkých rychlostí v některých projektech optimalizace. Vzhledem k jeho univerzálnosti a otevřenosti se předpokládá jeho širší nasazení v projektech optimalizací.

Z tohoto důvodu byly pro tento formát vytvořeny dva konverzní programy, program VAGP2AVL [4] pro převod do programu AVL a program VAGP2CMARC pro převod do programu CMARC.

Formát je vyvíjen v rámci projektu Rozvoj aplikované vnější aerodynamiky, MSM 0001066901, podporovaném Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky.

Reference

[1] DRELA, M.; Youngren, H. *Avl_doc.txt* [online]. Apr 2006 [cit. 13. 9. 2006]. Dostupný z: http://web.mit.edu/drela/Public/web/avl/avl_doc.txt

[2] GARRISON, P.; Pinella, D. *DWTdoc.zip* [online]. Aug 2006 [cit. 13.9. 2006]. Dostupný z http://www.aerologic.com/Download/Dwtdoc.zip

[3] HÁJEK, J. Návod k použití programu PARSEC6 pro parametrizaci profilů, Pracovní instrukce VZLÚ PI-ANR-25, 2006. 7 s

[4] ŠÍSTEK, J. Návod k použití programu VAGP2AVL pro konverzi formátu VAGP pro AVL, Pracovní instrukce VZLÚ PI-ANR-29, 2006. 12 s

Konstrukce okrajových podmínek pro metodu konečných objemů v CFD

M. Kyncl, J. Felcman, J. Pelant

kyncl@vzlu.cz, felcman@karlin.mff.cuni.cz, pelant@vzlu.cz
Charles University, Faculty of Mathematics and Physics, Prague, Czech Republic
Aeronautical Research and Test Institute, Prague, Czech Republic

Abstrakt. *Tento příspěvek pojednává o numerické implementaci vstupních a výstupních okrajových podmínek pro použití v metodě konečných objemů k řešení 3D Eulerových a Navier-Stokesových rovnic. Budeme uvažovat explicitní časovou diskretizaci. Uvedeme Riemannův problém pro "split" 3D Eulerovy rovnice. Naznačíme, jak lze definovat numerický tok přes vstupní – výstupní hranici, a to pomocí řešení modifikovaného Riemannova problému s pouze jednostrannou počáteční podmínkou. Přesněji ukážeme definování okrajového stavu pomocí dodání dalších dat, v tomto případě zadaným úhlem náběhu (k hranici).*

1 Formulace problému

Přibližné řešení Eulerových rovnic metodou konečných objemů definujeme jako po částech konstantní vektorovou funkci $\mathbf{w}_h^k, k = 0, 1, \dots,$ definovanou skoro všude ve výpočetní oblasti Ω tak, že $\mathbf{w}_h^k|_{\overset{\circ}{D}_i} = \boldsymbol{w}_i^k$ pro všechny indexy $i \in J$, kde $\overset{\circ}{D}_i$ je vnitřek D_i, tedy $\overset{\circ}{D}_i = D_i \setminus \partial D_i$.

Funkce $\mathbf{w}_h^k$ je aproximací řešení v čase $t = t_k$. Vector $\boldsymbol{w}_i^k$ značí hodnotu přibližného řešení na konečném objemu D_i v čase t_k. Definice sítě konečných objemů $\mathcal{D}_h = \{D_i\}_{i \in J}$, kde $J \subset Z^+ = \{0, 1, \dots\}$ je množina indexů, $h > 0$ a formulace problému metodou konečných objemů je popsaná v [1, page 185]. Zde uvedeme, že tato formulace počítá hodnotu přibližného řešení v čase t_{k+1} ze známé hodnoty přibližného řešení na t_k časové vrstvě a to pomocí vyčíslení tzv. numerických toků $\boldsymbol{H}$ přes jednotlivé stěny Γ_{ij}^{α} mezi dvěma sousedícími konečnými objemy D_i a D_j. Otázkou zůstává, jak určit okrajový stav $\boldsymbol{w}_j^k$ k výpočtu numerického toku $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{w}_i^k, \boldsymbol{w}_j^k, \boldsymbol{n})$ v případě $\Gamma_{ij}^{\alpha} \subset \partial\Omega$.

2 Okrajové podmínky

Stav $\boldsymbol{w}_j^k$ budeme konsturovat tak, aby splňoval podmínky vyplývající z následovného. Při využití rotační invariance Eulerových rovnic (viz. [1, page 107]) můžeme Eulerovy rovnice vyjádřit v nově zavedeném kartézkém systému souřadnic $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3$ jehož počátek bude v těžišti stěny Γ_{ij}^{α} a s jednotkovým vektorem osy $\tilde{x}_1$ ve směru $\boldsymbol{n}$. Nyní zanedbáme derivace ve směrech $\tilde{x}_2, \tilde{x}_3$, a dostáváme tzv. "split" 2D nebo 3D Eulerovy rovnice, tedy:

$$\frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{q})}{\partial \tilde{x}_1} = 0. \tag{1}$$

Zde $\boldsymbol{q} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, E)^{\mathrm{T}}$ značí transformovaný stav $\boldsymbol{w}$. "Split" znamená, že stále pracujeme se systémem 4 (5) rovnic pro $N = 2$ ($N = 3$), ale závislost na $\tilde{x}_2, \tilde{x}_3$ je zanedbaná. Systém rovnic (1) uvažujme v oblasti

$$Q_{L\infty} = (-\infty, 0) \times (0, +\infty), \tag{2}$$

vybavený jednostrannou počáteční, a dále okrajovou podmínkou

$$\boldsymbol{q}(\tilde{x}_1, 0) = \boldsymbol{q}_L, \qquad \tilde{x}_1 < 0, \tag{3}$$
$$\boldsymbol{q}(0, t) = \boldsymbol{q}_B, \qquad t > 0. \tag{4}$$

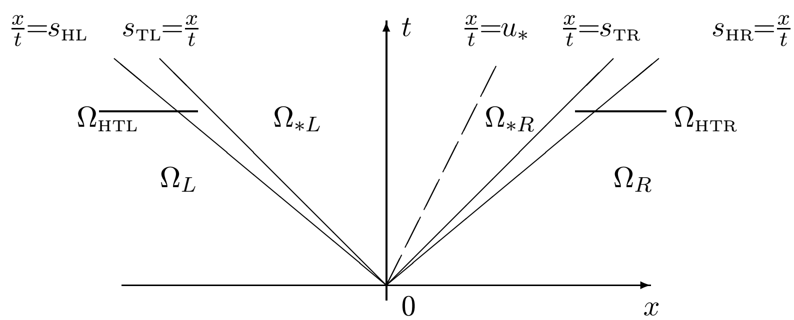
V počáteční podmínce (3) je $\boldsymbol{q}_L$ známý transformovaný stav $\boldsymbol{w}_i^k$. Pro nepohyblivou hranici je naším úkolem zadat stav $\boldsymbol{q}_B$ tak, aby slabé řešení $\boldsymbol{q}$ modifikovaného Riemannova problému (1)–(4) bylo právě jedno. Existuje mnoho způsobů jak tento stav $\boldsymbol{q}_B$ konstruovat (např. viz. Pelant v [3]). V sekci 2.2 představíme jednu z možností. Po určení stavu $\boldsymbol{q}_B$, spočítáme $\boldsymbol{w}_j^k$ zpětnou transformací souřadnic. Stav $\boldsymbol{q}_B$ určíme pomocí slabého po částech hladkého řešení modifikovaného Riemannova problému.

2.1 Riemannův problém pro Eulerovy rovnice

Riemannův problém pro systém rovnic (1) spočívá v nalezení slabého řešení (1) v oblasti $Q_\infty = (-\infty, +\infty) \times (0, +\infty)$ které splňuje počáteční podmínku tvořenou dvěma stavy $\boldsymbol{q}_L$, $\boldsymbol{q}_R$:

$$\boldsymbol{q}(\tilde{x}_1, 0) = \begin{cases} \boldsymbol{q}_L, & \tilde{x}_1 < 0, \\ \boldsymbol{q}_R, & \tilde{x}_1 > 0. \end{cases} \tag{5}$$

Obecný teorém řešení Riemannova problému (see e.g. [1, page 88]) společně s algoritmem pro konstrukci řešení Riemannova problému pro "split" Eulerovy rovnice (see e.g. [1, pages 112–141]) dává možnost, jak definovat okrajový stav $\boldsymbol{q}_B$ ve (4). Zmiňme, že řešení Riemannova problému se skládá z tzv. expanzních vln, kontaktních nespojitostí nebo rázových vln. Řešení $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{q}(\tilde{x}_1, t)$ Riemannova problému (1),(5) je po částech **spojité** a jeho obecná forma je znázorněna na Obrázku 1. Systém polopřímek definuje oblasti, kde $\boldsymbol{q}$ je buď konstantní anebo spojitá.



Obrázek 1: Struktura řešení Riemannova problému

Definujme otevřené množiny (viz. Obrázek 1.):

$$\begin{aligned} \Omega_L &= \mathrm{wedge}(L_{-\infty}, s_{\mathrm{HL}}), & \Omega_{*R} &= \mathrm{wedge}(u_*, s_{\mathrm{TR}}), \\ \Omega_{\mathrm{HTL}} &= \mathrm{wedge}(s_{\mathrm{HL}}, s_{\mathrm{TL}}), & \Omega_{\mathrm{HTR}} &= \mathrm{wedge}(s_{\mathrm{TR}}, s_{\mathrm{HR}}), \\ \Omega_{*L} &= \mathrm{wedge}(s_{\mathrm{TL}}, u_*), & \Omega_R &= \mathrm{wedge}(s_{\mathrm{HR}}, L_{+\infty}). \end{aligned}$$

Oblast Ω_{HTL} může degenerovat v polopřímku $\{(x,t); \frac{x}{t} = s_1, t > 0\}$ a oblast Ω_{HTR} v polopřímku $\{(x,t); \frac{x}{t} = s_3, t > 0\}$, což je zázorněno dvojicí paprsků vycházejících z počátku souřadnic na Obrázku 1. Řešení $\boldsymbol{q}$ Riemannova problému (1),(5) je následovné (pro detaily viz. [1, page 128]):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{q}|_{\Omega_L} &= \boldsymbol{q}_L, & \boldsymbol{q}|_{\Omega_{*R}} &= \boldsymbol{q}_{*R}, \\ \boldsymbol{q}|_{\Omega_{\mathrm{HTL}}} &= \text{spojitá funkce}, & \boldsymbol{q}|_{\Omega_{\mathrm{HTR}}} &= \text{spojitá funkce}, \\ \boldsymbol{q}|_{\Omega_{*L}} &= \boldsymbol{q}_{*L}, & \boldsymbol{q}|_{\Omega_R} &= \boldsymbol{q}_R. \end{aligned}$$

2.2 Modifikovaý Riemannův problém pro vstupní okrajovou podmínku

Nyní se vracíme k otázce, jak definovat okrajový stav $\boldsymbol{q}_B$ v (4). Podívejme se blíže na složky $\boldsymbol{q}$:

$$\boldsymbol{q} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, E)^{\mathrm{T}} = \left(\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{|\boldsymbol{v}|^2}{2}\right)^{\mathrm{T}}, \tag{6}$$

zde ρ je hustota, $\boldsymbol{v} = (u, v, w)$ je rychlost, E je celková energie, p tlak.
Jedna z nejjednodušších možností ke konstrukci $\boldsymbol{q}_B$, používaná zvláště pro výstupní okrajovou podmínku, byla zmíněna v [4]. Zde ukážeme jednu ze sofistikovanějších cest ke konstrukci $\boldsymbol{q}_B$. V případě vstupní okrajové podmínky můžeme použít následující **předepsané** rovnice, na které můžeme hledět jako na okrajové podmínky:

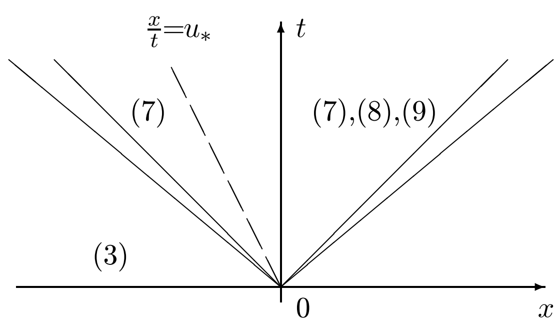
$$p_\star = p_o \left(1 - \frac{\gamma - 1}{2a_o^2} u_\star^2 (1 + tan^2(\alpha) + tan^2(\beta))\right)^{\gamma/(\gamma-1)}, \tag{7}$$

$$\rho_{\star R} = \rho_o \left(1 - \frac{\gamma - 1}{2a_o^2} u_\star^2 (1 + tan^2(\alpha) + tan^2(\beta))\right)^{1/(\gamma-1)}, \tag{8}$$

$$v_R = u_\star tan(\alpha),\ w_R = u_\star tan(\beta), \tag{9}$$

$$(0, t) \in \Omega_{\star R}, \tag{10}$$

zde $p_\star > 0$ a $u_\star \leq 0$ jsou (předem neznámé) tlak a první složka rychlosti v oblasti $\Omega_{*L} \cup \Omega_{*R}$, v_R, w_R jsou tangenciální (tečné) komponenty rychlosti pro $x \in \Omega_{*R} \cup \Omega_{\mathrm{HTR}} \cup \Omega_R$ (vzhledem ke stěně okrajového elementu D_i), a $\rho_{\star R} > 0$ je (neznámá) hustota v oblasti Ω_{*R} . $p_o > 0$ je zadaný tlak adiabaticky zbržděného plynu v oblasti Ω_{*R}, $\rho_o > 0$ je zadaná hustota adiabaticky zbržděného plynu v Ω_{*R}, $\alpha, \beta \in \langle 0, \frac{\pi}{2})$ jsou zadané úhly náběhu (vzhledem ke stěně elementu D_i případě třírozměrného proudění). V případě dvourozměrného proudění jednoduše položíme $\beta = 0$. $a_o = \sqrt{\gamma \frac{p_o}{\rho_o}}$ značí rychlost zvuku v oblasti Ω_{*R}, $\gamma = 1.4$ je Poissonova adiabatická konstanta pro dokonalý plyn.
Tato podmínka (7)–(10) tedy říká, že plyn do oblasti bude proudit pod úhlem α, β. A to navíc s takovou energií, aby, když ho adiabaticky na vstupu zbrzdíme, měl tlak p_o a hustotu ρ_o. Mnoho stavů jistě vyhovuje této podmínce. Naším úkolem je nyní vyřešit Riemannův problém (1)–(3),(7)–(10), abychom dostali $\boldsymbol{q}_B := \boldsymbol{q}(0, t)$, $t > 0$. Zkonstruujeme algoritmus (Obrázek 4.) pro spočítání neznámé rychlosti $u_\star$ v oblasti $\Omega_{*L} \cup \Omega_{*R}$, a posléze dopočítáme zbylé neznámé využitím (7)-(9).



Obrázek 2: Okrajový "split" 3D Riemannův problém (1)–(3),(7)–(10), struktura řešení, oblasti definic jednotlivých rovnic.

Hledáme pouze fyzikálně přípustná řešení s tlakem $p_\star > 0$, a hustotou $\rho_{\star R} > 0$. Rovnice (7) a (8) dávají potřebnou podmínku pro $u_\star \leq 0$:

$$-A < u_\star \leq 0, \tag{11}$$

kde

$$A = \sqrt{\frac{2a_o^2}{(\gamma-1)(1+tan^2(\alpha)+tan^2(\beta))}}. \tag{12}$$

Pro $u_\star \in (-\infty, -A)$ zadaná okrajová podmínka (7)–(10) nedává smysl.

