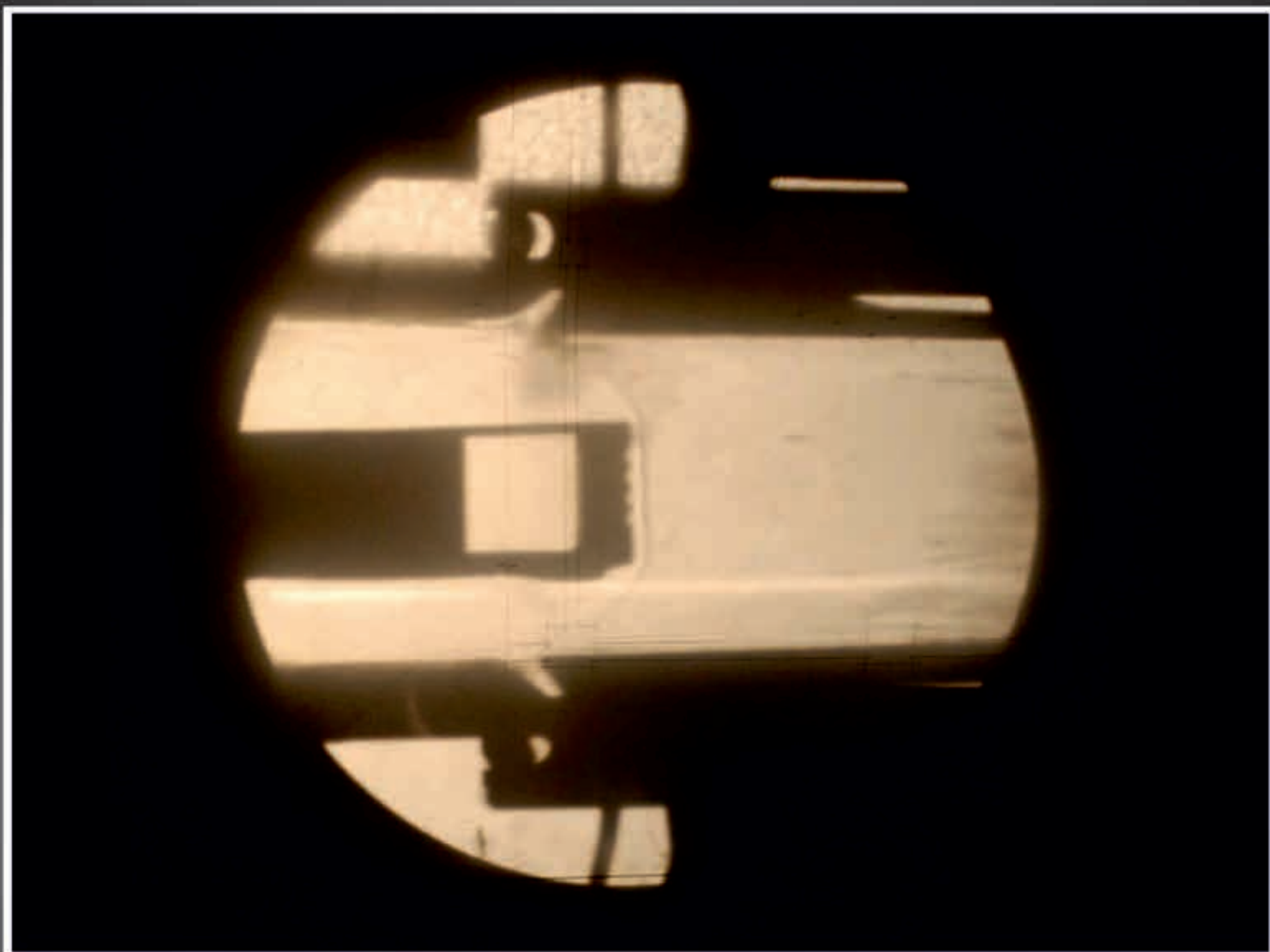


# TRANS FER

Výzkum a vývoj pro letecký průmysl

č 20 / 2013



Toto číslo elektronického sborníku obsahuje příspěvky přednesené na 8. ročníku seminářů VZLÚ - Věda, výzkum a vývoj v českém leteckém průmyslu, jehož téma bylo „Modelování proudění v leteckých a průmyslových aplikacích“.

ISSN 1801 - 9315



Výzkumný a zkušební letecký ústav, a. s.  
ZA PODPORY ASOCIACE LETECKÝCH VÝROBCŮ ČR A ČESKÉ TECHNOLOGICKÉ  
PLATFORMY PRO LETECTVÍ A KOSMONAUTIKU  
spolufinancované fondem EU

CZECH TECHNOLOGICAL PLATFORM FOR THE AVIATION AND SPACE



OPERATIONAL PROGRAMME  
ENTERPRISE  
AND INNOVATION



MINISTRY OF  
INDUSTRY AND TRADE



EUROPEAN UNION  
EUROPEAN REGIONAL DEVELOPMENT FUND  
INVESTMENT IN YOUR FUTURE

„Modelování proudění v leteckých a průmyslových aplikacích“

17. 9. 2013

**TRANSFER**

Výzkum a vývoj pro letecký průmysl  
Elektronický sborník VZLÚ, a.s.  
číslo 20, září 2013, 8. ročník

**Adresa redakce:**

Výzkumný a zkušební letecký ústav, a.s.  
Beranových 130, 199 05 Praha 9, Letňany  
Tel.: 225 115 223, fax: 286 920 518

**Šéfredaktor:**

Martina Monteforte Hrabětová (e-mail: [monteforte@vzlu.cz](mailto:monteforte@vzlu.cz))

**Odborní garanti semináře:**

Bohuslav Cabrnach, VZLÚ • 225 115 480 • [cabrnach@vzlu.cz](mailto:cabrnach@vzlu.cz)  
Josef Jironč, VZLÚ • 225 115 122 • [jironc@vzlu.cz](mailto:jironc@vzlu.cz)

**Vydavatel:**

Výzkumný a zkušební letecký ústav, a.s.  
© 2010 VZLÚ, a.s.

## VÝZKUM, VÝVOJ A INOVACE V ČESKÉM LETECKÉM PRŮMYSLU: „Modelování proudění v leteckých a průmyslových aplikacích“

Tradice seminářů VZLÚ zaměřená na aplikovanou aerodynamiku nabízí možnost setkání odborníků z podniků českého leteckého průmyslu, akademických, výzkumných a vývojových pracovišť. Tematicky je seminář zaměřen na problematiku aerodynamiky letadel, pozemních dopravních prostředků, lopatkových strojů, stavebních konstrukcí, textilní průmysl a další průmyslové oblasti.

Přednášky shrnují dosažené výsledky za poslední období a jejich přínos pro rozvoj jednotlivých oborů v České republice. Seminář je zaměřen na prezentaci informací o dané problematice, zhodnocení současného stavu a možností dalšího vývoje a očekávané trendy v daném oboru. Z tohoto pohledu je významnou součástí podobného setkání odborníků možnost diskuze na jednotlivé příspěvky mezi účastníky semináře.

*Organizační výbor semináře, pod garancí generálního ředitele VZLÚ*

### ČASOVÝ PRŮBĚH SEMINÁŘE:

|             |   |
|-------------|---|
| 8:30-9:00   | Registrace účastníků  |
| 9:00-9:10   | Zahájení, úvodní slovo technického ředitele VZLÚ, a.s.  |
| 9:10-10:35  | <b>I. blok přednášek</b><br><br><b>1. Interakce stlačitelného vazkého proudění na profilu</b><br>RNDr. Jan Česenek, VZLÚ a.s.<br><b>2. Simulace reaktivního proudění ve spalovací komoře s využitím multizonálního řešiče</b><br>Ing. Vojtěch Běták, VZLÚ a.s.<br><b>3. Modernizace zkušebního stavu ventilátorové letecké pohonné jednotky</b><br>Ing. David Hlaváček, FS ČVUT   |
| 10:35-10:55 | Přestávka   |
| 10:55-12:35 | <b>II. blok přednášek</b><br><br><b>3. Experimentální ověření aerodynamické síly působící na kuželku odlehčeného regulačního ventilu</b><br>Ing. Martin Miczán, Ing. Lukáš Bednář, Doosan Škoda Power s.r.o.<br><b>4. Studie chlazení rozváděcích lopatek turbínového motoru</b><br>Mgr. Jan Šimák, VZLÚ a.s.<br><b>5. Výpočtová studie proudění přes vyrovnávací štěrbinu lopatek na bubnovém rotoru</b><br>Ing. Kukchol Yun, Ing. Michal Hoznedl, Ph.D., Ing. Ladislav Tajč, CSc. Ing. Martin Miczán, Doosan Škoda Power s.r.o. |
| 12:35-13:30 | Oběd  |
| 13:30-15:10 | <b>III. blok přednášek</b><br><br><b>6. Simulace proudění v textilních technologiích</b><br>Karel Adámek, VÚTS Liberec<br><b>7. Efektivní metody pro řešení proudění kolem křídel hmyzu</b><br>Ing. Jakub Šístek, Ph.D., Matematický ústav AV ČR<br><b>8. Porovnání metod pro výpočet optimálního rozložení cirkulace na vrtuli</b><br>Jan Klasa, Doosan Škoda Power s.r.o.<br><b>9. Asistované metamodelování v genetických algoritmech</b><br>Ing. Pavel Hospodář, VZLÚ a.s.  |
| 15:10-16:00 | Diskuze   |
| 16:00       | Ukončení semináře   |

# Obsah sborníku

- 6 Interakce stlačitelného vazkého proudění na profilu**  
*RNDr. Jan Česenek, VZLÚ a.s.*
- 9 Simulace reaktivního proudění ve spalovací komoře s využitím multizonálního řešiče**  
*Ing. Vojtěch Běťák, VZLÚ a.s.*
- 12 Modernizace zkušebního stavu ventilátorové letecké pohonné jednotky**  
*Ing. David Hlaváček, FS ČVUT*
- 20 Experimentální ověření aerodynamické síly působící na kuželku odlehčeného regulačního ventilu**  
*Ing. Martin Miczán, Ing. Lukáš Bednář, Doosan Škoda Power s.r.o.*
- 24 Studie chlazení rozváděcích lopatek turbínového motoru**  
*Mgr. Jan Šimák, VZLÚ a.s.*
- 29 Výpočtová studie proudění přes vyrovnávací štěrbiny lopatek na bubnovém rotoru**  
*Ing. Kukchol Yun, Ing. Michal Hoznedl, Ph.D., Ing. Ladislav Tajč, CSc. Ing. Martin Miczán, Doosan Škoda Power s.r.o.*
- 35 Simulace proudění v textilních technologiích**  
*Karel Adámek, VÚTS Liberec*
- 40 Porovnání metod pro výpočet optimálního rozložení cirkulace na vrtuli**  
*Jan Klasa, Doosan Škoda Power s.r.o.*
- 46 Asistované metamodelování v genetických algoritmech**  
*Ing. Pavel Hospodář, VZLÚ a.s.*

# Interakce stlačitelného vazkého proudění a profilu

RNDr. Jan Česenek, Ph.D. - VZLÚ, Praha

Příspěvek se zabývá numerickou simulací interakce stlačitelného vazkého proudění a profilu pomocí nespojitě Galerkinovy metody. Stlačitelné vazké proudění je popsáno pomocí Navierových-Stokesových rovnic přeepsaných do ALE-tvaru. Při diskretizaci využíváme dva přístupy, které se liší diskretizací v čase. První je pomocí tzv. BDF metody a druhý pomocí úplné časoprostorové nespojitě Galerkinovy metody (STDGM). Tyto metody byly naprogramovány a na závěr budou prezentovány numerické experimenty.

## ALE-FORMULACE NAVIEROVÝCH-STOKESOVÝCH ROVNIC

Uvažujme stlačitelné vazké proudění v omezené oblasti  $\Omega(t) \subset \mathbb{R}^d, d = 2, 3$ , která závisí na čase  $t \in [0, T]$ . Hranici oblasti rozdělíme na tři disjunktní části:  $\partial\Omega(t) = \Gamma_I \cup \Gamma_O \cup \Gamma_W(t)$ , kde  $\Gamma_I$  je vstup,  $\Gamma_O$  je výstup a  $\Gamma_W(t)$  je stěna, která se může pohybovat. Z důvodu závislosti výpočetní oblasti na čase zavádíme prosté a dostatečně regulární ALE zobrazení

$A_t: \Omega(0) \rightarrow \Omega(t)$ . Definujeme ALE rychlost  $z^A(X, t) = \partial A_t(X)/\partial t, z(x, t) = z^A(A_t^{-1}(x), t), X \in \Omega(0), x \in \Omega(t)$  a ALE derivaci funkce  $f(x, t)$  definovanou pro  $x \in \Omega(t)$  a  $t \in (0, T)$ :

$D_t f(x, t)/Dt = \partial f(X, t)/\partial t$ , kde  $f^A(X, t) = f(A_t(X), t), X \in \Omega(0)$

Za použití ALE zobrazení lze formulovat Navierovy-Stokesovy rovnice v následujícím ALE tvaru

$$\frac{D^A w}{Dt} + \sum_{s=1}^d \frac{\partial g_s(w)}{\partial x_s} + w \operatorname{div} z = \sum_{s=1}^d \frac{\partial R_s(w, \nabla w)}{\partial x_s}$$

kde pro  $i, j = 1, \dots, d$  máme

$$w = (w_1, \dots, w_{d+2})^T = (\rho, \rho v_1, \dots, \rho v_d, E)^T \in \mathbb{R}^{d+2}, g_i(w) = f_i(w) - z_i w,$$

$$f_i(w) = (f_{i,1}, \dots, f_{i,d+2})^T = (\rho v_i, \rho v_1 v_i + \delta_{i1} p, \dots, \rho v_d v_i + \delta_{id} p, (E + p) v_i)^T,$$

$$R_i(w, \nabla w) = (R_{i,1}, \dots, R_{i,d+2})^T = (0, \tau_{i1}^V, \dots, \tau_{id}^V, \sum_{s=1}^d \tau_{is}^V v_s + k \frac{\partial \theta}{\partial x_i})^T,$$

$$\tau_{ij}^V = \lambda \operatorname{div} v \delta_{ij} + 2\mu d_{ij}(v), d_{ij}(v) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right),$$

kde používáme následující značení:  $\rho$  - hustota,  $v_i$  - složky rychlosti,  $p$  - tlak,  $E$  - celková energie,  $\theta$  - absolutní teplota,  $\gamma > 1$  - Poissonova adiabatická konstanta,  $C_v$  - specifické teplo při konstantním objemu. Navíc k systému přidáváme následující termodynamické vztahy

$$p = (\gamma - 1) \left( E - \frac{1}{2} \rho |v|^2 \right), \quad \theta = \frac{1}{c_v} \left( \frac{E}{\rho} - \frac{1}{2} |v|^2 \right)$$

Systém doplníme o počáteční podmínku a následující okrajové podmínky:

$$\rho = \rho_D, v = v_D, \sum_{i,j=1}^d \tau_{ij}^V n_j + k \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0 \quad \text{na } \Gamma_I,$$

$$v|_{\Gamma_W(t)} = z_D - \text{rychlost pohybující stěny}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0 \quad \text{na } \Gamma_W(t),$$

$$\sum_{i=1}^d \tau_{ij}^V n_i = 0, j = 1, \dots, d, \quad \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0 \quad \text{na } \Gamma_O,$$

kde  $w^0, \rho_D, v_D, z_D, R_s$  a  $f_s$  vyjádřit v následujících tvarech

$$R_s(w, \nabla w) = \sum_{k=1}^d K_{s,k}(w) \frac{\partial w}{\partial x_k}, \quad f_s(w) = A_s(w)w,$$

kde  $K_{s,k}(w) \in \mathbb{R}^{(d+2) \times (d+2)}$  a  $A_s(w)$  je Jacobiho matice zobrazení  $f_s$  (vyjádření matic  $K_{s,k}$  lze nalézt v [3], vyjádření  $A_s$  v [4]).

## DISKRETIZACE

### Diskretizace v prostoru

Nechť  $\Omega_h(t)$  je polygonální (pro  $d=2$ ), resp. polyhedrální (pro  $d=3$ ) aproximace oblasti  $\Omega(t)$ . Nechť  $T_h(t) = \{K_i(t)\}_{i \in I}$ , kde  $i \in I \subset \mathbb{Z}^+ = \{0, 1, 2, \dots\}$  je dělení oblasti  $\Omega_h(t)$  skládající se z trojúhelníků, čtyřúhelníků resp. čtyřtěnnů, prism, šestitěnnů atd.  $\Gamma_{ij}(t) = \Gamma_{ji}(t)$  buď značí společnou hranu resp. stěnu sousedících elementů  $K_i(t)$  a  $K_j(t)$ , nebo  $\Gamma_{ij}(t) = \Gamma_{ji}(t)$  je hrana resp. stěna  $K_i(t)$  a  $j \in \gamma(i)$ , kde  $\gamma(i)$  je indexová množina hran resp. stěn ležících na hranici elementu  $K_i(t)$ . Dále definujeme indexovou množinu  $s(i) = \{j \in I; K_j(t) \text{ je souseď } K_i(t)\}$  a množinu  $S(i) = s(i) \cup \gamma(i)$ .

Přibližné řešení budeme hledat v prostoru po částech polynomiálních funkcí

$$S_h^r(t) = \{v; v|_{K_i(t)} \in P^r(K_i(t)) \quad \forall K_i(t) \in T_h(t)\}^{d+2},$$

kde  $r > 0$  je přirozené číslo a  $P^r(K)$  představuje prostor všech polynomů na  $K$  stupně  $\leq r$ . Pro  $v \in S_h^r(t)$  zavádíme následující označení:

$$v|_{\Gamma_{ij}(t)} = \text{stopa } v|_{K_i(t)} \text{ na } \Gamma_{ij}(t),$$

$$\langle v \rangle_{\Gamma_{ij}(t)} = \frac{1}{2} (v|_{\Gamma_{ij}(t)} + v|_{\Gamma_{ji}(t)}),$$

$$[v]_{\Gamma_{ij}(t)} = v|_{\Gamma_{ij}(t)} - v|_{\Gamma_{ji}(t)},$$

definující stopu, průměr a skok funkce  $v$  na  $\Gamma_{ij}(t)$ .

Vzhledem k tomu že plně implicitní diskretizace vede na velký systém nelineárních rovnic, je vhodné provést linearizaci nelineárních členů vhodnou extrapolací v jejich nelineárních argumentech. Pro linearizaci nevazkého členu použijeme tzv. Vijayasundaramův numerický tok, kde se využívají vlastnosti vektorových funkcí  $f_s$ . Pro jednotkový vektor  $n = (n_1, \dots, n_d)$  a  $w \in \mathbb{R}^{d+2}$  položíme  $P(w, n) := \sum_{s=1}^d (A_s(w) - z_s I) n_s$ . Jelikož matice

$P$  je diagonalizovatelná:  $P = TDT^{-1}$ , kde  $D = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{d+2})$  je diagonální matice a  $\lambda_j$  jsou vlastní čísla  $P$ , můžeme definovat  $P^\pm = TD^\pm T^{-1}$ , kde  $D^\pm = \text{diag}(\lambda_1^\pm, \dots, \lambda_{d+2}^\pm)$  a  $\lambda^+ = \max(\lambda, 0)$ ,  $\lambda^- = \min(\lambda, 0)$ . Pro linearizaci vazkých členů využijeme vlastnosti funkcí  $R_s$ .

Nyní zavedeme následující formy:

$$\begin{aligned}
 a_h(\bar{w}_h, w_h, \varphi_h, t) &= \sum_{i \in I} \int_{K_i(t)} \sum_{s=1}^d \sum_{k=1}^d K_{s,k}(\bar{w}_h) \frac{\partial w_h}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \varphi_h}{\partial x_s} dx \\
 &- \sum_{i \in I} \sum_{j \in \gamma(i)} \int_{\Gamma_j(t)} \sum_{s=1}^d \left\langle \sum_{k=1}^d K_{s,k}(\bar{w}_h) \frac{\partial w_h}{\partial x_k} \right\rangle_{\Gamma_j(t)} (n_j(t))_s \cdot [\varphi_h]_{\Gamma_j(t)} dS \\
 &- \sum_{i \in I} \sum_{j \in \gamma(i)} \int_{\Gamma_j(t)} \sum_{s=1}^d \sum_{k=1}^d K_{s,k}(\bar{w}_h) \frac{\partial w_h}{\partial x_k} \Big|_{\Gamma_j(t)} (n_j(t))_s \cdot \varphi_h \Big|_{\Gamma_j(t)} dS \\
 &- \Theta \sum_{i \in I} \sum_{j \in \gamma(i)} \int_{\Gamma_j(t)} \sum_{s=1}^d \left\langle \sum_{k=1}^d K_{k,s}^T(\bar{w}_h) \frac{\partial \varphi_h}{\partial x_k} \right\rangle_{\Gamma_j(t)} (n_j(t))_s \cdot [w_h]_{\Gamma_j(t)} dS \\
 &- \Theta \sum_{i \in I} \sum_{j \in \gamma(i)} \int_{\Gamma_j(t)} \sum_{s=1}^d \sum_{k=1}^d K_{k,s}^T(\bar{w}_h) \frac{\partial \varphi_h}{\partial x_k} \Big|_{\Gamma_j(t)} (n_j(t))_s \cdot w_h \Big|_{\Gamma_j(t)} dS, \\
 b_h(\bar{w}_h, w_h, \varphi_h, t) &= - \sum_{i \in I} \int_{K_i(t)} \sum_{s=1}^d (A_s(\bar{w}_h) - z_s I) w_h \frac{\partial \varphi_h}{\partial x_s} dx \\
 &+ \sum_{i \in I} \sum_{j \in \gamma(i)} \int_{\Gamma_j(t)} \left( P^+ \langle \bar{w}_h \rangle_{\Gamma_j(t)}, n_j(t) \right) w_h \Big|_{\Gamma_j(t)} + P^- \langle \bar{w}_h \rangle_{\Gamma_j(t)}, n_j(t) \Big|_{\Gamma_j(t)} \cdot [\varphi_h]_{\Gamma_j(t)} dS \\
 &+ \sum_{i \in I} \sum_{j \in \gamma(i)} \int_{\Gamma_j(t)} \left( P^+ \langle \bar{w}_h \rangle_{\Gamma_j(t)}, n_j(t) \right) w_h \Big|_{\Gamma_j(t)} + P^- \langle \bar{w}_h \rangle_{\Gamma_j(t)}, n_j(t) \Big|_{\Gamma_j(t)} \cdot \varphi_h \Big|_{\Gamma_j(t)} dS, \\
 l_h(\bar{w}_h, \varphi_h, t) &= - \Theta \sum_{i \in I} \sum_{j \in \gamma(i)} \int_{\Gamma_j(t)} \sum_{s=1}^d \sum_{k=1}^d K_{k,s}^T(\bar{w}_h) \frac{\partial \varphi_h}{\partial x_k} \Big|_{\Gamma_j(t)} (n_j(t))_s \cdot w_B(t) dS \\
 &+ \sum_{i \in I} \sum_{j \in \gamma(i)} \int_{\Gamma_j(t)} \sigma w_B(t) \cdot \varphi_h \Big|_{\Gamma_j(t)} dS, \\
 J_h(w_h, \varphi_h, t) &= \sum_{i \in I} \sum_{j \in \gamma(i)} \int_{\Gamma_j(t)} \sigma [w_h]_{\Gamma_j(t)} \cdot [\varphi_h]_{\Gamma_j(t)} dS + \sum_{i \in I} \sum_{j \in \gamma(i)} \int_{\Gamma_j(t)} \sigma w_h \Big|_{\Gamma_j(t)} \cdot \varphi_h \Big|_{\Gamma_j(t)} dS, \\
 d_h(w_h, \varphi_h, t) &= \sum_{i \in I} \int_{K_i(t)} (w_h \cdot \varphi_h) \text{div } z \, dx, \\
 A_h(\bar{w}_h, w_h, \varphi_h, t) &= a_h(\bar{w}_h, w_h, \varphi_h, t) + b_h(\bar{w}_h, w_h, \varphi_h, t) + d_h(w_h, \varphi_h, t) + J_h(w_h, \varphi_h, t)
 \end{aligned}$$

kde  $w_B(t)$  je stav definovaný pomocí Dirichletových okrajových podmínek a extrapolace a  $\sigma \Big|_{\Gamma_j(t)} = \frac{C_W \mu}{h(\Gamma_j(t))}$ , kde  $C_W > 0$  je vhodná konstanta. Pokud volíme  $\Theta = 1$ , potom mluvíme o symetrické formulaci, pokud  $\Theta = -1$ , mluvíme o nesymetrické formulaci a pro  $\Theta = 0$  máme neúplnou formulaci.

### Časová diskretizace pomocí BDF metody

Zavedme dělení  $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_M = T$  časového intervalu  $[0, T]$  a definujme časový krok  $\tau_m = t_m - t_{m-1}$ . ALE derivaci aproximujeme zpětnou konečnou diferencií řádu  $q$ . Potom pro každé  $m = 1, \dots, M$  hledáme  $w_h^m \in S_h^r(t_m)$  splňující

$$\left( \alpha_0 w_h^m + \sum_{l=1}^q \alpha_l \hat{w}_h^{m-l}, \varphi_h \right) + A_h(\bar{w}_h^m, w_h^m, \varphi_h, t_m) = l_h(\bar{w}_h^m, \varphi_h, t_m) \quad \forall \varphi_h \in S_h^r(t_m),$$

kde  $w_h^0 = \Pi w^0$  je  $S_h^r(0)$ -aproximace funkce  $w^0$ ,  $\hat{w}_h^k(x) = w_h^k(A_{t_k}(A_{t_m}(x)))$ ,  $x \in \Omega(t_m)$  a  $\bar{w}_h^m = \sum_{l=1}^q \beta_l \hat{w}_h^{m-l}$  je extrapolace řešení z předchozích časových vrstev. Koeficienty  $\alpha_l, \beta_l$  obecně závisí na  $\tau_{m-1}$  a jejich vyjádření pro  $q = 1, 2, 3$  lze nalézt např. v [1].

### Úplná časoprostorová nespojitá Galerkinova metoda

Obdobně jako v předchozím případě zavedeme dělení  $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_M = T$  časového intervalu  $[0, T]$  a definujme časový krok  $\tau_m = t_m - t_{m-1}$ , časový interval  $I_m = (t_{m-1}, t_m)$  a prostor funkcí

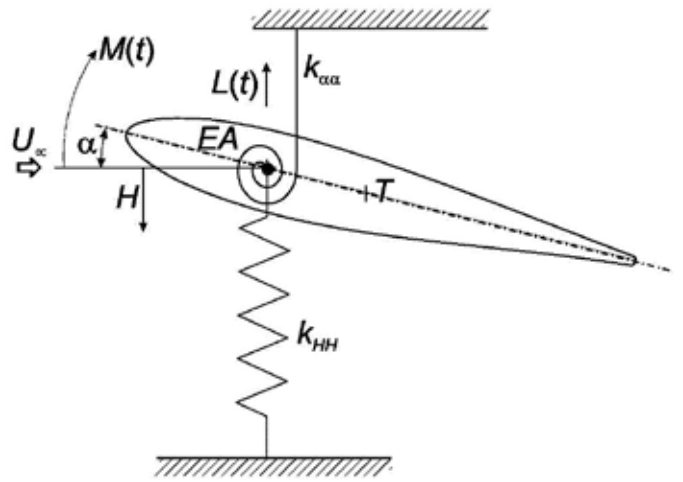
$$S_{h,\tau}^{r,q} = \left\{ \phi; \phi \Big|_{I_m} = \sum_{i=0}^q \zeta_i \varphi_i, \text{ kde } \varphi_i \in S_h^r(t_i), \zeta_i \in P^q(I_m) \right\}^{d+2},$$

kde  $r, q > 0$  jsou přirozená čísla a  $P^q(I_m)$  představuje prostor všech polynomů stupně  $\leq q$  na intervalu  $I_m$ . Potom řekneme, že funkce  $w_{hr} \in S_{h,\tau}^{r,q}$  je přibližné řešení získané pomocí úplné časoprostorové nespojité Galerkinovy metody, jestliže

$$\begin{aligned}
 &\sum_{m=1}^M \int_{I_m} \left( \frac{D^\lambda w_{hr}}{Dt}, \varphi_{hr} \right) + A_h(\bar{w}_{hr}, w_{hr}, \varphi_{hr}, t) dt + \sum_{m=2}^{M-1} \left( \{w_{hr}\}_{m-1}, \varphi_{hr}(t_{m-1}^+) \right) \\
 &+ (w_{hr}(t_0^+), \varphi_{hr}(t_0^+)) = \sum_{m=1}^M \int_{I_m} l_h(\bar{w}_{hr}, \varphi_{hr}, t) + (w^0, \varphi_{hr}(t_0^+)) \quad \forall \varphi_{hr} \in S_{h,\tau}^{r,q}.
 \end{aligned}$$

Zde  $\bar{w}_{hr}$  značí prolongaci řešení  $w_{hr}$  z intervalu  $I_{m-1}$  na interval  $I_m$  a  $\{ \varphi \}_m = \varphi(t_m^+) - \varphi(t_m^-)$  značí skok funkce  $\varphi$  v čase  $t_m$ .

### Interakce



Obr.1 Schéma vibrujícího profilu.

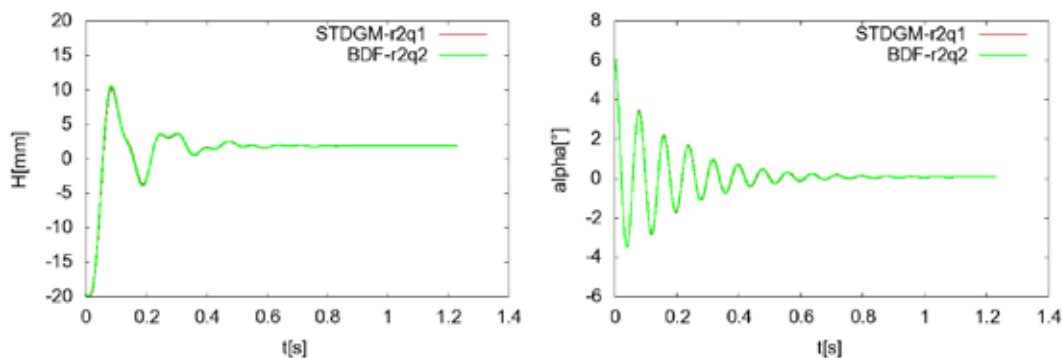
Budeme simulovat pohyb profilu majícího dva stupně volnosti (viz obr. 1):  $H$  – posun profilu ve vertikálním směru a  $\alpha$  – úhel otočení profilu okolo tzv. elastické osy. Pohyb profilu je popsán systémem obyčejných diferenciálních rovnic (viz [5])

$$\begin{aligned}
 m \frac{d^2 H}{dt^2} + S_\alpha \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + k_{HH} H &= -L(t), \\
 S_\alpha \frac{d^2 H}{dt^2} + I_\alpha \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + k_{aa} \alpha &= M(t),
 \end{aligned}$$

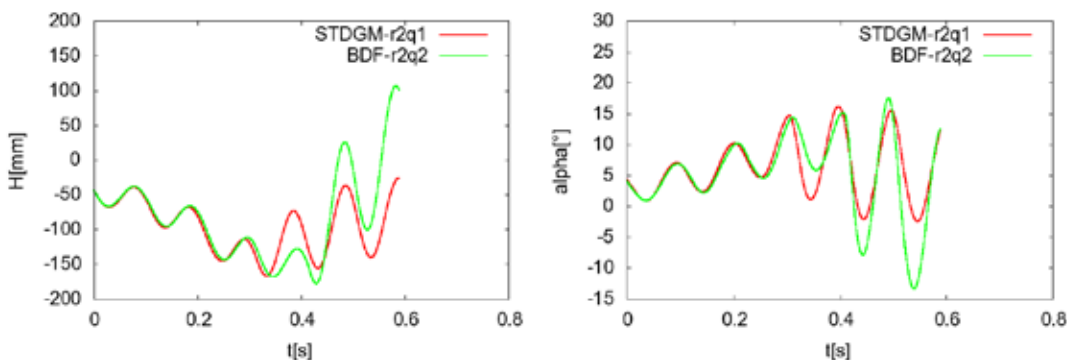
kde je  $m$  - hmotnost profilu,  $S_\alpha$  - statický moment profilu vzhledem k elastické ose,  $I_\alpha$  - moment setrvačnosti profilu vzhledem k elastické ose,  $k_{HH}$  - tuhost v posunutí,  $k_{aa}$  - tuhost v torzi,  $L(t)$  - aerodynamická síla,  $M(t)$  - torzní moment. Navíc k systému rovnic přidáváme počáteční podmínky  $H(0), \alpha(0), \frac{dH}{dt}(0), \frac{d\alpha}{dt}(0)$ . Tento systém je řešen pomocí Runge-Kuttovy metody.

### Numerické experimenty

Experimenty byly provedeny ve 2D (pro  $d=2$ ) pro následující data:  $m = 0.086622 \text{ kg}$ ,  $S_\alpha = 0.000779763 \text{ kg m}$ ,  $I_\alpha = 0.000487291 \text{ kg m}^2$ ,  $k_{HH} = 105.109 \text{ N/m}$ ,  $k_{aa} = 3.696682 \text{ Nm/rad}$ ,  $H(0) = -20 \text{ mm}$ ,  $\alpha(0) = 6^\circ$ ,  $\frac{dH}{dt}(0) = \frac{d\alpha}{dt}(0) = 0$  pro náběžnou rychlost 20 a 40 m/s. Pro prostorovou diskretizaci byly zvoleny kvadratické polynomy ( $r=2$ ). Pro případ BDF byla zvolena aproximace druhého řádu v čase (BDF-r2q2). Pro případ STDGM byly použity lineární prvky v čase (STDGM-r2q1). Výsledky těchto simulací jsou zobrazeny na obrázcích 1 a 2.



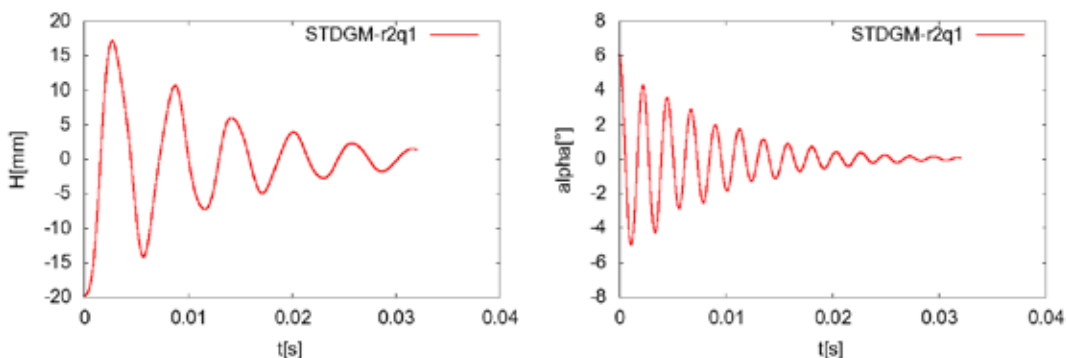
Obr. 2 Průběh posunutí a úhlu rotace pro náběžnou rychlost 20 m/s.



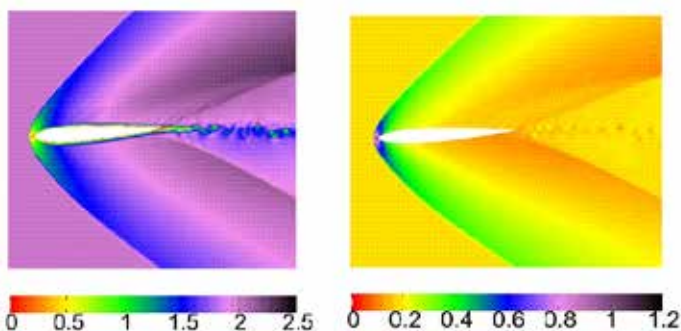
Obr. 3 Průběh posunutí a úhlu rotace pro náběžnou rychlost 40 m/s.

Na závěr uvedeme experiment pro vysokou náběžnou rychlost 680 m/s. Experiment byl proveden pro stejná data jako v předchozím případě, kromě tuhosti pružin, které byly zvoleny 1000 krát vyšší než v předchozím případě. Vzhledem k faktu, že BDF metoda začala být nestabilní pro vyšší

Reynoldsovo číslo ( $Re > 10^4$ ), byl proveden experiment pouze pomocí STDGM. Výsledek této simulace je na obr. 4. Zobrazení Machova čísla a tlaku v časovém okamžiku  $t = 0.00087s$  je na obr. 5.



Obr. 4 Průběh posunutí a úhlu rotace pro náběžnou rychlost 680 m/s.



Obr. 5 Zobrazení rozložení Machova čísla (vlevo) a tlaku (vpravo) vztaženého k veličině  $\rho_\infty |v_\infty|^2$ , kde  $\rho_\infty$  a  $v_\infty$  značí hustotu a rychlost nabíhajícího proudu, v  $t=0.00087s$  pro náběžnou rychlost 680 m/s.

## ZÁVĚR

V článku jsme popsali postup použití nespojitě Galerkinovy metody pro simulaci interakce stlačitelného vazkého proudění a profilu. Tato metoda byla naprogramována a ilustrována pomocí numerických simulací. Náplň další práce bude implementace turbulentních modelů do metody.

## Literatura:

- [1] Česenek J.: Nespojitá Galerkinova metoda pro řešení stlačitelného vazkého proudění; Disertační práce, Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova v Praze, Praha, 2011.
- [2] Česenek J., Feistauer M., Kosík A.: DGFEM for the analysis of airfoil vibrations induced by compressible flow; ZAMM - Z. Angew. Math. Mech. 93, No. 6 – 7, 387 – 402, 2013 .
- [3] Dolejší V.: Semi-implicit interior penalty discontinuous Galerkin methods for viscous compressible flows, Commun. Comput. Phys., 4, 231-274, 2008.
- [4] Feistauer M., Felcman J., Straškraba I.: Mathematical and Computational Methods for Compressible Flow, Clarendon Press, Oxford, 2003.
- [5] Sváček P., Feistauer M., Horáček J.: Numerical simulation of flow induced airfoil vibrations with large amplitudes, J. Fluids Struct, 23, 391-411, 2007.



# Simulace reaktivního proudění ve spalovací komoře s využitím multizonálního řešiče

Ing. Vojtěch Bětak - VZLÚ a.s.

V příspěvku je popsán multizonální přístup k numerickému řešení reaktivního proudění. Tyto simulace i přes dostatečný výkon stávajících počítačů jsou poměrně časově náročné. Cílem práce je zvýšení efektivity řešení reaktivního proudění a implementace nového přístupu do prostředí OpenFOAMu

## ÚVOD

Numerické simulace jsou důležité pro pochopení dějů, které se odehrávají uvnitř spalovacích komor, protože použití experimentálních metod je značně omezeno jejich konstrukcí a fyzikálními podmínkami (vysoké teploty, tlaky, ...). Řadu dějů lze popsat pouze pomocí nestacionárních rovnic a to jak obyčejných diferenciálních rovnic (pohyb a vypařování kapek, chemické reakce), tak parciálních diferenciálních rovnic (Navier-Stokes, plynné frakce,...). Pokud bude uvažován nejjednodušší model spalování s dvěma reaktanty a produkty a jednou inertní složkou, pak systém rovnic popisující proudění bude obsahovat 10 rovnic. Tento systém je nutné rozšířit o model turbulence (LES/RANS), rovnice popisující chování částic a chemickou reakci. Výsledkem je rozsáhlý matematický model, který obsahuje rovnice se silnými zdrojovými členy a silnou vazbu mezi jednotlivými rovnicemi. Proto se pro řešení používá explicitní formulace, kde časový krok je omezen podmínkou stability. V typických případech se tento časový krok pohybuje v rozmezí  $10^{-7} \div 10^{-8}$  s. Dnes je k dispozici dostatečný výpočetní výkon. Otázkou zůstává, jestli je tento výkon využit efektivně.

## ZONÁLNÍ MODEL

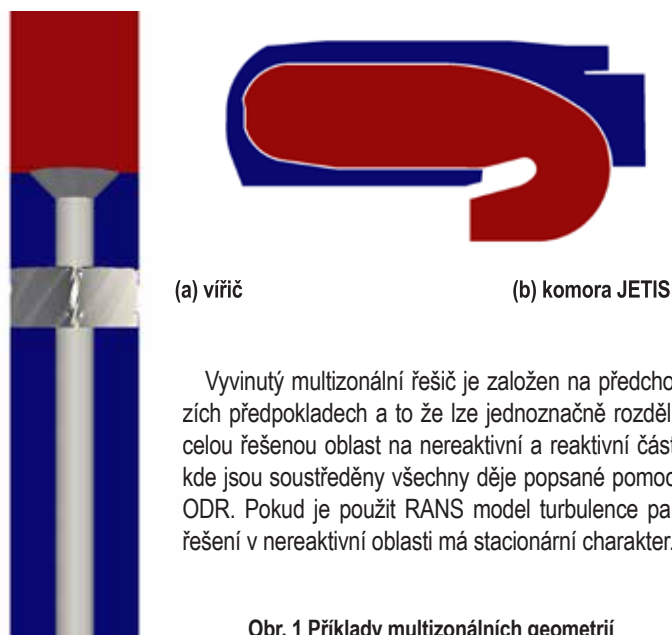
Standardní řešiče OpenFOAMu řeší reaktivní proudění v celé výpočtové doméně spalovací komory. Tato doména neobsahuje jen primární zónu spalovací komory, ale i sekundární zónu, které se stará o přívod čerstvého vzduchu do primární zóny. Tuto zónu nelze řešit samostatně, protože je obtížné stanovit okrajové podmínky na rozhraní se sekundární zónou. Jednoznačné zadání okrajových podmínek je pouze na vstupu do spalovací komory za rozváděcím kolem, kde je znám hmotnostní tok vzduchu, a na výstupu do turbíny, kde je předepsán protitlak. Jak je ukázáno na Obr. 1. lze virtuálně rozdělit výpočtovou oblast na nereaktivní část (modrá) a reaktivní část (červená). Pokud porovnáme počty buněk v nereaktivní a reaktivní oblasti, pak v případě vířiče (Obr. 1. a) obsahuje nereaktivní část 236000 buněk a reaktivní část pouze 16000 buněk. V případě jednoho segmentu komory JETIS (Obr. 1. b) je v reaktivní oblasti 600000 buněk a v nereaktivní oblasti 1000000 buněk. Pokud je použit standardní přístup pro řešení reaktivního proudění, pak je i nereaktivní oblast řešena jako reaktivní. To má vliv na rychlost konvergence a dobu řešení v závislosti na počátečních podmínkách.

Předpokládejme, že termodynamický model ideálního plynu je platný v oblasti nereaktivního proudění. Pak lze výpočetní oblast rozdělit do dvou oddělených domén, které jsou řešeny nezávisle, a interakce mezi těmito oblastmi je zprostředkována pomocí přechodové okrajové podmínky. Tento předpoklad snižuje počet řešených rovnic v nereaktivní oblasti na 5

doplňených o rovnice pro model turbulence.

Nereaktivní oblast lze zvolit tak, že všechny děje popsané pomocí obyčejných diferenciálních rovnic (ODR) jsou soustředěny do oblasti reaktivního proudění.

Pokud je použit turbulentní model z rodiny Reynolds-Averaged Navier-Stokes(RANS) modelů pak lze předpokládat, že proudění v nereaktivní doméně je stacionární.



Obr. 1 Příklady multizonálních geometrií

(a) vířič

(b) komora JETIS

Vyvinutý multizonální řešič je založen na předchozích předpokladech a to že lze jednoznačně rozdělit celou řešenou oblast na nereaktivní a reaktivní část, kde jsou soustředěny všechny děje popsané pomocí ODR. Pokud je použit RANS model turbulence pak řešení v nereaktivní oblasti má stacionární charakter.

## IMPLEMENTACE MODELU

Vyvinutý řešič lze popsat pomocí diagramu na Obr. 2. V každé iteraci je řešena reaktivní doména a zvýšena hodnota indexu  $n$  o 1. Pokud hodnota  $n$  dosáhne předem zvolené hodnoty (v našem případě 100) pak je v dané iteraci spuštěn stacionární řešič v nereaktivní doméně a index  $n$  je nastaven na 0.

Proudění v nereaktivní stacionární oblasti je popsáno pomocí následujících rovnic kde  $\rho$  je hustota,  $u_i$  - tá složka vektoru rychlosti,  $p$  tlak,  $h$  entalpie,  $\mu$  molekulární dynamická viskozita,  $\mu_t$  turbulentní viskozita a  $\gamma$  součinitel vedení tepla. Tento model je doplněn o stavovou rovnici pro ideální plyn a model turbulence, který je následně implementován v řešiči rhoSimpleFoam[1].

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$(2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho h u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \alpha + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial h}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

Proudění v reaktivní oblasti je popsáno pomocí následujícího systému rovnic kde  $Y_i$  je i-tá frakce plynné směsi a  $S_\rho, S_u, S_h, S_{Y_i}$  jsou zdrojové členy příslušných rovnic. Celkový model je doplněn o submodel chemické reakce, lagrangeovských částic, stavové rovnice a samostatný model turbulence. Implementaci tohoto modelu je možné najít v řešiči sprayFoam[1].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = S_\rho \quad (4)$$

$$(5)$$

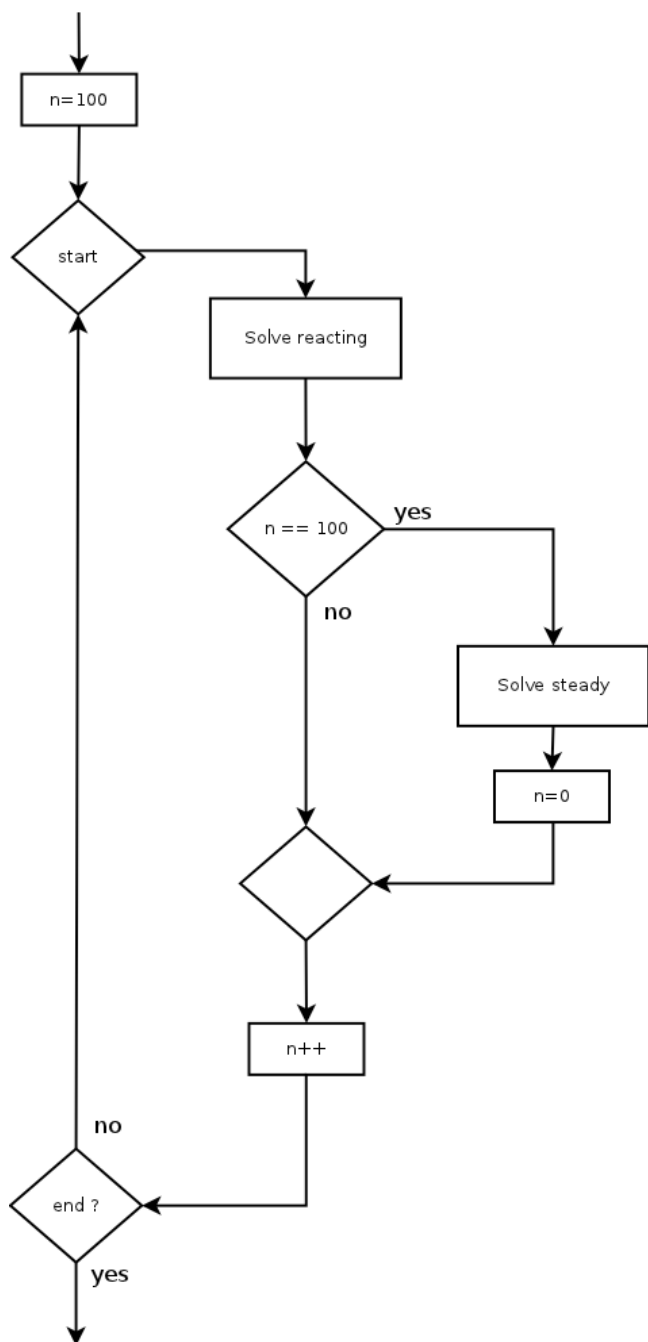
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] + S_u$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho h u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \alpha + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial h}{\partial x_j} \right] + S_h \quad (6)$$

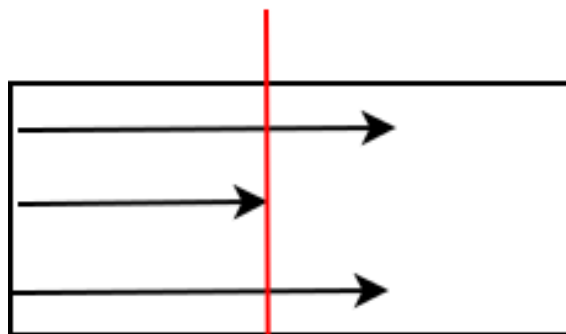
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho Y_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_t) \frac{\partial Y_i}{\partial x_j} \right] + S_{Y_i} \quad (7)$$

Pro implementace multizonálního řešiče byl vybrán řešič pro přestup tepla chtMultiRegionFoam [1], který byl použit pro vývoj řešiče spalování plynného paliva s řešeným přestupem tepla přes stěnu[2].

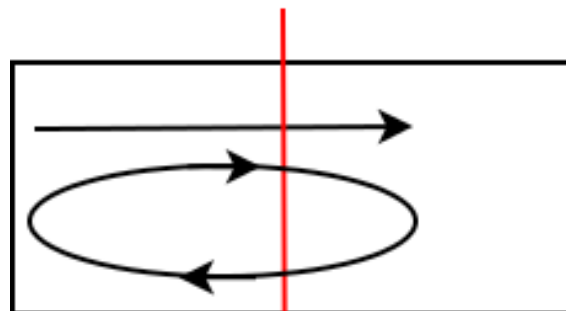
Pro správnou interakci zón pro případ odtrženého proudění (Obr. 3. b) bylo nutno implementovat nový typ okrajové podmínky. Tato nová podmínka je rozšířením podmínky inletOutlet pro použití v multizonálních řešiči, kdy v případě odtrženého proudění je na výstup předepsána místo pevně zvolené hodnoty hodnota ze sousední domény.



Obr. 2 Struktura multizonálního řešiče



(a) ideální rozhraní



(b) rozhraní s odtrženým prouděním

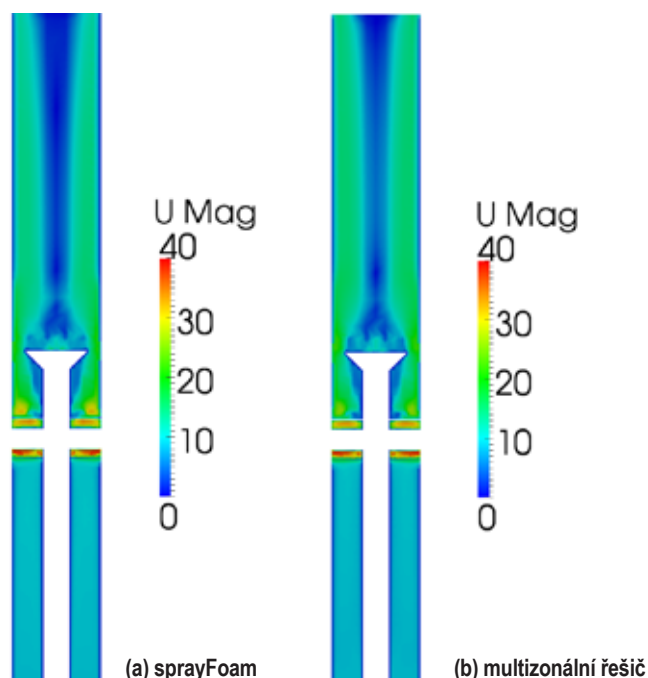
Obr. 3 Okrajové podmínky pro multizonální řešič

## VÝSLEDKY

Výše popsaný algoritmus byl testován na dvou testovacích úlohách. První úlohou byl model kombinovaného víříče (Obr. 1. a) umístěného v trubce, ve které byl vysoký poměr (15) mezi počtem buněk v nereaktivní a reaktivní části.

Na Obr. 4. je znázorněno srovnání rychlostních polí v řezu testovacích geometrií v čase 0,001 s. Je zde vidět dobrá shoda mezi standardním řešičem (Obr. 4.a. - sprayFoam) a nově vyvinutým multizonálním řešičem (Obr. 4. b.). Pro výpočet času 0,001 s potřebuje sprayFoam přibližně 14000 s a multizonální řešič 200 s.

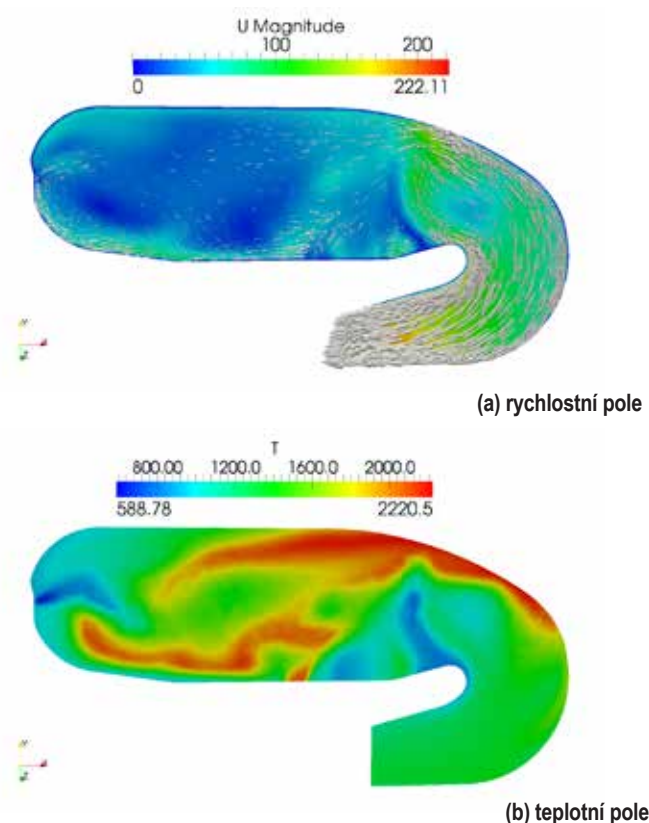
Druhou testovací geometrií byla spalovací komora JETIS (Obr. 1. b), kde byl nízký poměr (2) mezi počtem buněk v nereaktivní a reaktivní části. Na Obr. 5. jsou pak ukázány výsledky simulace v řezu palivovou tryskou. Tyto výsledky jsou v dobré shodě s dříve publikovanými výsledky [3].



Obr. 4 Srovnání rychlostních polí v řezu

Mezi další výhody nově vyvinutého řešiče patří možnost řešení delšího časového intervalu a na detailnějších výpočtových sítích v kratším čase. Nevýhodou je delší a náročnější příprava výpočetní sítě, protože je nutné definovat jednotlivé zóny modelu a k nim příslušné okrajové podmínky.

Další práce bude zaměřena na rozšíření řešiče o pokročilé modely turbulence (EARSIM[4], LES[5] ...) a o model přestupu tepla skrz stěnu. Tyto rozšíření by měly přispět k zvětšení oblasti stability a zvýšení rychlosti výpočtu.



Obr. 5 Výsledky simulace spalování v komoře JETIS při použití multizonálního řešiče

V Tab. 1. jsou srovnány výpočetní časy multizonálního řešiče a řešiče sprayFoam. Pro testy rychlosti byly použity dvě rozdílné architektury. První cluster byl postaven na procesorech AMD Opteron 6180 SE. V druhém clusteru byly použity procesory Intel XEON 5550. Dle [6] je procesor XEON přibližně o 40% pomalejší. Je zde vidět vysoká efektivita nově vyvinutého řešiče, kdy řešené úlohy vykazovaly na slabším stroji výrazné zrychlení. Při použití přibližně stejných výpočetních sítích bylo dosaženo téměř sedminásobného zrychlení.

## ZÁVĚR

Nově vyvinutý řešič vykazuje nárůst efektivity v porovnání s tradičním přístupem. Tento nárůst je závislý na poměru počtu buněk mezi nereaktivní a reaktivní částí. Čím vyšší bude tento poměr, tím vyšší bude nárůst efektivity.

## Literatura:

- [1] OpenCFD Ltd: OpenFOAM User Guide, 2011
- [2] Běťák, V., Kubata, J., Tůma, J.: Numerical Study of Reacting Flow with Heat Transfer Through the Wall into Neighborhood, Topical problems of fluid Mechanics, Prague, 2012
- [3] Běťák, V., Kubata, J., Tůma, J.: Numerical Simulation of Liquid Fuel Combustion in the Small Aircraft Combustion Chamber, Czech Aerospace Proceedings, 2010
- [4] Hellsten, A.: New Two-Equation Turbulence Model for Aerodynamics Applications, Espoo, Finland, 2004
- [5] Pitsch, H.: Large-Eddy Simulation of Turbulent Combustion, The Annual Review of Fluid Mechanics, 2006
- [6] CPUBenchmark: [www.cpubenchmark.net/](http://www.cpubenchmark.net/)

# Modernizace zkušebního stavu ventilátorové letecké pohonné jednotky

*Ing. David Hlaváček – Ústav letadlové techniky, FS ČVUT v Praze*

Ultralehký letoun UL-39, vyvíjený Ústavem letadlové techniky FS ČVUT v Praze, je vybaven nekonvenční ventilátorovou pohonnou jednotkou. Ta sestává z osového ventilátoru, poháněného pístovým motorem a umístěného v kanále zakončeném tryskou. V tomto příspěvku je popsáno uspořádání modernizovaného zkušebního stavu pro tuto pohonnou jednotku, na němž bude možno změřit tlakový poměr a průtok vzduchu v návrhovém bodě i celou charakteristiku ventilátoru.

## ÚVOD

Letoun UL-39 je vyvíjen kolektivem studentů a zaměstnanců Ústavu letadlové techniky Fakulty strojní ČVUT v Praze. Jeho pohonná jednotka je tvořena jednostupňovým axiálním ventilátorem v uspořádání předstator-rotor, umístěným uvnitř trupu letounu v kanále, který je zakončen tryskou. Ventilátor je poháněn pístovým spalovacím motorem.

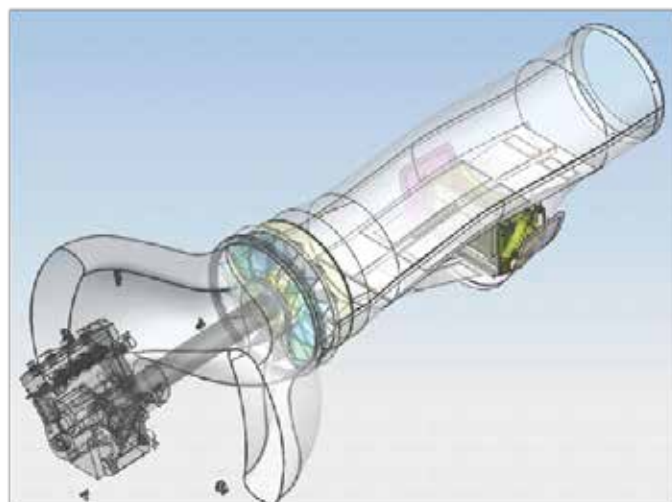
Vzduch je na lopatky předstatoru dopravován dvojicí vstupních kanálů, umístěných na bocích trupu. Zvláštní podmínky proudového pole, které v krátkém a silně zakřiveném kanále vzniká, si vynutily použití kanálu netradiční konstrukce. Jeho dělicí rovina neleží v rovině souměrnosti letounu, nýbrž je otočena o  $45^\circ$  kolem podélné osy (obr. 3). Toto uspořádání spolu s předstatorovou lopatkovou mříží zajišťuje rovnoměrné rozložení úhlů náběhu na lopatky rotoru (v návrhovém bodě), a tím i příznivé podmínky jeho práce (obr. 5).



Obr. 1 Letoun UL-39

Proudové pole uvnitř ventilátorové pohonné jednotky, a zejména pak v jejím vstupním kanále, bylo již podrobeno důkladnému zkoumání pomocí metod počítačové mechaniky tekutin (CFD) a metody zhmotnělých proudnic. V současné době je třeba provést experimentální výzkum tohoto proudového pole s cílem zjistit velikosti (a alespoň orientačně také směry) rychlostí proudění v oblasti za rotorem i charakteristiku ventilátoru.

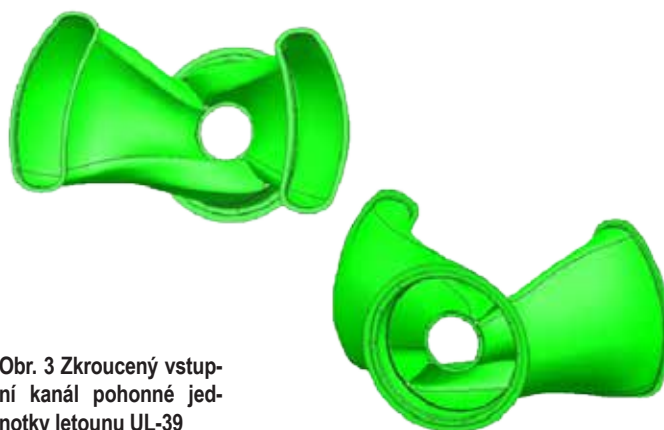
Měření též poslouží jako jeden z kroků při vývoji nového ventilátoru, jímž se má ověřit správnost provedených návrhových výpočtů. Budoucí návrh nového si klade za cíl zajistit vyšší užitečný tah pohonné jednotky, vyšší účinnost a zároveň nižší hlučnost.



Obr. 2 Pohonná jednotka letounu UL-39

Doposud užívaný měřicí stav neumožňoval změření charakteristiky ventilátoru a nebylo tak možno ověřit strmost charakteristiky a vzdálenost pracovního bodu soustrojí motor-ventilátor od pumpovní čáry.

Cílem tohoto příspěvku je představit netradiční pohonnou jednotku širší veřejnosti a navrhnout prostředky a postup měření rychlostí za rotorem, parametrů ventilátoru v návrhovém bodě a charakteristiky ventilátoru.



Obr. 3 Zkroucený vstupní kanál pohonné jednotky letounu UL-39



Obr. 4 Dosavadní zkušební stav pohonné jednotky

Měření též poslouží jako jeden z kroků při vývoji nového ventilátoru, jímž se má ověřit správnost provedených návrhových výpočtů. Budoucí návrh nového si klade za cíl zajistit vyšší užitečný tah pohonné jednotky, vyšší účinnost a zároveň nižší hluchnost.

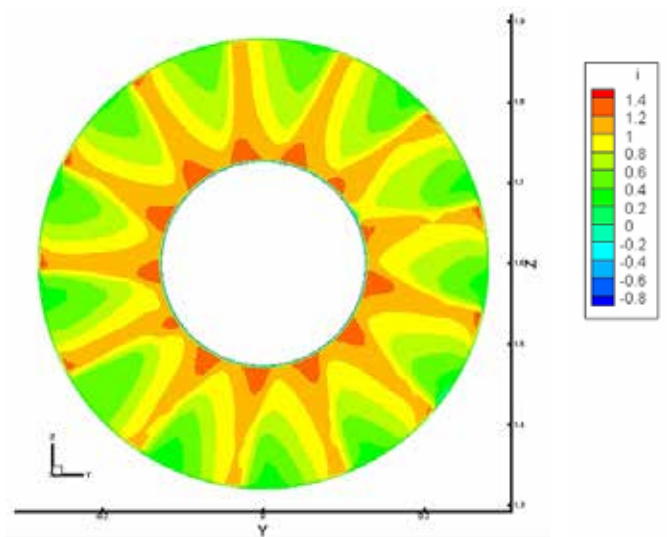
Doposud užívaný měřicí stav neumožňoval změření charakteristiky ventilátoru a nebylo tak možno ověřit správnost charakteristiky a vzdálenost pracovního bodu soustrojí motor-ventilátor od pumpovní čáry.

Cílem tohoto příspěvku je představit netradiční pohonnou jednotku širší veřejnosti a navrhnout prostředky a postup měření rychlostí za rotorem, parametrů ventilátoru v návrhovém bodě a charakteristiky ventilátoru.

## USPOŘADÁNÍ MĚŘICÍHO STANOVISTĚ

Chceme-li změřit charakteristiku ventilátoru, poměry v návrhovém bodě, je třeba znát poměr či rozdíl celkových tlaků ventilátoru a hmotnostní nebo objemový průtok. Pro měření tedy budou použity tlakoměrné a rychlostní sondy. Pro určování rychlostního profilu za ventilátorem budou měřidla stejná.

Při stanovování vhodných míst a podmínek pro provedení měření budeme vycházet z výpočtů provedených v rámci práce [3] a vztahů pro popis rychlostního pole v oblastech za zpomalujícími lopatkovými mřížemi.



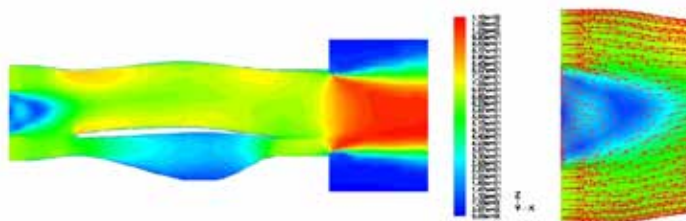
Obr. 5 Rozložení úhlů náběhu na rotorové lopatky [18]

## Měřicí místa

Volbu míst pro měření tlaků a rychlostí je nutno přizpůsobit netypickému uspořádání ventilátorové pohonné jednotky (zejména jejího vstupního kanálu) a požadavkům na dobrou přístupnost. Měření bude tudíž provedeno v obou vstupních kanálech a v rovině za rotorem ventilátoru. Rovina před ventilátorem je vzhledem k nesnadné přístupnosti a značně nerovnoměrnému proudovému poli k měření tohoto typu, jehož cílem je nalézt střední hodnoty veličin v průřezu i v čase, zcela nevhodná.

Takovéto uspořádání měřicích míst lze též zdůvodnit tím, že ventilátor a jeho vstupní kanál je nutno považovat za jeden funkční celek. Provozní vlastnosti ventilátoru s nevhodně navrženým či pouze jinak tvarovaným vstupním kanálem by totiž byly zcela odlišné.

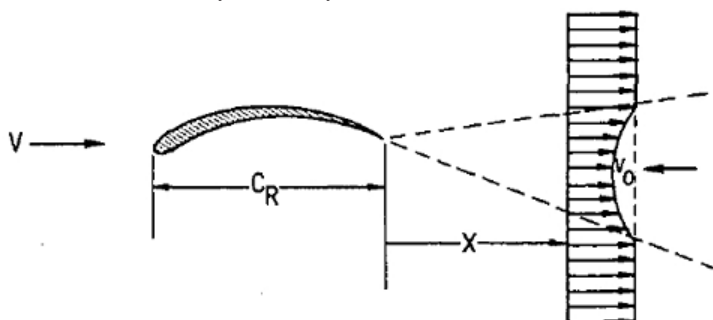
Rovinu pro umístění sond ve vstupním kanále a způsob jejich uchycení je možno volit čistě podle konstrukčních hledisek, tedy na základě dobré přístupnosti pro montáž sond a propojovacích trubiček. Věnujme se proto především měřicí rovině za ventilátorem. Její možné umístění (tj. vzdálenost za rotorem ventilátoru) je ovlivněno prostorovým uspořádáním výstupního kanálu pohonné jednotky i proudovým polem za ventilátorem, konkrétně přítomností úplavů za lopatkovou kříží rotoru a jeho nábojem. Nyní proto blíže pojednáme o úplavu za nábojem rotoru.



Obr. 6 Rychlostní pole ve výstupním kanále a detail úplavu za nábojem rotoru [6]

Jelikož z hmotnostních důvodů není za ventilátorem umístěn kužel, dochází v oblasti za rotorem k náhlému rozšíření průtočného průřezu, jehož následkem je přítomnost kuželovitého úplavu v blízkosti osy otáčení ventilátoru (viz obr. 6). Délka tohoto úplavu v osovém směru je dle výpočtů provedených v práci [6] přibližně 350 mm. Vzdálenost od výstupu z rotoru k náběžné hraně obtokového kanálu s chladičem (viz také obr. 6) je přitom 410 mm. Měřicí rovina, v níž bude nejhodnější provádět sondáž rychlostního profilu, bude tudíž ležet v těchto mezích. Při umístění měřicí roviny dále po proudu by bylo nutno počítat s rozdělením kanálu na dvě větve a průřez hlavního kanálu by navíc nebyl kruhový.

Dále je však nutno ověřit, zda rychlostní profil v této oblasti nebude zasažen úplavu za rotorovými lopatkami. V následujících odstavcích proto budou na základě jednoduchých modelů posouzeny rozměry takto ovlivněné oblasti, čímž bude ověřeno, zda je vhodné umístit sondy do vzdálenosti ležící ve výše uvedených mezích.



Obr. 7 Model úplavu za rotorovou lopatkou [3]

K určení vzdálenosti v osovém směru, v níž se již nebude výrazně projevovat úbytek osových rychlostí úplavců za lopatkami, využijeme poznatků uvedených v práci [3], která se zabývá vlivem úplavců za rotorovou lopatkovou mříží dmychadla na hluk vyvolovaný vzájemným působením rotorové a statorové mříže.

Dle této práce rychlost zpětného proudění v úplavu za každou rotorovou lopatkou závisí na jejím odporovém součiniteli a vzdálenosti za lopatkou. Obecně tedy platí:

$$\frac{v_0}{v_\infty} \propto \frac{\sqrt{c_{D,R}}}{\sqrt{\frac{x}{c_R}}}$$

Autor práce [3] pak k použití doporučuje vztah

$$\frac{v_0}{v_\infty} = \frac{1,6\sqrt{c_{D,R}}}{\sqrt{\frac{x}{c_R} + 0,025}}$$

Naším cílem je, aby se tento poměr co nejvíce blížil nule. Neznámou hodnotou v tomto vztahu je vzdálenost  $x$ .