Všimněme si, že (7) můžeme zapsat ve formě

$$p_\star = E_{inlet}(u_\star), \tag{13}$$

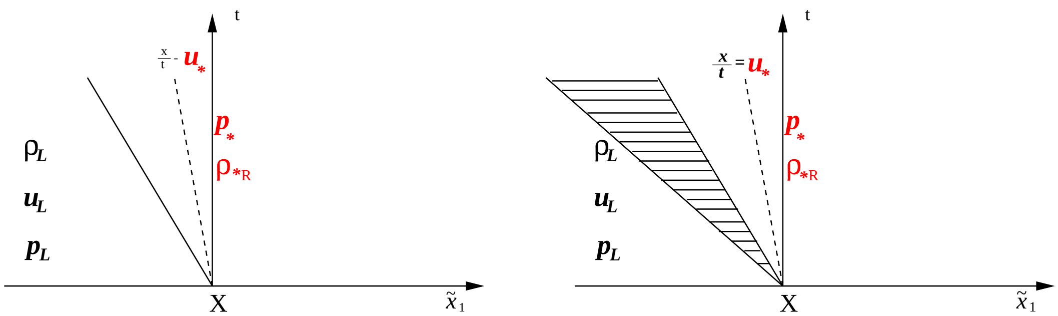
kde

$$E_{inlet}(u) = p_o\left(1 - \frac{\gamma-1}{2a_o^2}u^2(1+tan^2(\alpha)+tan^2(\beta))\right)^{\gamma/(\gamma-1)}, \; u \in (-A, A). \tag{14}$$

Podmínka (10), a struktura řešení $\boldsymbol{q}$ (6) ukazuje, že hledáme

$$\boldsymbol{q}_B = \boldsymbol{q}_{*R} = \left(\rho_{*R}, \rho_{*R}u_*, \rho_{*R}v_R, \rho_{*R}w_R, \frac{p_*}{\gamma-1} + \frac{(u_*^2+v_R^2+w_R^2)}{2}\right)^{\mathrm{T}}. \tag{15}$$

Rovnice (10) nám dává pouze dvě možné situace (ilustrace viz. obrázek 3.) v řešení Riemannova problému:



Situace 1. – 1-rázová vlna Situace 2. – 1-expanzní vlna

Obrázek 3: 1D Riemannův problém, možná řešení pro vstup, červeně označené neznámé.

1. **Situace 1.** Jestliže $u_\star < u_L$, $p_\star > p_L$ (což předem nevíme), pak rovnice pro tlak $p_\star$ a první složku rychlosti $u_\star$ přes 1-rázovou vlnu (viz [1, page 125]) dává

$$u_\star = u_L - (p_\star - p_L)\left(\frac{\frac{2}{(\gamma+1)\varrho_L}}{p_\star + \frac{\gamma-1}{\gamma+1}p_L}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{16}$$

Vyřešíme rovnici (16) vzhledem k neznámé $p_\star$:

$$p_\star^2 - p_\star\left[\frac{(u_\star-u_L)^2(\gamma+1)\varrho_L + 4p_L}{2}\right] + \left[\frac{2p_L^2 - (\gamma-1)p_L(u_\star-u_L)^2\varrho_L}{2}\right] = 0. \tag{17}$$

Možná řešení (17) jsou

$$p_\star = \frac{1}{2}\left(2p_L + \frac{\gamma+1}{2}\varrho_L(u_L-u_\star)^2 \pm \sqrt{\left(2p_L + \varrho_L\frac{\gamma+1}{2}(u_L-u_\star)^2\right)^2 - 4p_L^2 + 2(u_L-u\star)^2\varrho_L(\gamma-1)p_L}\right).$$

Dále musí být splněna nerovnost $p_L < p_\star$. Rešení se znaménkem mínus není možné, protože:

$$p_L < \frac{1}{2}\left(2p_L + \frac{\gamma+1}{2}\varrho_L(u_L-u_\star)^2 - \sqrt{\left(2p_L + \varrho_L\frac{\gamma+1}{2}(u_L-u_\star)^2\right)^2 - 4p_L^2 + 2(u_L-u\star)^2\varrho_L(\gamma-1)p_L}\right)$$

vede k

$$\frac{\gamma+1}{2}\varrho_L(u_L-u_\star)^2 > \sqrt{(\varrho_L\frac{\gamma+1}{2}(u_L-u_\star)^2)^2 + 4p_L\varrho_L\frac{\gamma+1}{2}(u_L-u_\star)^2 + 2(u_L-u\star)^2\varrho_L(\gamma-1)p_L},$$

což není možné.

Tudíž rovnice (16) může být přepsána ve tvaru

$$p_\star = E_{shock}(u_\star), \tag{18}$$

kde

$$E_{shock}(u) = \frac{2p_L + \frac{\gamma+1}{2}\varrho_L(u_L-u)^2 + (u_L-u)^2\sqrt{4\varrho_L\gamma p_L + \varrho_L^2(\frac{\gamma+1}{2})^2(u_L-u)^2}}{2}, \quad u < u_L. \tag{19}$$

2. **Situace 2.** Jestliže $p_L \geq p_\star, u_\star - u_L \geq 0$ (což předem nevíme), pak rovnice pro tlak $p_\star$ a první složku rychlosti $u_\star$ přes 1-expanzní vlnu (viz. [1, page 115]) dává

$$u_\star = u_L + \frac{2}{\gamma-1}a_L\left(1-\left(\frac{p_\star}{p_L}\right)^{(\gamma-1)/2\gamma}\right). \tag{20}$$

Zde $a_L = \sqrt{\gamma\frac{p_L}{\rho_L}}$ značí rychlost zvuku v Ω_L. Pro kladný tlak odtud musí být $u < u_L + \frac{2}{\gamma-1}a_L$.

Rovnice (20) může být psaná ve tvaru

$$p_\star = E_{rarefaction}(u_\star), \tag{21}$$

kde

$$E_{rarefaction}(u) = p_L\left(\frac{-u+u_L+\frac{2}{\gamma-1}a_L}{\frac{2}{\gamma-1}a_L}\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}, \quad u_L \leq u < u_L + \frac{2}{\gamma-1}a_L. \tag{22}$$

Okrajová podmínka (13) a rovnice (18),(21), vzniklé z možných situací, dávají následující rovnici pro $u_\star$

$$F(u_\star) = 0, \tag{23}$$

kde

$$F(u) = E_{inlet}(u) - \begin{cases} E_{shock}(u), & u_L > u, \quad \text{(Situace 1.)} \\ E_{rarefaction}(u), & u_L \leq u < u_L + \frac{2}{\gamma-1}a_L, \quad \text{(Situace 2.)} \end{cases}, u \in (-A, 0\rangle\,. \tag{24}$$

A je definované vztahem (12), $E_{inlet}(u), E_{shock}(u), E_{rarefaction}(u)$ vztahy (14),(19),(22). Platí $E_{shock}(u_L) = E_{rarefaction}(u_L)$, a $F(u)$ je spojitá na intervalu $(-A, 0\rangle \cap (-A, u_L + \frac{2}{\gamma-1}a_L)$, kde hledáme řešení $u_\star$ rovnice (23). Všimněme si, že $F(-A) < 0$.

1. **Situace 1.**
   První derivace $F(u)$ podle u je

$$F'(u) = \frac{\gamma p_0\left(1+tan^2(\alpha)+tan^2(\beta)\right)}{a_o^2}\left(1-\frac{\gamma-1}{2a_o^2}u^2\left(1+tan^2(\alpha)+tan^2(\beta)\right)\right)^{1/(\gamma-1)}(-u)+ \tag{25}$$

$$+\frac{\gamma+1}{2}\varrho_L(u_L-u)+\frac{\gamma+1}{2}\sqrt{4\varrho_L\gamma p_L+\varrho_L^2(\frac{\gamma+1}{2})^2(u_L-u)^2}+$$

$$+\frac{u_L-u}{4}\frac{2\varrho_L^2(\frac{\gamma+1}{2})^2(u_L-u)}{\sqrt{4\varrho_L\gamma p_L+\varrho_L^2(\frac{\gamma+1}{2})^2(u_L-u)^2}}.$$

Platí $F^{'}(u) > 0$ pro $u \in (-A, u_L) \cap (-A, 0\rangle$. Funkce $F(u)$ je monotónní v tomto intervalu. Pokud $F(min\{u_L, 0\}) \geq 0$, pak řešení $u_\star$ rovnice (23) je právě jedno a $u_\star \in (-A, u_L) \cap (-A, 0\rangle$. Pokud $u_L > 0$ (což by značí sklon k výstupu) a $F(0) < 0$ pak zde nebude řešení splňovat $u_\star < 0$ (vstup), ale můžeme použít algoritmus definovaný v [3], kde zadáme $p_{given} = p_o$ abychom získali $\boldsymbol{q}_B$.

2. **Situace 2.**
   Pokud $u_L + \frac{2}{\gamma-1}a_L < -A$ pak $F(u)$ není definováno a my zvolíme nejnižší možnou rychlost $u_\star$ (což znamená nejvyšší možnou vstupní rychlost, protože pro vstup platí $u_\star < 0$) vyhovující okrajové podmínce (7)–(9), tedy $u_\star = -A + \epsilon$, $0 < \epsilon$ je malá zvolená konstanta. První derivace $F(u)$ podle u je

$$F'(u) = \frac{\gamma p_0\left(1+tan^2(\alpha)+tan^2(\beta)\right)}{a_o^2}\left(1-\frac{\gamma-1}{2a_o^2}u^2\left(1+tan^2(\alpha)+tan^2(\beta)\right)\right)^{1/(\gamma-1)}(-u)+\frac{\gamma p_L}{a_L}\left(\frac{u_L-u+\frac{2}{\gamma-1}a_L}{\frac{2}{\gamma-1}a_L}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}. \tag{26}$$

$F'(u) > 0$ pro $u \in \left\langle u_L, u_L + \frac{2}{\gamma-1}a_L\right) \cap (-A, 0\rangle$.

Pokud $min\{u_L + \frac{2}{\gamma-1}a_L, 0\} = 0$ a $F(0) < 0$, pak problém nemá řešení, a dostáváme případ výstupu, tedy můžeme použít algoritmus popsan7 ve [3] se zadáním $p_{given} = p_o$ pro výpočet $\boldsymbol{q}_B$.

Pokud $F(min\{u_L + \frac{2}{\gamma-1}a_L, 0\}) \geq 0$ pak má problém řešení a rovnici (23) můžeme řešit analyticky. Umocníme rovnici (23) na $\frac{\gamma-1}{\gamma}$-tou a vyřešíme kvadratickou rovnici.

Možná řešení jsou

$$u_\star = \frac{2\left(u_L+\frac{2}{\gamma-1}a_L\right)\pm\sqrt{Dis}}{2[1+\frac{2a_L^2}{(\gamma-1)a_o^2}(\frac{p_o}{p_L})^{\gamma-1/\gamma}\left(1+tan^2(\alpha)+tan^2(\beta)\right)]},$$

kde

$$Dis = (2u_L+\frac{4a_L}{\gamma-1})^2-4\left[1+\frac{2a_L^2\left(\frac{p_o}{p_L}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}}{a_o^2(\gamma-1)}\left(1+tan^2(\alpha)+tan^2(\beta)\right)\right]\left[-\left(\frac{p_o}{p_L}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\frac{4a_L^2}{(\gamma-1)^2}+(u_L+\frac{2a_L}{\gamma-1})^2\right]. \tag{27}$$

Platí $Dis > (2u_L + \frac{4a_L}{\gamma-1})^2$ jestliže $u_L < 0$, $\left(\frac{p_o}{p_L}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} > 1, \gamma > 1$. Řešení se znaménkem plus dává $u_\star > 0$, což není možné.

Jediné možné řešení je

$$u_\star = \frac{2\left(u_L+\frac{2}{\gamma-1}a_L\right)-\sqrt{Dis}}{2[1+\frac{2a_L^2}{(\gamma-1)a_o^2}(\frac{p_o}{p_L})^{\gamma-1/\gamma}\left(1+tan^2(\alpha)+tan^2(\beta)\right)]}, \tag{28}$$

zde Dis je definované v (27).

Nyní můžeme sestrojit tabulku s algoritmem (Obrázek 4.) pro výpočet $u_\star$ ze zadaných $\boldsymbol{q}_L = \left(\rho_L, \rho_L u_L, \rho_L v_L, \rho_L w_L, \frac{p_L}{\gamma-1} + \frac{|\boldsymbol{v}_L|^2}{2}\right)^{\mathrm{T}}$, $p_o, \rho_o, \alpha, \beta$.

Jakmile zmáme $u_\star < 0$, spočítáme tlak $p_\star$ na hranici použitím rovnice (7), pro hustotu $\rho_{\star R}$ na hranici použijeme rovnici (8), tečné komponenty rychlostí spočteme pomocí (9). Konečně můžeme zkonstruovat $\boldsymbol{q}_B = \boldsymbol{q}_{*R}$ pomocí (15). Pokud $u_\star > 0$ pak využijeme [4],[3].

<table>
<tr><td colspan="3">$u_L > 0$,
spočti $F(0)$
pomocí (24)</td><td colspan="7">$u_L \leq 0$,
spočti A pomocí (12), $a_L = \sqrt{\gamma \frac{p_L}{\rho_L}}$</td></tr>
<tr><td rowspan="1">$F(0) > 0$</td><td>$F(0) = 0$</td><td>$F(0) < 0$</td><td>$-A \geq u_L + 2\frac{a_L}{\gamma-1}$</td><td colspan="6">$-A < u_L + 2\frac{a_L}{\gamma-1}$
spočti $F\left(\min\{0, u_L + 2\frac{a_L}{\gamma-1}\}\right)$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">najdi $u_\star$ jako kořen F</td><td rowspan="4">$u_\star := 0$</td><td rowspan="4">VÝSTUP, použij [4],[3]</td><td rowspan="4">Vstup příliš rychlý, zpomal.
$u_\star := -A + \epsilon$</td><td colspan="4">$F\left(\min\{0, u_L + 2\frac{a_L}{\gamma-1}\}\right) > 0$</td><td>$F\left(\min\{0, u_L + 2\frac{a_L}{\gamma-1}\}\right) = 0$</td><td>$F\left(\min\{0, u_L + 2\frac{a_L}{\gamma-1}\}\right) < 0$</td></tr>
<tr><td>$-A \geq u_L$</td><td colspan="3">$-A < u_L$</td><td rowspan="3">$u_\star := 0$</td><td rowspan="3">VÝSTUP, použij [4],[3]</td></tr>
<tr><td rowspan="2">spočti $u_\star$ pomocí (28)</td><td>$F(u_L) > 0$</td><td>$F(u_L) = 0$</td><td>$F(u_L) < 0$</td></tr>
<tr><td>najdi $u_\star$ jako kořen F</td><td>$u_\star := u_L$</td><td>spočti $u_\star$ pomocí (28)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr>
</table>

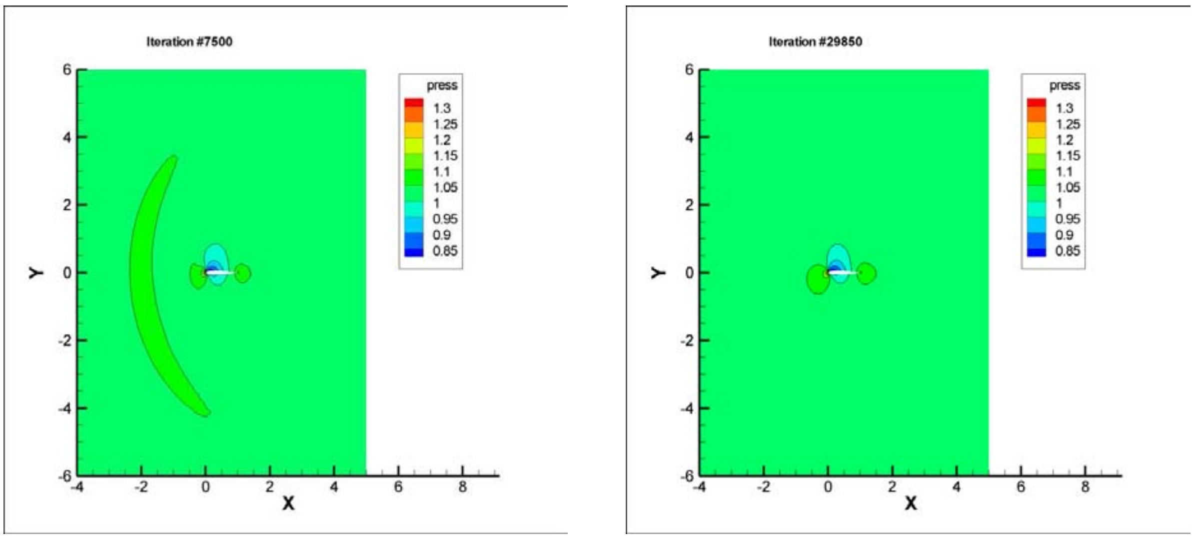
Obrázek 4: Tabulka s algoritmem pro výpočet $u_\star$.