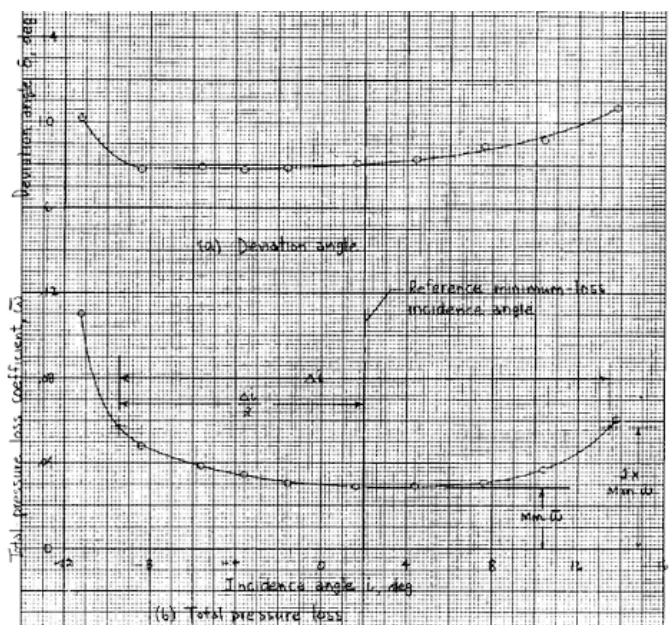
Součinitel odporu rotorového profilu  $c_{D,R}$  není jakožto ukazatel ztrát v lopatkovém stupni příliš často využíván. Častěji se lze setkat se součinitelem ztráty celkového tlaku dle Ainleyho definice, který má pro kompresorový stupeň tvar

$$\zeta_R = \frac{\Delta p_c}{\frac{1}{2} \rho w_1^2}$$

V [19] je uveden vztah mezi  $\zeta_R$  a  $c_{D,R}$ , z něž můžeme součinitel odporu vypočítat:

$$c_{D,R} = \zeta_R \frac{S_R}{c_R} \cos \alpha_\infty$$

Hodnotu součinitele ztrát odečteme z diagramu uvedeného v práci [11], která se zabývá vlivem úhlu náběhu na úhel deviace a ztrátový součinitel lopatkové mříže osového turbokompresoru, v níž jsou použity modifikované profily NACA 65A10, tedy tytéž jako v případě rotoru ventilátorové pohonné jednotky letounu UL-39.



Obr. 8 Závislost součinitele ztrát a úhlu deviace na úhlu náběhu profilu [11]

Úhel náběhu je výsledkem výpočtu metodou CFD uvedeného v práci [18]. Je tedy  $\alpha_\infty = 1,1^\circ$  (viz obr. 5). Z grafu na obr. 8 byla pro úhel náběhu  $\alpha_\infty = 1,1^\circ$  (v obr. 8 označen jako  $i$ ) odečtena hodnota součinitele ztráty celkového tlaku  $\zeta_R = 0,03$  (ozn.  $\omega$ ).

Poměry  $S_R / C_R$ , tedy rozteče rotorových lopatek k délce jejich tětivy, jsou pro každý řez lopatkováním uvedeny v práci [16], která se zabývá návrhem současného ventilátorového stupně, optimalizovaného pro práci s motorem Yamaha YZF-R1. Např. v patním řezu lopatek je  $S_R / C_R = 0,704$ . Součinitel odporu rotorové lopatky pak bude:

$$c_{D,R} = \zeta_R \frac{S_R}{C_R} \cos \alpha_\infty = 0,03 \cdot 0,704 \cdot \cos 1,1^\circ = 0,0211$$

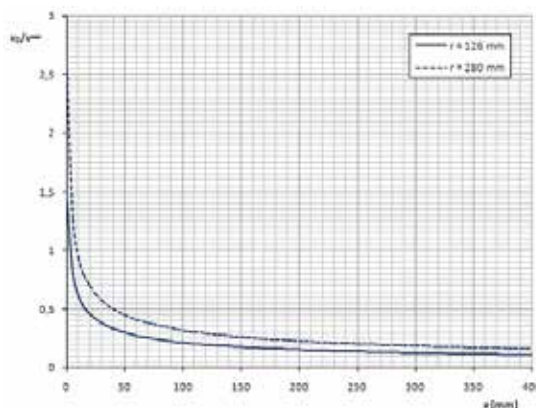
| Řez | $r$ [mm] | $s/c$ | $C_{D,R}$ |
|-----|----------|-------|-----------|
| 1   | 126      | 0,704 | 0,021     |
| 2   | 148      | 0,897 | 0,027     |
| 3   | 170      | 0,975 | 0,029     |
| 4   | 192      | 1,324 | 0,040     |
| 5   | 214      | 1,549 | 0,046     |
| 6   | 236      | 1,775 | 0,053     |
| 7   | 258      | 1,999 | 0,060     |
| 8   | 280      | 2,216 | 0,066     |

Podobný postup opakujeme v dalších řezech rotorového lopatkování. Výsledky výpočtu jsou shrnuty v tab. 1. Vzhledem k tomu, že úhel náběhu je po délce rotorové lopatky přibližně stejný, budeme považovat součinitel ztráty celkového tlaku v rotorové mříži  $\zeta_R$  za konstantní.

$$\frac{v_0}{v_\infty}(r, x) = \frac{1,6\sqrt{c_{D,R}(r)}}{\sqrt{\frac{x}{c_R(r)} + 0,025}}$$

Závislost dle této rovnice vyneseme do grafu (viz obr. 9 a 10). Na první pohled je zřejmé, že rozdíl mezi zpětnou rychlostí v úplavu na vnitřním a vnějším poloměru rotoru je sice patrný, avšak není příliš velký. Průběh závislosti je zpočátku velmi strmý, posléze (přibližně od vzdálenosti  $x = 50$  mm) naopak velice plochý.

Při podrobnějším pohledu zjišťujeme, že hodnoty  $v_0 / v_\infty = 0,2$  na vnějším poloměru (kde je rychlost zpětného proudění nejvyšší) dosáhneme ve vzdálenosti  $x = 260$  mm za rotorem, hodnoty  $v_0 / v_\infty = 0,15$  pak při  $x = 460$  mm. Přitom  $v_0 / v_\infty = 0,1$  bychom teoreticky dosáhli až pro  $x = 1035$  mm. Pro větší vzdálenosti za rotorem však již zřejmě neplatí předpoklady použití výpočtu, neboť se několikrát mění tvar i plocha průtočného průřezu kanálu.



Obr. 9 Závislost poměrného úbytku rychlosti v úplavu na vzdálenosti za rotorem

Pokud bychom tedy chtěli umístit sondy do vzdálenosti 360 až 410 mm za rotorem, bylo by nutno počítat s rychlostí zpětného proudění  $v_0 = (0,16 \div 0,17) v^\infty$ . To ovšem za předpokladu, že šířka úplavů by se po délkové souřadnici neměnila. Jak je známo ze základních zákonitostí vazkého proudění, úplav se směrem po proudu rozšiřuje (naznačeno na obr. 7). Nyní je proto třeba zaměřit pozornost také na šířku úplavu.

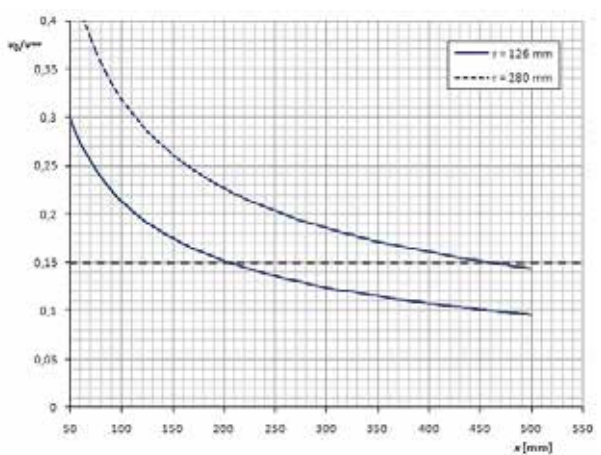
Teoreticky rovnoměrného rychlostního profilu bude v případě lopatkové mříže dosaženo v místě, kde bude šířka úplavu rovna rozteči lopatek. K nalezení tohoto místa je třeba použít vhodný vztah udávající závislost mezi osovou souřadnicí  $x$  a šířkou úplavu, resp. její polovinou, označovanou jako  $\delta$ . Výpočet bude proveden dle postupu uvedeného v práci [12].

V této práci byly na základě experimentálního výzkumu stanoveny výpočetní vztahy určující uvedenou závislost v bezrozměrném tvaru. Rovnice mají tvar:

$$\frac{\delta}{s} = f\left(\frac{x}{c}, c_{D,R}\right), \text{ resp. } \frac{\delta}{c} = f\left(\frac{x}{c}, c_{D,R}\right)$$

neboť kromě vzdálenosti za rotorem vykazuje dle [12] šíře úplavu také slabou závislost na součiniteli aerodynamického odporu mříže.

Výsledků této práce je možno využít pro zpomalující rotorové mříže v širokém rozsahu poměrných roztečí  $s/c$  (v [12] se používá obrácený poměr  $c/s$ ).



Obr. 10 Detail grafu závislosti úbytku rychlosti v úplavu na vzdálenosti

Pro mříže s hodnotou  $s/c \leq 1$  (mříže husté) autoři doporučují poloviční šířku úplavu  $\delta$  vztahovat k rozteči lopatek  $s$ . V tomto případě tedy platí vztah:

$$\frac{\delta}{s} = \frac{0,31875 \frac{x}{c} \sqrt[8]{c_{D,R}} + 0,048}{0,268125 \frac{x}{c} \sqrt[8]{c_{D,R}} + 1}$$

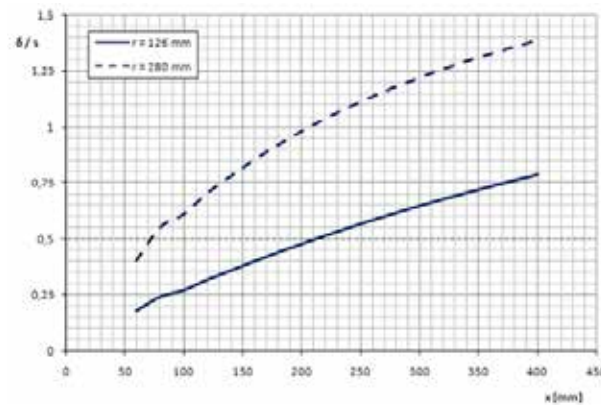
Pro řídké mříže, u nichž  $s/c > 1$ , se doporučuje jako porovnávací veličiny užívat délky tělivity lopatky  $c$ . Zde platí:

$$\frac{\delta}{c} = \frac{0,2375 \frac{x}{c} \sqrt[8]{c_{D,R}} + 0,034125}{0,357 \frac{x}{c} \sqrt[8]{c_{D,R}} + 1}$$

V případě rotoru ventilátorové pohonné jednotky UL-39, jehož lopatky jsou poměrně dlouhé a mají proměnlivou délku tělivity po poloměru, budou využity oba uvedené vztahy. Hraniční hodnotou poměrné rozteče bude  $s/c = 1$ . Jak je patrné z tab. 1, od řezu 4 do řezu 8 (vč.) bude platit vztah pro  $\delta/c$ , kdežto v řezech 1 až 3 platí vztah pro  $\delta/s$ .

Výsledky výpočtu jsou vyneseny do grafu na obr. 11. Jelikož bylo výpočtem zjištěno, že ke zrovnoměření rychlostního profilu teoreticky dojde již ve vzdálenosti přibližně  $x = 210 \text{ mm}$ , lze konstatovat, že rychlostní profil ve vzdálenosti 350 až 410 mm za ventilátorem nebude úplavy za rotorovými lopatkami zásadně ovlivňován.

Umístění sond do roviny ve vzdálenosti 350 až 410 mm za rotorem je tudíž vyhovující. Přesná vzdálenost bude určena při montáži sond.



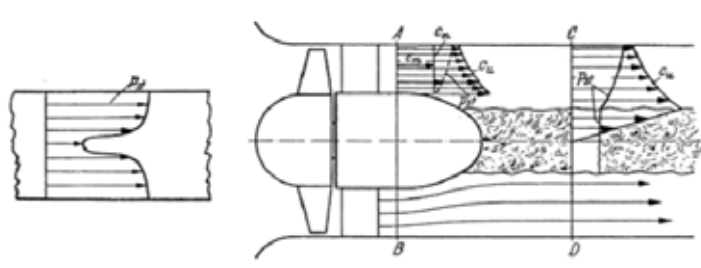
Obr. 11 Závislost poměrné tloušťky úplavu na vzdálenosti za rotorem

### Rozmístění sond v kanále

Známe-li nyní potřebnou vzdálenost měřících sond za ventilátorem, je třeba ještě stanovit místa pro zavedení sond a rozmístění měřících bodů po průtočném průřezu vstupního a výstupního kanálu.

Chceme-li vedle celkového tlaku v potrubí za ventilátorem měřit i statický tlak, je nutno si uvědomit, že ve všech režimech mimo režim návrhový je v proudu za rotorem přítomna obvodová složka rychlosti. To znamená, že v potrubí nastává vířivý pohyb vzduchu. Víř vyvolává směrem ke svému středu sací účinek. Průběh tlaku podél radiální souřadnice tudíž nebude rovnoměrný, nýbrž směrem k ose potrubí bude tlak klesat (viz obr. 12). Není proto možné měřit statický tlak pouhými otvory ve stěně. Naměřená hodnota by byla vyšší než hodnota střední a ventilátoru by v důsledku toho byl přisuzován vyšší rozdíl statických tlaků, než je tomu ve skutečnosti [4]. Z uvedeného jasně vyplývá, že měření statického tlaku je nutno provádět přímo sondami v potrubí a nikoli pomocí odběrů ve stěnach.

Pro měření celkového a statického tlaku za ventilátorem navrhujeme pou-



Obr. 12 Rozdělení statického tlaku ve víru a proudové pole za ventilátorem [4]

žití tří radiál, vzájemně pootočených o  $90^\circ$ , rozmístěných dle obr. 13 vpravo. Dle práce [4] je totiž použití nejméně dvou radiál vhodné pro přesnější určení středních hodnot tlaků a rychlostí proudění.

V místech zavedení měřících sond bude nutno zpevnit kompozitní stěny kanálu pomocí vložek (angl. inserts).

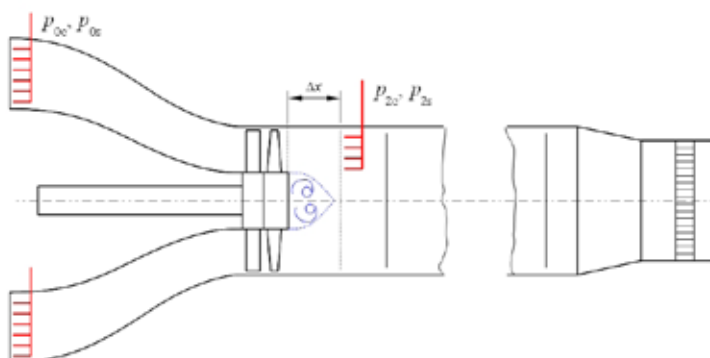
Ve vstupním průřezu bude příčně rozmístěno několik žeber osazených



Obr. 13 Rozmístění sond v měřících rovinách. Vlevo vstupní průřez, vpravo rovina za rotorem.

sondami celkového tlaku (viz obr. 13 vlevo, místa pro osazení žeber vyznačena žlutými čarami). Statický tlak není ve vstupním průřezu nutno měřit, neboť průtok vzduchu stačí stanovit v jednom místě, a to v kanále za ventilátorem. Propojovací trubičky budou z odběrných míst vyvedeny vnitřkem náběžné hrany vstupního kanálu, kde je pro ně dostatek místa (obr. 13). Tyto „měřicí nástavce na vstupní kanály“ tak budou tvořit kompaktní celek a v případě měření v tunelu či v laboratoři bude možno je velmi rychle nasadit a sejmout. Další výhodou tohoto uspořádání je, že odpadá celý proces traverzování, který vedle nutnosti konstrukce traverzovacího mechanismu a nároků na přesné nastavení polohy sond přináší také zvýšené nároky na čas a spotřebu paliva. Nevýhodou pak je určité zmenšení vstupního průřezu a vliv na proudové pole v jeho okolí.

V oblasti za ventilátorem bude z podobných důvodů použito hřebenových sond.



Obr. 14 Uspořádání měřící trati pro určení charakteristiky ventilátoru

## URČENÍ VHODNÉ MĚŘICÍ TECHNIKY

### Technika pro sondáž rychlostního profilu

Při experimentu není vyžadováno měření turbulentních pulsací. Cíl je právě opačný – je jím změření časově středních hodnot celkového a statického tlaku a rychlosti proudění ve výstupním kanále. Není tudíž nutno používat anemometrických sond. Pro měření tlaku a rychlosti proudění

postačí pneumometrické hřebenové rychlostní sondy v kombinaci s tlakovým převodníkem, pro zjištění směru proudění pak víceotvorové sondy válcové či kulové.

### Technika pro regulaci průtoku

Regulace průtoku vzduchu pohonnou jednotkou bude zajištěna vhodným škrticím orgánem. Vzhledem k uspořádání pohonné jednotky je nejvhodnějším místem pro instalaci regulačního ústrojí její zadní část, tedy zvláštní komora za tryskou či přímo výstupní tryska.

Jedním z možných regulačních orgánů je škrticí klapka za tryskou či uvnitř ní. Vzhledem k vysokému průtoku vzduchu ( $20 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$ ) však nelze pro regulaci použít běžných škrticích klapek pro vzduchotechnická potrubí. Vhodné jsou zde škrticí klapky masivní konstrukce určené pro otopné soustavy nebo průmyslové turbokompresory [22].

Velká nevýhoda použití škrticí klapky spočívá v tom, že proudové pole uvnitř kanálu je již ve velké vzdálenosti před klapkou ovlivněno její přítomností, čímž se podmínky měření vzdalují od skutečného případu. Tím klesá přesnost měření.

Další možností je použití výstupní trysky s proměnnou geometrií. Ve vybavení ústavu letadlové techniky je několik pevných výstupních trysek různých velikostí, při jejich použití však není zajištěn dostatečný regulační rozsah ani plynulost regulace.

Nejvhodnějším škrticím prvkem pro provedení měření v tomto specifickém případě tak zřejmě bude mříž o proměnné hustotě ok, realizovaná např. pomocí proměnlivého počtu stejných mříží umístěných těsně za sebou a posunutých vůči sobě v příčné rovině. Regulace sice ani v tomto případě nebude zcela plynulá, je však možno po jednotlivých krocích změřit dostatečný počet bodů na dané větvi charakteristiky.

Zvláštnost měření charakteristiky ventilátorové pohonné jednotky tkví v tom, že ventilátor tvoří spolu se vstupním a výstupním kanálem funkční celek a nelze jej od průtočné části oddělit, aniž by se změnilo jeho chování v provozu. Při měření ventilátorů používaných např. ve vzduchotechnice je kladen důraz na vyrovnání rychlostního profilu pomocí mříží, popř. vstupních trysek. Cílem je zjistit parametry ventilátoru nezávisle na připojené potrubní síti. V případě pohonné jednotky letounu UL-39 by podobná přidavná zařízení výsledek měření spíše zkreslovala.



Podobné zkeslení by nastalo i v případě, že by ventilátor byl pro účely měření své charakteristiky poháněn elektromotorem. Odhlédneme-li od přiváděného výkonu ( $P_{max} = 142 \text{ kW}$ ), který by kladl značné nároky na rozměry a hmotnost elektromotoru, hraje v tomto případě svou úlohu zejména odlišná časová závislost točivého momentu vyvíjeného jednotlivými typy pohonů. Pulsace v průběhu momentu pístového spalovacího motoru se také stávají charakteristikou provozní vlastností ventilátorové pohonné jednotky a použití jiného typu pohonu by vneslo do měření jistý druh chyby.



Obr. 15 Výměnná tryska používaná Ústavem letadlové techniky [5]

## PRŮBĚH MĚŘENÍ

### Zviditelnění proudění ve vstupním průřezu

Prvním krokem při vlastním měření bude zviditelnění proudového pole, a to zejména ve vstupním průřezu, který bude jednou z měřících rovin. Zviditelnění se uskuteční pomocí kouře, popř. za použití bavlnek. Jedním z jeho cílů je zjistit, zda oběma vstupními kanály protéká vzduch v kvalitativně stejném režimu, tj. zda je k ventilátoru přiváděn rovnoměrně. Dále je vhodné tímto způsobem získat alespoň přibližnou představu o velikosti a místech výskytu příčných složek rychlosti, popř. vírových struktur ve vstupním kanále.

Vzhledem k tomu, že zkušební stav je vyroben z kompozitního materiálu a není opatřen průhledy, jsou možnosti zviditelnění proudění v oblastech dále po proudu značně omezené.

### Určení směrů rychlostí za ventilátorem

Pro zjištění směru vektoru absolutní rychlosti za rotorem ventilátoru bude nutno v měřící rovině za ventilátorem použít válcové, popř. víceotvorové sondy.

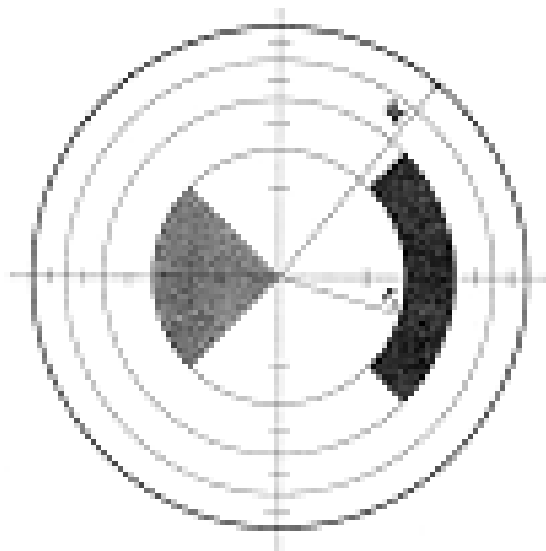
Měření směru absolutní rychlosti je důležité ze dvou hledisek. Za prvé určuje potřebný úhel natočení Prandtlových sond v rovině za ventilátorem, za druhé pak poskytuje informaci o rozvíření proudu za ventilátorem v různých režimech jeho práce. Zde se sice již traverzování rychlostního profilu nelze vyhnout, vzhledem ke snadné přístupnosti a jednoduchosti geometrie průřezu kanálu v daném místě jej však lze zvládnout ručně, za pomoci délkových měřidel.

### Sondáž rychlostního profilu

V oblasti za ventilátorem provedeme sondáž rychlostního profilu. Dbáme přitom na natočení sond proti směru nabíhajícího proudu. Rozmístění sond po poloměru provedeme podle metody rovnoplochých mezikružjí (viz

např. [4], [13]). Mezikruhový úsek výstupního kanálu za ventilátorem rozdělíme na jednotlivé plochy podle vztahů:

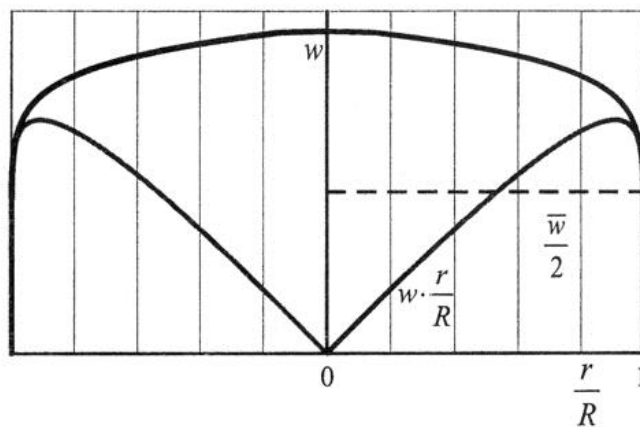
$$\pi r_i^2 = (i-1) \frac{\pi R^2}{n} + \frac{1}{2} \frac{\pi R^2}{n}, \quad r_i = R \sqrt{\frac{i-1}{2n} + \frac{1}{4n}} = R \sqrt{\frac{2i-1}{4n}}$$



Obr. 16 Rozdělení kruhového potrubí na stejné plochy

Na každém z měřících poloměrů  $r_i$  bude stanovena rychlost, která bude v daném mezikruží považována za konstantní. Střední hodnota rychlosti, určující objemový průtok, bude následně stanovena grafickou či numerickou integrací rychlostního profilu (podrobněji viz [4], [7], [13]) dle vztahu:

$$V = \iint_S w \, dS = \bar{w} S$$



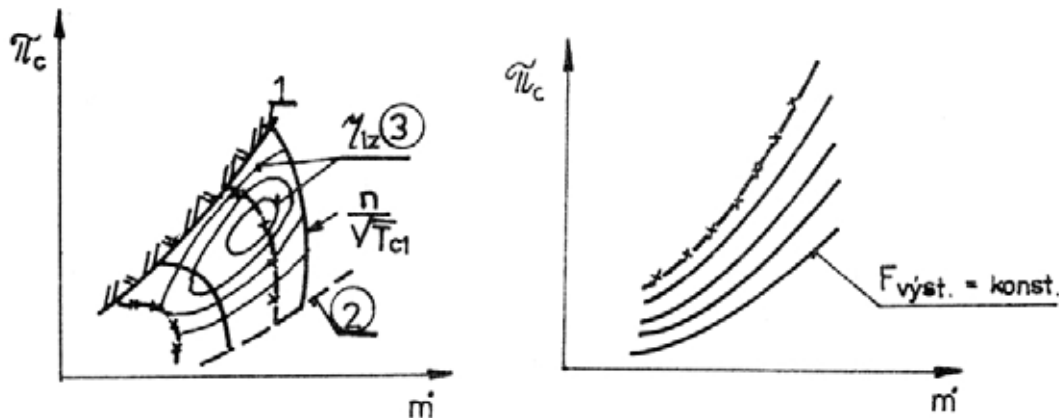
Obr. 17 Grafická integrace rychlostního profilu

Je nutno podotknout, že osová rychlost v místě ventilátoru je v návrhovém režimu  $ca = 90 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Této rychlosti za podmínek určených geometrickou výškou  $h = 0 \text{ m}$  dle MSA (tedy podobných těm, jež lze očekávat při experimentu v laboratoři) odpovídá Machovo číslo  $Ma_0 = 0,264$ . Lze tudíž považovat s dostatečnou přesností proudění v absolutní souřadné

soustavě za nestlačitelné. Hodnotu hmotnostního průtoku ventilátorovou pohonnou jednotkou tak lze vypočítat prostým vynásobením objemového průtoku hustotou nenarušeného proudu. Platí tedy:

$$m = \rho_{\infty} \iint_S w \, dS = \rho_{\infty} \bar{w} S$$

V případě požadavku na vyšší přesnost měření by bylo nutno v těchto místech, v nichž byl měřen celkový a statický tlak, změřit také celkovou teplotu, která je spolu s celkovým tlakem nutná pro výpočet proudové hustoty  $\rho w$ .



Obr. 18 Charakteristika ventilátoru a pomocná křivka sloužící k jejímu měření

Střední hodnoty celkového tlaku  $p_{0,c}$  a  $p_{2,c}$  v obou měřících rovinách získáme prostým výpočtem aritmetického průměru v každé z rovin. Z těchto hodnot bude následně určen poměr celkových tlaků ventilátoru  $\pi_v$ , který vyneseme do charakteristiky (viz dále).

Časové středování hodnot celkového a statického tlaku je zajištěno samotným fyzikálním principem měření, neboť měření bude prováděno pomocí konvenčních pneumometrických sond.

### Návrhový bod

Popsané měření bude nejprve provedeno za podmínek, s nimiž bylo počítáno při výpočtu návrhového bodu ventilátoru (viz [16]). Tyto podmínky zahrnují nulovou dopřednou rychlost, hodnoty stavových veličin odpovídající geometrické výšce  $h = 0$  m dle MSA (na něž bude nutno hodnoty naměřené při experimentu přepočítat) a výstupní trysku o průměru 450 mm bez škrceň.

### Sestrojení charakteristiky ventilátoru

Následně bude provedeno měření charakteristiky ventilátoru. Jednu větev charakteristiky, odpovídající konstantním otáčkám ventilátoru (motoru) lze zkonstruovat na základě údajů o poměru středních hodnot celkových tlaků

$$\pi_v = \frac{P_{2,c}}{P_{0,c}}$$

a o hmotnostním průtoku vzduchu ventilátorem

$$m = \rho_{\infty} \iint_S w \, dS = \rho_{\infty} \bar{w} S$$

Při měření každé větve charakteristiky ventilátoru se při otáčkách motoru

$n_m = \text{konst.}$  postupně mění pomocí škrťacího orgánu (v našem případě mříže) hmotnostní průtok ventilátorem, což vede ke změně poměru

celkových tlaků. Na každé větvi se takto měří např. 10 bodů. (tj. 10 nastavení škrťacího orgánu). Tento postup je v praxi často používán. Pro případ pohonné jednotky ventilátoru UL-39 však není příliš praktický.

Vzhledem k obtížnosti udržení konstantních otáček motoru a k nutnosti při každých otáčkách případně mnohokrát měnit hustotu mříže na výstupu z trysky, bude měření provedeno druhým možným způsobem, popsáním v [20].

Budou změřeny křivky (v souřadnicích poměr celkových tlaků – hmotnostní průtok), z nichž každá bude odpovídat konstantní ploše na výstupu pohonné jednotky (tedy konstantnímu nastavení škrťacího orgánu, viz obr. 18 vpravo). Každý z měřených bodů na této křivce bude odpovídat určitým otáčkám motoru. Větvě charakteristiky odpovídající konstantním otáčkám (dle obr. 18 vlevo) lze následně sestavit spojením příslušných bodů na jednotlivých naměřených křivkách. Vliv drobných odchylek otáček na naměřený tlakový poměr lze postihnout pomocí korekčních vztahů uvedených v [20].

Pro každou hustotu mříže na výstupu se tedy ventilátor postupně bude rozvíjet od nejnižších otáček k nejvyšším. Tím se postup měření stává mnohem rychlejším a praktičtějším, a to bez negativního vlivu na přesnost.

Charakteristiku ventilátoru je následně možno přepočítat (redukovat) na podmínky MSA v geometrické výšce  $h = 0$  m (viz např. [9], [20]), čímž bude umožněno její porovnání s charakteristikami jiných lopatkových strojů (osových ventilátorů nebo stupňů osových kompresorů).

### Vyhodnocení a následné kroky

Charakteristika ventilátoru je důležitým ukazatelem provozního chování stroje. Především je důležitá poloha pracovního bodu a strmost charakteristiky v jeho okolí. Pracovní bod by měl ležet v dostatečné vzdálenosti od meze pumpáže a průběh charakteristiky v jeho okolí by neměl být nadměrně strmý. Pracovní bod by se dále měl nacházet v oblasti nejvyšší účinnosti, což by bylo možno ověřit změřením celkových teplot před a za ventilátorem. Toto měření je zvládnutelné jednoduchou záměnou tlakových sond snímači celkové teploty.

Dalším důležitým výsledkem experimentu bude znalost rychlostního pole v oblasti vstupního kanálu a za ventilátorem (v případě vstupního kanálu bude možno provést též zviditelnění proudění). Dosud byly průběhy a hodnoty rychlostí v těchto místech stanovovány pouze metodami CFD. Je tedy žádoucí ověřit závěry výpočtů.

V neposlední řadě budou zvlášť změřeny hodnoty poměru celkových tlaků a hmotnostního průtoku vzduchu ventilátorem v návrhovém bodě. Dále bude v tomto bodě změřen směr vektor absolutní rychlosti za rotorem, který by v tomto případě měl mít přibližně osový směr. Tato měření by měla potvrdit správnost návrhu stroje.

## ZÁVĚR

V předkládané práci byl popsán návrh modernizace měřicího stanoviště ventilátorové pohonné jednotky letounu UL-39 a průběh budoucích experimentů.

Výsledků měření bude využito při uvádění letounu do provozu i při vývoji nového ventilátorového stupně pro pohonnou jednotku letounu UL-39, který bude (při splnění požadavků na letové výkony letounu) méně hlučný než stávající, popř. umožní let vyšší rychlostí v cestovním režimu.

Jelikož dosud nebyly měřeny parametry ventilátoru v pracovním bodě ani charakteristika ventilátoru, bude provedené měření též sloužit k ověření vypočtených parametrů pracovního bodu a zjištění jeho polohy na charakteristice.