3 Numerické Výsledky

Obrázek 5. ukazuje výpočetní výsledky algoritmu z Obrázku 4. pro zadané vstupy $p_o, \rho_o, \alpha, \beta$, $\boldsymbol{q}_L = \left(\rho_L, \rho_L u_L, \rho_L v_L, \rho_L w_L, \frac{p_L}{\gamma-1} + \frac{|\boldsymbol{v}_L|^2}{2}\right)^{\mathrm{T}}$. Obrázek 6. ukazuje dobré chování navržené okrajové podmínky. Zachycuje numerické řešení nestacionárního 2D proudění kolem profilu s nefyzikální počáteční podmínkou $p = 77554.38$, $\rho = 1.067$, $\boldsymbol{v} = (200.78, 7)$ všude ve výpočetní oblasti. Tekutina proudí zleva doprava. Vlevo je použitá diskutovaná vstupně-výstupní okrajová podmínka (7)–(10) se zadaným $p_o = 101325$, $\rho_o = 1.2923$, $\alpha = 0.03491$, $\beta = 0$ (2D proudění). Vpravo je použitá výstupní okrajová podmínka popsaná ve [4], kde jsme položili $p_{given} = 77554.38$. Na horní a dolní straně oblasti jsme použili fixní okrajovou podmínku $p = 77554.38$, $\rho = 1.067$, $\boldsymbol{v} = (200.78, 7)$. V oblasti vznikne tlaková vlna (je vidět při iteraci číslo 7500 vlevo od profilu), ale díky použité okrajové podmínce mizí (není vidět při iteraci číslo 29850).

vstup $p_o, \rho_o, \alpha, \beta, p_L, \rho_L, u_L$	větve algoritmu	výstup $u_\star, p_*, \rho_{*R}$
210000, 2.6784, 0,0, 100000, 1.25, 100	$F(0) > 0$, ráz	-78.0411 201956.2324 2.6047
210000, 2.6784, 0,0, 100000, 1.25, 400	$F(0) < 0$, VÝSTUP	211.35, 210000, 2.0988
210000, 2.6784, 0,0, 100000, 1.25, -300	$F(u_L) > 0$, ráz	-312.9522 105545.5844 1.6386
210000, 2.6784, 0,0, 100000, 1.25, -700	$F(u_L) < 0$, expanze	-468.2849 35226.6027 0.7483
210000, 2.6784, 0,0, 100000, 1.25, -800	$u_L < -A$, expanze	-499.8402 25060.8260 0.5867
210000, 2.6784, 0,0, 100000, 1.25, -20000	$u_L + .. < -A$, expanze	-740.8338 0.0000 0.0000

Obrázek 5: Výsledky algoritmu



Obrázek 6: Numerické proudění kolem profilu, isočáry tlaku, různé časové iterace.

4 Závěr

Předvedli jsme konstrukci okrajové vstupně-výstupní podmínky pomocí modifikace Riemannova problému pro Eulerovy rovnice, kterou lze alpikovat pro velké množství numerických řešičů v CFD. Podmínka se chová fyzikálně, nevnáší nechtěné oscilace do řešení. Naopak je schopná vyhladit nefyzikální chyby v řešení vzniklé například fyzikálně špatnou počáteční podmínkou.

Poděkování. Tato práce je součástí projektu MSM 0001066902 financovaného MSMT a částečně podporována grantem No. 343/2005/B-MAT/MFF Grantové Agentury Univerzity Karlovy.

Reference

[1] M. Feistauer and J. Felcman and I. Straškraba: *Mathematical and Computational Methods for Compressible Flow.* Oxford University Press, Oxford, 2003

[2] J. Pelant: *ARTI Reports VZLÚ, Z-65, Z-67 to Z-73.* Prague, 1996-2000.

[3] M. Kyncl and J. Pelant: *Inlet and outlet boundary conditions for compressible non-stationary flow.* Proceedings of the conference WDS 04, Charles University in Prague, Faculty of Mathematics and Physics, June 2004.

[4] J. Felcman, M. Kyncl and J. Pelant: *Numerical Boudary Conditions for the 3D Euler Equations.* Proceedings of the conference Colloquium Fluid Dynamics 2004, Institute of Thermomechanics AS CR, Praha November 2004.

Mechanika letu — odezva letounu na poryv

Ing. Martin Prokš, VZLÚ a. s. Praha

Příspěvek prezentuje možnosti výpočtů a analýz z oblasti mechaniky letu ve VZLÚ a. s. Jedná se o prezentaci praktických možností výstupů dílčí části projektu MSM 0001066901 *Rozvoj aplikované vnější aerodynamiky*. V článku je ukázán výpočet jednoho bodu obálky násobků pro letoun kategorie VLA a nastínění dalších možností výpočtů.

Úvod

Oddělení aerodynamiky nízkých rychlostí se mimo samotné vnější a vnitřní aerodynamiky zabývá i mechanikou letu, a to jak výkony, tak vlastnostmi. Zatímco výpočty výkonů letounu jsou zcela standardní a běžnou záležitostí prováděnou i mnohými jinými subjekty v ČR, analýzy vlastností letounu, odezvy na řízení a na poryv, jsou již méně obvyklou záležitostí. Oddělení ANR se touto podkategorií mechaniky letu - letovými vlastnostmi - zabývá systematicky několik let. Mimo klasické analýzy vlastností letounu pomocí metody malých odchylek (linearizovaný matematický model), platných jen ve velmi omezeném rozsahu letových režimů, VZLÚ ANR úspěšně zvládlo nelineární matematický model letu. VZLÚ ANR je v současné chvíli schopno řešit let letounu ve velmi turbulentním prostředí, silné poryvy, či let na velkém úhlu náběhu ve vzletové a přistávací konfiguraci a setkání se s výrazným poryvem v tomto režimu. Mimo klasických výsledků stabilitních výpočtů je možné s pomocí nelineárního matematického modelu počítat i celé manévry letounu a zatížení (násobky) generované těmito manévry, což je zajímavé hlavně pro pevnostní výpočty.

Nelineární matematický model

Rovnice popisující let letounu v atmosféře vychází obecně z Newtonowa pohybových rovnic pro tuhé těleso ve 3D prostoru. To znamená, že popisují všechny tři směry posuvného pohybu i všechnny tři směry rotačního pohybu. Rovnice samy o sobě nejsou příliš složité, matematický popis problému vede na soustavu šesti obyčejných diferenciálních rovnic. Komplikace však nastávají v okamžiku, kdy se do rovnic zahrnou kinematické vztahy mezi polohovými úhly a hmotové vztahy, především momenty setrvačnosti a deviační momenty. Další matematické komplikace s nelineárními vztahy a derivacemi vyšších řádů nastanou při vyjádřování aerodynamických sil.

Kinematické vztahy mají za následek, že v rovnicích začnou vystupovat siny a cosiny polohových úhlů, a co více, i součiny těchto goniometrických funkcí a součiny s hmotovými proměnnými. Výsledkem je hmotově a kinematicky značně nelineární diferenciální soustava druhého řádu.

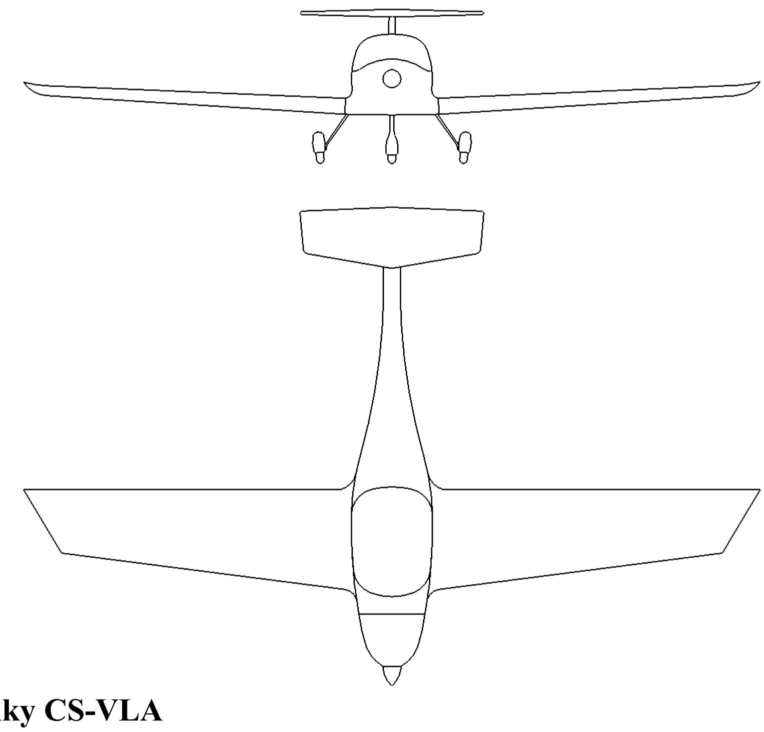
Aerodynamické vztahy dále rozšíří výše uvedené problémy se součiny proměnných a derivací a přidají k tomu ještě otázky spojení se samotným určováním aerodynamických sil a momentů v jednotlivých režimech letu. Například součinitel vztlaku závisí na konfiguraci letounu (poloha vztlakových klapek, výchylka výškovky a pod.), rychlosti letu, úhlu náběhu, vybočení, rotaci kolem os letounu a podobně.

Linearizovaný matematický model (předpoklad malých odchylek) používá zjednodušující předpoklady spočívající v předpokladech režimů letu blízkých normálnímu ustálenému letu na malých úhlech náběhu. Tyto předpoklady umožní jednak zanedbat většinu nelinearit jako součiny nevýznamně malých čísel, jednak díky předpokladu malých úhlů zavádí rovnost mezi úhlem (v radianech) a jeho sinem. Tyto předpoklady pak ovšem omezují rozsah platnosti tohoto matematického modelu na jen tyto velmi úzké oblasti režimů letu. Výhoda však je v tom, že výsledné rovnice jsou matematicky výrazně snadněji řešitelné a výsledky jsou dobře zobecnitelné.

Nelineární matematický model tato zjednodušení nepoužívá a díky tomu je možné počítat let v podstatě ve všech letových režimech. Výsledkem takového přístupu jsou však vysoce nelineární diferenciální rovnice vyššího řádu, které nelze řešit analyticky. V případě aerodynamických závislostí se však nelze jistému zjednodušení zcela vyhnout. Problém neleží v rovině teorie a matematického popsání aerodynamických závislostí, ale v otázce, jak v konkrétním případě zjistit všechna ta komplexní aerodynamická data? Proto bylo zvoleno dílčí zjednodušení na jen opravdu relevantní závislosti. Například součinitele vztlaku, odporu a klopivého momentu jsou popsány jako funkční závislosti pouze na úhlu náběhu a úhlu vybočení. Součinitel vztlaku je tak dán vztlakovou čarou závislou na úhlu náběhu pro jednu hodnotu vybočení. Jedná se tedy o parametrickou sadu křivek s parametrem - úhel vybočení. Díky tomu je možné počítat i velké úhly náběhu, kde jsou jednotlivé čáry (vztlaková, odporová momentová, ...) značně nelineární a zcela vzdálené jednoduché přímkové závislosti. Obdobně lze počítat i velká vybočení. Mezi jednotlivými hodnotami vybočení se charakteristiky interpolují. V případě stranových charakteristik (součinitel bočné síly, součinitele klonivého a zatáčivého momentu) jsou použita zcela obdobná zjednodušení a přístupy, umožňující zadat i velké úhly náběhu a vybočení.

Výpočet násobků VLA pro vertikální poryv

K čemu může nelineární model letu sloužit prakticky? Vezměme na příklad porovnání výpočtu zatížení (obálky násobků od poryvu) letounu dle předpisu CS-VLA. Jako podklad posloužil obrázek letounu uveřejněný na internetu s údaji o rozměrech a hmotnosti. K tomuto letounu byly odhadnuty momenty setrvačnosti a jednoduchými metodami byla odhadnuta potřebná vstupní aerodynamická a hmotorová data.



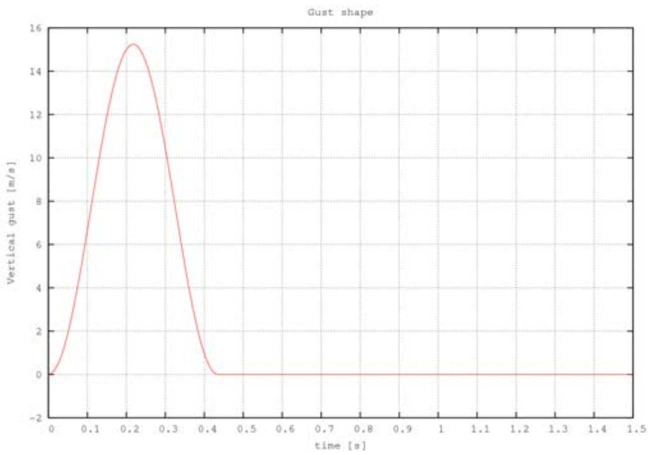
Výpočet dle metodiky CS-VLA

Dle předpisu CS-VLA je požadováno určit zatížení letounu při průletu spojitým vertikálním poryvem. Tento poryv je definován jako spojitá sinusová vlna s max. hodnotou vertikálního poryvu na cestovní rychlosti dle bodu CS-VLA 333 (a)(2)(ii). Základní výpočet odpovídajícího násobku pro letoun s tuhým řízením a takovýto poryv, pokud není k dispozici kvalitnější metoda, je pak uveden v CS-VLA 341 Gust load factors. Tento výpočet vychází z principu, že letoun vlétne do skokového poryvu. Hodnota poryvu je ve výpočtu snížena o poměrnou část odpovídající konkrétnímu letounu a režimu letu. Nicméně stále se počítá s dosti vysokou hodnotou vertikálního skokového poryvu.

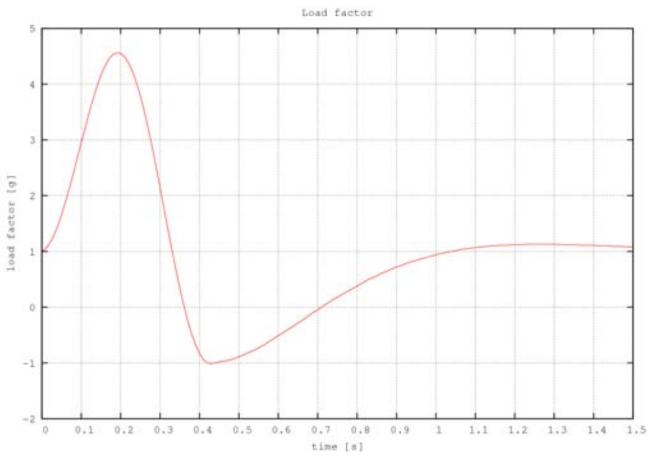
V případě počítaného letounu při **hmotnosti 480 kg** a cestovní **rychlosti 230 km/h** vychází tímto základním výpočtem vertikální **poryv +15,24 m/s** a odpovídající **násobek +5,16**. Na tento násobek je pak potřeba dimenzovat letoun. V případě výpočtu podle nelineárního mat. modelu lze však simulovat skutečný průlet letounu spojitým poryvem a tím dostat realističtější (a někdy i nižší) hodnoty násobků.

Simulace průletu poryvem — odezva letounu

Dle předpisu CS-VLA 333 (a)(2)(ii) při rychlosti 230 km/h je pro počítaný letoun požadován průlet spojitou poryvovou vlnou následujícího tvaru a velikosti v čase:

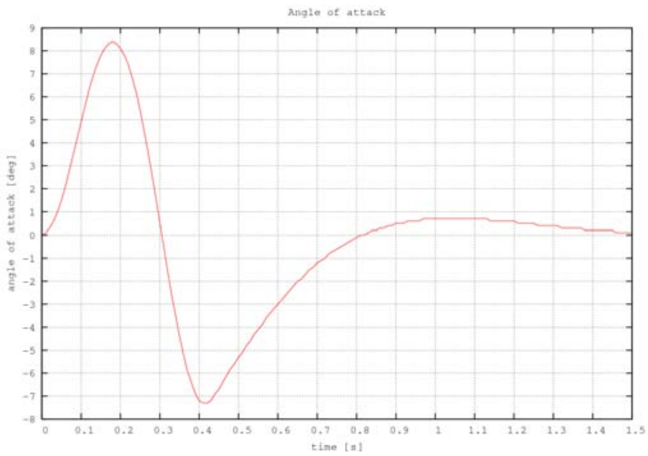


Spočtením odezvy letounu a určením svislého násobku letounu pak vyšla odezva na výše uvedený poryv včetně přibližného zahrnutí vlivu netuhosti konstrukce:



Odečtením z dat či grafu je vidět, že tato komplexnější analýza dává výrazně nižši násobek pro pevnostní průkaz. Zatímco jednoduše určený **násobek podle CS-VLA** dává **+5,16**, pak tato **racionálnější analýza** dává pouze **+4,56**, což znamená **snížení zatížení konstrukce o 11,6 %**. A to za přesnější analýzu jistě stojí.

Jen informativně, úhel náběhu se v průběhu odezvy letounu na poryv měnil v rozsazích od -7,3˚ po +8,4˚, což je o dost více, než co by bylo požadováno pro klasický linerizovaný mat. model s předpokladem malých odchylek (±5˚)



Odezva na řízení a dostatečnost řídicích ploch

Podobně, jako lze řešit průlet vertikálním poryvem, lze řešit např. i přistání s bočním větrem požadované rychlosti. Nebo lze řešit náhlé vysazení jedné z pohonných jednotek u vícemotorového letounu. Nebo silný boční poryv. Další možnou aplikací je přechod letounu z jedné ustálené zatáčky do druhé, jak požadují předpisy. Tyto všechny případy s linearizovaným mat. modelem s předpokladem malých odchylek dost dobře nejdou řešit, protože parametry letounu a letu leží mimo požadovanou lineární oblast, často dosti značně. Výsledky linearizovaného mat. modelu jsou pro tyto případy vždy jen orientační. Zde se s výhodou prosadí výpočty podle nelineárního mat. modelu, které danou oblast pokrývají zcela.

Problémy a úskalí nelineárních výpočtů

Pro zachování objektivity je třeba zmínit i problémy s nelineárními výpočty. Problémy jsou v podstatě dva.

První problém je, jak získat dostatečně kvalitní data o letounu. Pro věrohodné výsledky nelineárních výpočtů je potřeba znát letoun velmi podrobně. To lze rozdělit na celkem 3 základní témata:

1) hmoty a momenty setrvačnosti letounu
2) aerodynamická data, jako je polára letounu (závislosti součinitelů vztlaku, odporu a klopivého momentu na úhlech náběhu a vybočení) i pro větší úhly náběhu, stranové charakteristiky (závislosti klonivého a zatáčivého momentu a bočné síly na úhlech náběhu a vybočení), tlumicí derivace v celém rozsahu úhlů náběhu a vybočení, ...
3) údaje o pohonu letounu, jako tah a momenty od pohonné skupiny v závislosti na rychlosti letu, výšce a přípusti

Tyto hodnoty jsou v počátečním stadiu projektu většinou obtížně určitelné a obvykle se jen odhadují na základě několika málo bodů, kde jsou tyto hodnoty známé. Nicméně i toto lze dostatečně dobře zvládnout, jak ukazují kontrolní výpočty.

Druhý problém nastává při velmi rychlých pohybech a změnách pohybů. Uvedená metodika počítá s dokonale tuhým letounem nepodléhajícím žádným deformacím. Reálný letoun však deformacím za letu podléhá a to se projevuje ve dvou rovinách.

1) Jednak vlivem deformací za letu, nebo dokonce třepetání (flutteru), dochází ke změnám obtékání letounu a tím i ke změnám aerodynamických charakteristik letounu
2) Jednak při velmi rychlých pohybech (např. průlet rychlého letounu prostorově malým, ale silným poryvem) je letoun jako celek zdánlivě podroben velkým násobkům po velice krátké časy (řádově desetiny až setiny sekundy) a při těchto časech i velmi malé dynamické deformace konstrukce ve skutečnosti odlehčí výsledný násobek v těžišti. Křídla zachytí

poryv, "zaberou", začnou se zvedat v rámci pružných deformací a působí na trup, což v těžišti letounu indukuje násobek. Ale křídla jsou "napřed" a trup je následuje. V rámci velice krátkých časů pak konstrukce s konečnou tuhostí funguje fakticky jako tlumič násobků a je potřeba s tímto vlivem počítat a nepřeceňovat obzvláště špičkové násobky při velmi rychlých pohybech. Zde dávají vodítko např. předpisy a jejich odlehčovací součinitele poryvů.

Výhled do budoucna

V příštím roce se bude na tomto projektu pokračovat konstrukcí bezpilotního experimentálního letounu pro účely letových zkoušek. Tento letoun bude sloužit jako kalibrační a testovací platforma, s jejíž pomocí se budou porovnávat výpočty složitých manévrů s měřenými lety.

Závěr

VZLÚ a. s. Praha je schopen řešit i značně komplexní a složité otázky ohledně mechaniky letu, které lze jinak jen velmi omezeně a nepřesně řešit klasickými metodami. Metodiky a programy jsou použitelné v praxi pro návrhy a certifikační výpočty letounů a bezpilotních prostředků. Práce na těchto metodikách a programech je prováděna s přispěním projektu Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy MSMT 0001066901 *Rozvoj aplikované vnější aerodynamiky*.

Výpočet tvaru leteckého profilu pomocí kontraktivního operátoru

Mgr. Jan Šimák, RNDr. Jaroslav Pelant, CSc., VZLÚ a.s., Praha

Tento text se zabývá numerickou metodou návrhu leteckého profilu. Je zde popsáno, jak vytvořit profil ze zadaného rozložení rychlosti podél střední čáry profilu. Metoda je založena na hledání pevného bodu kontraktivního operátoru. V úloze řešíme Eulerovy rovnice pomocí implicitní metody konečných objemů. Používáme Newtonovu metodu, výsledný systém lineárních algebraických rovnic je řešen metodou GMRES. Na závěr jsou uvedeny numerické výsledky.

1 Úvod

V této práci se zabýváme metodou pro návrh leteckého profilu ze zadaného rozložení rychlosti. Tato metoda může být použita v případě subsonického nevazkého stlačitelného proudění, popsaného soustavou Eulerových rovnic. Metoda je uvedena v [1]. Základní myšlenkou je použití dvojice přímého a inverzního operátoru. Přímý operátor reprezentuje přiřazení rozložení rychlosti danému tvaru profilu, tedy v našem případě řešení Eulerových rovnic. Druhý operátor je jeho inverzí. Protože není možné sestrojit přesnou inverzi, použijeme k řešení iterační metodu. Pomocí přímého a přibližného inverzního operátoru vytvoříme kontraktivní operátor a hledáme jeho pevný bod.

Metoda může být použita k modifikacím stávajících profilů. Získáme rozložení rychlosti nějakého profilu, upravíme ho podle našich požadavků a získáme nový profil s danými vlastnostmi. V následujících částech jsou tyto operátory popsány. Teorii týkající se numerického řešení problémů proudění lze nalézt v mnoha knihách, např. [2].

2 Řešení Eulerových rovnic pomocí Newtonovy-Krylovovy metody

Naším cílem je nalézt stacionární řešení Eulerových rovnic popisující nevazké stlačitelné proudění. Nestacionární rovnice lze zapsat ve tvaru

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial f(w)}{\partial x} + \frac{\partial g(w)}{\partial y} = 0, \tag{1}$$

kde

$$\begin{aligned} w &= (\rho, \rho u, \rho v, E)^T, \\ f(w) &= (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, (E+p)u)^T, \\ g(w) &= (\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, (E+p)v)^T. \end{aligned}$$

Symbolem ρ značíme hustotu, u, v značí složky rychlosti, E značí energii a p značí tlak. Tlak p lze vyjádřit rovnicí

$$p = (\gamma - 1)\left(E - \frac{1}{2}\rho\left(u^2 + v^2\right)\right), \tag{2}$$

kde γ je Poissonova adiabatická konstanta.

Úloha je řešena pomocí implicitní metody konečných objemů. Předpokládáme standardní síť D_h (v numerických experimentech byla použita čtyřúhelníková strukturovaná síť). Symbolem w_h označíme vektor, jehož složky jsou tvořeny 4-rozměrnými vektory w_i, které jsou tvořeny hodnotami přibližného řešení na konečných objemech D_iÎD_h. Pro w_hÎR^n je vektor F(w_h) tvořen 4-rozměrnými vektory F$_i$(w_h), které jsou určeny rovnicí

$$\Phi_i(w_h) = \frac{1}{|D_i|} \sum_{j\in S(i)} H\left(w_i, w_j, n_{ij}\right) |\Gamma_{ij}|, \tag{3}$$

kde $|D_i|$ značí plochu buňky, $|G_{ij}|$ značí délku hrany mezi D_i a D_j, n_{ij} je vnější jednotková normála k D_i a $H(u,v,n)$ značí numerický tok. V tomto případě je použit Osherův-Solomonův numerický tok. Abychom získali metodu vyššího řádu přesnosti, je použito Van Leerovo κ-schéma nebo Van Albadův limiter. Symbolem $S(i)$ označíme množinu indexů sousedních buněk a symbolem τ budeme značit časový krok.

Tak dostáváme implicitní FV schéma

$$w_i^{k+1} = w_i^k - \tau^k \Phi_i(w_h^{k+1}). \tag{4}$$

Protože nás zajímá stacionární řešení, budeme se zabývat nelineární soustavou F(w_h)=0 , na kterou aplikujeme Newtonovu metodu:

$$\frac{D\Phi(w_h^k)}{Dw}\left(w_h^{k+1} - w_h^k\right) = -\Phi(w_h^k), \quad k = 0, 1, \ldots, \tag{5}$$

kde $w^{0,h}$ je nějaká vhodná počáteční aproximace a $D\Phi(w)/Dw$ značí Jacobiho matici funkce Φ. Tyto iterace Newtonovy metody budeme v naší úloze nazývat vnějšími iteracemi.

Dostáváme tak soustavu lineárních algebraických rovnic

$$Ax = b. \tag{6}$$

Matice A je řídká a skládá se z bloků o velikosti 4×4. I když struktura matice je symetrická, matice samotná symetrická není. To nás vede k použití iterativních Krylovových metod, konkrétně GMRES. Pro řešení soustavy metodou GMRES byl použit program SPARSKIT2. Algoritmus lze najít v [3]. Protože se jedná o iterační metodu, je nutné zastavit proces po dosažení dostatečné přesnosti, která zajišťuje konvergenci Newtonovy metody. Za kritérium lze volit $|\text{residuum}|<10^{-2}\ |F(w^{k,h})|$. Tyto iterace budeme nazývat vnitřními iteracemi.

Protože Jacobiho matice je velmi špatně podmíněná, je nutné použít předpodmínění. Bylo použito ILU(p) předpodmínění. Volba parametru p ovlivňuje rychlost GMRES a také množství paměti potřebné k uchování matice předpodmínění. Optimální hodnota se zdá být p=2.

V algoritmu metody GMRES je Jacobiho matice $A(w_h)$ potřeba pouze pro vynásobení vektoru. Tento součin však můžeme aproximovat pomocí Taylorova rozvoje

$$Av \approx \frac{\Phi(w_h + \epsilon v) - \Phi(w_h)}{\epsilon}. \tag{7}$$

Parametr ϵ je počítán v každé vnitřní iteraci jako funkce strojové přesnosti a normy vektoru v:

$$\epsilon = \frac{\sqrt{\epsilon_{mach}}}{\|v\|}. \tag{8}$$

Tímto způsobem se lze vyhnout vytváření Jacobiho matice, které je obecně náročné na čas i paměť. Při výše uvedeném postupu je v každé iteraci GMRES počítán numerický tok. Pokud není počet iterací příliš velký, vychází tato metoda rychlejší. Nicméně, pro sestrojení matice předpodmínění potřebujeme Jacobiho matici vytvořit. Tato matice však nemusí být vytvářena v každé vnější iteraci, je aktualizována pouze pokud je třeba. Jacobiho matice pro účely předpodmínění může být méně přesná a jednodušší na sestrojení. Některé výsledky týkající se této verze metody jsou uvedeny v [4] a [5].

Protože Newtonova metoda není globálně konvergentní, nemůžeme začít metodu s libovolnou počáteční podmínkou. Z tohoto důvodu řešíme nejprve časově závislý problém

$$\frac{\partial w_h}{\partial t} + \Phi(w_h) = 0, \tag{9}$$

dokud není residuum menší než daná tolerance. Poté přejdeme na stacionární úlohu řešenou Newtonovou metodou, kde jako počáteční aproximaci vezmeme řešení získané pomocí časově závislého problému. Tento problém vede na soustavu lineárních algebraických rovnic ve tvaru

$$(I + \tau A)x = \tau b, \tag{10}$$

kde A a b jsou stejné jako v časově nezávislém problému. Matice $(I+\tau A)$ je lépe podmíněná než matice A a pro malý časový krok je potřeba jen pár vnitřních iterací.

3 Inverzní problém

Řešení inverzního problému je založeno na aplikaci přímého a přibližného inverzního operátoru. Přímý operátor **P** je řešení Eulerových rovnic popsané výše. Přibližný inverzní operátor **L** představuje přiřazení tvaru leteckého profilu danému rozložení rychlosti na povrchu profilu. Naším cílem je tedy nalézt řešení rovnice

$$\mathbf{PL}(u) = f, \tag{11}$$

kde f značí požadované rozložení rychlosti a u je neznámá fiktivní rychlost (nemá žádný fyzikální význam). Převedeme tuto rovnici na rovnici pro hledání pevného bodu kontraktivního operátoru. Dostáváme tak posloupnost

$$\{u_k\}_{k=0}^{\infty}, u_{k+1} = u_k + \alpha\left(f - \mathbf{PL}u_k\right), \tag{12}$$

kde $\alpha \in (0,1\rangle$ volíme takové, aby posloupnost konvergovala k nějaké limitě u^* První člen posloupnosti u_0 je vhodně zvolen (například $u_0 = f$). Požadovaný tvar profilu ψ získáme aplikací operátoru **L**. na limitu u^*.

Rozložení rychlosti je dáno na horní a dolní straně profilu podél střední čáry. Tato křivka může být odlišná od standardního významu, neboť spojuje stagnační body na náběžné a odtokové hraně profilu. Pozice stagnačního bodu na náběžné hraně závisí na úhlu náběhu. Pokud tětiva profilu leží na ose x a stagnační bod na náběžné hraně je v počátku souřadnic a pokud bod na odtokové hraně má x-ovou souřadnici b, pak rozložení rychlosti $f = \{f_h, f_d\}$ musí splňovat

$$f_h(0) = f_d(0) = 0 \quad \text{a} \quad f_h(b) = f_d(b). \tag{13}$$

Uvažujme přibližný inverzní operátor $\mathbf{L}$: u $\rightarrow(\psi_1, \psi_2)$, kde u je fiktivní rozložení rychlosti a (ψ_1, ψ_2) souřadnice profilu, dány vztahem

$$\psi_1(x) \;=\; x \mp t(x)\frac{s'(x)}{\sqrt{1+s'^2(x)}}, \tag{14}$$

$$\psi_2(x) \;=\; s(x) \pm t(x)\frac{1}{\sqrt{1+s'^2(x)}}, \quad x \in \langle 0, b\rangle\,. \tag{15}$$

Funkce $s(x)$ popisuje střední čáru a funkce $t(x)$ popisuje tloušťku profilu. Funkce jsou dány vztahy pro $x \in (0,b\rangle$:

$$s(x) \;=\; \frac{x}{2\pi b}\int_0^b \gamma(\xi)\ln\left|\frac{b-\xi}{\xi}\right| d\xi - \frac{1}{2\pi}\int_0^b \gamma(\xi)\ln\left|\frac{x-\xi}{\xi}\right| d\xi, \tag{16}$$

$$t(x) \;=\; \frac{1}{\pi}\int_0^b v_p(\xi)\ln\left|\frac{1+\sqrt{\frac{\xi}{b-\xi}}\sqrt{\frac{b-x}{x}}}{1-\sqrt{\frac{\xi}{b-\xi}}\sqrt{\frac{b-x}{x}}}\right| d\xi, \tag{17}$$

kde $\gamma(\xi) = f_h(\xi) - f_d(\xi)$ a $v_p(\xi) = (f_h(\xi) + f_d(\xi))/2-1$. Odvození těchto funkcí lze najít v [1].