## Literatura:

- [1] BRABEC, Jiří. Letové výkony letounu UL-39. Technická zpráva. Vedoucí úkolu Ing. Robert Theiner, Ph.D. Číslo zprávy TZP/ULT/24/11. 31 s.
- [2] BROŽ, Václav. Aerodynamika vysokých rychlostí. 2. vyd. Praha: ČVUT, 1990. 290 s.
- [3] DITTMAR, James H. Methods for Reducing Blade Passing Frequency Noise Generated by Rotor-wake-Stator Interaction. Technical Memorandum. Washington: NASA, 1972. 31 s. Report No. NASA TM-X 2669.
- [4] ECK, Bruno. Ventilatoren. 6. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2003. 576 s. ISBN 3-540-44058-5
- [5] HELMICH, Martin. Tests of the Propulsion Unit of an Unconventional Ultralight Aircraft. In: Studentská tvůrčí činnost. Sborník 2013. Praha: ČVUT, 2013. 14 s. ISBN 978-80-01-05232-7
- [6] ILICH, Zdeněk. Rekonstrukce výstupního kanálu ventilátorového pohonu malého sportovního letounu. Diplomová práce. ČVUT v Praze, Fakulta strojní, 2012. Vedoucí práce Ing. Martin Helmich. 78 s.
- [7] JENČÍK, Josef. Technická měření. Dotisk 3. přeprac. vyd. Praha: ČVUT, 1983. 230 s.
- [8] JERIE, Jan. Teorie motorů. Dotisk. Praha: ČVUT, 1985. 389 s.
- [9] KADRNOŽKA, Jaroslav. Lopatkové stroje. 1. upravené vyd. Brno: CERM, 2003. 177 s. ISBN 80-7204-297-1
- [10] KAMENICKÝ, Ján – LINHART, Zdeněk. Konstrukce leteckých motorů. Část I. Brno: VAAZ, 1986. 468 s.
- [11] LIEBLEIN, Seymour. Incidence and Deviation Angle Correlations for Compressor Cascades. Cleveland: NASA, 1959. 52 s.
- [12] MAJJIGI, R. K. – GLIEBE, P. R. Development of a Rotor Wake/Vortex Model. Volume I – Final Technical Report. Final Contractor Report. Washington: NASA, 1984. 156 s. Report No. NASA CR 174849
- [13] MATUŠKA, Tomáš. Experimentální metody v technice prostředí. 1. vyd. Praha: ČVUT, 2005. 200 s. ISBN 80-01-03291-4
- [14] MORAVEC, Zdeněk. Poznámky k hluku lopatkových strojů. Učební text postgraduálního studia "Vybrané problémy teorie, konstrukce a technologie turbinových motorů". Praha: ČVUT, 1978.
- [15] NOVÝ, Richard. Hluk a chvění. Vydání 3. př. Praha: ČVUT, 2009. 400 s. ISBN 978-80-01-04347-9
- [16] POUL, Robin. Termodynamický a aerodynamický návrh axiálního ventilátoru v uspořádání rotor-stator a předstator-rotor. Praha: Centrum leteckého a kosmického výzkumu FS ČVUT v Praze, 2009. 50 s.
- [17] REMEK, Branko et al. Experimentální měření v dopravní technice. 1. vyd. Praha: ČVUT, 2004. 150 s. ISBN 80-01-03057-1
- [18] RITSCHL, Erik. Analýza tvaru vstupních ploch sacího kanálu dmychadla. Disertační práce. ČVUT v Praze, Fakulta strojní, 2009. Školitel prof. Ing. Antonín Málek, CSc. 71 s.
- [19] SCHWARTZ, Ira R. – NAGAMATSU, Henry T. – STRAHLE, Warren C. Aeroacoustics: Fan Noise and Control; Duct Acoustics; Rotor Noise. Technical Papers from AIAA 2nd Aero-Acoustics Conference. New York: AIAA, Cambridge: MIT Press, 1976. 634 s. ISBN 0-915928-09-4
- [20] ŠOCH, Petr – VRÁTNÝ, Jiří – MAŘÍK, Jan. Mechanika tekutin – experimentální metody. 1. vyd. Praha: ČVUT, 1989. 158 s.
- [21] THEINER, Robert. Studie nekonvenčního UL letounu. Disertační práce. ČVUT v Praze, Fakulta strojní, 2007. Školitel prof. Ing. Václav Brož, CSc. 107 s.
- [22] Škrťací klapky PN 6/10/16 pro přírubové připojení. Katalogový list. [online] <[https://www.cee.siemens.com/web/cz/cz/corporate/portal/home/infrastructure-cities/IBT/mereni\\_a\\_regulace/ventily-a\\_pohony/klapky\\_a\\_kohouty](https://www.cee.siemens.com/web/cz/cz/corporate/portal/home/infrastructure-cities/IBT/mereni_a_regulace/ventily-a_pohony/klapky_a_kohouty)>

# Experimentální ověření aerodynamické síly působící na kuželku odlehčeného regulačního ventilu

Ing. Martin Miczán, Ing. Lukáš Bednář - Doosan Škoda Power s.r.o., Česká republika

Popisuje se experiment zaměřený na stanovení aerodynamické síly působící na kuželku odlehčeného regulačního ventilu. Porovnává se síla určená z tlaků se silou získanou z tenzometrického měření. Uvažují se dvě varianty provozní charakteristiky turbíny. Uvádí se přepočítání sil měřených na modelu na síly působící na reálném provedení ventilu.

## ÚVOD

Síla potřebná k odtržení kuželky regulačního ventilu od sedla je úměrná tlakovému rozdílu na kuželce a dosedací ploše. Na vřeteno ventilu působí kromě aerodynamické síly také vlastní váha pohyblivých částí ventilu, síla od přitlačné pružiny a třecí síla od těsnících elementů. Existuje určitá typová řada servopohonů. Pokud provozní parametry turbíny vyžadují ventily se silovými parametry, které převyšují možnosti servopohonu, je nutné uplatnit větší počet neodlehčených ventilů nebo použít odlehčený regulační ventil.

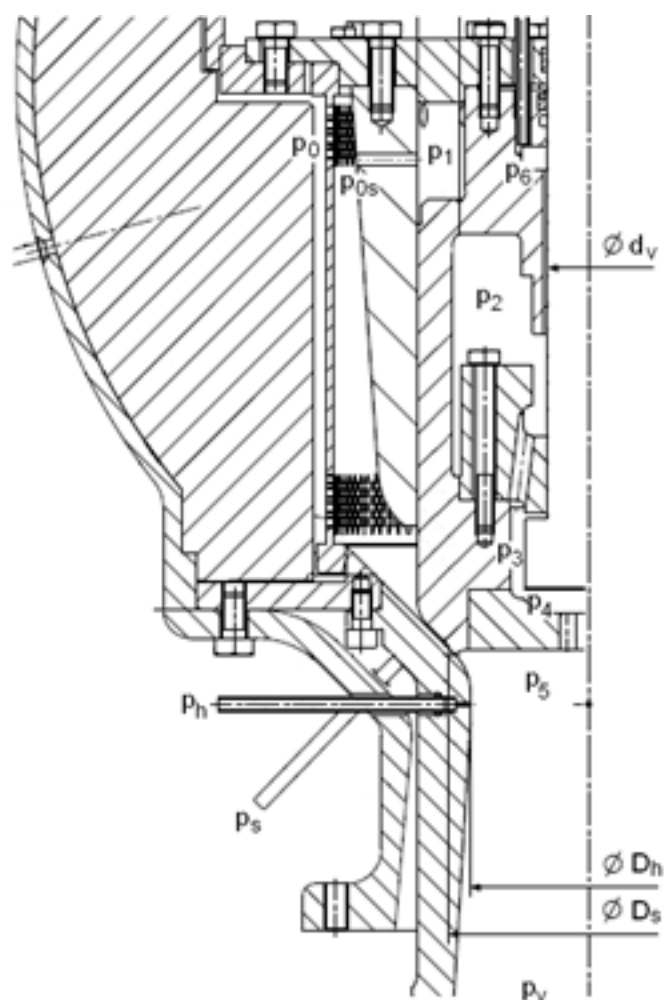
Odlehčený ventil je tvořen vnitřním obtokovým ventilem, který umožní snížit přitlačný tlak působící na kuželku a usnadní odtržení kuželky od sedla. Průtok páry k obtokovému ventilu je umožněn přes kruhovou štěrbinu, která zredukuje tlak v prostoru pod štěrbinou. Cílem je, aby se komory pod obtokovou kuželkou při odtržení vřetena ze sedla vyprazdňovaly rychleji než komory mimo tuto oblast. Pro potřeby ověření návrhové varianty ventilu byl vyroben model v měřítku 1:1.

## 1. MODEL ODLEHČENÉHO VENTILU

Provedení odlehčeného regulačního ventilu je znázorněno na obr. 1. Přes otvory ve vodící objímce se pára dostává i do vnitřního prostoru k obtokovému ventilu. Nad částí kuželky je tlak  $p_1$ . Po průtoku štěrbinou je tlak snížen na hodnotu  $p_2$ . V okolí obtokového ventilu se nastaví tlaky  $p_3$  a  $p_4$ . Na dno velké kuželky působí tlak  $p_5$ . Výstupní tlak v difuzoru je znázorněn jako  $p_6$ .

Na modelu ventilu lze všechny uvedené tlaky s výjimkou tlaku  $p_5$  přímo měřit. Kromě zmíněných tlaků je snahou zaznamenávat i tlaky v hrdle difuzoru  $p_h$  a na stěně sedla  $p_s$ . Při větším zdvihu velké kuželky se vstupní štěrbinou otevře a tlaky  $p_1$  a  $p_2$  se vyrovnají. Zároveň se však uzavře přívod páry ke kuželce obtokového ventilu. Pak má smysl měřit i tlak  $p_6$ . V takovém případě by měly tlaky  $p_3$ ,  $p_4$  a  $p_6$  blízké tlaku  $p_5$ . Na modelu ventilu se pomocí tenzometrů měří přitlačná síla kuželky na vřeteno i aerodynamická síla působící na vřeteno.

Ventil je napojen na sání aerodynamického tunelu. Změnou otáček kompresoru se nastaví požadovaný tlak na výstupu z ventilu. Tlakový poměr se pohybuje v rozmezí  $p_v/p_0 = 0,3 \div 1$ . Vstupní tlak je blízký barometrickému tlaku. Na díle je však vstupní tlak mnohonásobně vyšší. Ke stanovení celkového hmotnostního toku ventilu slouží clona, která je součástí aerodynamického tunelu.

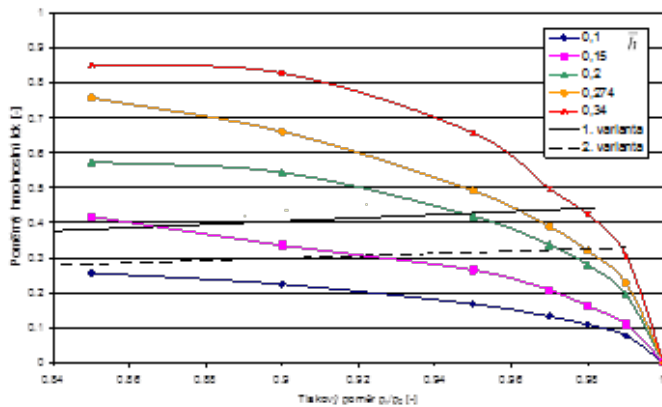


Obr. 1 Schéma regulačního ventilu

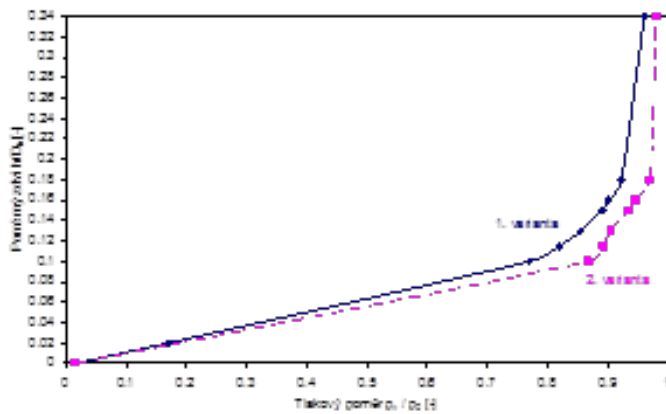
## 2. POZNATKY Z EXPERIMENTŮ

Pro daný typ a geometrii ventilu existuje obecná průtoková charakteristika zobrazena na obr. 2, která je univerzální jak pro různá media (vzduch i páru), tak i pro odlišné rozměry ventilu. Požaduje se pouze úplná geometrická podobnost. Výsledky byly potvrzeny výpočty [1] i experimenty.

Obecná průtoková charakteristika znázorňuje závislost poměrného hmotnostního toku  $q = \frac{\dot{m}}{m_{kr}}$  na tlakovém poměru  $\varepsilon_v = p_v / p_0$  (pozn.  $m_{kr}$  je teoretický kritický hmotnostní tok uvažovaný pro hrdlo difuzoru za ventilem,  $p_v$  je tlak za ventilem a  $p_0$  je vstupní tlak). Vynesené hodnoty náleží konstantnímu  $\bar{h} = h / D_h$ , což je skutečný zdvih velké kuželky vztážený na průměr hrdla difuzoru  $D_h$ .



Obr. 2 Průtoková charakteristika ventilu bez síta



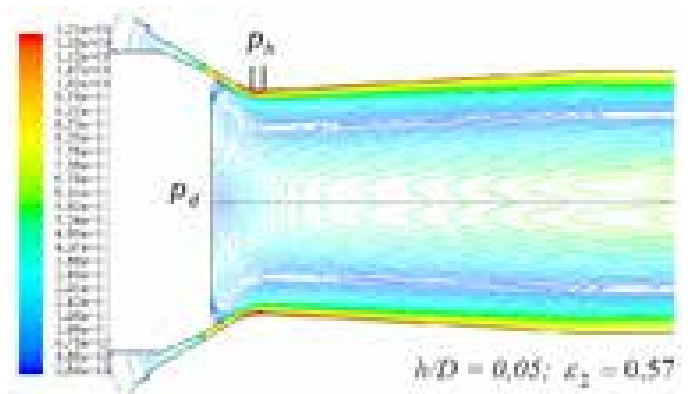
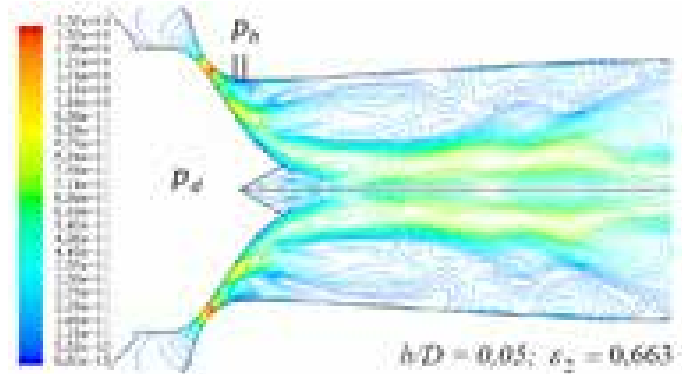
Obr. 3 Provozní charakteristika turbíny

Parní turbína tvoří s regulačním ventilem jeden celek. Podle požadovaného výkonu turbíny se na ventilu pomocí zdvihu vřetene nastaví určitý hmotnostní tok a tlakový poměr. Tím je stanoven i tlak před vlastní turbínou.

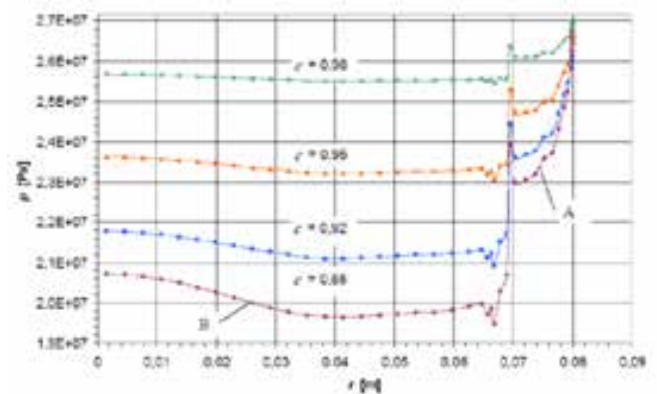
Na obr. 2 jsou zakresleny i dvě varianty provozní charakteristiky turbíny. První varianta garantuje větší hmotnostní tok, ale nižší tlak před turbínou. Ve vlastním ventilu se však uplatní větší přitlačná síla velké kuželky na vřeteno. Druhá varianta vykazuje při plném otevření ventilu větší poměrný tlak  $p_v / p_0$ , tedy i menší ztrátu v turbíně. Přitlačná síla na pohyblivé části ventilu je však menší. Existuje unifikovaná výrobní řada ventilů, kvůli které je vždy nutné rozhodnout, zda je lepší zvolit větší rozměry ventilu s vyšším výstupním tlakem nebo menší rozměry ventilu s větší přitlačnou silou a většími ztrátami.

Na obr. 3 je uveden zdvih kuželky ventilu  $\bar{h}_p = f(\varepsilon_v)$  pro uvažované

provozní charakteristiky turbíny. Při stavech blízkých jmenovitému provozu turbíny odpovídá velké změně nastavení velké kuželky malá změna tlakového poměru. Velký rozsah změny výkonu turbíny (týká se to zejména nastartování a najetí na výkon) pak nastává při malém rozsahu zdvihu kuželky.



Obr. 4 Ventil s tvarovanou kuželkou



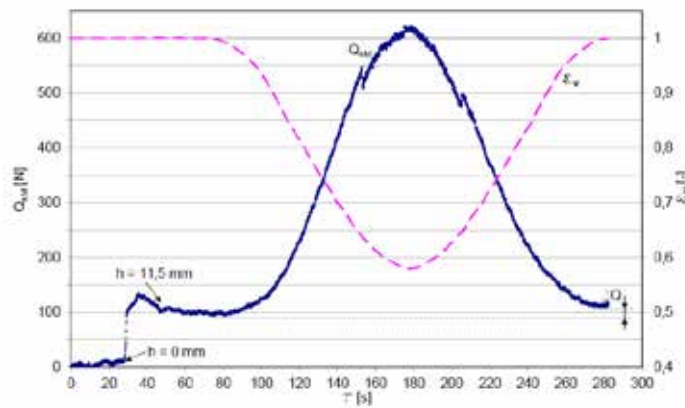
Rozložení tlaku na povrchu kuželky při  $h/D = 0,3$

Obr. 5 Ventil s podpíchnutou kuželkou

Nedostatkem tohoto tvarování je existence kruhové Lavalovy dýzy. Při nadkritických tlakových poměrech, které přetrvávají při malých zdvích kuželky, dochází ke vzniku nestacionárního proudění s výskytem rázových vln doprovázených intenzivními vibracemi. Může dojít i k destrukci potrubí. Lepší spolehlivost vykazuje podpíchnutá kuželka, která je zobrazena na 5. Podpíchnutí kuželky umožňuje stabilizovat proudové poměry pod kuželkou, avšak za cenu nižší přitlačné síly. Nejnižší tlak není na dně kuželky, ale v místě hrdla na stěně difuzoru.

Určitá nestabilita může nastat při přechodu ze subsonické do transsonické oblasti proudění. Souvisí to s výskytem rázových vln a případným odtržením proudů od povrchu kuželky. Obr. 6 ukazuje, jak se mění síla působící na kuželku s rovným dnem u odlehčeného regulačního ventilu, který je navržen podle obr. 1, při stálém zdvihu  $\bar{h} = 0,115$  a plynulé změně tlakového poměru  $\varepsilon_v = p_v / p_0$ . Ukazuje se, že na kuželku působí i třecí síly mezi vodící objímkou a kuželkou. Zatěžování kuželky je proto organizováno tak, aby se zatěžovací síla postupně zvětšovala. Vyhodnocení závislosti se proto uskutečnilo jen z jedné větve zátěžové charakteristiky. Působení rázových vln po vzniku transsonického proudění se na kuželku s rovným dnem přenáší. Projevuje se vliv vibrací aerodynamického tunelu i případná rezonance mezi vlastními frekvencemi závěsu ventilu a frekvencemi od otáček kompresoru a převodovky sacího systému aerodynamického tunelu.

Bezrozměrná síla působící na kuželku je funkcí poměrného zdvihu a tlakového poměru.



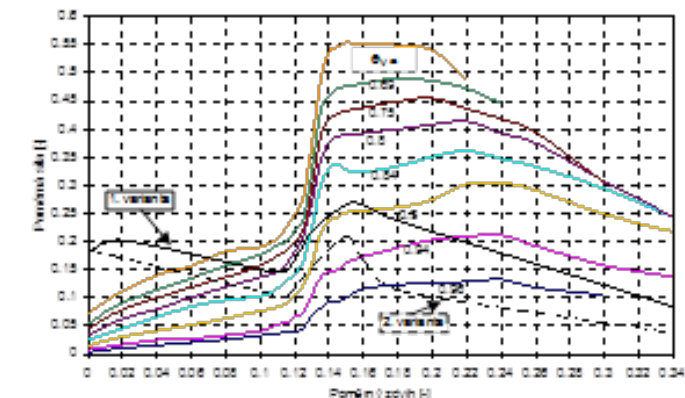
Obr. 6 Síla na kuželku s rovným dnem

$$\bar{Q}_k(\varepsilon_v, \bar{h}) = \frac{Q_k}{p_0 S_s}, \text{ kde } Q_k = f(h, p_0, p_v, S_s) \text{ je skutečná síla}$$

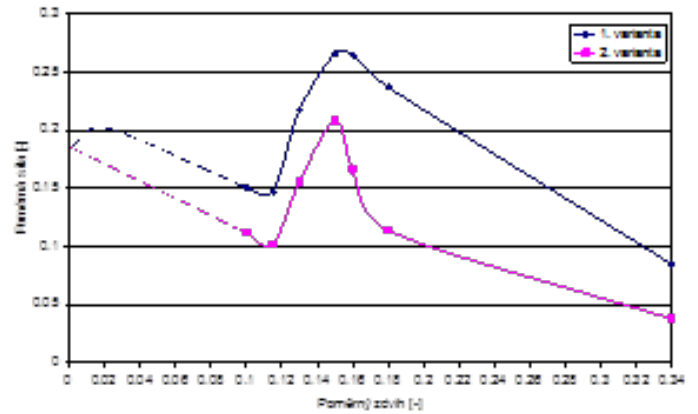
působící na kuželku,  $p_0$  je vstupní tlak,  $p_v$  je výstupní tlak,  $h$  je zdvih a  $S_s$  je plocha sedla.

Aby se mohla určit přítlačná síla kuželky pro konkrétní provozní variantu ventilu a jeho rozměry, je potřebné stanovit obecnou bezrozměrnou silovou charakteristiku. Ta je pro daný ventil uvedena na obr. 7. Provozní charakteristika pro obě zvolené varianty provozu turbíny je pak zpracována na obr. 8. Přechod z oblasti, kdy ventil funguje jako odlehčený, do oblasti neodlehčeného ventilu je velmi dobře patrný.

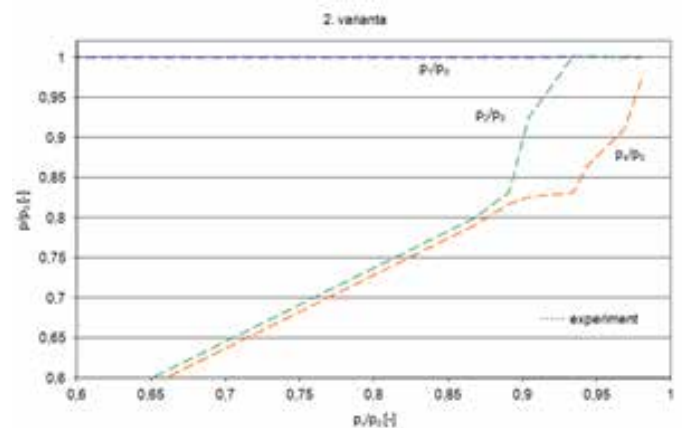
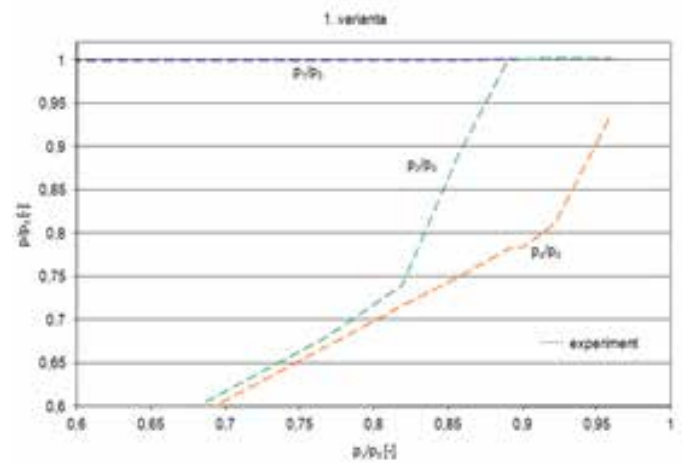
Jaký je průběh tlaků ve vnitřních částech ventilu ukazuje obr. 9.



Obr. 7 Obecná silová charakteristika ventilu

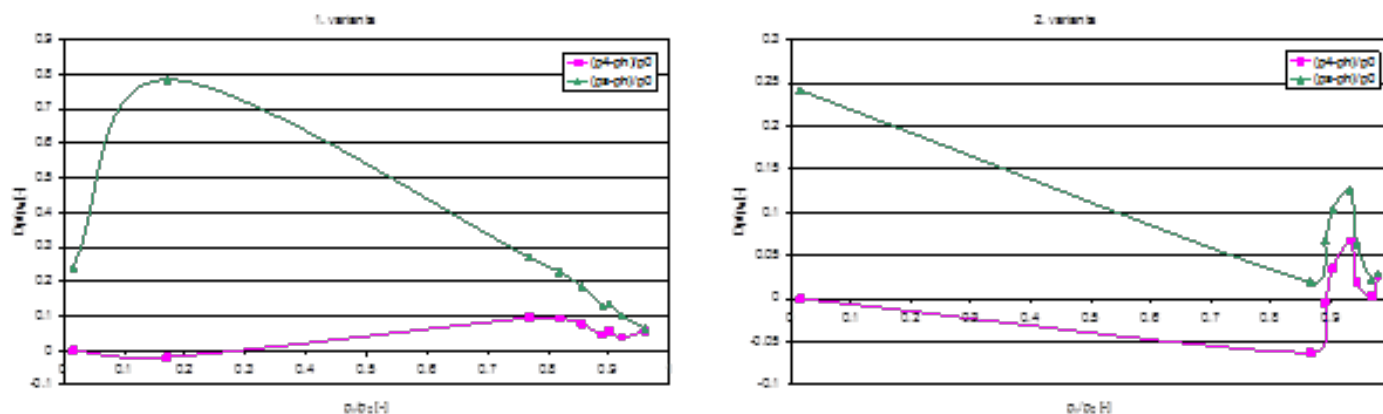


Obr. 8 Provozní silová charakteristika

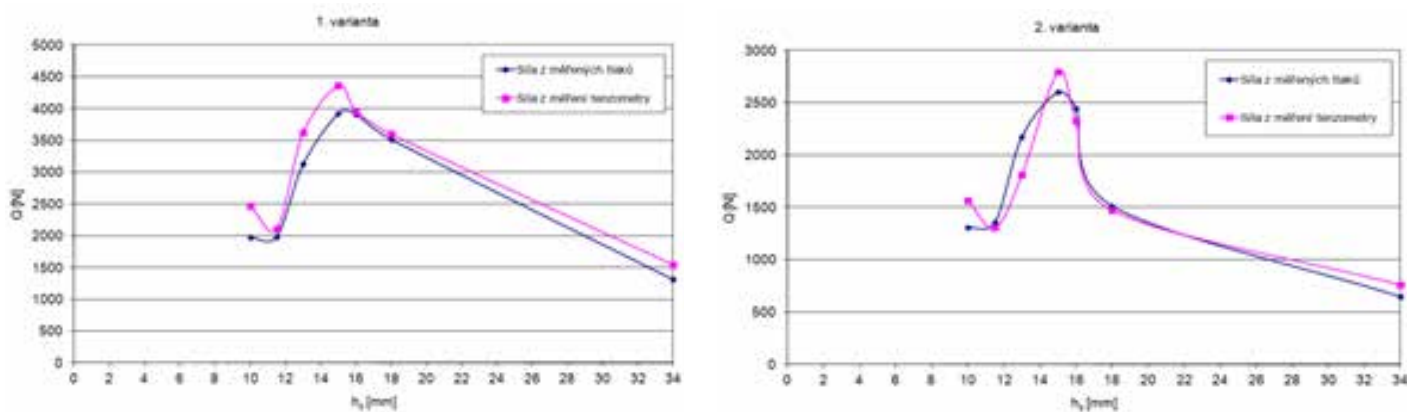


Obr. 9 Tlakové poměry ve vnitřních komorách odlehčeného ventilu

Rozložení tlakových poměrů vykazuje tři charakteristické úseky. Počáteční fáze otevírání ventilu je ovlivněna zkrácením délky štěrbin, které končí jejím úplným otevřením. Tlak  $p_2$  se postupně vyrovnává s tlakem  $p_1$ . Ostatní tlaky jsou blízké tlaku  $p_1$ . Při dalším posunu kuželky se začíná uzavírat přítok páry k obtokovému ventilu. Tlaky  $p_3$  až  $p_6$  se vyrovnávají. Po úplném uzavření průtoku jsou tlaky  $p_3$  až  $p_6$  prakticky stejné. U první varianty se vyskytují větší rozdíly tlaků  $p_1$  a  $p_4$ , což svědčí o větší přítlačné síle. U druhé varianty je rozdíl tlaků působících na kuželku snížen.



Obr. 10 Tlakové difference v okolí sedla a v hrdle difuzoru ventilu



Obr. 11 Přítlačné síly působící na kuželku odlehčeného ventilu

Experiment neumožňuje měřit přímo tlak  $p_5$ , který působí na dno kuželky. Z provedených výpočtů [1] se však ví, že je srovnatelný s tlakem  $p_4$ , který se měří. Na modelu ventilu se zaznamenává tlaková ztráta na perforované stěně i tlaky v hrdle difuzoru a v úseku sedla. Jejich změny v závislosti na provozním tlakovém poměru  $p_v / p_0$  zachycuje pro obě varianty obr. 10.

Tlak v místě hrdla je při obtékání proudu bez odtržení od stěny nejmenší. Tlak v hrdle difuzoru  $p_b$  se nechá snadno změřit. Pomocí diagramů obr. 10 se nechá odhadnout tlak na dně kuželky i u jiných provedení ventilů.

Jak vychází srovnání měřených a vypočtených přítlačných sil na kuželku ze zaznamenaných tlaků ukazuje obr. 11. Srovnání se uskutečnilo pro vstupní parametry páry uvažovaných pro regulaci výkonu turbíny instalované v laboratoři, tj.  $p_0 = 14$  bar.

## ZÁVĚR

Testovaný ventil splňuje požadavky na snížení přítlačné síly při startu turbíny. Volbou ventilu z unifikované výrobní řady můžeme ovlivnit tlakovou ztrátu na ventilu i velikost přítlačné síly na kuželku. Při přechodu ze subsonické do transsonické oblasti je ventil dostatečně stabilní. Síly stanovené z tlaků odpovídají přímo měřeným silám

## Literatura:

- [1] M. Hajšman: Výpočet průtokové charakteristiky ventilu s různými vstupními průměry sedla; Diplomová práce ZČU v Plzni, 2011
- [2] R. Matas, L. Bednář, L. Tajč: Numerical Simulations and Experiments as Modern Tools for Research of Control Valves for Steam Turbines; In Experimental Fluid Mechanics 2010, Technická univerzita Liberec, 2010, pp. 398-409, ISBN: 978-80-7372-670-6
- [3] M. Hajšman, D. Kovandová, R. Matas: Some Aspects of Numerical Simulation of Control Valve for Steam Turbines; In Experimental Fluid Mechanics 2011, Technická univerzita Liberec, 2011, pp. 642-653, ISBN: 978-80-7372-784-0
- [4] L. Jirka: Výpočtová studie proudění páry regulačním ventilem; Diplomová práce ZČU v Plzni, 2007

# Studie chlazení rozváděcích lopatek turbínového motoru

Mgr. Jan Šimák - VZLÚ

Tento příspěvek se zabývá studií návrhu chlazení odtokové hrany statorové lopatky turbínového motoru TJ100. Lopatka je chlazena pomocí vnitřní dutiny a otvorů vyfukujících chladný vzduch na povrch lopatky, který tak snižuje přenos tepla směrem do lopatky. Problém je studován pomocí numerického modelování za využití CFD software Edge a vlastního programu pro vedení tepla v pevném tělese. Výsledky ukazují snížení teploty ve sledované oblasti a tím použitelnost uvažovaného postupu.

## ÚVOD

Cílem práce je ověřit možnosti chlazení statorové lopatky turbínového motoru TJ100 z PBS Velká Bíteš. Z důvodu vysokých teplot spalin vycházejících ze spalovací komory a jejímu možnému nerovnoměrnému rozložení může docházet k přehřívání částí lopatek, zejména v oblasti odtokových hran. Tento jev má pak za následek degradaci materiálu a tím nežádoucí zkrácení životnosti, kterému je třeba předejít.

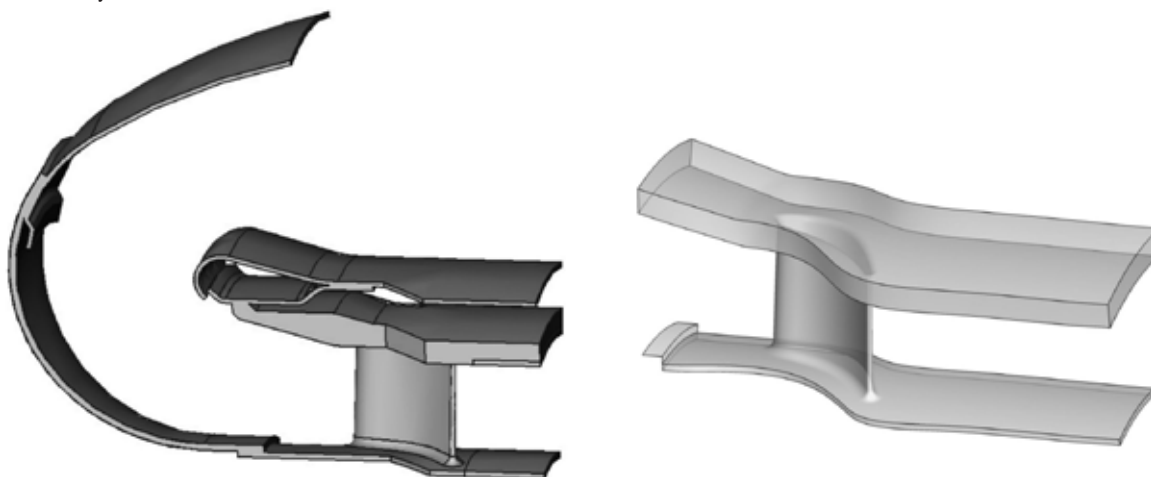
Vzhledem k malým rozměrům rozváděcího kola není možné zabudovat do lopatek sofistikovaný systém vnitřních kanálků, které by rozváděly chladící médium. Proto byl v PBS Velká Bíteš navržen inovativní tvar lopatky, připravený pro zabudování vnitřní chladicí dutiny. Tento a původní tvar lopatky byl numericky porovnán v [1]. Oproti původnímu rozváděcímu kolu, které má 26 lopatek, má nový návrh lopatek jen 17.

Protože vnitřní dutina je schopna ochladit především část lopatky u náběžné hrany a její efektivita u odtokové hrany je výrazně menší, bylo rozhodnuto vyzkoušet fluidní chlazení. To znamená, že pomocí vefukování chladnějšího vzduchu se na povrchu lopatky vytvoří tenká bariéra, která zamezí kontaktu horkého vzduchu s lopatkou a sníží tak přestup tepla. Dvourozměrné návrhy chlazení v různých konfiguracích byly testovány v [2] a [3]. V prvním případě bylo simulováno vyfukování z rozříznuté trubičky před náběžnou hranou, v druhém případě se pak simulovala tryska umístěná na povrchu lopatky, v různých vzdálenostech od odtokové hrany.

Problematika je studována pomocí numerické simulace, která bude ověřena pomocí připravovaného experimentu. Pro výpočet je využit CFD software Edge vyvinutý ve švédském FOI a na jehož vývoji se podílí i VZLÚ, doplněný o vlastní program pro výpočet šíření tepla v pevném tělese.