Protože jsou kladeny podmínky na rozložení rychlosti, je nutné najít vhodný úhel náběhu, který zajistí, že podmínky (13) budou splněny. Hledáme tedy kořen α_∞ funkce popisující polohu stagnačního bodu. Každý výpočet funkční hodnoty vyžaduje řešení Eulerových rovnic. Pokud si zapamatujeme úhel z předchozí iterace inverzní úlohy, jsme dostatečně blízko a je zapotřebí jen pár výpočtů funkčních hodnot. Navíc, změna úhlu je tak malá, že proudění zůstává téměř stejné.

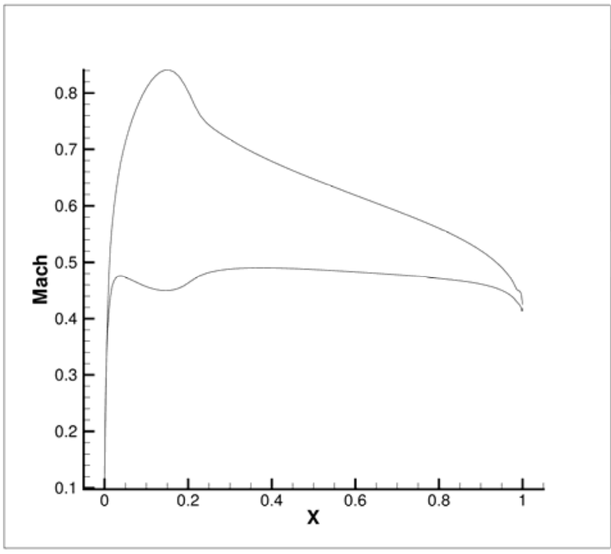
4 Numerické výsledky

Popsaná metoda pro řešení inverzní úlohy byla aplikována na rozložení rychlosti podél známého profilu, abychom ukázali, že pomocí metody získáme opět tento profil. V prvním příkladě začínáme s profilem NACA3210 a získáme rozložení rychlosti vyhovující podmínkám pro stagnační body (úhel náběhu α_∞ = 1,94°). Machovo číslo v nekonečnu volíme M_∞ = 0,52.

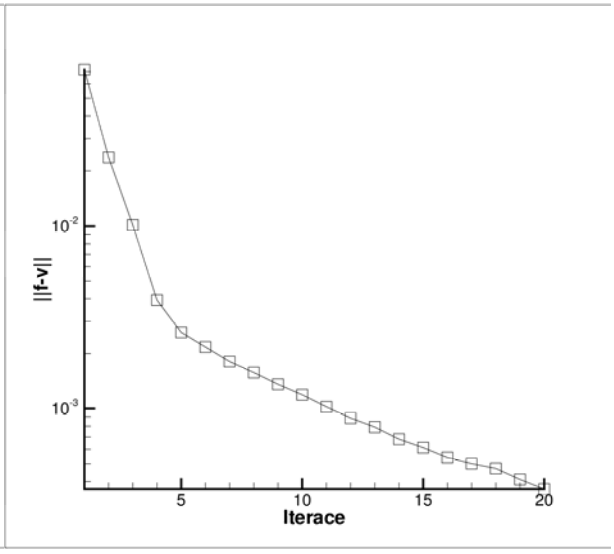
Ve druhém příkladě začínáme s profilem Eppler E337. Machovo číslo v nekonečnu $M_\infty = 0{,}5$ a úhel náběhu $\alpha_\infty = 2{,}48°$. V obou příkladech parametr α v (12) je roven jedné. Symbolem v budeme značit vypočtenou rychlost na profilu a symbolem f zadané rozložení rychlosti, oboje podél střední čáry.

4.1 Příklad 1

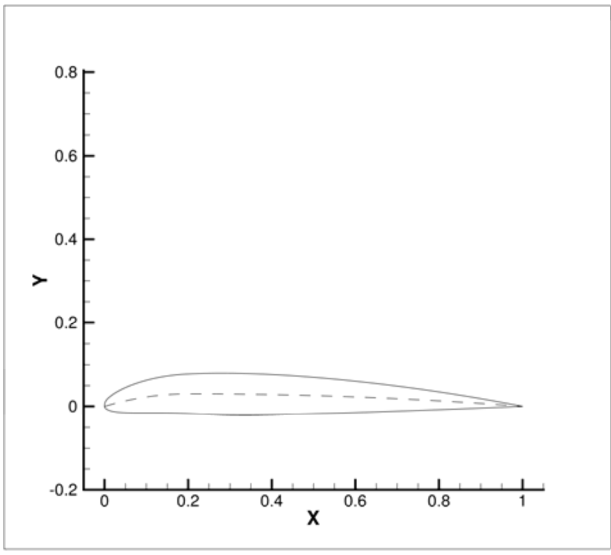
Zadané rozložení rychlosti odpovídající profilu NACA3210 je uvedeno na Obr. 1. Průběh chyby $\|f - v\|_2$ je uveden na Obr. 2. Po 20 iteracích inverzního problému je L^2-norma chyby $\|f - v\|_2 = 3{,}6 \cdot 10^{-4}$. Výsledný profil je zobrazen na Obr. 3 a rozložení chyby je uvedeno na Obr. 4.



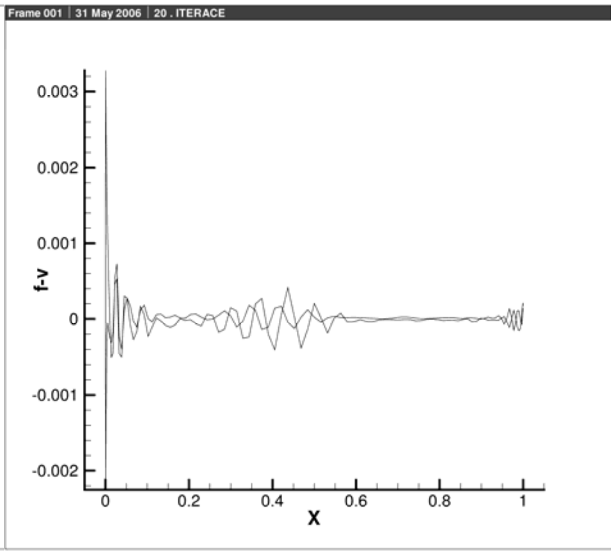
Obr. 1: Zadané rozložení rychlosti, NACA3210, $M_\infty = 0{,}52$, $\alpha_\infty = 1{,}94°$



Obr. 2: Průběh chyby L^2-normy $\|f - v\|_2$



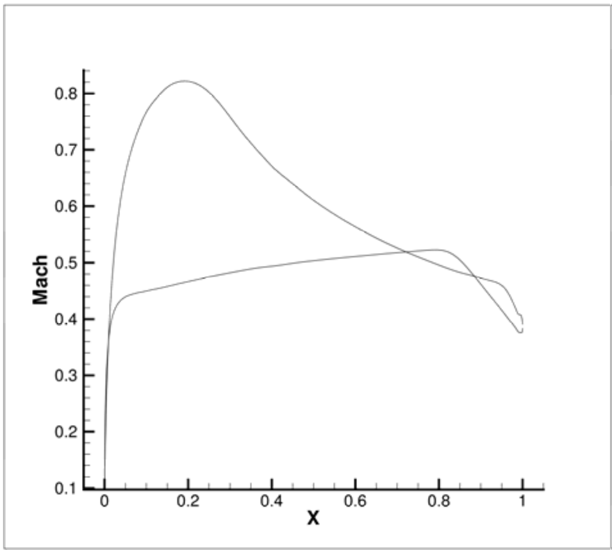
Obr. 3: Výsledný tvar profilu (NACA3210)



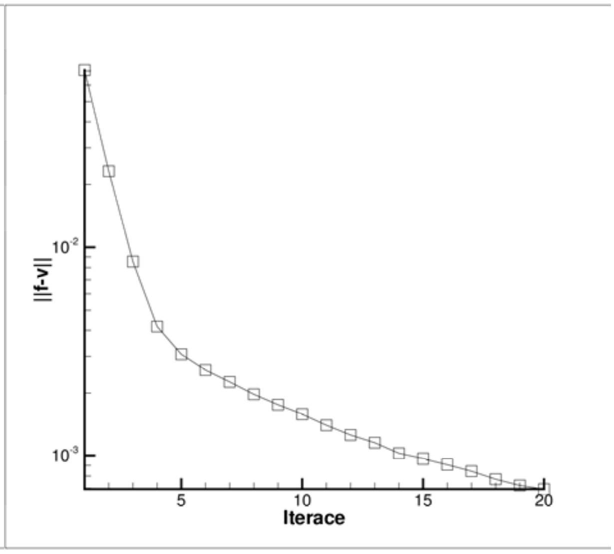
Obr. 4: Rozložení chyby $\|f - v\|_2$

4.2 Příklad 2

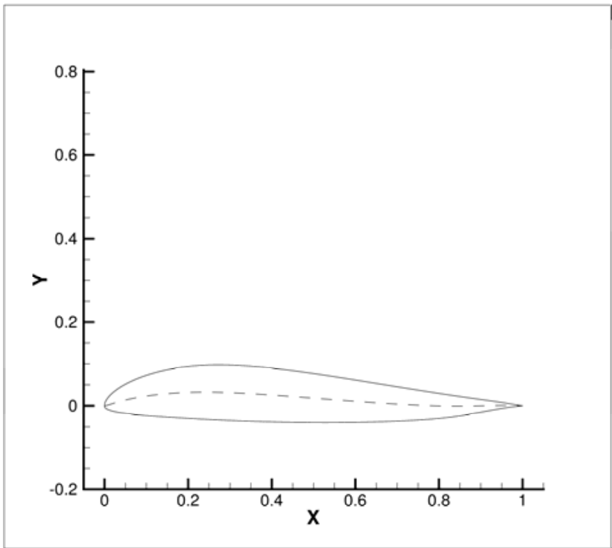
Zadané rozložení rychlosti odpovídající profilu E337 je uvedeno na Obr. 5. Průběh chyby $\|f - v\|_2$ je uveden na Obr. 6. Po 20 iteracích inverzního problému je L^2-norma chyby $\|f - v\|_2$. Výsledný profil je zobrazen na Obr. 7 a rozložení chyby je uvedeno na Obr. 8.



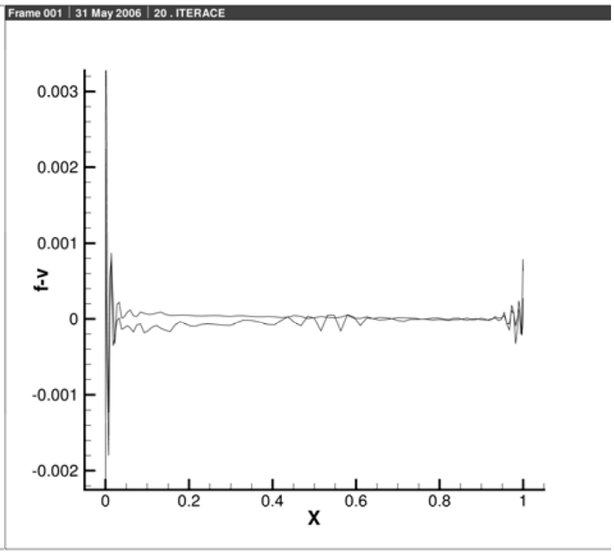
Obr. 5: Zadané rozložení rychlosti, E337, $M_\infty = 0,5$, $\alpha_\infty = 2,48°$



Obr. 6: Průběh chyby L^2-normy $\|f - v\|_2$



Obr. 7: Výsledný tvar profilu (E337)



Obr. 8: Rozložení chyby f-v

5 Závěr

Popsali jsme metodu, která nám umožňuje získat tvar leteckého profilu na základě zadaného rozložení rychlosti. Je zřejmé, že schopnost rychlého řešení Eulerových rovnic je podstatná. Potřebujeme nalézt alespoň jedno stacionární řešení pro každou iteraci inverzního problému.

Z tohoto důvodu jsou explicitní metody nevhodné a používáme implicitní metodu, která vyžaduje řešení rozsáhlé soustavy lineárních algebraických rovnic, která je navíc špatně podmíněná. Pro řešení této soustavy je použita metoda GMRES s ILU předpodmíněním.

Uvedená metoda je nezávislá na tvaru použitého přímého operátoru **P**. Můžeme tedy volit různé metody řešení Eulerových rovnic, můžeme zvolit i jiný způsob popisu proudění. Tato metoda může být modifikována pro použití s Navierovými-Stokesovými rovnicemi pro výpočet vazkého proudění nebo pro výpočet tvaru profilu ze zadaného rozložení tlaku. V případě vazkého proudění je situace komplikovanější, neboť musíme brát v úvahu vliv mezní vrstvy.

Poděkování

Práce byla napsána s podporou Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy České republiky, projekt MSM 0001066902 Výzkumného a zkušebního leteckého ústavu a projekt MSM 0021620839 Karlovy University.

Reference

[1] Pelant J.: Inverse Problem for Two-dimensional Flow around a Profile, Report VZLU Z-69, Praha, 1998.

[2] Feistauer M., Felcman J., Straškraba I.: Mathematical and Computational Methods for Compressible Flow, Clarendon Press, Oxford, 2003.

[3] Saad Y.: Iterative Methods for Sparse Linear Systems, 2nd Ed., SIAM, 2003.

[4] Blanco M., Zingg D.W.: A Fast Solver for the Euler Equations on Unstructured Grids Using a Newton-GMRES Method, AIAA Paper 97-0331, 1997.

[5] Knoll D.A., Keyes D.E.: Jacobian-free Newton-Krylov Methods: A Survey of Approaches and Applications, Journal of Computational Physics 193, 357-397, 2004.

Generování 2D sítí pomocí GMSH

Ing. Nikola Žižkovský, VZLÚ a.s., Praha

Článek se zabývá porovnáváním výsledků aerodynamických charakteristik profilu MS(1)-0313. Výpočet byl proveden pomocí programu EDGE, vyvíjeného v FOI. Takto vypočtená data byla porovnávána s měřeními ve VZLÚ a.s. a v NASA Langley Research Center.

Úvod

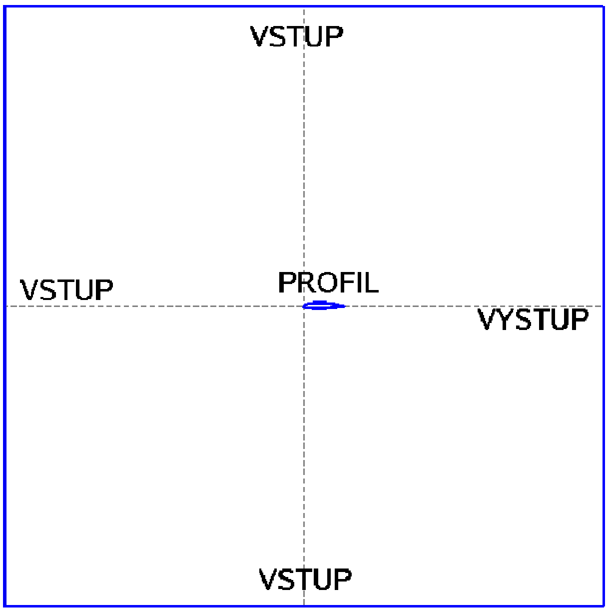
V současnosti existuje velké množství programů určených pro tvorbu 2D/3D sítí. Některé programy na tvorbu sítí jsou součástí větších balíků napojených na vlastní řešič (OpenFOAM, StarCD...). Liší se vzájemně kvalitou, složitostí, platformou a zejména způsobem licencování. Prvotním požadavkem bylo licencování pod GNU GPL nebo jinou podobnou licencí. Dalším požadavkem byla samostatnost programu a jeho kvalita. Jako nejvhodnější se ukázal být program GMSH, zveřejněný pod GNU GPL, psaný v C++ a funkční na platformách Linux/Unix i Windows.

Tato práce si klade za cíl porovnat výsledky výpočtu provedeného na různých sítích se silovým měřením VZLÚ a.s. a měřením tlakovým v NASA Langley Research center, dále jen NASA.

Výpočetní oblast

Rozměry výpočetní oblasti byly stanoveny tak, aby ovlivnění proudění okolo profilu nebylo výrazné a tlakové rozruchy se mohly volně šířit do prostoru. Hranice od profilu jsou v minimální vzdálenosti 7,5c na každou stranu.

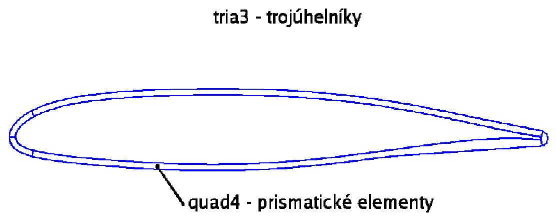
Tvar kontrolního objemu byl vytvářen pomocí "univerzálního" skriptu a je tvořen čtvercovou oblastí s výřezem profilu. Tvar je znázorněn na obrázku 1 a 2.



Obr. 1: Tvar výpočetní oblasti a názvy okrajů

Sítě

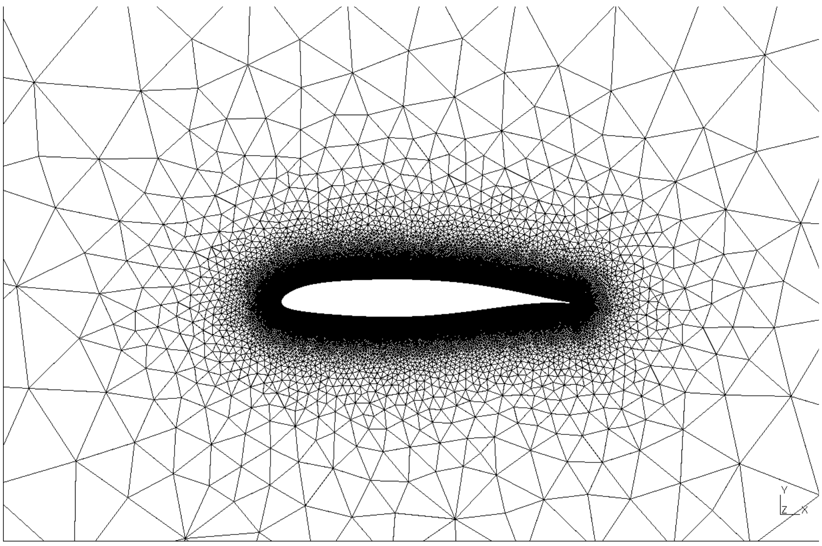
Jsou porovnávány nestrukturované sítě hybridní (trojúhelníková síť s obdélníkovou podvrstvou) a síť tvořená pomocí programu GAMBIT/TGRID - vytvořena při předchozích výpočtech . Hybridní síť je v blízkosti profilu tvořena obdélníky a ve zbytku kontrolního objemu trojúhelníky.



Obr. 2: Rozmístění elementů v doméně

Počet obdélníkových vrstev je zvolen s ohledem na tloušťku mezní vrstvy a dané Reynoldsovo číslo. První element má pro Re= $2\cdot10^6$ výšku ~0,01mm a následující elementy rostou s gradientem 1,2. Právě výška prvního elementu a počet prismatických vrstev má výrazný vliv na výsledky výpočtu. Síť s šestkrát vyšším prvním elementem (~80000 buněk) je označena jako „GMSH-řídká“. Použitý řešič Edge 3.2 nemá implementovanou stěnovou funkci, a proto je nutné popsat mezní vrstvu zvýšeným počtem buněk. Požadavek na velikost první buňky lze odvodit z požadavku na hodnotu y^+, která pro případ výpočtu mezní vrstvy nabývá hodnoty ~1, zatímco pro případ výpočtu s implementovanou stěnovou funkcí hodnota y^+ bývá ~60. Velikost první buňky lze stanovit na základě vztahu:

$$D=5{,}893\cdot y^+\cdot l\cdot Re^{-0{,}9}$$

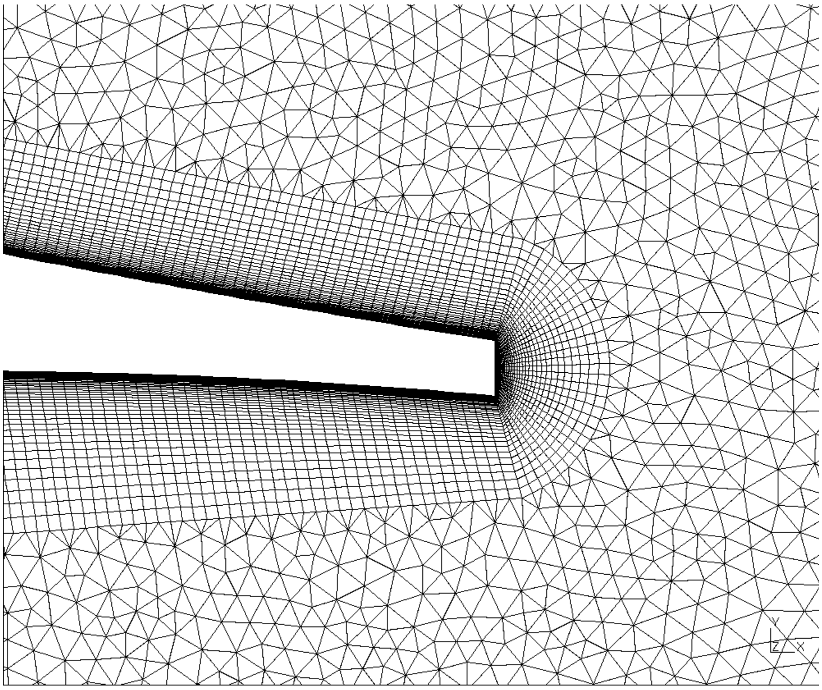


Obr. 3: Zahuštění sítě v blízkosti profilu

Sítě získané pomocí programu GMSH byly dále převedeny do formátu FFA s nímž pracuje EDGE.

Okrajové podmínky

Okrajové podmínky byly nastaveny dle zkušeností získaných při předchozích výpočtech s programem EDGE. Okrajová podmínka pro VSTUP i VYSTUP byla nastavena na *Pressure farfield* a okraj PROFIL na *Adiabatic wall*.



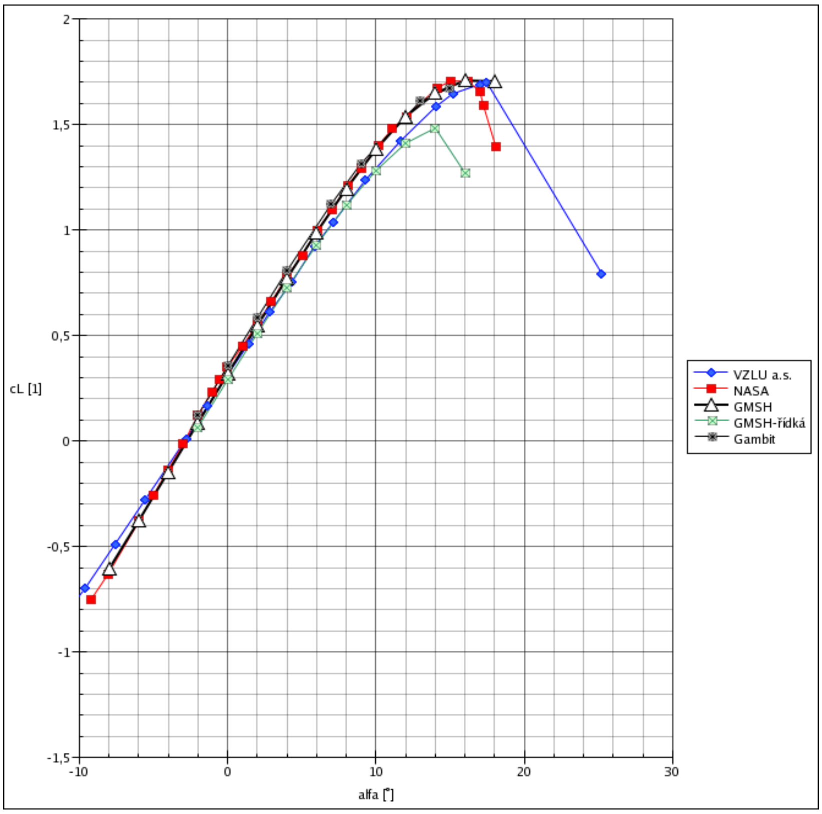
Obr. 4: Detail sítě v okolí odtokové hrany

Nastavení řešiče

Výpočet byl proveden řešičem Edge 3.2. Byl použit stacionární, vizkózní model s modelem turbulence Spalart-Allmaras. Rychlost proudu vzduchu a intenzita turbulence byly nastaveny s ohledem na experiment provedený v 3m tunelu ve VZLÚ a.s. Reynoldsovo číslo má hodnotu $2 \cdot 10^6$.

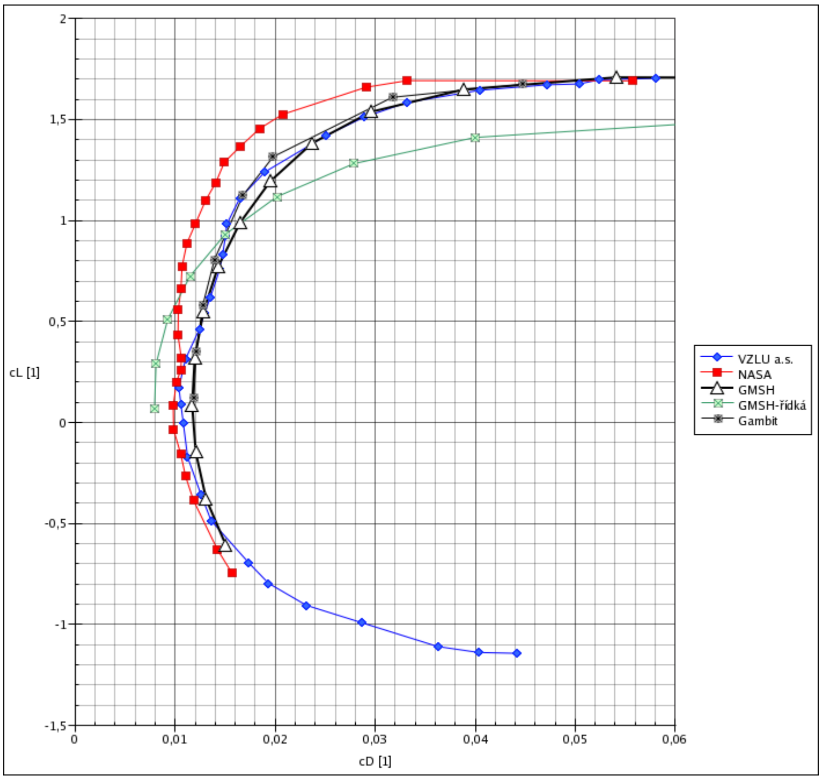
Zhodnocení výsledků

Výsledky byly porovnávány s měřeními ve VZLÚ a.s. a NASA. Měření ve VZLÚ a.s. bylo realizováno jako silové měření, zatímco v NASA se jednalo o měření tlakovými oběry na povrchu modelu (vztlak) a hřebenovou sondou (odpor). Obě měření probíhala při $Re=2 \cdot 10^6$.



Obr. 5: Vztlaková čára: počítaná a měřená

Výpočet ukazuje na mírně nadhodnocené stoupání vztlakové čáry při srovnání s experimentem VZLÚ a.s..Ve srovnání s měřením NASA je stoupání vztlakové čáry téměř identické.



Obr. 6: Polára: počítaná a měřená

Vypočtená polára profilu má podobný tvar s polárou naměřenou ve VZLÚ a.s.. Není zde však zvýrazněna „laminární boule“, což je důsledek vlastností řešiče. Řešič Edge není sám schopen stanovit přechod mezní vrstvy z laminární na turbulentní jako např. CFX.
Síť tvořená kombinací programů GAMBIT/TGRID lépe vykresluje poláru měřenou ve VZLÚ a.s., ale ani zde není patrná „laminární boule“.

Závěr

Pomocí programu GMSH je VZLÚ a.s. schopen vytvářet hybridní sítě pro jednodílné profily. Sítě vytvořené tímto programem jsou generovány automaticky v čase do deseti minut s počtem buněk ~120.000. Vzniklé sítě si jsou vzájemně podobné a nejsou proto zcela univerzální. Kvalitu a hustotu sítí lze ovlivnit nastavením parametrů. Do budoucna se počítá s generováním sítí na vícedílných profilech.

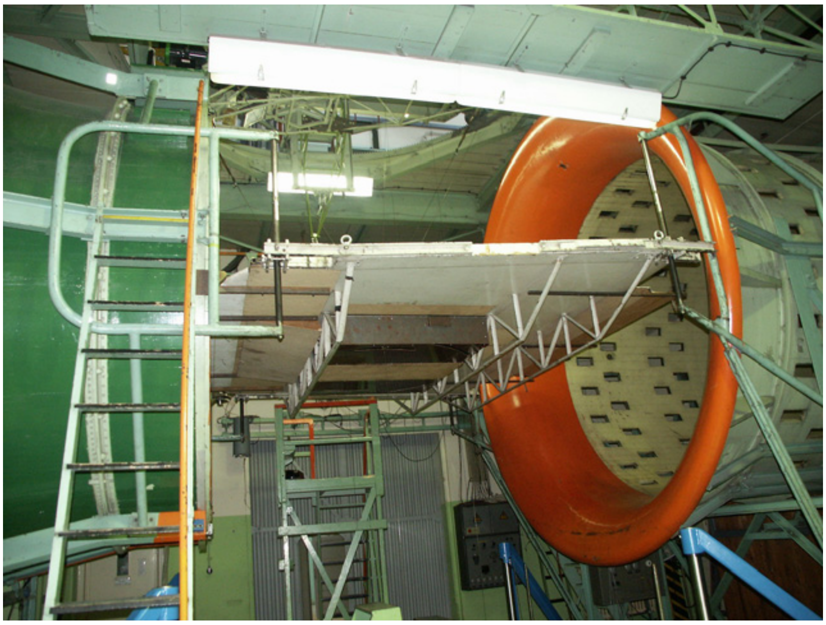
Nová zemní deska s tenzometrickou váhou pro aerodynamický tunel VZLÚ 3mLSWT

Ing. Ivo Sedlář, PhD., VZLÚ, Divize Aerodynamika nízkých rychlostí

V článku je popsán vývoj, výroba a odzkoušení nové desky simulující zemský povrch pro měření pozemních dopravních prostředků v aerodynamickém tunelu 3mLSWT. Dále je zmíněna pro desku nově vyrobená tenzometrická váha, její kalibrace a zkušební měření. Na závěr je informováno o prvním použití výše zmíněných zařízení, a to pro zakázku na měření citlivosti na boční vítr vlaku.