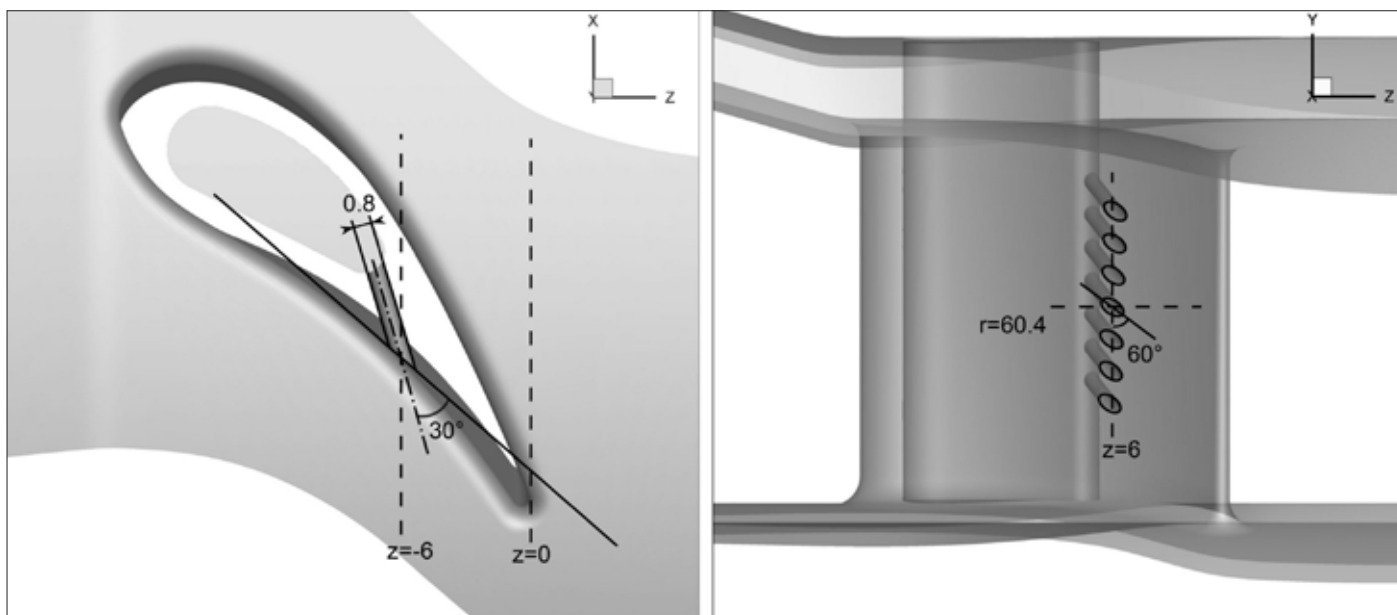
## POPIS UVAŽOVANÉ GEOMETRIE

Byla zvolena experimentální konfigurace chladících kanálků, která má hlavně za úkol ověřit efektivnost tohoto přístupu a také vyzkoušet postupy při řešení uvažovaného problému. Tvar výpočtové oblasti vychází ze zjednodušené geometrie rozváděcího kola bez uvažování rotoru, představuje výseč obsahující jednu rozváděcí lopatku a příslušnou část mezi-lopatekových kanálů. Tvar původní geometrie a zjednodušené výpočtové geometrie je zobrazen na obrázku Obr. 1. Vstupní hranice oblasti je ve vzdálenosti přibližně 1,5 násobku délky tělivity lopatky před náběžnou hranu a výstupní hranice je protažena až na vzdálenost přibližně dvou délek tělivity za odtokovou hranou lopatky, aby nedošlo k ovlivnění okrajovou podmínkou. Také byl zjednodušen tvar patní a vnější stěny rozváděcího kola. Patní a vnější poloměry kola jsou 50 mm a 69,75 mm.



Obr. 1: Výchozí model jedné periody rozváděcí lopatky (vlevo) a příslušný model pro výpočty (vpravo)





Obr. 2 Umístění chladicích trysek v lopatce (rozměry v milimetrech)

Pro potřeby chlazení byla navržena experimentální konfigurace zahrnující dutinu uvnitř lopatky a sedm trysek kruhového průřezu přivádějících chladnější vzduch z dutiny na povrch přetlakové strany lopatky. Trysky ústí na povrch zhruba v jedné třetině délky lopatky od odtokové hrany. Chladicí kanálky jsou navzájem rovnoběžné a navrženy tak, aby prostřední svíral s povrchem lopatky úhel  $30^\circ$ . Zároveň jsou kanálky odkloněny od směru osy rozváděcího kola o  $30^\circ$  směrem k patě lopatky. Průměr jednotlivých kanálků je 0,8 mm a jejich rozteč je 1,6 mm. Prostřední kanálek je umístěn mírně nad střední poloměr lopatky. Tato konfigurace je zobrazena na obrázku Obr. 2.

## NUMERICKÁ METODA

Úloha řešení uvažovaného problému je rozdělena na dvě samostatné části, úlohu proudění tekutiny a úlohu šíření tepla v pevném tělese. Na základě přenosu potřebných informací mezi oběma řešiči a iteračního procesu je pak získáno výsledné řešení daného problému.

### Řešení proudového pole

Uvažujeme stacionární, stlačitelné proudění dokonaleho plynu, popsaného pomocí RANS rovnic (Reynolds-averaged Navier-Stokes, průměrované Navierovy-Stokesovy rovnice) [4] ve třech dimenzích. Úloha je řešena pomocí CFD programu Edge, verze 5.2, který je založen na metodě konečných objemů na duální síti. Pro získané výsledky bylo použito schéma typu upwind, kde vyjádření nevazkých numerických toků na stěně mezi dvěma buňkami je ve tvaru

$$F_I = \frac{1}{2} (F_I(w_0) + F_I(w_1)) - d_{01} \quad (1)$$

Hodnoty potřebných veličin na stěně jsou určeny pomocí Roeova průměrování. Pro zvýšení řádu přesnosti je také použita rekonstrukce hodnot veličin na stěnách buněk (symetrické TVD schéma) s minmod limiterem, který potlačuje nežádoucí numerické oscilace.

Rovnice jsou integrovány v čase ke stacionárnímu řešení pomocí explicitní tříkrokové Rungeho-Kuttovy metody s lokálním časovým krokem. Pro zrychlení konvergence je využit multigrad a implicitní zhlazení rezidua.

Vzhledem k trojrozměrnému proudění byl pro přesné zachycení turbulentní mezí vrstvy zvolen EARSM. Jedná se o Hellstenův k- $\omega$  model turbulence. Více k použité metodě lze najít v [5].

Při výpočtech je použita upravená verze řešiče, konkrétně okrajové podmínky přizpůsobené uvažovanému problému vnitřní aerodynamiky a dále procedury nezbytné pro spárování s řešičem tepla.

### Okrajové podmínky

Jako podmínka na vstupní hranici (a také na vstupu do dutiny) je volena slabá podmínka předepisující celkové stavové veličiny. Uvažujeme tak homogenní proudové pole, jehož směr je kolmý k hranici. Na výstupní hranici je předepsán integrální průměr statického tlaku. Na stěnách je pak předepsána podmínka přestupu tepla, případně na tzv. „backward facing step“ podmínka adiabatické stěny. Hodnoty okrajových podmínek uvažovaných ve výpočtech jsou následující:

#### Vstupní hranice:

$$p_0 = 476481 \text{ Pa}, T_0 = 950 \text{ }^\circ\text{C}, \text{ míra turbulence } 3\%$$

#### Výstupní hranice:

$$p_0 = 265553 \text{ Pa}$$

#### Vstup chlazení:

$$p_0 = 495015 \text{ Pa}, T_0 = 210,75 \text{ }^\circ\text{C}, \text{ míra turbulence } 3\%$$

### Tvorba sítě

Výpočtová oblast byla diskretizována pomocí víceblokové strukturované sítě vytvořené pomocí software GridPro. Výpočtová síť se tak skládá z jednotlivých bloků obsahující šestistěnné buňky. Síť pro proudění vzduchu a vedení tepla byly generovány zvlášť. Na stěnách je, v případě CFD sítě, volena výška první řady buněk na základě předpokládané rychlosti proudění tak, aby  $y^+ \leq 1$ . Tvar periodických hranic je určen generátorem sítě automaticky na základě geometrie uvažovaného problému.

Počet buněk CFD sítě je přibližně 7 miliónů pro jednoduchou lopatku a 8,5 miliónů pro lopatku s chlazením.

### Tvorba sítě

Úloha vedení tepla v lopatce

Šíření tepla lopatkou a navazujícími bočními stěnami je řešeno pomocí vlastního programu pro výpočet rovnice vedení tepla. Tato rovnice má tvar

$$c\rho \frac{\partial u}{\partial t} - \text{div}(\lambda \nabla u) = \sigma \quad (2)$$

kde  $c$  - tepelná kapacita,  $\rho$  - hustota,  $u$  - teplota,  $\lambda$  - koeficient vedení tepla a  $\sigma$  - zdroje tepla uvnitř tělesa. V našem případě neuvažujeme žádné zdroje tepla uvnitř tělesa, tedy  $\sigma = 0$ . K této rovnici doplníme Newtonovu okrajovou podmínku přestupu tepla na hranici

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial n} = \alpha_c (u_0 - u), \quad (3)$$

kde  $\alpha_c$  - koeficient přestupu tepla,  $u_0$  - teplota okolní tekutiny a  $n$  - vnější jednotková normála. Je zřejmé, že volba  $\alpha_c = 0$  odpovídá Neumannově podmínce pro nulový přestup tepla a volba  $\alpha_c = \infty$  odpovídá Dirichletově podmínce  $u = u_0$ .

Na rozhraní mezi oblastí proudění tekutiny vypočteného pomocí CFD řešiče a pevným tělesem, kde dochází k vzájemnému přestupu tepla, určíme okrajovou podmínku pomocí Fourierova zákona a rovnosti teploty a toků napříč hranicí. Dostáváme tak podmínku

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial n} = \frac{\lambda_f}{d_f} (u_f - u), \quad (4)$$

kde  $\lambda_f$  - koeficient tepelné vodivosti tekutiny,  $d_f$  - vzdálenost středů první řady buněk CFD sítě od stěny a  $u_f$  - teplota tekutiny v první řadě buněk sítě. Pro výpočty zahrnující přestup tepla mezi tekutinou a pevným tělesem je tedy třeba předávat mezi řešiči výše uvedené hodnoty.

Protože buňky vnitřní a vnější sítě na sebe vzájemně nenavazují, vytváří se interpolační matice, pomocí které se převádějí hodnoty teploty a koeficientu přestupu tepla na hranici mezi oběma sítěmi.

V rámci určitého zjednodušení problému a nedostatku informací, uvažujeme hranice pevného tělesa, které nesousedí s vypočteným proudovým polem, za hranice s nulovým prostupem tepla. Výjimkou jsou hranice s periodickou okrajovou podmínkou, simulující celé rozváděcí kolo a dále v některých případech boční stěna na vnějším poloměru, o které předpokládáme, že je obtékána chladícím vzduchem o dané teplotě. Tím lze simulovat vliv přestupu tepla do tohoto prostoru. Na této hranici byl na základě vztahů platných pro rovnou desku položen koeficient přestupu tepla  $\alpha_c=200$ , což by alespoň řádově mělo odpovídat předpokládanému proudění chladícího vzduchu.

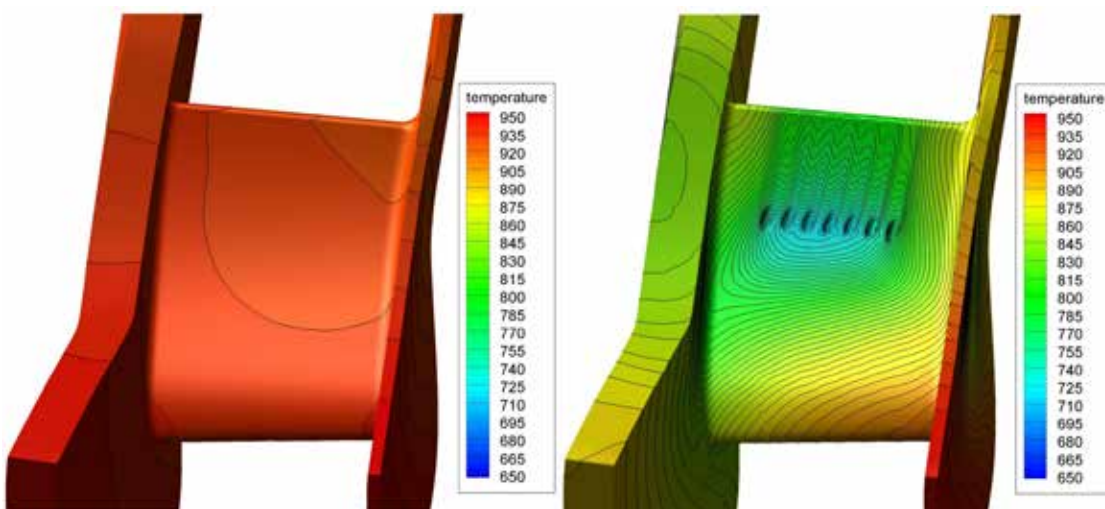
Lopatka a boční stěny jsou tvořeny slitinou Inconel 713LC, která má následující vlastnosti (při 871 °C):

$$c = 670 \text{ [J.kg}^{-1}\text{.K}^{-1}\text{]}, \lambda = 21,7 \text{ [W.m}^{-1}\text{.K}^{-1}\text{]}, \rho = 8000 \text{ [kg.m}^{-3}\text{]}.$$

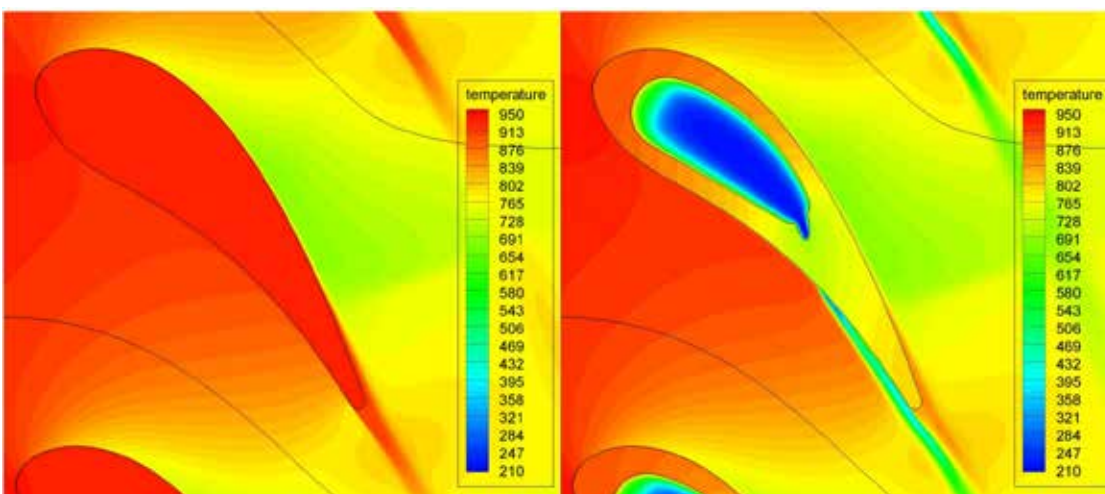
Koeficient tepelné vodivosti i tepelná kapacita závisejí na teplotě a jejich hodnoty jsou tak určeny tabulkou. Pro porovnání,  $c_{\text{vzduch}} = 0,026 \text{ [W.m}^{-1}\text{.K}^{-1}\text{]}$ . Teplota tání materiálu je okolo 1260 °C.

### VÝSLEDKY

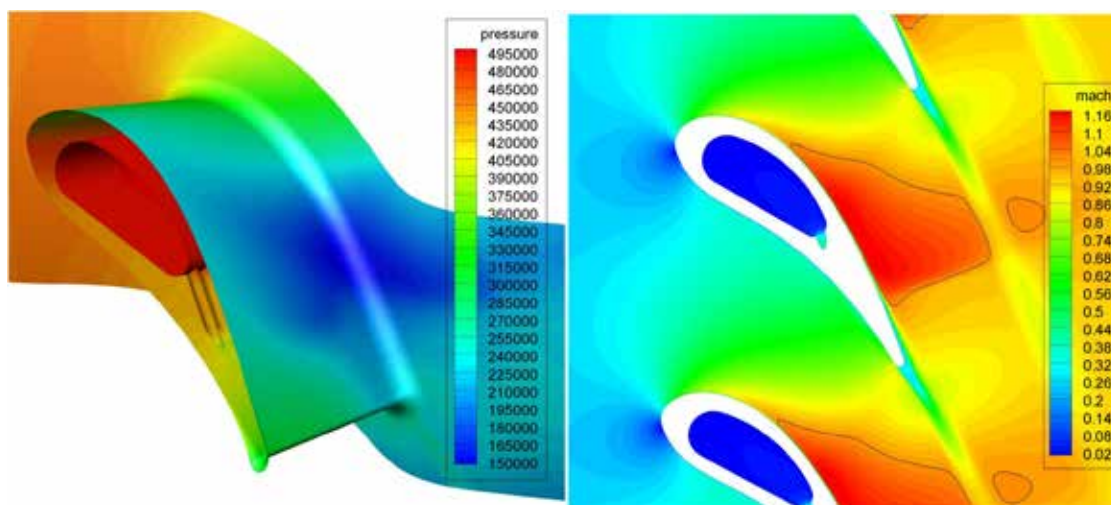
Pomocí výpočtů bylo získáno rozložení teploty v lopatce v případě, že není použito žádného chlazení. To pak bylo porovnáno s případy, kdy je lopatka aktivně chlazená. Na odtokové hraně dosahuje průměrná teplota hodnoty 931,8 °C, přitom teplota vstupujícího proudu je 950 °C. Při použití vyfukování vzduchu o teplotě 210 °C, společně s chladicí dutinou, dosahuje průměrná teplota na odtokové hraně 838,8 °C, tedy o 93 °C nižší. Porovnání teplot na povrchu lopatky a v řezu je na obrázcích Obr. 3 a Obr. 4.



Obr. 3 Rozložení teploty na povrchu lopatky, vlevo bez chlazení, vpravo s chlazením (teplota chladícího vzduchu 210 °C)



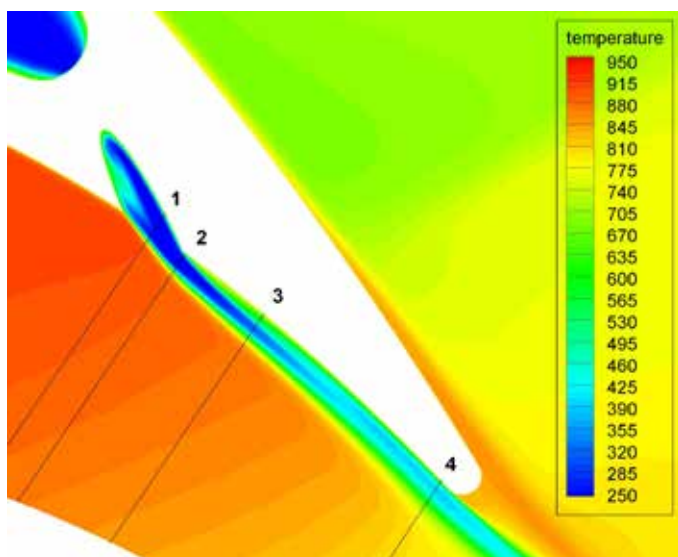
Obr. 4 Srovnání rozložení teplot v řezu na středním poloměru pro lopatku bez chlazení a s chlazením



Obr. 5 Rozložení tlaku na sací straně lopatky a Machovo číslo na středním poloměru

Je vidět ochlazení lopatky zvláště v okolí ústí trysek a dále pak snížení teploty povrchu od vyfukovaného vzduchu. Blíže k odtokové hraně začíná teplota lopatky opět narůstat. Na obrázku Obr. 5 je pak vidět rozložení tlaku na sací straně lopatky a rázová vlna, která vzniká u paty lopatky (Mach 1,38) a postupně směrem od paty lopatky slabne.

Na následujících obrázcích Obr. 6 a Obr. 7 je vidět tvar proudu vyfukovaného vzduchu. Vzhledem k malému počtu otvorů a jejich rozteči se nevytváří souvislý tenký film, ale jednotlivé proudy zůstávají izolované až za odtokovou hranu lopatky. Je vidět, že průřez proudem z trysky není homogenní, ale vytváří jakousi podkovu. Proud tak není zcela přimknutý k povrchu lopatky a snižuje se tím účinnost chlazení. Vhodnější volbou konfigurace trysek by bylo určitě možno tyto problémy odstranit.

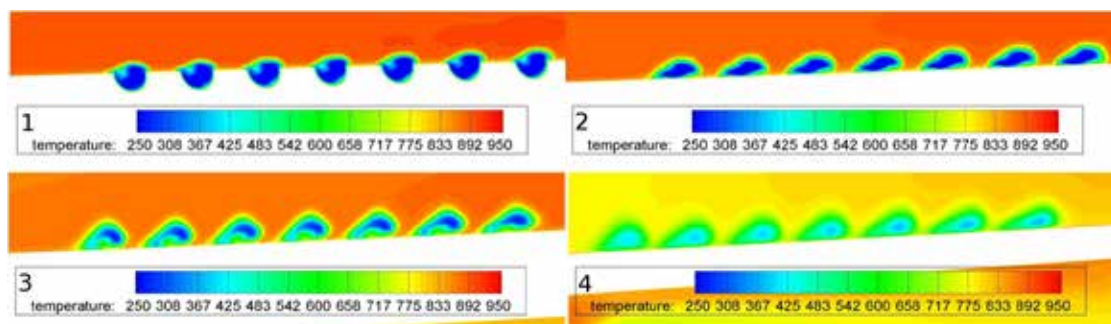


Hmotnostní tok chladicího vzduchu na jednu lopatku dosahuje 0,00144 kg/s. V porovnání s hmotnostním tokem na vstupní hranici, který dosahuje hodnot 0,1074 kg/s na jednu periodu, to činí přibližně 1,36%.

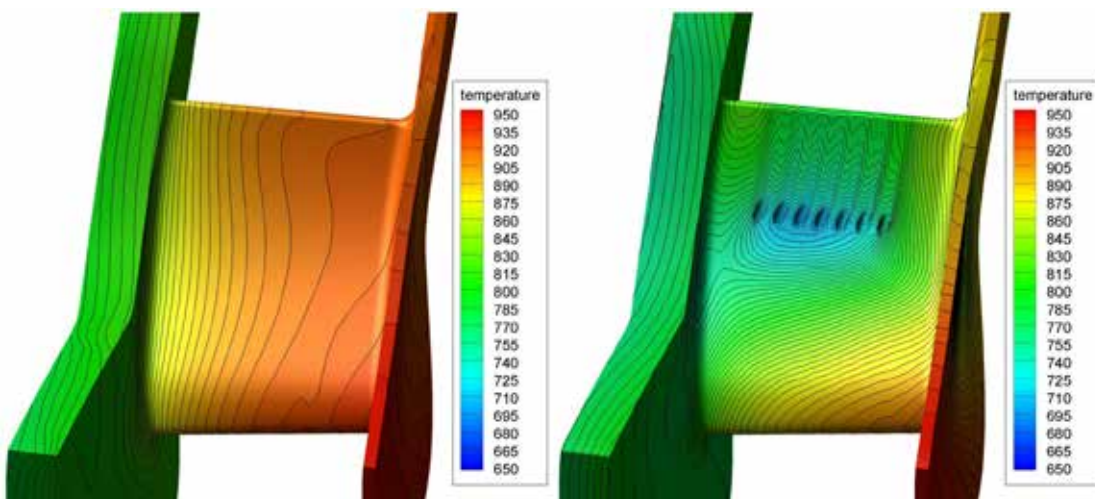
Jak již bylo uvedeno dříve, lze předpokládat i prostup tepla přes boční stěny rozváděcího kola. Zvláště u stěny na vnějším poloměru, která je obtékána chladícím vzduchem. Pokud budeme tedy uvažovat i ochlazování této stěny, získáme výsledky na následujícím obrázku Obr. 8. Je vidět nezanedbatelný vliv ochlazování od této stěny, zvláště na špičce lopatky. Podrobnější srovnání průběhů teplot na odtokové hraně je v grafu Obr. 9. V tomto grafu je srovnána teplota na odtokové hraně pro různé režimy (bez chlazení, s chlazením, s chlazením boční strany).

Protože lze předpokládat, že teplota chladicího vzduchu, která je 210 °C na výstupu z kompresoru, se průchodem motorem zahřeje, byl vypočten i režim, kdy na vstupu do chladicí dutiny předepisujeme teplotu 410 °C. Výsledky jsou také v grafu.

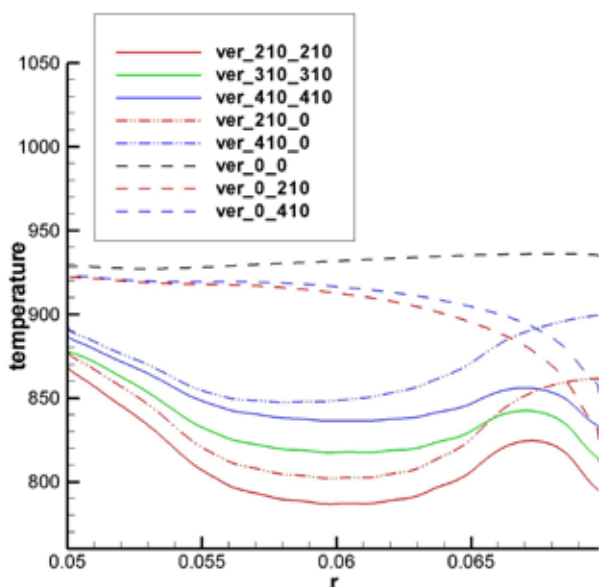
Obr. 6 Řez podél proudu chladicího vzduchu ze střední trysky, naznačena poloha příčných řezů.



Obr. 7 Zobrazení proudů chladicího vzduchu v jednotlivých příčných řezech, od středů trysek až k odtokové hraně.



Obr. 8 Rozložení teploty na povrchu lopatky, vlevo bez chlazení, vpravo s chlazením, v obou případech ochlazování levé stěny



Obr. 9 Graf teploty na odtokové hraně lopatky, v závislosti na uvažovaném přestupu tepla (první číslo udává teplotu chl. vzduchu, druhé pak teplotu na vnější straně lopatkového kola, nula znamená bez chlazení)

### ZÁVĚR

Výsledky ukazují, že chlazení lopatky pomocí vnitřní dutiny a vyfukování proudu vzduchu na povrch lopatky vede k jejímu ochlazení. Je třeba podotknout, že zvolená konfigurace chladících trysek není optimální a lze dosáhnout lepších výsledků vhodnějším návrhem. Byl nicméně vypracován a ověřen výpočetní postup pro řešení takovýchto problémů. Po dokončení experimentálních měření bude možno porovnat výsledky a upřesnit výpočty na základě získaných dat. Výsledky budou použity i v projektu Esposa.

### Literatura:

- [1] Furmánek P.: CFD Analysis of Aerodynamical Characteristics of TJ 100 Stator Vane, Zpráva VZLÚ R-5561, 2012
- [2] Straka P.: Úvodní výpočtová studie fluidního chlazení rozváděcích lopatek TJ 100, Zpráva VZLÚ R-5052, 2011
- [3] Straka P.: Výpočet vyfukování chladícího vzduchu z povrchu rozváděcích lopatek TJ 100, Zpráva VZLÚ R-5074, 2011
- [4] Wilcox D. C.: Turbulence Modeling for CFD, Second Edition, DWC Industries, 1994
- [5] Edge - Theoretical Formulation, FOI dnr 03-2870, Issue 5.1, June 2010.

Pro lopatku byly vyhodnoceny ztráty kinetické energie  $\zeta$  a ztráty celkového tlaku  $\eta$ , definované jako

$$\zeta = 1 - \frac{M^2}{M_{is}^2}, \quad \eta = 1 - \frac{p_{02}}{p_{01}}, \quad (5)$$

kde

$$M_{is} = \sqrt{\left[ \left( \frac{p_{01}}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] \frac{2}{\kappa-1}}, \quad p_{02} = p \left( 1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}. \quad (6)$$

Symbol  $p_{01}$  značí celkový tlak před lopatkovou mříží,  $p_{02}$  pak celkový tlak za lopatkovou mříží.  $M_{is}$  je isoentropické Machovo číslo. Integrální charakteristiky jsou vyhodnocovány pomocí integrálu váženého hmotnostním tokem v dané rovině řezu za lopatkou (ve vzdálenosti 5 mm za odtokovou hranou lopatky). Ztráty kinetické energie v případě nechlazené lopatky činí  $\zeta=5,121\%$  a tlakové ztráty  $\eta=2,855\%$ . V případě chlazené lopatky (teplota vzduchu 210 °C) dosahují podobných hodnot  $\zeta=5,05\%$  a  $\eta=2,8\%$ . Není tedy pozorován významný vliv na profilové ztráty.

# Výpočtová studie proudění přes vyrovnávací štěrbinu lopatek na bubnovém rotoru

Ing. Kukchol Yun - ČVUT FS, Česká republika,

Ing. Michal Hoznedl, Ph.D., Ing. Ladislav Tajč, CSc. Ing. Martin Miczán - Doosan Škoda Power s.r.o., Česká republika

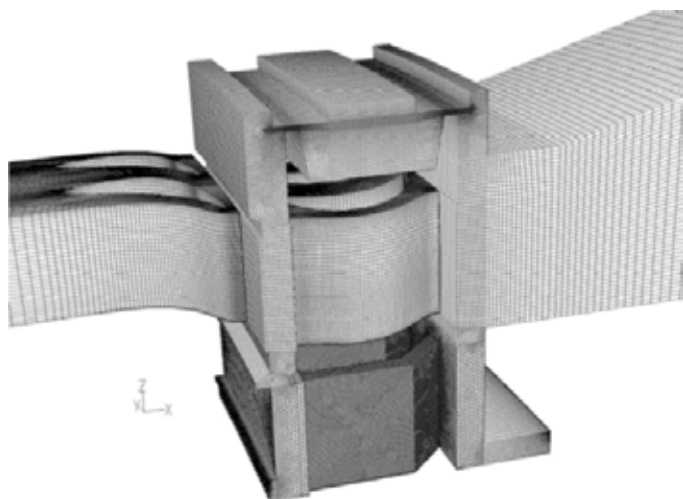
Pomocí numerické simulace je zmapováno proudění přes vyrovnávací štěrbinu pod oběžnými lopatkami rovnotlakových stupňů na bubnovém uspořádání rotoru. Modelují se různé provozní parametry na stupni. Posuzuje se vliv úniku páry přes nadbandážové a hřídelové ucpávky. Uvažují se tlakové poměry na reálné a též na experimentální turbíně. Pro jednotlivé výpočtové varianty je vyhodnocena termodynamická účinnost.

## ÚVOD

Jedna z cest jak zlepšit účinnost turbínových rovnotlakových stupňů spočívá v použití bubnových rotorů. Lopatky se tímto způsobem prodlouží, mají větší štíhlost. Aby se nezměnil počet stupňů, je nutné turbínu provozovat při zvýšených otáčkách. U této koncepce rotoru nelze použít vyrovnávací otvory na odvod páry z hřídelové ucpávky. Vyrovnávací otvory jsou nahrazeny vyrovnávacími štěrbinami, které jsou součástí každé oběžné lopatky. Byla provedena výpočtová studie zaměřená na objasnění proudění přes štěrbinu a na posouzení vlivu různých provozních parametrů na stupni na termodynamickou účinnost. Podkladem pro výpočtovou studii se staly údaje získané z měření na experimentální turbíně o výkonu 1MW umístěné v laboratoři Doosan Škoda Power s.r.o.

## 1. VÝPOČTOVÝ MODEL

Úplný výpočtový model je zobrazen na obr. 1. Podle potřeby lze model upravovat. Může se volit verze, kdy proudí pára jen přes lopatky, dále verze s ucpávkami nebo i se štěrbinami. Základní informace o rozměrech testovaného stupně se nacházejí v tabulce 1.



Obr. 1 3D pohled na uspořádání průtočné části modelu 5 (s vyrovnávacími štěrbinami)

| Parametr       |         | Rozváděcí kolo |           | Oběžné kolo |           |
|----------------|---------|----------------|-----------|-------------|-----------|
|                |         | Var. 1÷8       | Var. 9÷12 | Var. 1÷8    | Var. 9÷12 |
| Tětiva         | b [mm]  | 27             | 27        | 20          | 20        |
| Délka lopatky  | l [mm]  | 15,4           | 22,7      | 17,4        | 25,2      |
| Štíhlost       | l/b [-] | 0,57           | 0,84      | 0,87        | 1,2       |
| Počet lopatek  | z [-]   | 170            | 170       | 258         | 227       |
| Poměrná rozteč | t/b [-] | 0,7            | 0,698     | 0,623       | 0,675     |

Tabulka 1

K numerické simulaci byl použit program ANSYS-FLUENT. Při výpočtu byl u všech variant nastaven jednorovinný turbulentní model Spalart-Allmaras. Pro přechod stator-rotor byl použit model mesh interface společně s moving reference frame. Okrajové podmínky byly zvoleny podle provozu na reálné či experimentální turbíně. Jsou uvedeny v tabulce 2. Byla uvažována kombinace dvou lopatek rozváděcího kola a tří lopatek oběžného kola.

| Varianta |            | Vstup                |                        | Výstup                | Intenzita turbulence [%] |
|----------|------------|----------------------|------------------------|-----------------------|--------------------------|
|          |            | Celkový tlak p0 [Pa] | Celková teplota T [°K] | Statický tlak p2 [Pa] |                          |
| 1        | 15 628 000 | 826,95               | 13 566 00              | 20                    | 3                        |
| 2÷7      | 58 383     | 388                  | 36 904                 | 17,4                  |                          |
| 8        | 54 200     | 388,38               | 25 800                 | 0,87                  |                          |
| 9÷12     | 88 049     | 425,16               | 58 000 ÷ 59 00         | 258                   |                          |

Tabulka 2

Výpočet byl zaměřen na optimální rychlostní poměr  $u/c$  ( $u$  – obvodová rychlost,  $c$  – rychlost z isentropické expanze na stupni). Výsledná účinnost závisí též na Reynoldsově a Machově čísle. I tyto vlivy byly při volbě výpočtových variant vzaty v úvahu. Hlavní část výpočtových variant se zaměřila na posouzení vlivu proudění přes ucpávky a štěrbinu na výslednou účinnost.

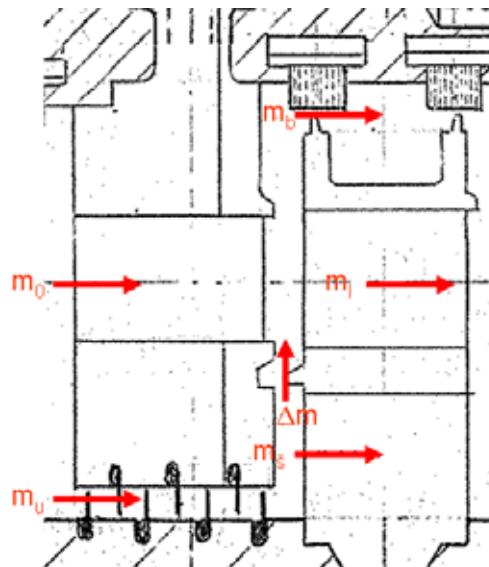
## 2. VÝSLEDKY VÝPOČTŮ

Výpočet umožňuje kromě termodynamické účinnosti  $\eta_{td}$  stanovit i hmotnostní toky přes jednotlivé části stupně.

Příslušné hmotnostní toky jsou vyznačeny na obr. 2. Termodynamická účinnost je počítána pomocí vztahu:

$\eta_{td} = \frac{a_u}{l_0}$ , kde  $a_u$  ... mechanická práce,  $l_0$  ... energie, která je k dispozici.