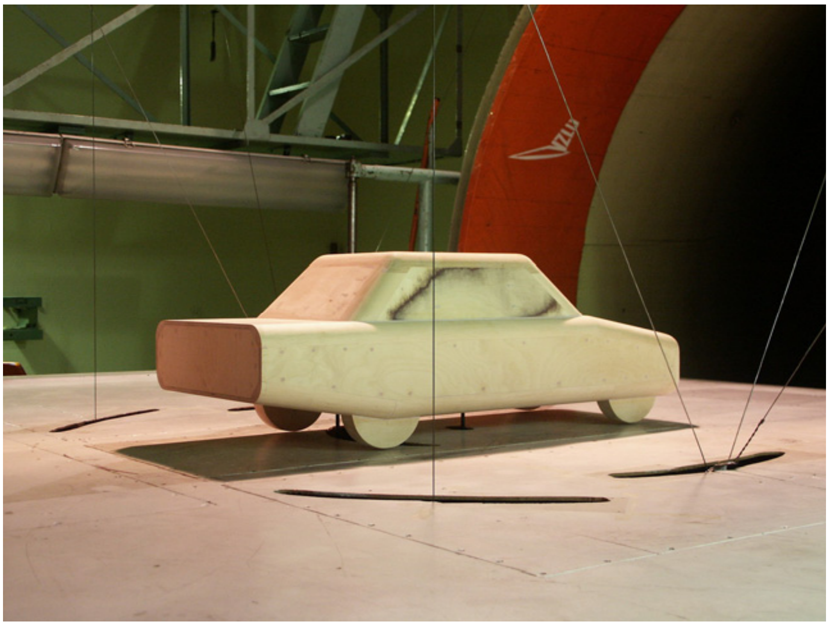
Aerodynamický tunel 3mLSWT a měření pozemních prostředků

Aerodynamický tunel VZLÚ 3mLSWT je svou konstrukcí určen zejména pro měření leteckých aplikací. Je to cirkulační tunel s otevřeným měřicím prostorem kruhového průřezu o průměru 3 m. Typickou aplikací tohoto tunelu je měření modelu letounu s rozpětím 2 m, nebo jiného vztlakového tělesa podobného rozpětí, u něhož vztlakové složky sil převažují nad odporovými. Pro tyto účely je přizpůsobeno i vybavení tunelu, zejména používané aerodynamické váhy. Původně se tu používala horní aerodynamická váha se strunovými závěsy, na níž se modely zavěšovaly v inverzní poloze. V poslední době byl měřicí prostor tunelu rekonstruován a bylo v něm nainstalováno polohovací zařízení pro ukotvení manipulátoru, na který se uchycují modely vybavené vnitřními tenzometrickými aerodynamickými vahami.



Obr.1: Stará zemní deska v tunelu 3mLSWT

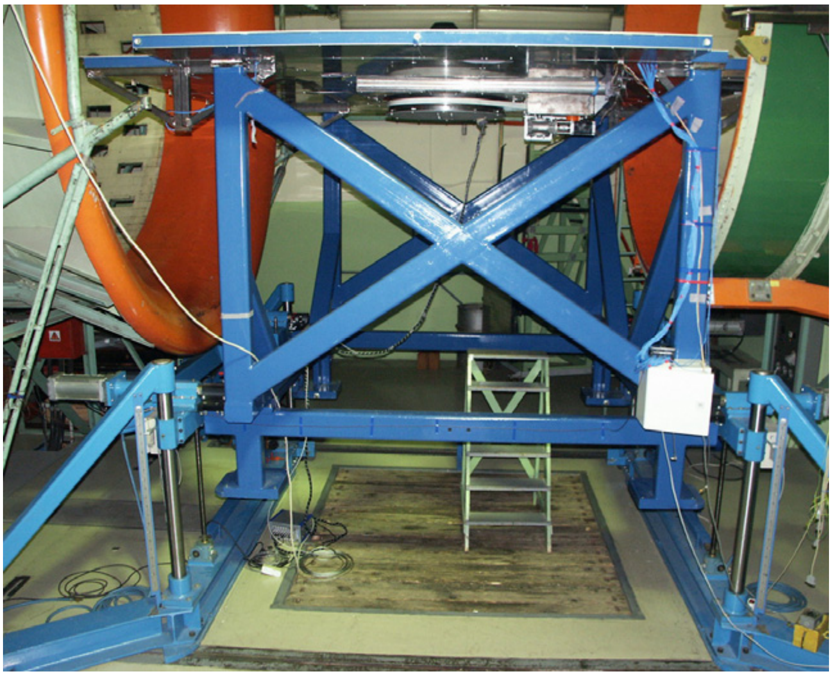
Protože tunel není primárně určen pro měření pozemních dopravních prostředků, je ho potřeba pro každé takovéto měření přizpůsobit. Doposud se to provádělo tak, že se nainstalovala na úchytné body spojené s konstrukcí proudovodu deska dřevěné konstrukce s nosnými kovovými částmi (obr. 1). Pro vážení sil se pak používala stejná gravitační váha jako pro letecké aplikace s tím, že model byl uchycen prostřednictvím tří kovových trnů na ocelovém rámu, který se nacházel pod deskou. Tento rám pak byl teprve zavěšen na strunách, které procházely výřezy v desce (obr. 2). Toto řešení přinášelo mnoho problémů, které značně ztěžovaly a prodlužovaly přípravy na měření. Deska se pokaždé musela ustavovat do přesné polohy, což bylo vzhledem k mnoha ovlivňujícím faktorům časově velmi náročné. Další problémy přinášelo použití horní váhy se strunovými závěsy. Vzhledem ke konstrukci desky nebylo možno použít větší úhel boční výchylky než 18,5°. A protože zavěšení na strunách bylo navrhováno pro převažující vztlakové zatížení, při měření pozemních dopravních prostředků s převažujícími silami odporovými vznikaly další problémy. Například mohlo dojít kvůli nedostatečné tuhosti strunových závěsů ke změně polohy, následkem které se mohly posunout struny a modelu vzhledem k desce, což mohlo vést k jejich vzájemnému kontaktu a tím znehodnocení silových měření.



Obr.2: Zavěšení modelu automobilu MIRA 1:4 při použití staré zemní desky a strunové váhy

Nová zemní deska

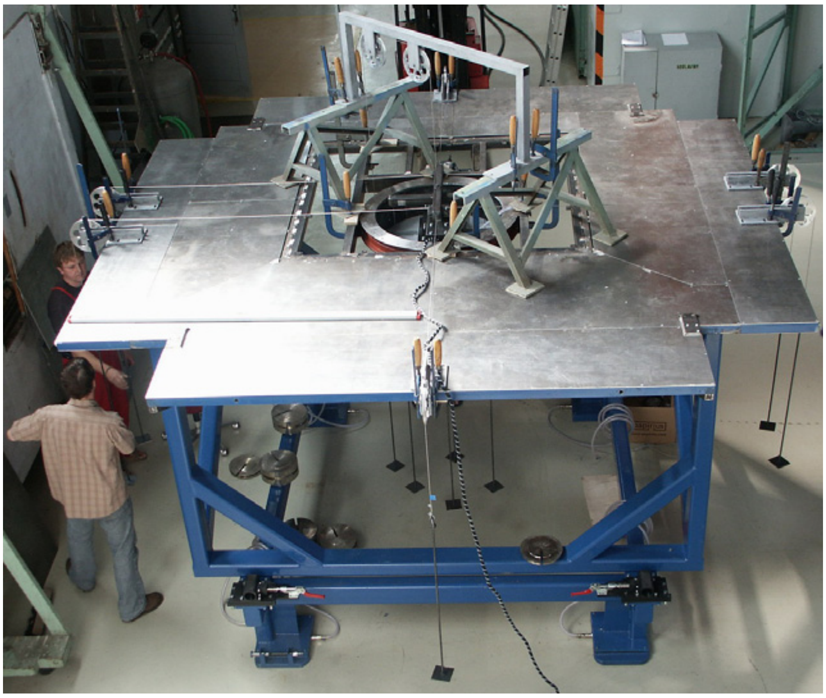
V souvislosti s postupnou modernizací vybavení tunelu bylo rozhodnuto o nahrazení této desky vhodnější konstrukcí. Po provedených rozborech byla vybrána varianta celokovové konstrukce na vlastním podstavci, který



Obr.3: Nová zemní deska v tunelu 3mLSWT s viditelným polohovacím zařízením

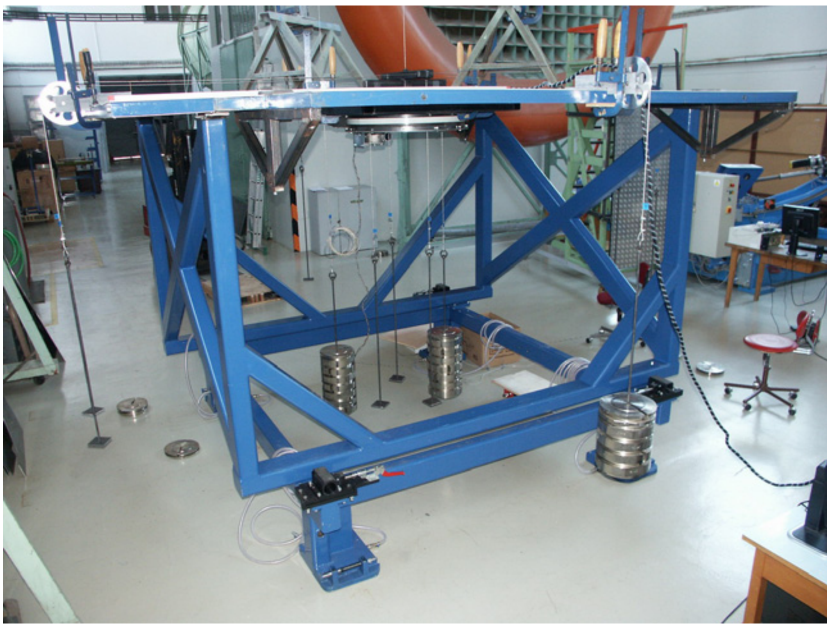
se po zavezení do měřicího prostoru uchytí v pevných bodech k polohovacímu zařízení pro manipulátory. Tím je pak celá konstrukce vyzdvižena do pracovní výšky s naprosto jednoznačně definovanou polohou (obr. 3).

Nová deska byla navržena tak, aby umožnila použití původní strunové váhy. Zejména bylo potřeba dodržet dostatečnou výšku pod podstavcem, aby bylo možno pomocí vysoko-zdvižného vozíku zavěšovat závaží k vypínání struno-vých závěsů. V první fázi se pak mělo nadále využívat této váhy, než bude vyrobena nová váha, která bude zabudována přímo v této desce. Vzhledem k aktuálním zakázkám na měření s velkými úhly vybočení však bylo rozhodnuto (až v průběhu výroby desky) o urychlené výrobě deskové vnější tenzometrické váhy, která umožní měření s výchylkou v rozsahu celého kruhu.



Obr.4: Nová zemní deska připravená ke kalibraci váhy I6B200

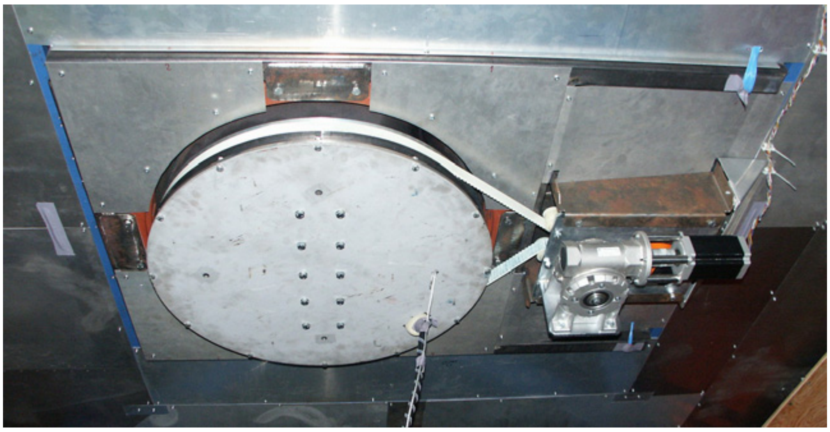
Maximální rozměry desky byla navrhovány s ohledem na možnost jejího přesunu existujícími průchody z přípravné haly do měřicího prostoru. Základem konstrukce (obr. 3, 4 a 5) je podstavec z obdélníkových ocelových trubek o průřezu 150 x 100 a 150 x 150 mm. Ten za-ručuje dostatečnou tuhost proti silám vyvozovaným vzduchem proudícím v aerodynamickém tunelu rychlostí až 70 m/s. Podstavec je k polohova-címu zařízení připevněn prostřednictvím čtyř pneumatických zasouva-cích zámků. Přemisťování rozměrné a těžké kon-strukce je řešeno prostřednictvím vzducho-



Obr.5: Nová zemní deska při kalibraci váhy I6B200

vých ložisek firmy Solving, namontovaných na spodní straně každé nohy. Při připojení zdroje tlakového vzduchu je tak možno desku přesunovat na vzduchovém polštáři.

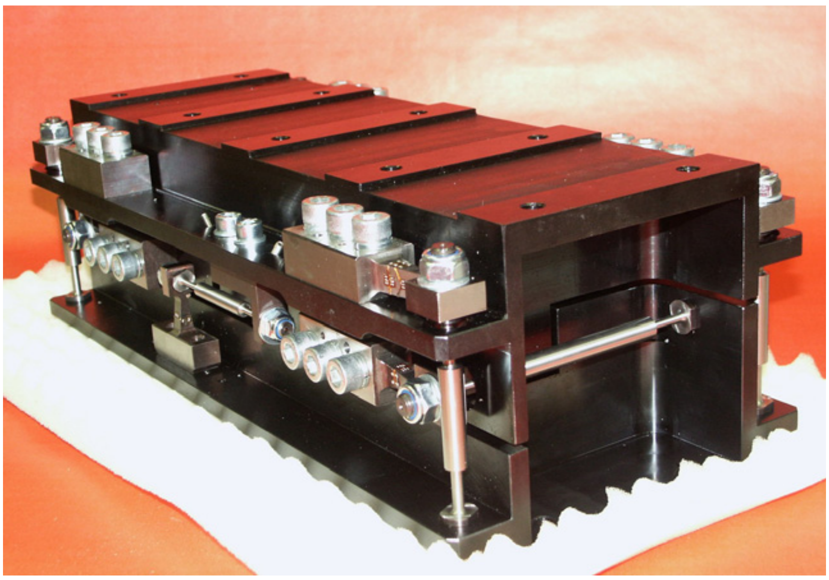
Vlastní deska je tvořena nosným rámem z ocelových nosníků 50 x 50 mm a pota–hem z duralových plechů, na horní straně tloušťky 5 mm, na dolní 2 mm. V pro–střední části je umístěna vyjímatelná obdélníková část o rozměrech 1 690 x 1 570 mm, jejíž záměnou je možno použít rozdílných měřicích zařízení. Právě díky této výměnné střední části bylo možno urychleně zkonstruovat a vyrobit točnu (obr. 6) pro umístění tenzometrické váhy zastavěné přímo do desky. V nejbližší době se také počítá s výrobou další střední části, na níž bude nainstalováno vertikálně polokřídlo o hloubce 800 mm a délce 2 m, na kterém proběhnou měření v mezní vrstvě v rámci projektu TELFONA. Přední a zadní část desky jsou konstruovány jako sklopné, aby zůstaly zachovány rozměry potřebné pro přepravu. Boční části, které byly původně uvažovány jak odnímatelné, byly po odzkoušení průchodnosti konstrukce vraty k desce trvale zafixovány.



Obr.6: Střední část desky s točnou a pohonem.