Uvažuje se stejný hmotnostní tok na vstupu a na výstupu ze stupně. Vůle na ucpávkách je  $s = 0,7$  mm, rozměry vyrovnávací štěrbinu jsou pro varianty 4÷8  $3 \times 15$  mm a pro varianty 9÷12  $3 \times 12,5$  mm.

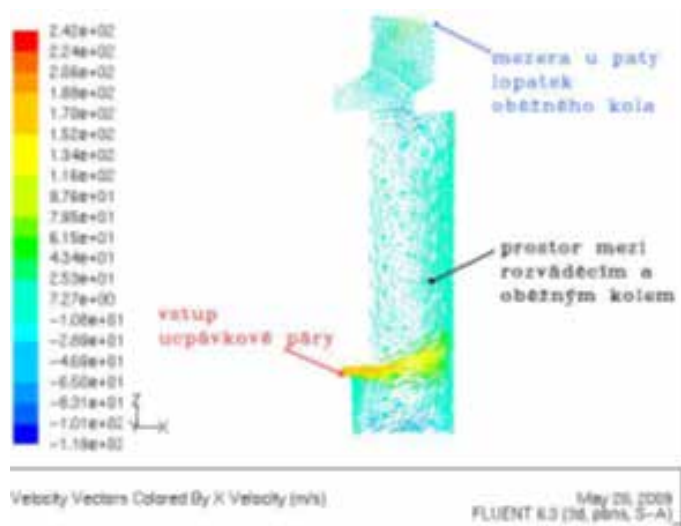


Obr. 2 Hmotnostní toky stupněm

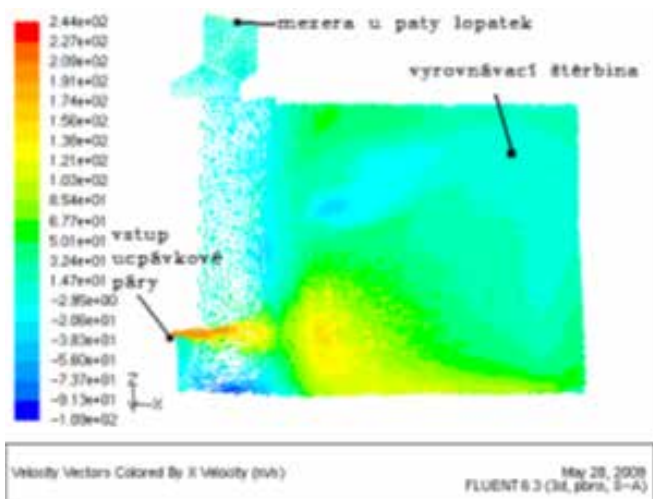
| Var. | $\dot{m}_0$<br>[kg/s] | $\dot{m}_1$<br>[kg/s] | $\dot{m}_{uc} \cdot 10^{-2}$<br>[kg/s] | $\dot{m}_s \cdot 10^{-2}$<br>[kg/s] | $\Delta m \cdot 10^{-2}$<br>[kg/s] | $\dot{m}_b \cdot 10^{-2}$<br>[kg/s] | $p_2/p_0$<br>[-] | $\eta_{td}$<br>[-] |
|------|-----------------------|-----------------------|--|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|------------------|--------------------|
| 1    | 129,1                 | 129,1                 | -                                      | -                                   | -                                  | -                                   | 0,868            | 0,8431             |
| 2    | 0,946                 | 0,946                 | -                                      | -                                   | -                                  | -                                   | 0,628            | 0,8277             |
| 3    | 0,973                 | 0,953                 | -                                      | -                                   | -                                  | 2,0255                              | 0,628            | 0,7848             |
| 4    | 0,936                 | 0,957                 | 5,6337                                 | -                                   | 5,6337                             | 3,5474                              | 0,628            | 0,6732             |
| 5    | 0,942                 | 0,938                 | 6,4069                                 | 3,9715                              | 2,4354                             | 2,8493                              | 0,628            | 0,7026             |
| 6    | 0,933                 | 0,933                 | -                                      | -0,8476                             | 0,8476                             | 2,8509                              | 0,628            | 0,8236             |
| 7    | 0,947                 | 0,933                 | -0,3936                                | -1,1517                             | 0,7308                             | 2,0900                              | 0,628            | 0,8255             |
| 8    | 0,940                 | 0,942                 | 9,6861                                 | 5,6673                              | 4,0188                             | 2,5736                              | 0,476            | 0,7395             |
| 9    | 1,507                 | 1,505                 | -                                      | -1,6                                | 1,6                                | 1,8                                 | 0,657            | 0,9219             |
| 10   | 0,491                 | 1,484                 | 6,0                                    | 4,6                                 | 1,3                                | 2,0                                 | 0,671            | 0,8187             |
| 11   | 1,509                 | 1,493                 | -                                      | -                                   | -                                  | 1,7                                 | 0,657            | 0,8945             |
| 12   | 1,483                 | 1,516                 | 5,8                                    | -                                   | 5,8                                | 2,5                                 | 0,668            | 0,8413             |

Tabulka 3

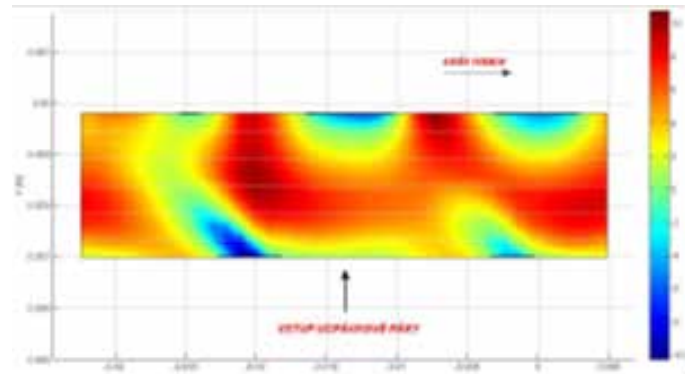
Výsledky jednotlivých výpočtových variant jsou zpracovány v tabulce 3. Základní varianta č. 1 modeluje návrhové stavy pro reálnou turbínu. Ostatní varianty jsou přizpůsobeny možnostem experimentální 2-stupňové turbíny. Uvažují se varianty s odkrytými i zakrytými štěrbinami i varianty se zahlcováním a odsáváním páry z hřídelové ucpávky. Varianta č. 8 modeluje transsonické proudění ve stupni. Uvažují se též 2 štíhlosti lopatek. Varianty 1 a 2 se liší nejen tlakovým poměrem nastaveným na stupni, ale i rozdílným Reynoldsovým číslem. Varianta č. 2 představuje provoz mimo autodelovou oblast. Výsledná účinnost je tedy ovlivněna nižší hodnotou Reynoldsova čísla. Varianty 2÷5 ukazují vliv geometrických úprav stupně na účinnost. V daném případě mohou být rozdíly v účinnosti až 15%. U variant 4 a 5 se jedná o posouzení vlivu štěrbinu na účinnost. V daném případě se prokázalo zlepšení účinnosti o 3%. Přes štěrbinu se odvádí jen část páry, která přitéká z hřídelové ucpávky. Jak to vypadá s prouděním v mezeře mezi rozváděcími a oběžným kolem a ve štěrbinách ukazují následující obrázky.



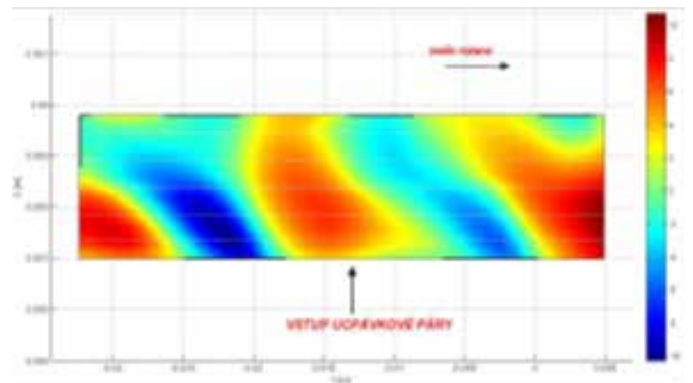
Obr. 3 Proudění ucpávkové páry u varianty 4



Obr. 4 Proudění vyrovnávací šterbinou u varianty 5



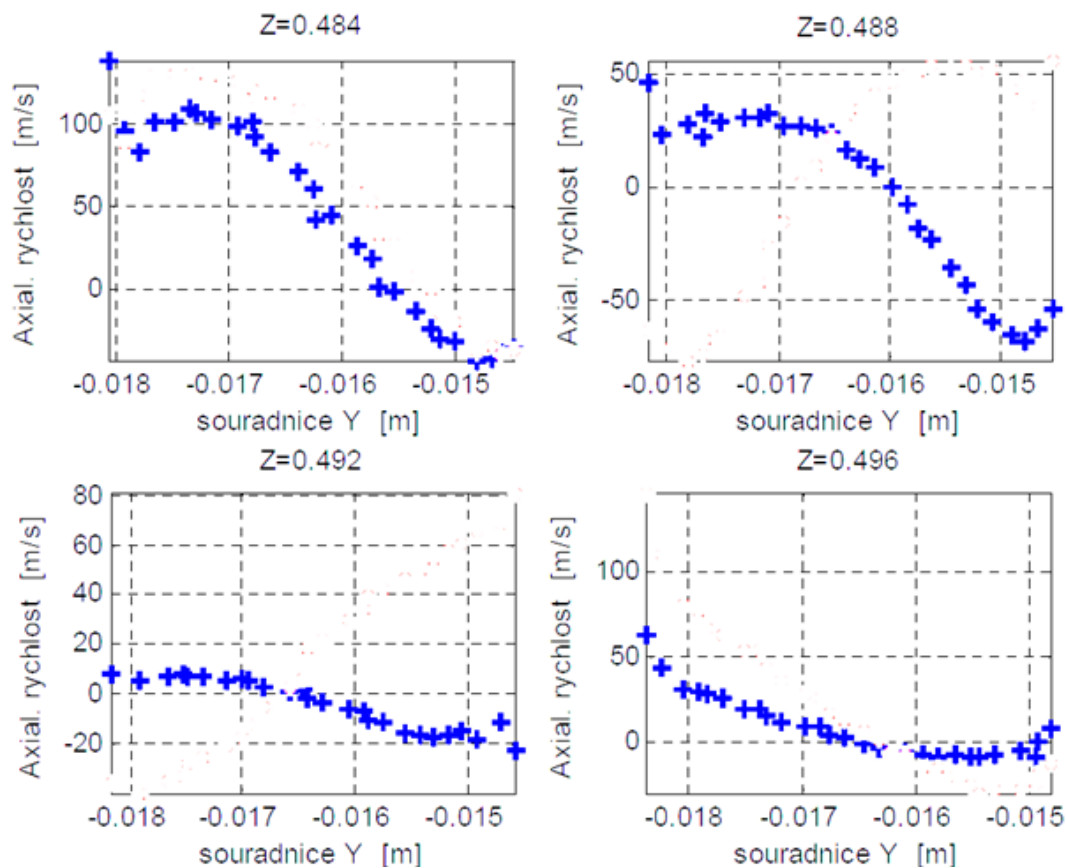
Obr. 5 Rozložení rychlosti na patě v mezeře mezi koly – var. 4



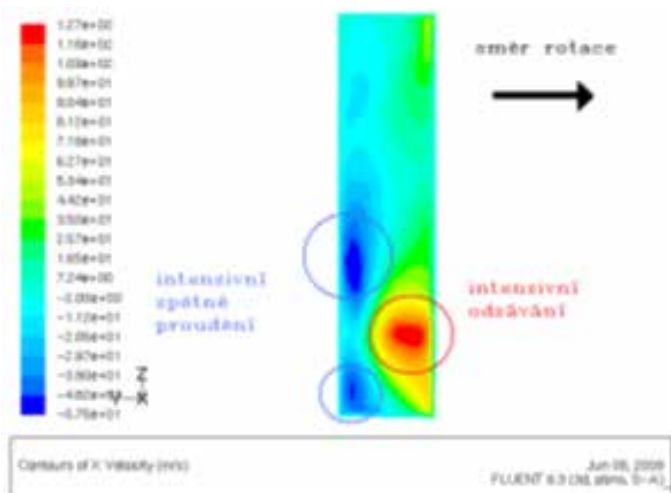
Obr. 6 Rozložení rychlosti na patě v mezeře mezi koly – var. 5

Obr. 3 a 4 nabízejí srovnání proudění v mezeře mezi koly, kdy je šterbina zakrytá a odkrytá. Výstupek na oběžném kole nebrání toku páry do lopatkové části stupně. Místo těsnění plní spíše funkci vhodného usměrnění toku páry. Proudění páry na rozhraní mezi lopatkovou a spodní částí je dosti nerovnoměrné.

Svědčí o tom rychlostní pole zobrazené na obr. 5 a 6. I když je šterbina zakrytá, je výtok ucpávkové páry ovlivněn soustavou oběžných lopatek. To je případ na obr. 5. Když jsou šterbiny odkryté, jak je tomu na obr. 6, tak je existence nestacionárního a neuspořádaného rychlostního pole ještě výraznější. Jak to vypadá s průběhem rychlostí po výšce šterbiny ve vstupním řezu ukazují obr. 7.



Obr. 7 rozložení axiální rychlosti páry na vstupu do šterbiny u var. 5

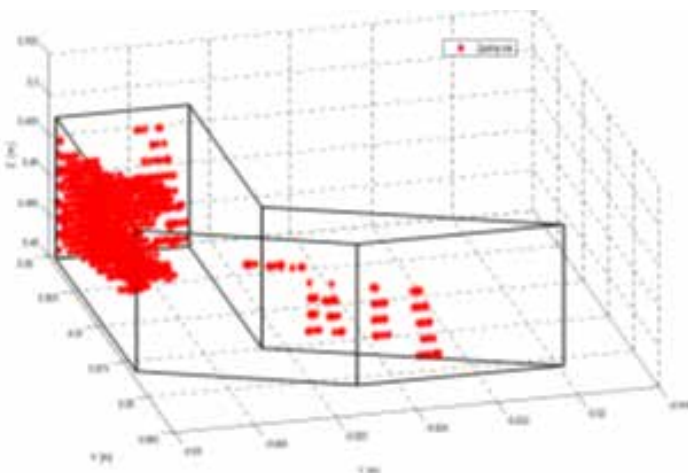


Obr. 8: Rozložení axiální rychlosti ve vstupní rovině vyrovnávací štěrbině

Rychlostní pole je značně nerovnoměrné. Vyskytují se zde úseky se zpětným prouděním. Uspořádání štěrbin není přizpůsobeno rychlostním poměrům na výstupu z hřídelové ucpávky. To je hlavní příčinou vzniku zpětného proudění. Jak rozsáhlá oblast vyrovnávací štěrbině je ovlivněna zpětným prouděním ukazují obr. 8 a 9.

Je zřejmé, že nevhodné rychlostní poměry ve štěrbině zapříčiňují i nevhodné rozložení tlaku na jejím povrchu, v jejímž důsledku dochází v části štěrbině k brzděnému efektu proudu páry. Použití vhodnějšího tvaru kanálu vyrovnávací štěrbině je z technologických i ekonomických důvodů obtížné. Otázka je, do jaké míry je možné úpravou provozních parametrů na stupni ovlivnit proudění přes štěrbině a tím i výslednou účinnost.

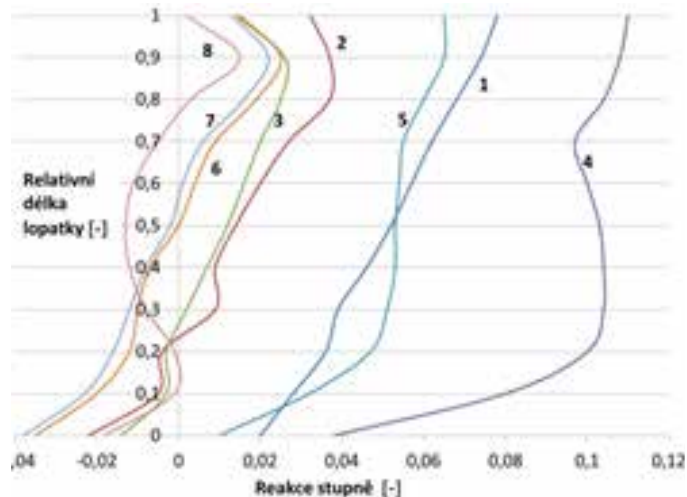
Na úniky páry přes ucpávky a štěrbině má vliv především reakce stupně. Reakce charakterizuje rozsah expanze páry zpracované v oběžných lopatkách ve vztahu k celkové expanzi páry na stupni. Čím je větší reakce, tím větší je přetlak na oběžném kole a tím větší je i únik páry nadbandážovou ucpávkou a případně i vyrovnávacími štěrbinami. Zároveň se však snižuje únik páry hřídelovou ucpávkou. Reakce tedy ovlivňuje výslednou účinnost.



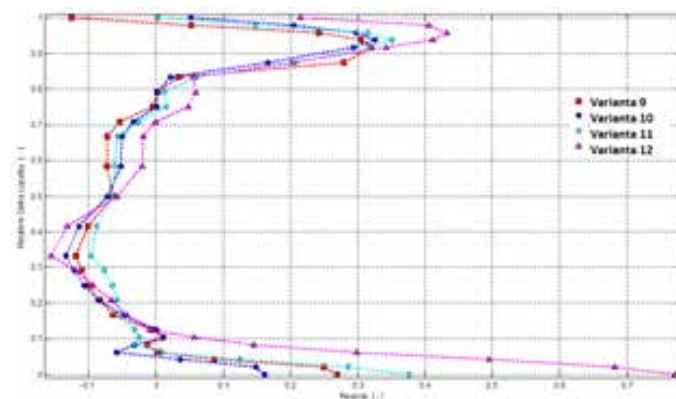
Obr. 9 Zpětný tok páry ve vyrovnávací štěrbině u varianty č. 5

Záleží také do jaké míry je přizpůsobeno lopatkování stupně navržené reakci. V rámci výpočtové studie se volily různé provozní varianty, které vedly ke změnám reakce při aplikaci lopatkování pro rovnotlakové stupně, tedy pro stupně s reakcí blízké nule. Přehled průběhů reakce u testovaných variant je zachycen na obr. 10 a 11.

U návrhové varianty č. 1 vychází v celém úseku lopatek kladná reakce. Pro variantu 2, která odpovídá experimentu, došlo ke snížení reakce. Na patě se již objevuje záporná hodnota. Jakmile se uvažuje i nadbandážová ucpávka, což je varianta 3, tak se sníží reakce u špičky. Přítok páry hřídelovou ucpávkou – viz var. 4, vede k výraznému zvýšení reakce. Odkryjí-li se štěrbině, což je případ varianty 5, tak se reakce opět sníží. V tomto případě je průběh reakce srovnatelný s návrhem. U návrhové varianty se však nepředpokládá korekce reakce na proudění páry přes nadbandážovou ucpávku a štěrbině. Jestliže se upraví vstupní tlak před hřídelovou ucpávkou tak, že pára ucpávkou neteče, nebo dojde k odsávání páry, což je případ varianty 6 a 7, tak se reakce na patě dostane do záporných hodnot. Pokud se sníží výstupní tlak a dojde ke vzniku transsonického proudění ve stupni, pak se záporná reakce nastaví ve větší části stupně. To je případ varianty 8.



Obr. 10 Průběhy reakce v lopatkové části variant 1=8



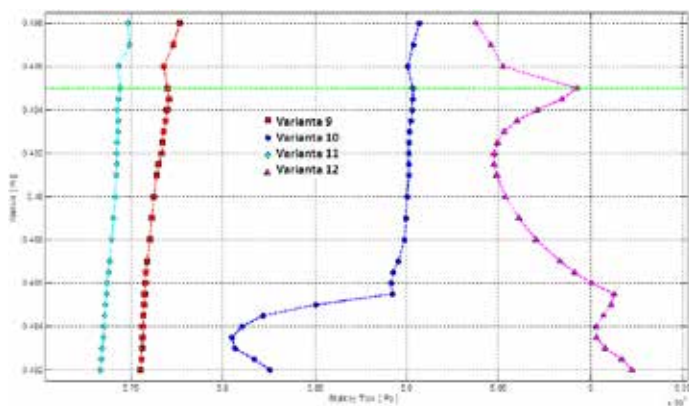
Obr. 11 Průběhy reakcí v lopatkové části u variant 9 =12



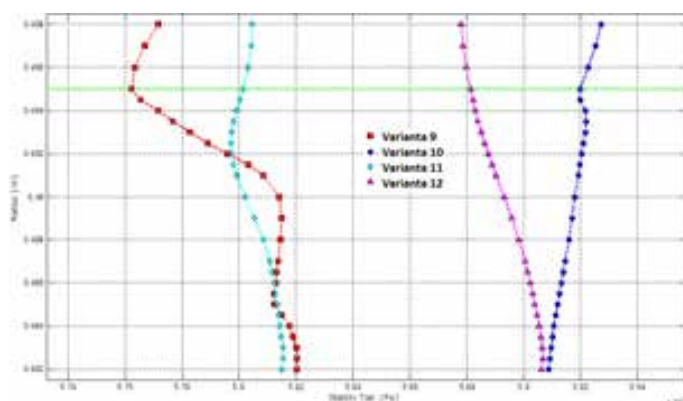
Varianty 9÷12 byly počítány pro proudění přes 1 ½ stupně. Ukazuje se, že zadání okrajových podmínek ovlivňuje výsledný průběh tlaku za stupněm. Ten již není konstantní, tak jak se to předpokládalo u výpočtových variant 1÷8. Průběh reakce v lopatkové části stupně se liší od předchozích výsledků. V převážné části stupně se vyskytuje záporná reakce. Značné rozdíly se objevují v oblasti paty. To znamená, že jsou ovlivněny i toky páry štěrbinami a mezerou mezi koly. Toky páry i tlaky před a za štěrbinami musí být ovlivněny i velikostí štěrbin, která je u této skupiny výpočtů menší než v předchozím případě. Jaké je rozložení statického tlaku před a za štěrbinou ukazuje obr. 12 a 13.

Úniky páry přes nadbandážovou ucpávku v závislosti na špičkové reakci pro 1. variantu výpočtů ukazuje obr. 14. Změny hmotnostního toku páry hřídelovou ucpávkou v závislosti na patní reakci jsou uvedeny na obr. 15.

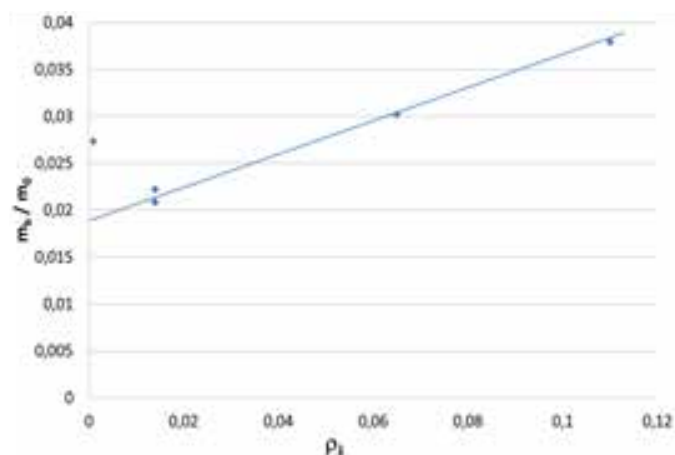
V obou případech je nastaven stejný tlak před stupněm a to před lopatkami i před hřídelovou ucpávkou. Podle očekávání s růstem reakce únik páry nadbandážovou ucpávkou roste a přítok páry hřídelovou ucpávkou klesá.



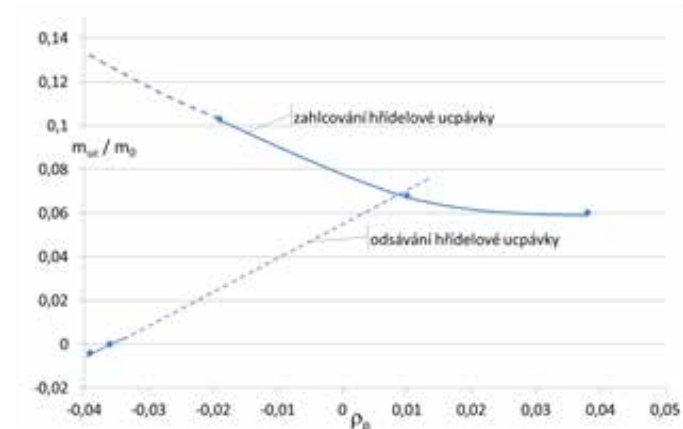
Obr. 12 Průběhy reakce v lopatkové části variant 1÷8



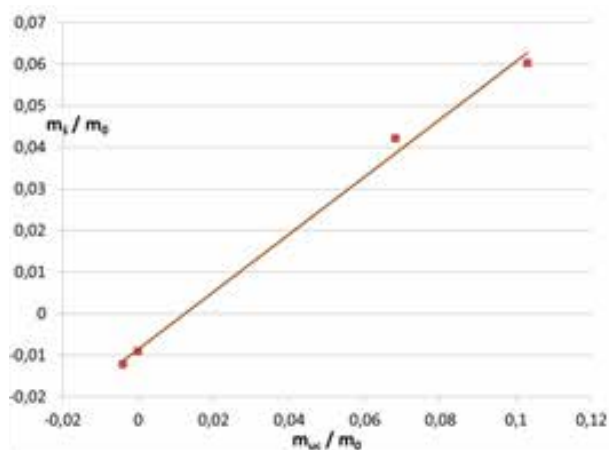
Obr. 13 Průběhy reakcí v lopatkové části u variant 9÷12



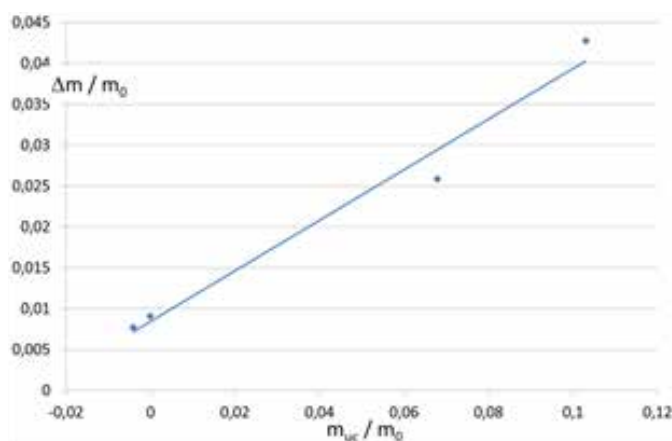
Obr. 14 Úniky páry nadbandážovou ucpávkou



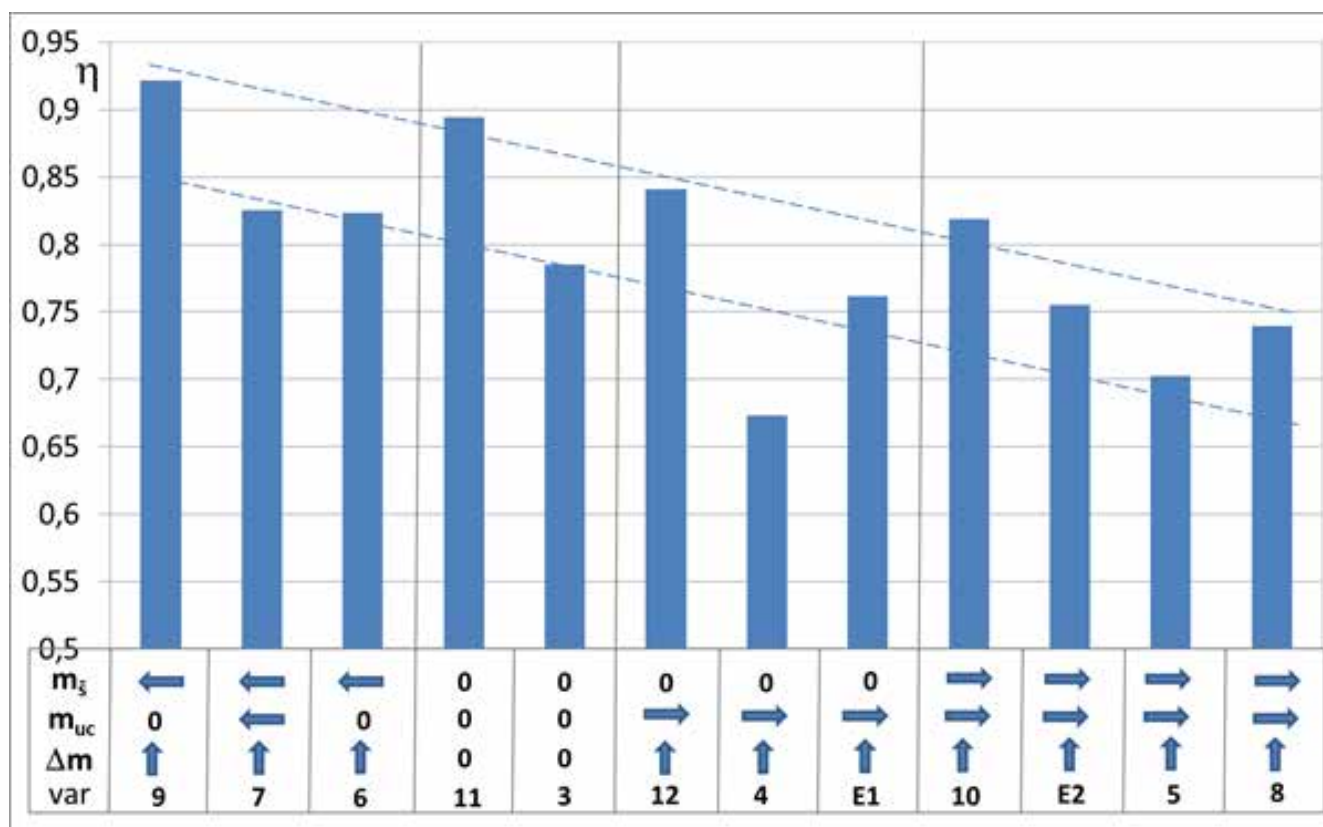
Obr. 15 Hmotnostní toky páry hřídelovou ucpávkou



Obr. 16 Množství páry proteklé štěrbinou



Obr. 17 Tok páry mezerou mezi koly



Obr. 18 Porovnání termodynamické účinnosti jednotlivých variant

Ukazuje se, že lepší účinnosti vycházejí pro stupně s delšími lopatkami, tedy pro stupeň o větší štíhlosti. Nejlepší výsledky mají varianty, kdy na stupni dochází ke zpětnému proudění páry přes vyrovnávací šterbiny. To je možné jen v případě 1. stupně, kdy se pára odvádí přes hřídelovou ucpávku mimo turbínu. Jsou-li šterbiny zakryté a žádná pára neteče přes hřídelovou ucpávku, pak dochází k mírnému zhoršení účinnosti. Tato varianta se však v technické praxi nedá realizovat. Vždy dochází k určitému úniku páry hřídelovou ucpávkou. Otázka je, zda je vhodnější mít šterbiny odkryté nebo zakryté. V tomto směru dává výpočet nejednoznačné závěry.

Původní výpočet (var. 4 a 5) vychází lépe pro odkryté šterbiny. Zpřesněný výpočet (var. 10 a 12) však vychází lépe pro uspořádání se zakrytými šterbinami. Toto uspořádání vykazovalo lepší účinnosti i v případě experimentu (E1 a E2) na experimentální 2-stupňové turbíně. Rozdíly v účinnosti mezi variantou se šterbinami a bez šterbin však nejsou enormní. Rozhodující je rozdíl mezi účinností při respektování jen profilových a okrajových ztrát a účinností, když se uvažují i ztráty úniku páry přes ucpávky. U krátkých lopatek mají úniky páry ucpávkami rozhodující vliv na celkové ztráty.

## ZÁVĚR

Proudění ve vyrovnávacích šterbinách je dosti neuspořádané. Dochází zde ke vzniku složitých vírových struktur. V části šterbin se vyskytuje zpětné proudění.

Popis proudového pole je závislý na volbě okrajových podmínek. Záleží na tom, zda se uvažuje samostatný stupeň, jeden a půl stupně nebo dva stupně v řadě. Podle charakteru zadání vychází různé stavy v jednotlivých částech stupně. Týká se to oblasti špičky a paty stupně, kde se projevují největší ztráty. Pro popis proudění přes vyrovnávací šterbiny lze vystačit s jednostupňovou variantou. Pro vyjádření ztrát a účinnosti je vhodnější volit složitější variantu výpočtu.

Volbou reakce lze ovlivnit charakter proudění ve stupni a výslednou hodnotu ztrát.

Dochází-li ke zpětnému toku páry vyrovnávací šterbinou, je výsledná účinnost nejlepší. Účinnost je lepší než jak vychází pro varianty bez šterbin a nulovým únikem páry přes hřídelovou ucpávku.

Únik páry hřídelovou ucpávkou vede vždy k nárůstu ztrát. Jsou-li šterbiny zakryté, jsou vzniklé ztráty menší než když jsou odkryté. Zpřesněné výpočty nepotvrzují příznivý vliv šterbin na účinnost a jejich uplatnění v praxi.

## Literatura:

- [1] Yun, K., Jůza, Z., Tajč, L.: Vliv vyrovnávacích šterbin u bubnového rotoru s rovnolátkovým lopatkováním na proudění v turbínovém stupni, Výzkumná zpráva ŠKODA POWER, s.r.o., VZTP 1048, 2010
- [2] Yun, K., Jůza, Z., Hoznedl, M., Bednář, L., Tajč, L.: Vliv vyrovnávacích šterbin na proudění v turbínových stupních, Příspěvek na konferenci Energetické stroje, ZČU v Plzni, 2010
- [3] Krivánka, D.: Analýza proudění páry prvního stupně nového uspořádání pokusné turbíny 1 MW ŠKODA POWER, Výpočtová studie ŠKODA POWER, 2012
- [4] Rudas, B., Tajč, L., Šimka, Z., Milčák, P.: Numerická studie proudění turbínovým stupněm bubnového provedení s vyrovnávacími šterbinami, Výzkumná zpráva ŠKODA POWER s.r.o., VZTP 1055, 2012
- [5] Hoznedl, M., Bednář, L., Tajč, L.: Poznatky z experimentálního výzkumu dvoustupňové parní turbíny s bubnovým uspořádáním rotoru a se zkrácenými lopatkami, Výzkumná zpráva ŠKODA ENERGO s.r.o., VZTP 1049, 2010

# Simulace proudění v textilních technologiích

Prof. Ing. Karel Adámek, CSc. - VÚTS, a.s.

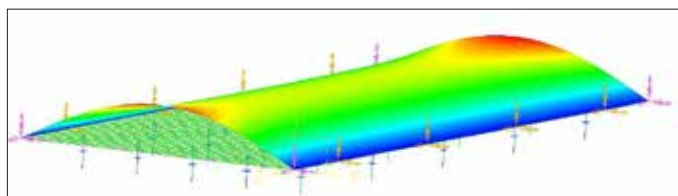
Příspěvek shrnuje některé výsledky numerických simulací proudění, jak byly použity v technické praxi v některých textilních technologiích.

## ÚVOD

Numerická simulace proudění, aplikovaná v technické praxi, umožňuje relativně snadno stanovit příčinu nesprávné funkce zařízení a návazně rovněž simulací ověřit návrh na zlepšení. Rovněž při vývoji zcela nových technologických principů, technických zařízení atd. lze bez velkých nákladů ověřit výchozí hypotézu nového řešení. Následující text volně navazuje na [1] a z mnoha řešených příkladů z technické praxe uvádí tři z nich, které byly řešeny v poslední době.

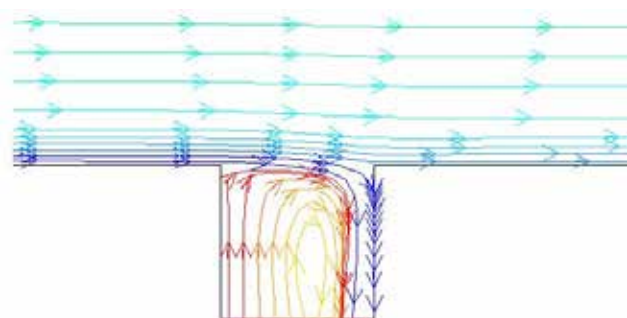
## POHYB VLÁKENNÉ VRSTVY PODÉL POVRCU

Velmi lehká a velmi prodyšná vláknenná vrstva o šířce několika metrů se pohybuje podél pevné stěny rychlostí 15 m/s. Přitom vzniká určité tlakové a rychlostní pole, které může ovlivňovat tvar a polohu této vrstvy. Prováděná technologická operace vyžaduje, aby se vláknenná vrstva pohybovala těsně podél povrchu, složeného z jednotlivých panelů, a to bez významného odlehnutí od povrchu. Obr. 1 ukazuje typickou deformaci obdélníkové desky, zatížené konstantním tlakem, jejíž dvě strany jsou volné a dvě upnuté. V tlakovém poli tedy lze očekávat určité oddálení vláknenné vrstvy od stěny.

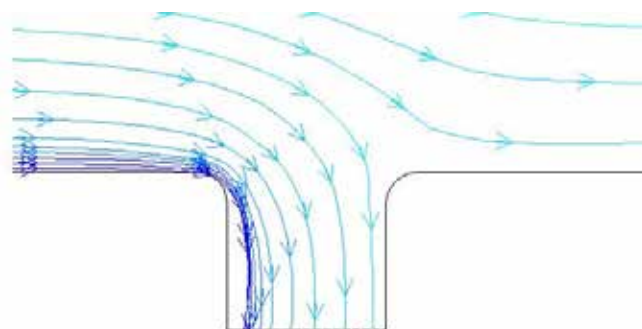


Obr. 1 Deformace desky zatížené tlakem

Zpracovávaná vláknenná vrstva obsahuje objemově pouze 20% vláken, tedy pro účely numerické simulace lze předpokládat, že podél pevné stěny se pohybuje proud vzduchu o rychlosti rovné rychlosti velmi prodyšné vláknenné vrstvy. Na obr. 2 jsou proudnice v okolí styku dvou sousedních panelů, ze kterých se skládá pevná stěna. V mezeře dochází k vratnému proudění, výrazným gradientům tlaku atd. Po zaoblení hran panelů podle obr. 3 se vlivem stěnového jevu obraz proudnic změní na jednostranný odvod části vzduchu mezerou dolů [2].

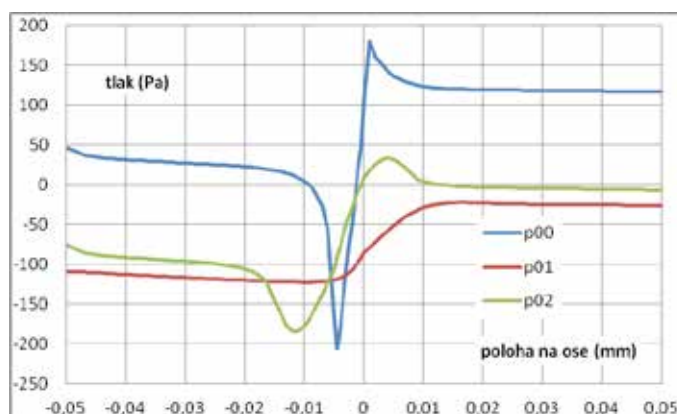


Obr. 2 Proudnice v mezeře mezi panely - ostrá hrana (případ 00)



Obr. 3 Proudnice v mezeře mezi panely - zaoblená hrana (případ 01)

Odpovídající profily tlaku podél stěny jsou na obr. 4, profil rychlosti je podle zákona zachování energie inverzní (v místě min. tlaku je max. rychlost apod.). Je patrné, že v hranaté mezeře (případ 00) vzniká na náběžné hraně následujícího panelu tlaková špička, která způsobí oddálení zpracovávané vrstvy od povrchu stěny, její kmitání apod. Po zaoblení hran panelů (případ 01) je celý profil tlaku záporný, tedy vláknenná vrstva bude trvale přidržovaná u povrchu stěny.

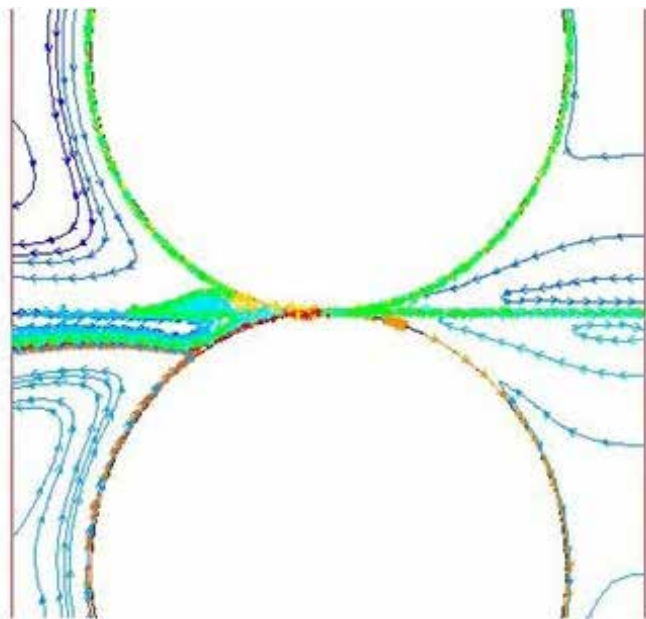


Obr. 4 Profily tlaku podél stěny - případy 00 a 01

Samozřejmě, že je ještě vhodné provést celou stěnu jako mírně vyklenutou, aby také tahová síla ve vláknenné vrstvě měla vliv na její přidržování u stěny. Velký úhel opásání je však nežádoucí - exponenciálně se zvyšuje pásové tření podle známého vztahu ( $F_2/F_1 = e^{f\alpha}$ ) a velká třecí síla by mohla porušit dopravovanou vláknennou vrstvu o velmi malé pevnosti v tahu.

## PROUDĚNÍ OKOLO ROTUJÍCÍCH VÁLCŮ

Při zpracování plošných materiálů (textilie, papír, atd.) se používá tzv. kalandrování mezi párem sousledně rotujících válců v kontaktu podle



Obr. 5 Proudnice okolo rotujících válců

obr. 5. Vlivem vazkosti okolí uvedou rotující válce do pohybu i určitou vrstvu v blízkosti rotujících povrchů, jak naznačují zobrazené proudnice. Na vstupní (zde levé) straně se tak do vstupního klínu před místem kontaktu válců dostává určité množství okolního vzduchu, vzniká zde místní přetlak a proud pak vyfukuje ven ve vodorovném směru (zde doleva). Na výstupní (pravé) straně se vytváří obdobné proudění unášené rotujícími válci, takže ve výstupním (pravém) klínu se vytváří určitý podtlak. Ten je vyplňovaný prouděním z vnějšího okolí.

Na obr. 6 je profil tlaku ve vodorovné rovině mezi takovým párem rotujících válců. Výrazný tlakový gradient v okolí kontaktu válců má příznivý vliv na zpracovávaný materiál a na vlastnosti hotového výrobku - na jeho transportní pevnost, užité vlastnosti, jako je omak, měkkost apod. - [3], [4], [5], [6].

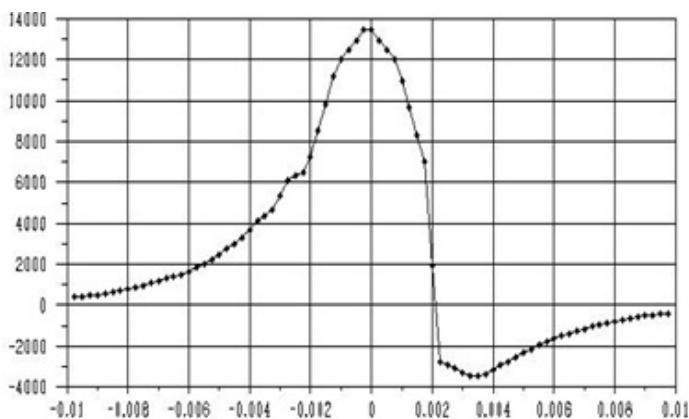
Naopak v jiné aplikaci je vliv takového tlakového gradientu nežádoucí, protože přetlak ve vstupním klínu znovu rozfoukává již rovnoběžně srovnaná elementární vlákna. V takovém případě bylo toto indukované obvodové proudění "odříznuto" radiálním břitem, přiloženým těsně k rotujícímu povrchu.

### PRODYŠNOST NÁVINU NA CÍVCE

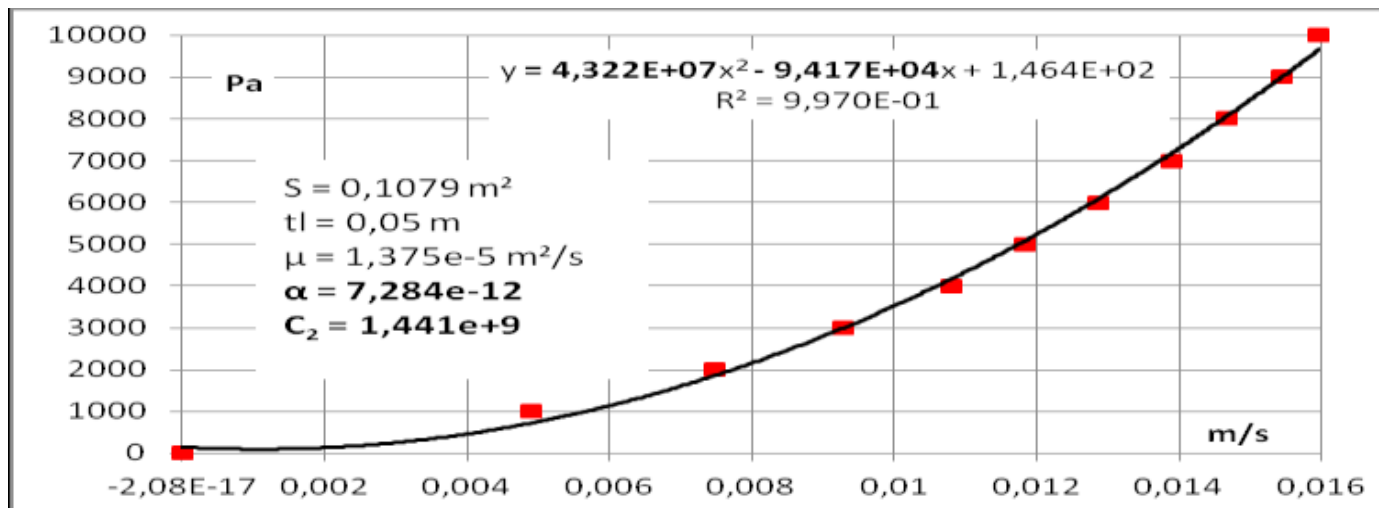
Příze navinutá na cívce se barví ponořením do lázně a protlačováním barvicí lázně objemem návinu od osy cívky k obvodu a zpět. V provozu jsou konstatované určité nepravidelnosti ve vybarvení, pravděpodobně v důsledku nestejné tuhosti návinu. Ke stanovení tuhosti návinu byla použita metoda numerické simulace prodyšnosti takové vrstvy - předpokládá se, že s větší tuhostí návinu klesne prodyšnost.

Metoda numerické simulace popisuje mechanismus průtoku následovně. Ze změřené prodyšnosti návinu  $V = f(\Delta p)$ , tj. závislosti objemového průtoku ( $m^3/s$ ) na tlakovém odporu  $\Delta p$  (Pa), je stanovena inverzní závislost  $\Delta p = f(V)$ , uvedená na obr. 7 a z ní jsou stanoveny parametry prodyšnosti  $\alpha$ ,  $C_2$  pro následující simulaci proudění prodyšnou vrstvou [7], [8]. Pro účely simulace je objem rozdělen na řadu menších objemů s definovanou úměrně menší prodyšností na stěnách dílčích objemů. Geometrie modelu a výsledné tlakové pole pro směr průtoku od osy děrované dutinky k obvodu návinu je na obr. 8 (polovina modelu s osou souměrnosti).

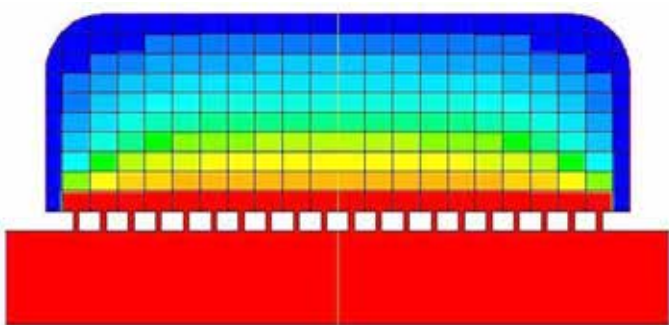
Na obr. 9 je rychlostní pole téhož případu, pro lepší zřetelnost je potlačen rozsah stupnice. Je patrné zkratové proudění krajní (vnější) mezerou v dutince - převažuje zde vliv relativně největší celkové prodyšnosti na krátké dráze průtoku proti očekávanému místnímu odporu v ostrém ohybu proudu o  $180^\circ$ .



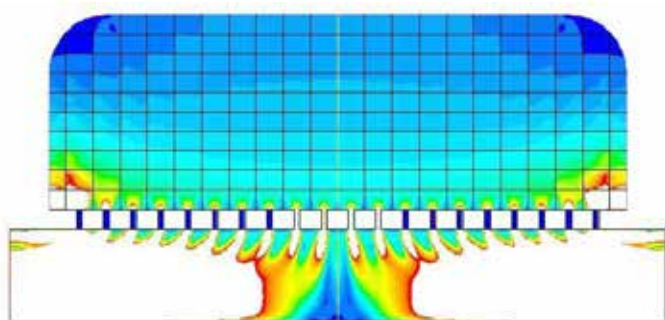
Obr. 6 Profil tlaku ve vodorovné rovině mezi válci (kontakt = 0)



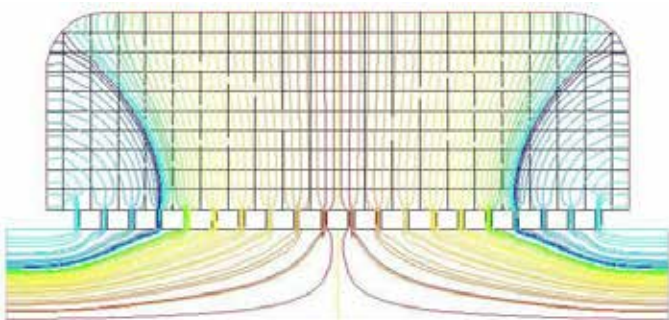
Obr. 7 Změřená prodyšnost návinu příze



Obr. 8 Tlakové pole v návinu (průtok od osy k obvodu)



Obr. 9 Rychlostní pole v návinu (průtok od osy k obvodu, potlačená stupnice)



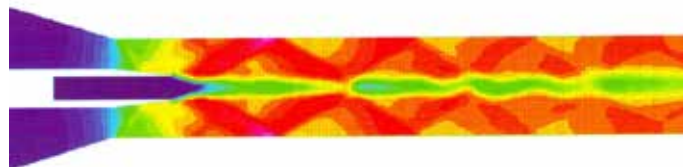
Obr. 10 Proudnice v návinu na cívce

Na obr. 10 je pole proudnic pro stejný případ i se stejným výsledkem. Ve střední části jsou jak proudnice, tak i isotachy velmi rovnoměrné, směrem k čelům postupně začíná převažovat vliv menšího průtokového odporu resp. větší prodyšnosti osovým směrem. Pro dosažení rovnoměrného průtoku celou délkou návinu má příznivý vliv i provozní uspořádání více cívek vedle sebe, případně lze doporučit dodatečnou přepážku na malém průměru čela návinu, aby se potlačilo zjištěné zkratové proudění.

## HLAVNÍ TKACÍ TRYSKA

V principu se jedná o ejektor, kde se obvodovou štěrbinou přivádí hnačí médium - stlačený vzduch nebo tlaková voda - a středovým vývrtem se přisává vzduch z okolí spolu s prohazovanou přízí. Nedokonalé první historické výsledky nevazkého stlačitelného proudění [9] ukazují izočáry Machova čísla - obr. 11 ve válcové a obr. 12 v divergentní směšovací komoře. I bez přesného výpočtu tvaru je zřejmé, že vyhoví-li se přírodním zákonům, je dosaženo vyšších rychlostí v divergentní komoře.

Větší tahové síly je dosaženo delší definovaně obtékanou délkou příze, ale současně roste průtokový odpor, takže od určité délky se jistá část vzduchu vrací středovou trubkou zpět a není možné nasát přetřezenu přízi. Na obr. 13 je výsledek možné úpravy. Zvětšením koncového průřezu se jednak sníží celkový průtokový odpor, ale současně se vytvoří vhodnější rychlostní pole s maximem v blízkosti ústí. Prohazovaná příze s minimální ohybovou tuhostí je tak tažena za špičku a zachovává si příznivý přímý tvar s minimálním zvlněním.



Obr. 11 Izočáry Machova čísla ve válcovém směšovací ejektoru

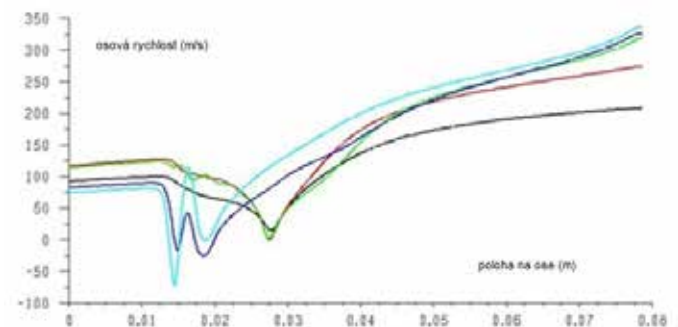


Obr. 12 Izočáry Machova čísla v divergentním směšovací ejektoru



Obr. 13 Izočáry Machova čísla v prodlouženém válcovém směšovací ejektoru

Jedním z hlavních provozních parametrů tkací trysky je tahová síla. Pro přízi, idealizovanou na válec umístěný v ose ejektoru, závisí elementární tahová síla v každém délkovém elementu příze především na rychlosti proudu podle  $dF = c_x \cdot \pi \cdot D \cdot dx \cdot \rho(x) \cdot w(x)^2 / 2$ .

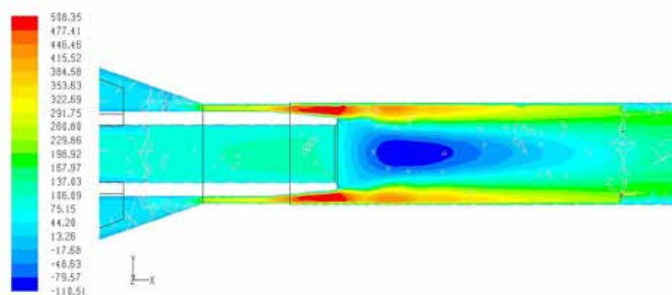


Obr. 14 Podélný profil osové rychlosti v různých tvarech ejektorů

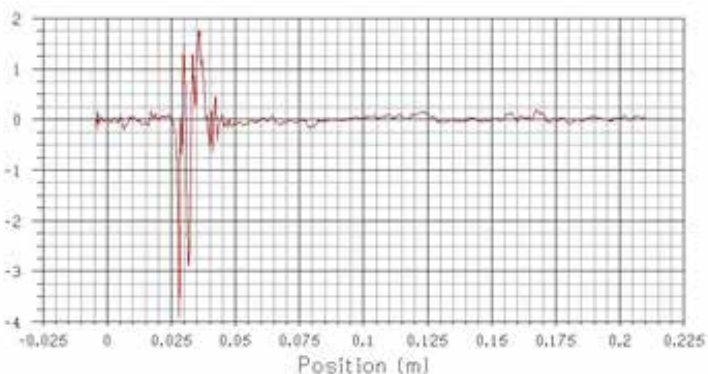
Při tkání agresivních skleněných přízí se po určité době provozu objevilo poškození stěny směšovací komory podle obr. 15. Poloha poškozené oblasti je shodná s polohou takzvané recirkulační bubliny, kde podle obr. 16 dochází ke zpětnému proudění, místním zvýšením příčné složky rychlosti podle obr. 17 atd. Existence tohoto jevu je známá, ale na celkovou tahovou sílu, tj. součet elementárních tahových sil z obr. 14, to nemá podstatný vliv, proto se při konstrukci ejektoru nevěnovala pozornost. Po jednoduchých úpravách vnitřního tvaru trysky tato recirkulační oblast zmizí [10].



Obr. 15 Eroze stěny ejektoru při tkání skleněných přízí



Obr. 16 Rychlostní pole ejektoru s recirkulační bublinou



Obr. 17 Příčná složka rychlosti ve směšovací komoře ejektoru

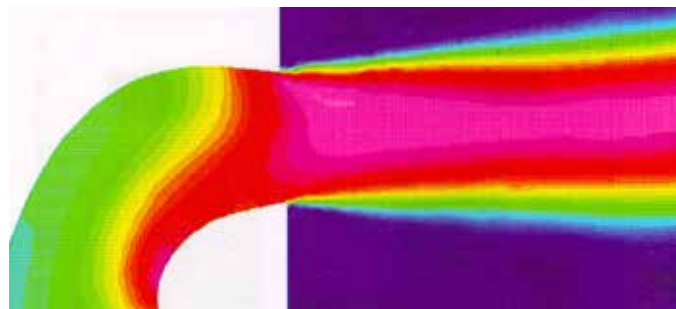
### ŠTAFETOVÁ TKACÍ TRYSKA

Volný proud vzduchu z hlavní trysky postupně zaniká. Aby bylo dosaženo požadovaného výkonu tkacího stroje, je třeba udržovat prohozní rychlost na určité hodnotě. K tomu slouží takzvané štafetové tkací trysky, které v pravidelných vzdálenostech znovu posilují prohozní proud vzduchu a prohazovanou přízí si tak předávají jako štafetu. Trysky jsou vytvořeny jednoduše jako jednostranně uzavřené trubky s otvorem v boční stěně.



Obr. 18 Průtok štafetovou tryskou - hydraulická analogie

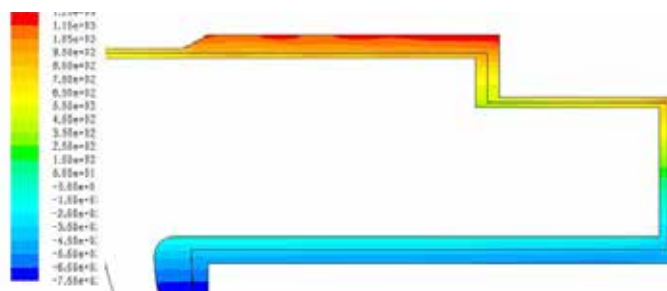
Nevhodný poměr tloušťky stěny a průměru otvoru, typicky  $L/d = 0,3$ , má za následek, že standardní regulační zásah - změna tlaku v přívodu - způsobí výraznou změnu směru vystupujícího proudu. Výsledky pokusů s hydraulickou analogií [11], např. obr. 18, vedly k myšlence vytvořit v trysce vnitřní kanál, který by vyhovoval přirozenému tvaru proudu [12], [13]. Obraz rychlostního pole v takovém kanálu, vyrobeném a ověřeném, je na obr. 19.



Obr. 19 Rychlostní pole v kanálové trysce

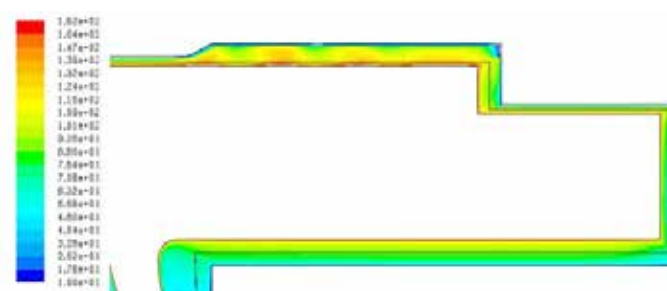
### VYSOKOOTÁČKOVÉ LOŽISKO

Studie osově souměrného proudového pole v ložiskové mezeře vysokootáčkového ložiska pro obvodovou rychlost 226 m/s, asi  $Ma = 0,7$ . V mezeře o velikosti několika desetin mm byla vytvořena velmi jemná síť [14], ve které bylo možno zachytit drobné detaily studovaného proudového pole [15].

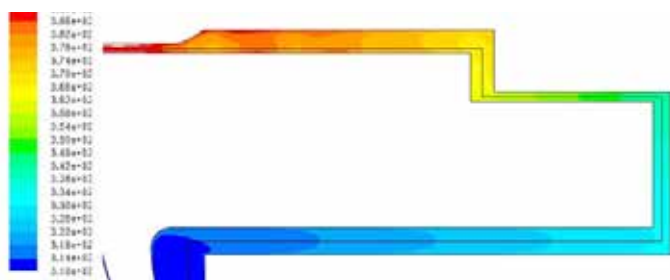


Obr. 20 Tlakové pole v mezeře vysokootáčkového ložiska (osa dole, rotor vlevo)

V tlakovém poli na obr. 20 je vidět typický stlačovací účinek v radiálně orientovaných kanálech. Vlivem tohoto tlakového gradientu se v systému vytvoří určité proudění. Obvodová složka rychlosti je na obr. 21, na vnějším obvodu jsou naznačeny Taylorovy víry, typické pro proudění v ložiskové mezeře mezi čepem a pánví. V důsledku vysokých rychlostí se vazké médium ohřívá, postupný náběh teploty od vstupu (dole) k výstupu (nahore) je zobrazen na obr. 22.



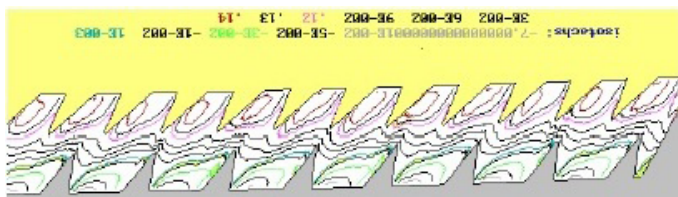
Obr. 21 Pole obvodové složky rychlosti v mezeře vysokootáčkového ložiska (osa dole, rotor vlevo)



Obr. 22 Teplotové pole v mezeře vysokootáčkového ložiska (osa dole, rotor vlevo)

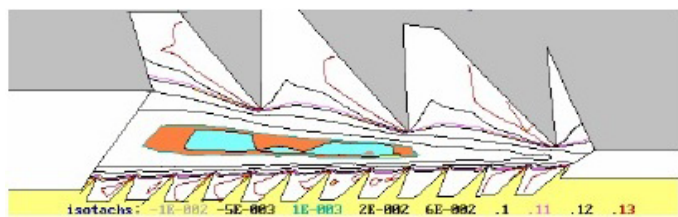
## MYKACÍ STROJ

Cílem této studie bylo stanovit proudové pole v okolí rotujícího ohebného válce při zvýšených provozních otáčkách [3]. Konkrétně se řešily dvě konfigurace - souosý rotor a stator podle obr. 23 a dva válce ve vnějším kontaktu podle obr. 24. Hlavním výsledkem je to, že vznikající aerodynamické síly jsou podstatně menší než mechanické působení jehel na materiál zpracovávaný mezi oběma válci. Při vnějším kontaktu válců byla potvrzena oblast přetlaku před místem kontaktu válců, která byla potvrzena i při jiných aplikacích (viz též výše).

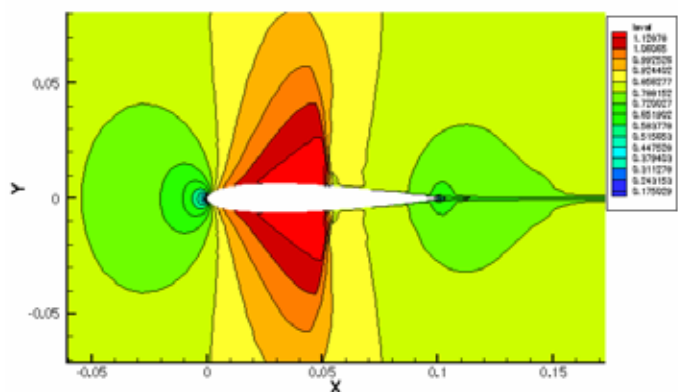


Obr. 23 Izočáry rychlosti mezi soustřednými válci (rotor + stator)

Neméně důležitým výsledkem je to, že vyvinutá, odladěná a prakticky vyzkoušená metoda simulace proudových polí pomocí pohyblivých sítí byla následně ve VZLÚ použita i při simulaci proudového pole v okolí kmitajícího profilu, obr. 25.



Obr. 24 Oblast přetlaku v klínu mezi rotujícími válci



Obr. 25 Rychlostní pole v okolí kmitajícího profilu [4]

## ZÁVĚR

Uvedené příklady numerické simulace proudění v textilním průmyslu (a další neuvedené) pomohly vysvětlit podstatu sledovaných textilně technologických dějů, navrhnout jejich úpravy a teprve ty, které vypadají jako teoreticky vhodné, byly realizované na funkčním modelu a prototypu. Je třeba upozornit i na to, že není nutné, aby výsledek simulace byl absolutně přesný z matematického hlediska - pro technika či konstruktéra velmi často stačí naznačit vliv určitého parametru zařízení na trend jeho činnosti.

Při řešení se používá standardní komerční program, případně doplněný různými úpravami, které vycházejí z dlouholeté neformální a oboustranně prospěšné spolupráce s matematiky VZLÚ, viz např. [3], [4], [10], [14] a další.

## Literatura:

- [1] Adáček, K.: Numerical modeling of flow in systems of production machines and equipments. ARTI Reports - Zpráva VZLÚ č. Z-75 2001
- [2] PV č. 2012-25916 - Zařízení pro úpravu netkané textilie
- [3] Adáček, K., Pelant, J.: Luftströmung entlang rotierendes Kardentelag, 9. Chemnitzer Textilmaschinen Tagung, TU Chemnitz, 2003
- [4] Pelant, J., Adáček, K.: Flow around moving surfaces, ECCOMAS 2004, Univ. of Jyväskylä, 2004
- [5] Kolář, J., Adáček, K.: Influence of the induced airflow on calendaring. In: Proc. of the EMT Jičín 2011.
- [6] Adáček, K., Kolář, J.: Einfluss der induzierten Luftströmung beim Kalandrieren. In: 13. Chemnitzer Textiltechnik Tagung, TU Chemnitz, 2012
- [7] Adáček, K.: Prodyšnost textilních vrstev. In: Aplikácia experimentálnych a numerických metód v mechanike tekutín, ŽU Žilina, 2008
- [8] Adáček, K.: Luftdurchlässigkeit der Textilien. 12. Chemnitzer Textiltechnik Tagung, TU Chemnitz, 2009
- [9] Adáček, K.: Popis proudění v ejektorech metodou FVM. In: Aplikácia experimentálnych a numerických metód v mechanike tekutín, VŠDS Žilina, 1995 [10] Adáček, K., Pelant, J.: Reverzační proudění v ejektoru. In: Aplikácia experimentálnych a numerických metód v mechanike tekutín, ŽU Žilina, 2010
- [11] Adáček, K.: Stafettendüsen hergestellt im Feingussverfahren. In: 6. Weberei Kolloquium, 1990, ITV Denkendorf, BRD
- [12] Jirků, S.: Počítačový návrh optimalizovaného tvaru kanálu štafetové trysky. In: Aplikácia experimentálnych a numerických metód v mechanike tekutín, VŠDS Žilina, 1991
- [13] Adáček, K.: Ověření optimálního tvaru kanálu štafetové trysky. In: Aplikácia experimentálnych a numerických metód v mechanike tekutín, VŠDS Žilina, 1991
- [14] Pelant, J., Adáček, K., Kyncl, M.: Application of the NS equations for 3D viscous turbulent flow on bladeless fluid machines. In: 8th World congress on comput. mech. (WCCM8), 2008, Venice, Italy
- [15] Adáček, K., Kolář, J.: Numerical flow simulations used in industrial problems. In: ECCOMAS 2012, TU Wien

# Porovnání metod pro výpočet optimálního rozložení cirkulace na vrtuli

Jan Klesa, NTIS, Fakulta aplikovaných věd, Západočeská univerzita v Plzni

V článku jsou popsány a analyzovány čtyři různé metody pro výpočet optimálního rozložení cirkulace na vrtuli. Jedná se o metody, jejichž autory jsou Larrabee, Adkins - Liebeck, Goldstein a Brož. Většina dnes používaných metod pro výpočet optimálního rozložení cirkulace vychází z některé z výše uvedených. Výsledky jednotlivých metod jsou porovnány a jsou analyzovány jejich klady a zápory.

## POUŽITÉ ZNAČENÍ

|                |                      |  |
|----------------|----------------------|--|
| cD             | [-]                  | součinitel odporu profilu                                  |
| cL             | [-]                  | součinitel vzlaku profilu                                  |
| cP             | [-]                  | součinitel výkonu vrtule, $c_P = \frac{P}{\rho n_s^3 D^5}$ |
| cT             | [-]                  | součinitel tahu vrtule, $c_T = \frac{T}{\rho n_s^2 D^4}$   |
| D              | [m]                  | průměr vrtule  |
| n <sub>s</sub> | [s <sup>-1</sup> ]   | otáčky vrtule za sekundu                                   |
| N              | [-]                  | počet listů vrtule   |
| P              | [W]                  | výkon spotřebovaný vrtulí                                  |
| r              | [m]                  | radiální souřadnice  |
| R              | [m]                  | poloměr vrtule   |
| T              | [N]                  | tah vrtule   |
| V              | [m/s]                | rychlost letu  |
| μ              | [-]                  | $\mu = \frac{c_D}{c_L}$                                    |
| λ              | [-]                  | rychlostní poměr, $\lambda = \frac{V}{n_s D}$              |
| ρ              | [kg/m <sup>3</sup> ] | hustota vzduchu  |
| Γ              | [m <sup>2</sup> s]   | cirkulace  |
| Ω              | [s <sup>-1</sup> ]   | úhlová rychlost otáčení vrtule                             |

## ÚVOD

Výpočet optimálního rozložení cirkulace na vrtuli je nezbytný pro návrh letecké vrtule s vysokou účinností. Do dnešního dne bylo k tomuto účelu vyvinuto mnoho metod. Většina z nich vychází z některé z následujících metod (k označení jsou použita jména jejich autorů):

- Larrabee
- Adkins-Liebeck
- Goldstein
- Brož

V následujícím textu budou jednotlivé metody popsány a budou porovnány a analyzovány jejich výsledky.