Nová váha I6B200

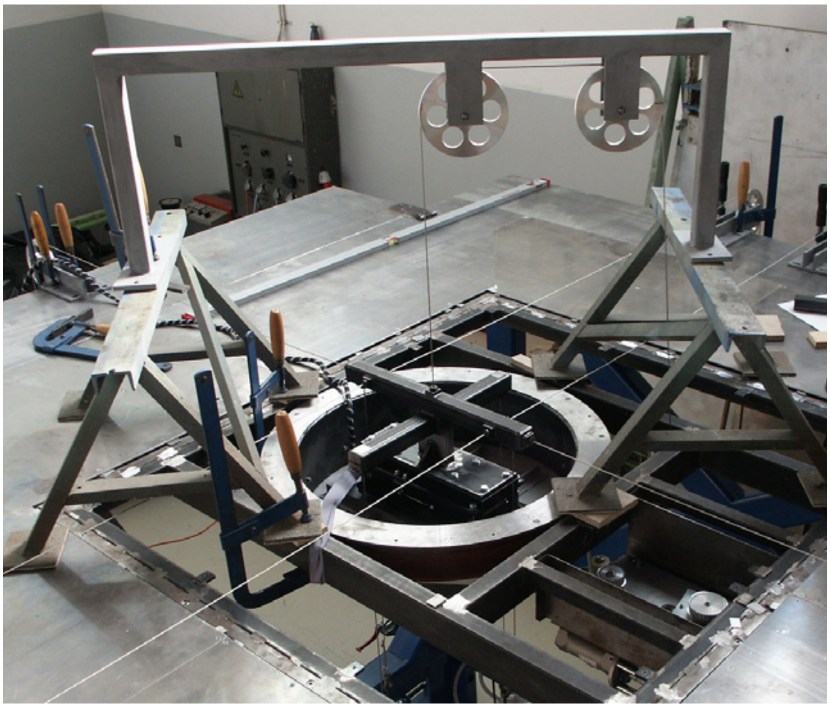
Pro první měření s deskou bylo rozhodnuto použít deskové váhy typu I6B200 (obr. 7). Výrobní dokumentace této váhy byla k dispozici díky dlouhodobé spolupráci s jejím konstruktérem a výrobcem, švédskou firmou Rollab. Jedná se o váhu složenou ze dvou desek spojených pomocí osmi deformujících se členů, které jsou osazeny celkem 36 tenzometry EA-06-062EN-350. Ty jsou spojeny do šesti můstků, které umožňují nezávislé měření všech šesti silových a momentových kompo–nent. Vývody z můstků jsou přivedeny na měřicí



Obr.7: Desková váha I6B200

ústřednu, ze které je zesílený signál veden do měřicí karty v PC a je na základě kalibrace zpracováván v programu vyvinutém v prostředí Labview. Z výstupu programu je pak možno přímo získávat požadované silové a momentové součinitele.

Kalibrace váhy



Obr.8: Kalibrační kříž připravený pro kalibraci váhy I6B200

Kalibrace váhy proběhla přímo na desce (obr. 4 a 5), pomocí kalibračního kříže (obr. 8), ke kterému bylo přivedeno 11 lanek. Lanka byla přes kladky zatěžována závažími a umožňovala zatěžování kříže jak všemi samostatnými silovými a momentovými komponentami, tak i jejich kombinacemi. Pro kalibraci byla aplikována zatížení odpovídající předpokládaným zatížením při měření a jejich kombinacím prvního řádu. Celkem bylo aplikováno 202 kombinací zatížení. Po výpočtu kalibrační matice byla provedena zpětná kontrola ze známých zatížení a bylo zjištěno, že 99,17 % naměřených hodnot mělo odchylky menší než 0,3 % maximálního přesně známého zatížení dané komponenty. Váha byla zkalibrována pro tato maximální zatížení: Odpor 1 000 N, vztlak a bočná síla 1 500 N a všechny momentové komponenty 400 N.m.

Umístění váhy v desce

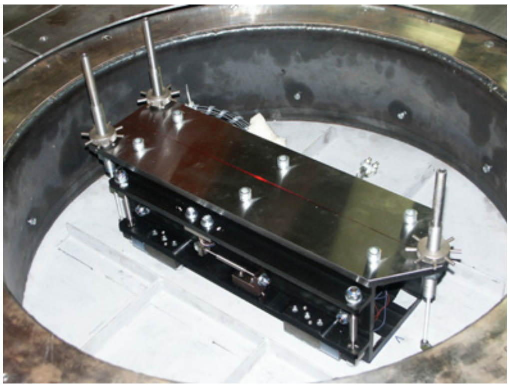
Pro měření vahou I6B200 byla zkonstruována střední část desky vybavená točnou (obr. 6), umožňující natočení v rozsahu 360°. Základem točny je ložisko KTK 4 průměru 900 mm, vyráběné firmou STS služby Kravaře pro připojení oje k nákladním přívěsům. Na toto ložisko je navařena válcová část se dnem. Dno je vyztuženo nosníky profilu L a je na něj upevněna vlastní váha (obr. 9). Pohon točny je zabezpečen pomocí elektromotoru s převodovkou a ozubeným řemenem. Pro přesné nastavení polohy je elektromotor ovládán počítačem s programem opět vytvořeným v prostředí Labview.

Přípravná měření

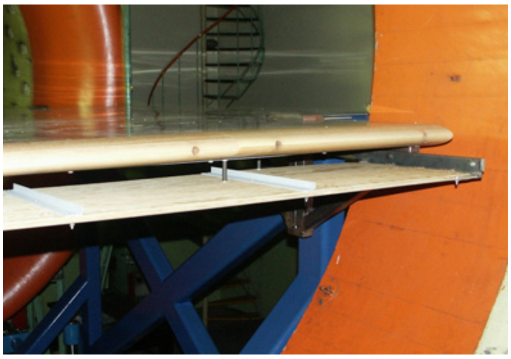
Po zkompletování desky a váhy bylo jako první prováděno měření tlakového rozložení na desce s cílem zabezpečit jeho průběh bez gradientu. K tomu bylo na desce instalováno 35 tlakových odběrů ve dvou řadách symetricky podél osy desky zhruba po 0,25 metrech ve vzdálenosti 0,35 m od osy v přední a zadní části a ve vzdálenosti 0,55 kolem střední části desky. Další tři odběry byly instalovány před točnou v ose desky. Zkušebním měřením byl na desce zjištěn mírný tlakový gradient, který byl zkorigován překližkovým křídlem umístěným před deskou (obr. 10) a klapkou z plechu připevněnou k její odtokové hraně (obr. 11). Po těchto úpravách se rozdíly naměřených tlakových součinitelů c_P (změřený tlak v konkrétním odběru dělený dynamickým tlakem) pohybovaly v rozmezí 0,05.

Dalším krokem bylo změření tunelové konstanty se zařízením v měřicím prostoru. To bylo provedeno porovnáváním údaje o rychlosti z etalonové Prandtlovy sondy umístěné na nosníku v předpokládaném místě modelu (obr. 12) s údajem rychloměrného systému tunelu. Z tohoto porovnání vyplynula pouze minimální odchylka měřené rychlosti – méně než 0,8 %.

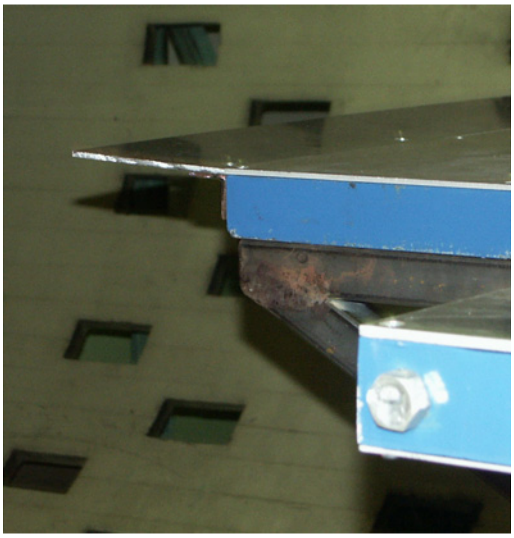
Po ukončení přípravných testů bylo provedeno první zkušební měření. Byl pro něj využit model automobilu MIRA Notchback v měřítku 1:3 (obr. 13), což je zkušební model, napodobující běžný automobil koncepce sedan. Ten má tu hlavní výhodu, že jsou pro něj ve VZLÚ k dispozici data získaná přímo v MIRA, která je možno přímo srovnat s naměřenými. Měření bylo prováděno v rozsahu úhlů vybočení –20° až +20°. V průběhu měření byl zejména zkoušen měřicí software. Po jeho doladění bylo dosaženo velmi dobré shody naměřených hodnot s daty z MIRA (graf obr. 14).



Obr.9: Desková váha I6B200 umístěná v točně a připravená k instalaci modelu



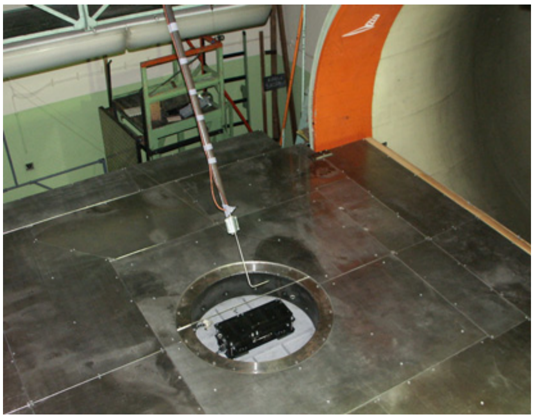
Obr.10: Křídlo na přední části zemní desky



Obr.11: Plechová klapka na odtokové hraně desky

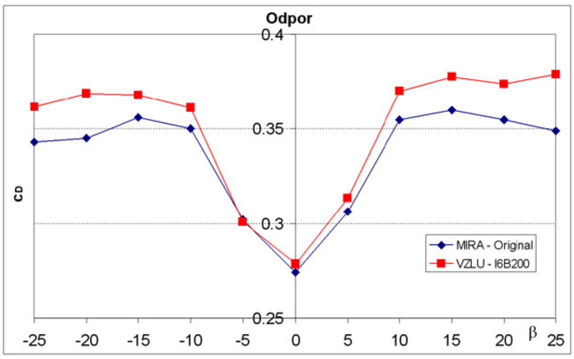
Měření vlaku na nové zemní desce

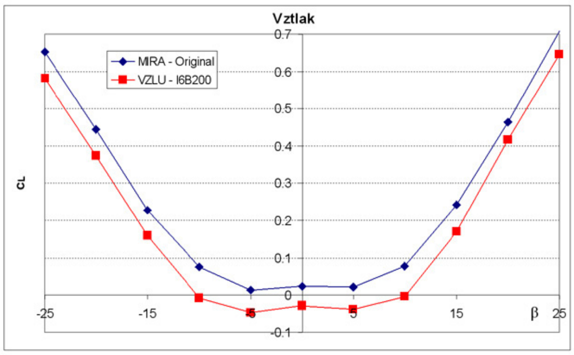
Hlavním důvodem pro urychlené zavádění tenzometrické váhy byla zakázka firmy LogoMotive na měření citlivosti vlaku na boční vítr. Firma LogoMotive se specializuje na poradenskou, vývojovou a certifikační činnost v oblasti kolejových vozidel. K certifikaci nového typu železniční soupravy pro externího zákazníka bylo potřeba provést stabilitní výpočty, do nichž vstupují i aerodynamické součinitele repre–entující hlavně působení bočního větru. Tyto měly být změřeny v tunelu 3mLSWT. Hlavním problémem bylo to, že k certifikaci bylo nutno změřit aerodynamické součinitele až do úhlu 90°.

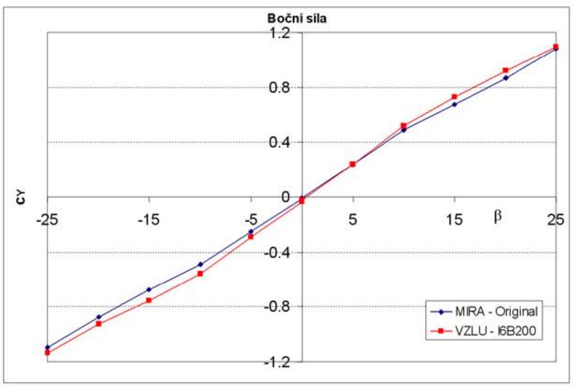


Obr.12: Prandtlova sonda v místě modelu pro měření skutečné rychlosti proudění v měřicím prostoru

Obr.13: Model automobilu MIRA 1:3 měřený na nové zemní desce





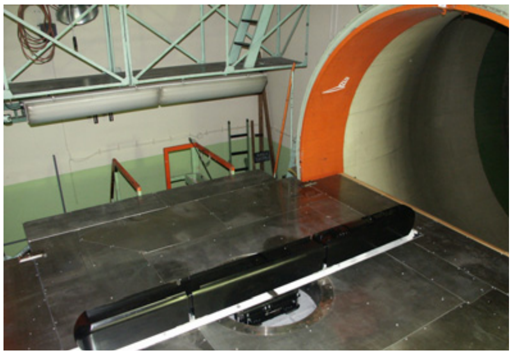


Obr.14: Srovnání součinitelů vztlaku, odporu a bočné síly automobilu MIRA Notchback naměřených v MIRA a v 3mLSWT na modelu 1:3 s váhou I6B200

Při minulé zakázce na měření směrové citlivosti vlaku se s dříve používanou strunovou váhou s velkými obtížemi podařilo provést měření při výchylce 60° a větší úhly naprosto nepřipadaly v úvahu, mimo jiné kvůli kolizi modelu se závěsnými strunami. Navíc už se při takto velkých úhlech projevovaly problémy s rozsahem některých silových komponent váhy a s pohyby modelu kvůli malé tuhosti strunových závěsů. A kvůli těmto problémům bylo omezeno i maximální Reynoldsovo číslo měření. To je předpisem stanoveno minimálně na 600 000, což se ukázalo jako opravdu nejzazší hranice použití starých strunových vah.

Obr.15: Model čelního vozu vlaku při měření

Model vlaku byl v měřítku 1:16 a v rámci zakázky byly měřeny dvě konfigurace – model vozu čelního (obr. 15) a vloženého (obr. 16). U obou konfigurací se muselo použít k správné simulaci proudění ještě modelů vozů okolních, které nebyly váženy. Tyto byly připevněny každý na čtyřech válcových podstavcích průměru 12 mm k plechové desce tloušťky 3 mm. Ta byla přišroubována k točně a na každém vnějším konci se pro každý měřený úhel upevnila k zemní desce jedním šroubem. Použití této desky mělo za účel zjednodušit přestavování modelu při změně měřeného úhlu a snížit počet potřebných otvorů vrtaných do zemní desky. Podmínkou možnosti jejího použití bylo neovlivnění výsledků – proto bylo provedeno měření dvou stejných konfigurací bez clonových modelů vagónů při různých úhlech výchylky s touto vloženou deskou a bez ní a byly porovnány naměřené hodnoty. Měření prokázalo, že vložená 3 mm deska skutečně nemá na výsledky vliv. V rámci testování metodiky ještě bylo nutno prokázat symetrii – měření byla provedena pro některé výchylky na obě strany – a nezávislost výsledků na Reynoldsově čísle. Všechny tyto vlastnosti byly bez problémů prokázány.



Obr.16: Model vloženého vozu vlaku při měření

Poté už proběhlo vlastní měření součinitelů. Ty se měřily pro úhly 0° až 50° po pěti stupních a dále až do 90° po deseti stupních. Měření proběhla bez problémů hlavně díky nové desce a váze. Proti minulému měření boční citlivosti vlaku se podstatně zjednodušily a zrychlily změny úhlů a podstatné zvýšení tuhosti uchycení přispělo jak k lepší opakovatelnosti měření, tak i ke zvýšení měřeného Reynoldsova čísla až na 700 000.

Závěr

Závěrem lze konstatovat, že už první měření ukázala přínos jak nové desky, tak i váhy, pro měření v aerodynamickém tunelu 3mLSWT. Tato zařízení umožní zkrátit čas přípravy měření a to i tím, že model bude moci být na desku instalován ještě před jejím zavezením do tunelu. Díky větší únosnosti bude moci na desce pracovat na úpravách modelu více lidí najednou. Při ofukování v tunelu se deska také méně chvěje a díky tomu budou moci modely být instalovány s menší mezerou nad deskou. Celkově pak budou výsledky přesnější díky větší tuhosti zavěšení a bude možno měření provádět v mnohem větším rozsahu úhlů vybočení.