## POPIS METOD PRO VÝPOČET OPTIMÁLNÍHO ROZLOŽENÍ CIRKULACE NA VRTULI

### A. Betz a L. Prandtl

A. Betz popsal v [1] proudové pole vrtule s minimální energetickou ztrátou (tedy nejvyšší účinností). Za použití variačního počtu našel způsob, jak pomocí vrtule urychlit proud vzduchu s co nejmenší spotřebou energie. Výsledek se někdy označuje jako Betzův zákon. Podle tohoto zákona se vírový systém indukovaný na listech vrtule s maximální účinností musí pohybovat ve směru osy vrtule jako pevné těleso (vírová plocha indukovaná na vrtuli se pouze posouvá v osovém směru a nedochází k její deformaci). A. Betz se nezabýval vazkými ztrátami v tekutině a jeho řešení je platné pro vrtuli v nevazké tekutině.

V dodatku k [1] odvodil L. Prandtl tzv. Prandtlůvu ztrátovou funkci. Při odvození použil zjednodušený model vírového systému - šroubové plochy nahradil kruhovými plochami kolmými k ose vrtule. Prandtlůva ztrátová funkce se dodnes pro svoji jednoduchost často používá při návrhu vrtulí a rotorů větrných elektráren.

### S. Goldstein

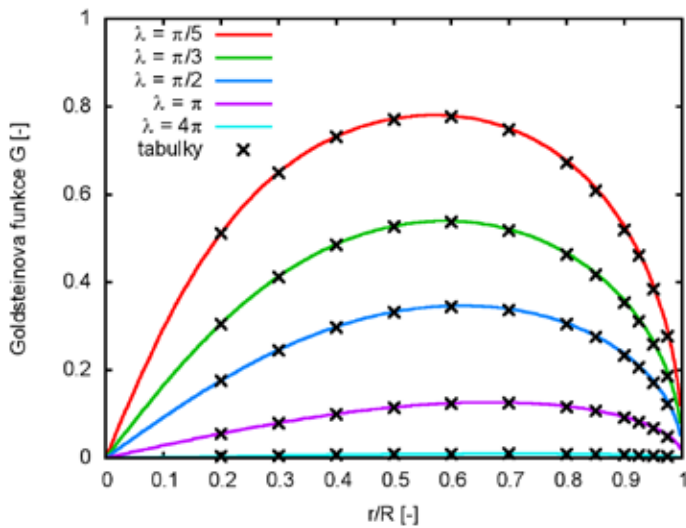
S. Goldstein aplikoval Betzův zákon na vírový popis proudového pole vrtule a v roce 1929 publikoval v [2] řešení rozložení cirkulace, pro které indukované rychlosti splňují podmínku tzv. Betzova zákona. Výsledkem je poměrně složitá formulace optimálního rozložení cirkulace ve formě součtu nekonečné řady. Vzhledem ke složitosti výpočtu byly hodnoty tzv. Goldsteinovy funkce tabelovány ([3, 4]). Rozložení cirkulace na navrhované vrtuli se poté vypočte přenásobením hodnot Goldsteinovy funkce konstantou, která se zvolí tak, aby bylo dosaženo požadovaného výkonu na vrtuli, popřípadě tahu vrtule.

Existují alternativní způsoby výpočtu Goldsteinovy funkce založené na numerické integraci a použití Biot-Savartova zákona pro výpočet indukovaných rychlostí ([5]) nebo na použití analytických vzorců pro výpočet indukovaných rychlostí od šroubových vláken ([6]). Na obr. 1 je uveden příklad porovnání numericky vypočtené Goldsteinovy funkce a tabelovaných hodnot. Při numerickém výpočtu byl použit vírový model proudového pole vrtule. Je zřejmá velice dobrá shoda mezi vypočtenými a tabelovanými hodnotami Goldsteinovy funkce.

### E. E. Larrabee

E. E. Larrabee publikoval v [7] praktický návod pro návrh optimální vrtule. Vychází z Betzova zákona a používá Prandtlůvu ztrátovou funkci.





Obr. 1 Porovnání numerického výpočtu Goldsteinovy funkce  $G$  [-] a tabelovaných hodnot podle [3] pro vrtuli se 2 listy pro různé hodnoty rychlostního poměru  $\lambda$ .

Při odvození používá předpoklad malých úhlů, tj.

$$\sin(x) = x,$$

$$\cos(x) = 1$$

Toto zjednodušení umožňuje přímý výpočet optimálního rozložení cirkulace bez nutnosti iteračního postupu. Tato metoda byla použita například při návrhu vrtule pro letouny Gossamer Albatross a Condor poháněné lidskou silou. Metoda je dodnes oblíbená pro svou jednoduchost. Je vhodná pro málo zatížené vrtule.

### C. N. Adkins a R. H. Liebeck

C. N. Adkins a R. H. Liebeck zveřejnili v [8] postup pro návrh aerodynamický návrh vrtule, který vychází z práce E. E. Larrabee [7]. V odvození matematického modelu není použit předpoklad malých úhlů. Následkem toho je nutné iterační řešení. Výsledky této metody budou diskutovány dále.

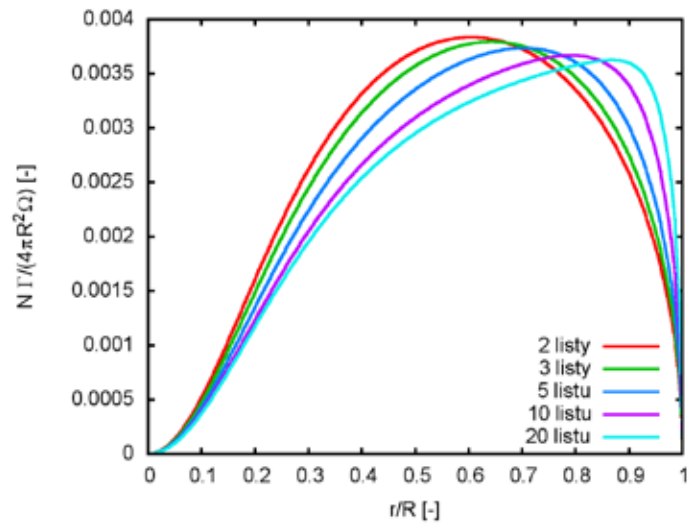
### V. Brož

V. Brož ([9]) vyvinul postup pro výpočet optimálního rozložení cirkulace na vrtuli. Indukované rychlosti se počítají pomocí Žukovského vzorců. Výpočet cirkulace se řeší jako úloha variačního počtu na nalezení vázaného extrému (minimální součinitel výkonu při daném součiniteli tahu nebo maximální součinitel tahu při zadaném součiniteli výkonu). Tato metoda zachycuje vliv vazkosti a zatížení vrtule, ale není schopna zachytit vliv počtu listů vrtule na rozložení cirkulace (Žukovského vzorce byly odvozeny pro vrtuli s velkým počtem listů).

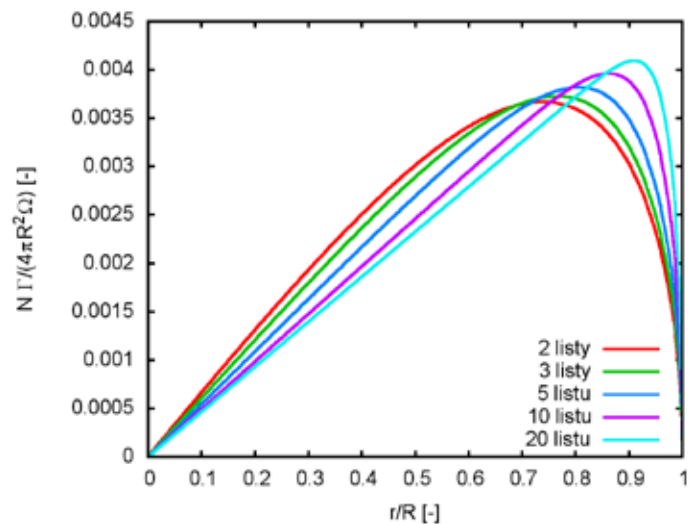
## ROZBOR A POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

### Vliv počtu listů

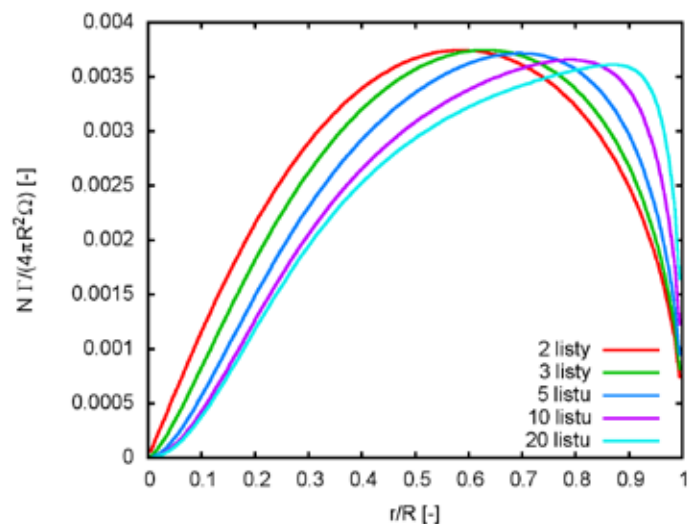
Vliv počtu listů byl posuzován pro vrtuli s návrhovým rychlostním poměrem  $\lambda = 1$ , návrhovým součinitelem výkonu  $c_P = 0,05$  a  $\mu = 0,02$ . Všemi popsanými metodami vyjma metody Prof. Brože (ta neuvažuje vliv počtu listů) bylo vypočteno optimální rozložení cirkulace pro vrtule s 2, 3, 5, 10 a 20 listy. Na obr. 2 až 4 jsou vykresleny porovnání pro metodu Larrabee (obr. 2), Adkins-Liebeck (obr. 3) a Goldstein (obr. 4). U všech metod dochází při zvyšování počtu listů k posunu maxima křivky směrem ke konci listu. Adkins-Liebeck dává jiný tvar optimálního rozložení cirkulace než Larrabee a Goldstein.



Obr. 2 Vliv počtu listů na optimální rozložení cirkulace na vrtuli při výpočtu podle Larrabee ([7])



Obr. 3 Vliv počtu listů na optimální rozložení cirkulace na vrtuli při výpočtu podle Adkins-Liebeck ([8])

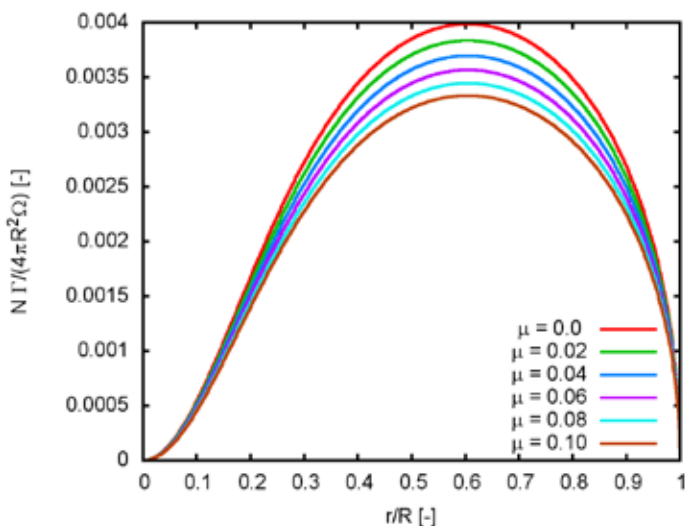


Obr. 4 Vliv počtu listů na optimální rozložení cirkulace na vrtuli při výpočtu podle Goldsteina ([2])

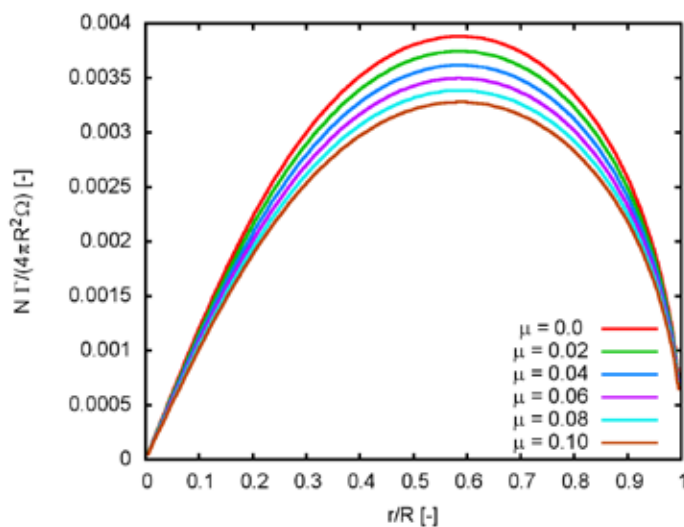
**Vliv viskozity (profilových ztrát)**

Vliv viskozity (profilového odporu) byl posuzován pro dvoulistou vrtuli s návrhým rychlostním poměrem  $\lambda = 1$  a návrhým součinitelem výkonu  $c_P = 0,05$ . Parametr  $\mu$  (poměr součinelů odporu a vzlaku) byl volen v rozmezí od 0 do 0,1. Všechny popsány metodami bylo vypočteno optimální rozložení cirkulace. Na obr. 5 až 9 jsou vždy pro každou metodu vykresleny průběhy cirkulace pro všechny zvolené hodnoty parametru  $\mu$ . Z obr. 5 až 7 je zřetelné, že pro metody Larrabee, Adkins-Liebeck a Goldstein nemá změna parametru  $\mu$  vliv na tvar křivky. Dochází pouze k přenásobení funkce konstantou a ke snížení hodnoty cirkulace. Snížení je způsobeno vyššími vazkými ztrátami a tím dojde ke snížení účinnosti a součinitele tahu a z toho plyne i snížení cirkulace. Tyto metody nejsou schopny popsat vliv profilových ztrát na optimální rozložení cirkulace na vrtuli.

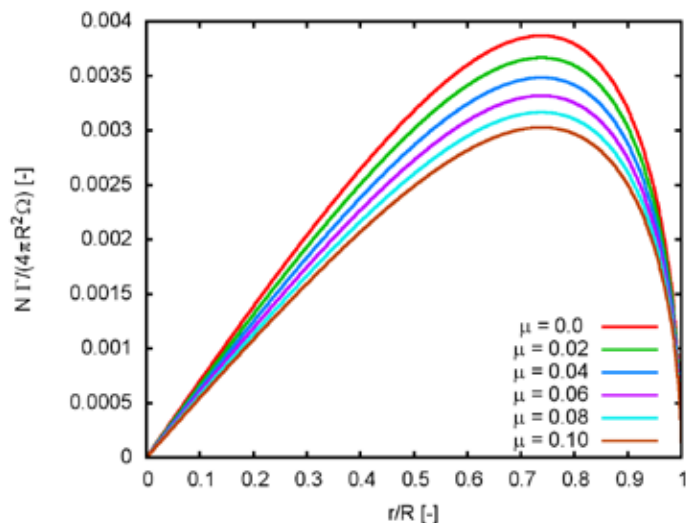
Z obr. 8 a 9 je patrné, že optimální rozložení cirkulace na vrtuli je výrazně ovlivněno profilovým odporem. Metoda Prof. Brože je odvozena natolik obecně, že pro případ platnosti Žukovského vzorců je schopna popsat vliv vazkosti při aerodynamickém návrhu vrtule. Za povšimnutí především oblast u kořene vrtulových listů, kde pro  $\mu \neq 0$  existuje oblast se zápornou cirkulací. Tento jev je způsoben odklonem výsledné aerodynamické síly od kolmice k nabíhajícímu proudu. To je zapříčiněno profilovým odporem. Následkem tohoto je, že v blízkosti osy vrtule, kde proud nabíhající na profil vrtulového listu má směr blízky ose vrtule, již není možné generovat kladný příspěvek k tahové síle. Z obr. 9 je patrný trend, že pro vyšší  $\mu$  se rozšiřuje oblast se zápornou vypočtenou hodnotou cirkulace.



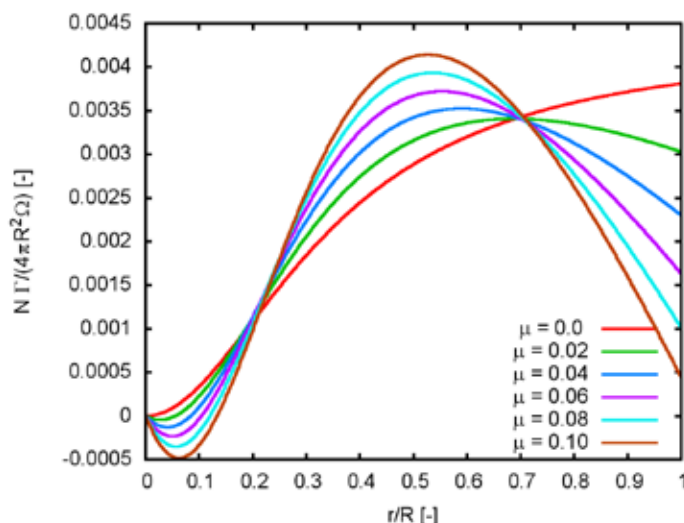
Obr. 5 Vliv profilového odporu na optimální rozložení cirkulace na vrtuli při výpočtu podle Larrabee ([7])



Obr. 7 Vliv profilového odporu na optimální rozložení cirkulace na vrtuli při výpočtu podle Goldsteina ([2, 3])



Obr. 6 Vliv profilového odporu na optimální rozložení cirkulace na vrtuli při výpočtu podle Adkins-Liebeck ([8])



Obr. 8 Vliv profilového odporu na optimální rozložení cirkulace na vrtuli při výpočtu podle Brože ([9])

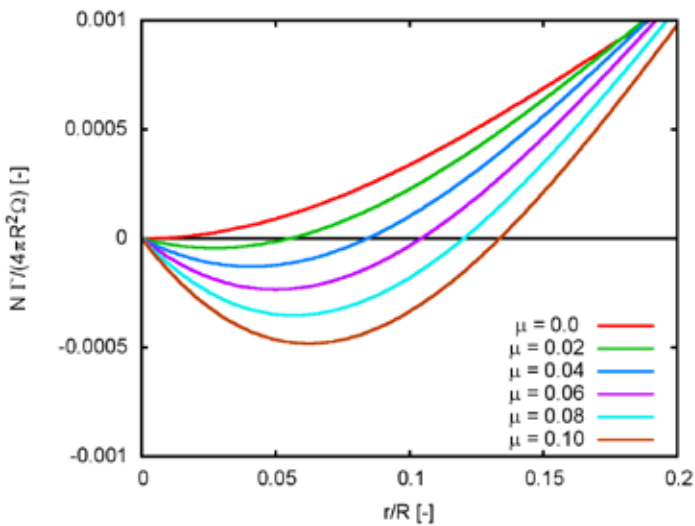
**Vliv zatížení**

Vliv zatížení byl posuzován pro dvoulistou vrtuli s návrhým rychlostním poměrem  $\lambda = 1$  a  $\mu = 0,02$ . Optimální rozložení cirkulace bylo vypočteno všemi popsanými metodami pro hodnoty návrhového součinitele výkonu  $c_P = 0,05; 0,10$  a  $0,15$ . Na obr. 10 až 13 jsou vždy pro každou metodu znázorněny vypočtené optimální rozložení cirkulace. Z obr. 10 až 12 je dobře patrné, že pro metody Larrabee, Adkins-Liebeck a Goldstein nemá změna součinitele výkonu (zatížení vrtule) vliv na tvar křivky. Dochází pouze k přenásobení funkce konstantou tak, aby bylo dosaženo požadované hodnoty součinitele výkonu. Z obr. 13 vyplývá, že u metody Prof. Brože je patrná závislost tvaru křivky na součiniteli výkonu. Pro  $c_P = 0,15$  se jedná o monotónně rostoucí křivku, zatímco pro  $c_P =$

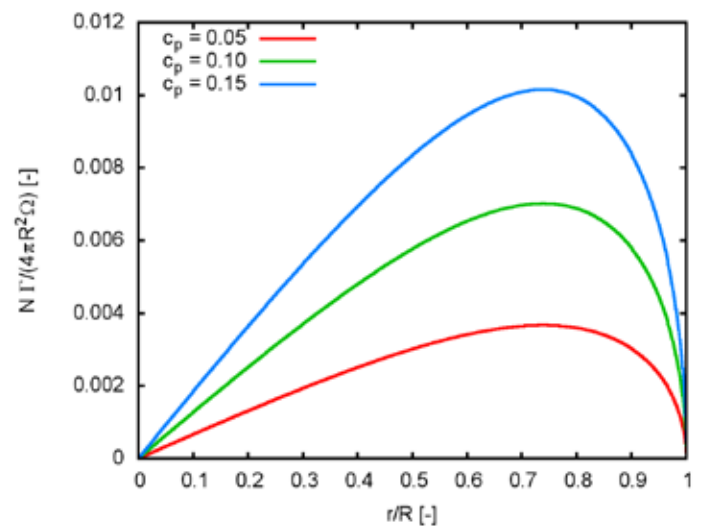
$0,05$  je patrné maximum pro  $r/R$  přibližně  $0,7$ . Stejně jako v předchozím případě nejsou první tři metody schopny popsat vliv zatížení na optimální rozložení cirkulace na vrtuli.

**Porovnání pro velký počet listů bez vlivu profilových ztrát**

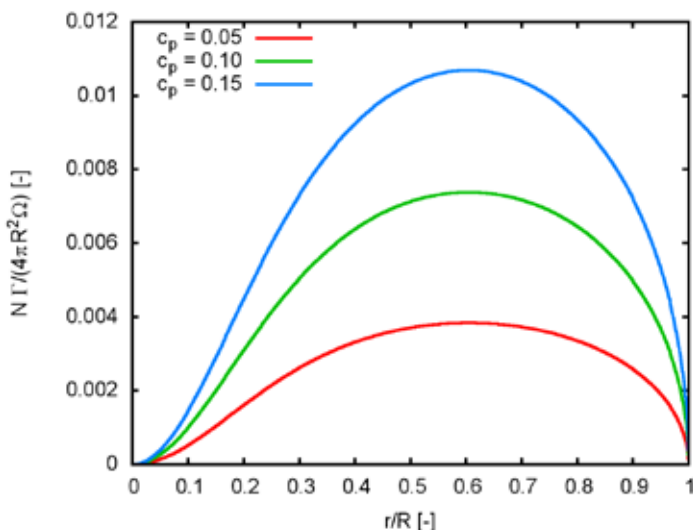
Metody Larrabee, Adkins-Liebeck a Goldstein neumožňují zachytit vliv vazkosti. Metoda Prof. Brože používá Žukovského vzorce platné pro vrtuli s nekonečně mnoho listy. Proto je přínosné porovnat výsledky všech metod pro případ, kdy by měly všechny poskytnout shodné výsledky, tj. pro mnoholistou vrtuli při zanedbání profilového odporu.



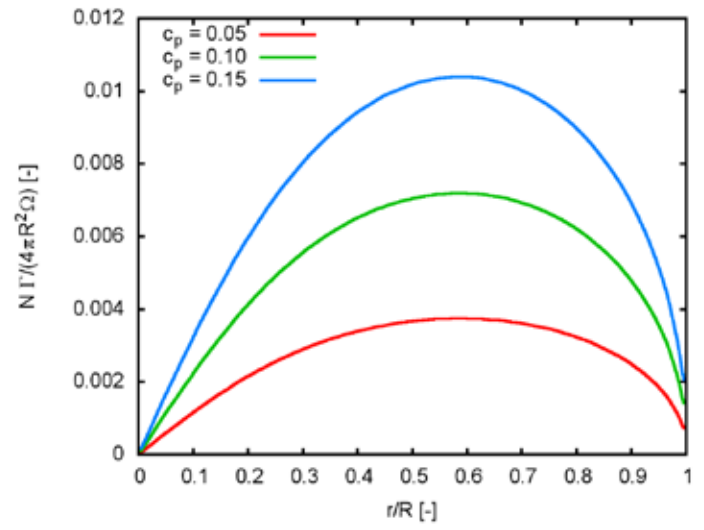
Obr. 9 Vliv profilového odporu na průběh optimálního rozložení cirkulace v blízkosti osy vrtule při výpočtu podle Brože ([9])



Obr. 11 Vliv zatížení na optimální rozložení cirkulace na vrtuli při výpočtu podle Adkins-Liebeck ([8])



Obr. 10 Vliv zatížení na optimální rozložení cirkulace na vrtuli při výpočtu podle Larrabee ([7])



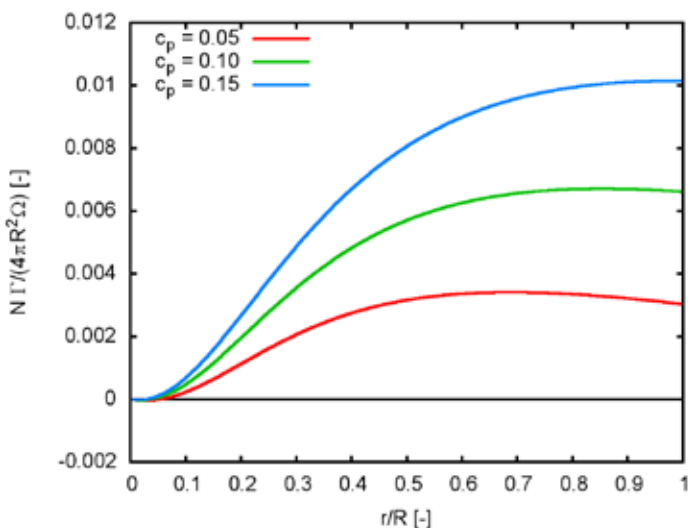
Obr. 12 Vliv zatížení na optimální rozložení cirkulace na vrtuli při výpočtu podle Goldsteina ([2, 3])

Na obr. 15 jsou porovnány průběhy optimální cirkulace vypočtené všemi představenými metodami pro vrtuli se 100 listy, parametr  $\mu = 0$  a návrhový součinitel výkonu  $c_P = 0,05$ . Je dobře patrné, že Larrabee, Goldstein a Brož dávají velice podobné výsledky. Všechny tři metody konvergují v mezním případě vrtule s nekonečně mnoha listy bez vlivu vazkosti ke stejnému průběhu optimálního rozložení cirkulace. Adkins-Liebeck naproti tomu dává výsledek, který je naprosto rozdílný od všech ostatních. Možnou příčinou je nevhodná kombinace Prandtlovy ztrátové funkce a nezanedbání malých úhlů v této metodě. Larrabee, který by měl teoreticky být méně přesný, dává v tomto případě výrazně lepší výsledky.

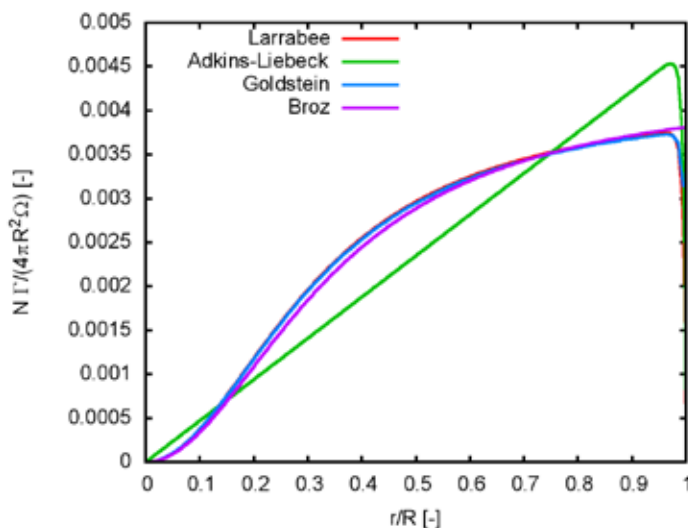
**Porovnání pro konkrétní případy návrhu vrtule**

Výsledky všech představených metod byly porovnány mezi sebou navzájem pro dva případy - vrtule s dvěma a s deseti listy. Obě vrtule měly návrhový součinitel výkonu  $c_P = 0,05$  a hodnota parametru  $\mu$  byla zvolena 0,02. Výsledky jsou prezentovány na obr. 16 a 17. Na obr. 16 je patrné, že pro dvoulistou vrtuli dávají všechny metody dosti odlišné výsledky, pouze metody Larrabee a Goldstein se k sobě přibližují především v oblasti u konce listu.

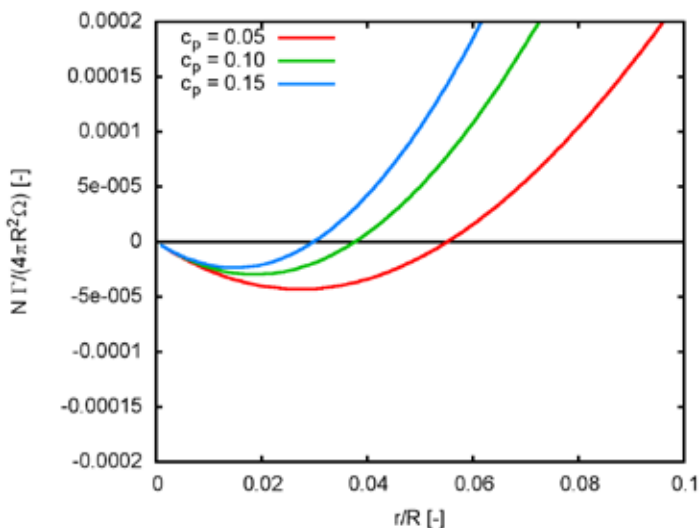
Pro vrtuli s deseti listy (obr. 17) dávají Larrabee a Goldstein téměř identické výsledky a ty jsou poměrně blízké i výsledkům metody Prof. Brože. Adkins-Liebeck dává opět výsledky, které jsou odlišné od všech ostatních.



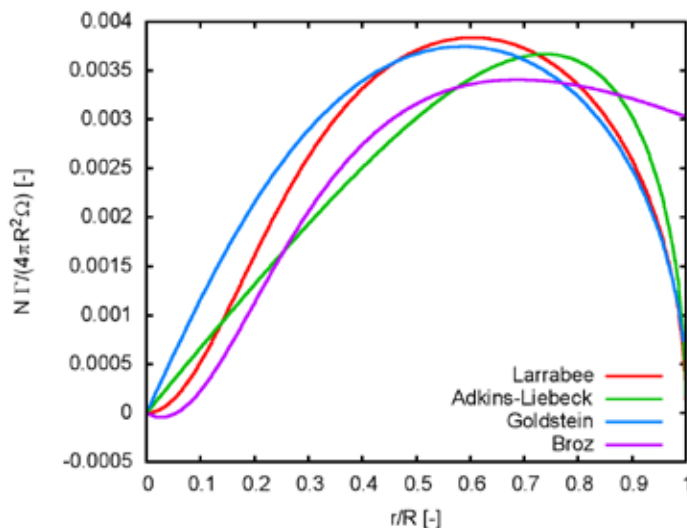
Obr. 13 Vliv zatížení na optimální rozložení cirkulace na vrtuli při výpočtu podle Brože ([9])



Obr. 15 Porovnání vypočtených optimálních průběhů cirkulace pro vrtuli se 100 listy,  $\mu = 0$ ,  $c_P = 0,05$



Obr. 14 Vliv zatížení na optimální rozložení cirkulace v blízkosti osy vrtule při výpočtu podle Brože ([9])



Obr. 16 Porovnání vypočtených optimálních průběhů cirkulace pro vrtuli se 2 listy,  $\mu = 0,02$ ,  $c_P = 0,05$

## NEJMENŠÍ POLOMĚR VRTULOVÉHO KUŽELU

Z předchozích analýz je zřejmé, že u kořene listu vrtule existuje oblast, kde je fyzikálně nemožné generovat kladnou tahovou sílu. Tato oblast je identická s oblastí se zápornou cirkulací při výpočtu metodou dle Brože. Velikost této oblasti závisí na zatížení (viz obr. 13 a 14) a na součiniteli odporu použitých profilů (viz obr. 8 a 9). Do této oblasti by neměla zasahovat aktivní část listu. Hodnota poloměru této oblasti tedy udává nejmenší poloměr vrtulového kužele, který by měl být u dané vrtule použit.

## ZÁVĚR

V textu byly popsány a analyzovány čtyři metody pro výpočet optimálního rozložení cirkulace na vrtuli. Metoda Adkins-Liebeck dává výsledky odlišné od všech ostatních a není zde zřejmá konvergence ani k nějakému z přesných řešení, tj. Goldstein pro nevazký případ málo zatížené vrtule a Brož pro případ vrtule s nekonečně mnoha listy. Z tohoto důvodu bych nedoporučil použití metody Adkins-Liebeck pro aerodynamický návrh vrtule. Metody Larrabee a Goldstein se k sobě blíží se stoupajícím počtem listů - pro vyšší počet listů se skutečné proudění blíží ke zjednodušením, která předpokládal Prandtl při odvození ztrátové funkce a jeho řešení se tedy musí přibližovat přesnému řešení dle Goldsteina. Při zanedbání profilových ztrát se pro zvyšující počet listů k sobě blíží řešení dle Larrabee, Goldsteina a Brože.

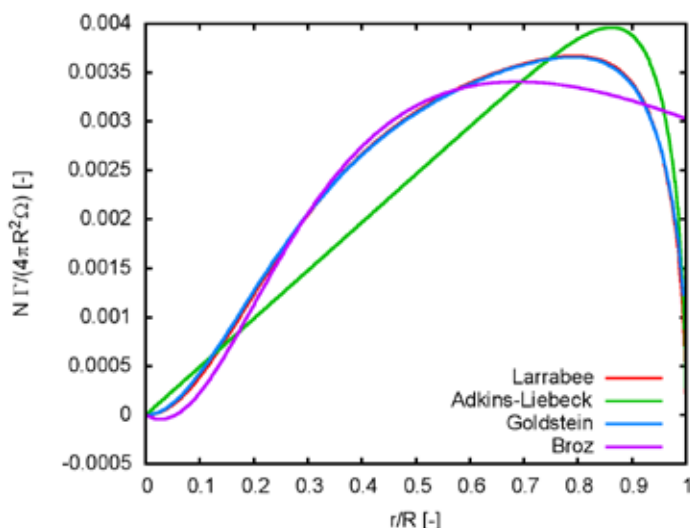
Při volbě délky aktivní části listu je třeba respektovat výše zmíněný minimální poloměr vrtulového kužele. Z provedené analýzy vyplývá, že pro vazké proudění nelze v oblasti poblíž osy vrtule generovat kladný příspěvek k tahové síle a toto by mělo být respektováno při aerodynamickém návrhu vrtulí.

## PODĚKOVÁNÍ

Tato akce je realizována v rámci projektu EXLIZ-CZ.1.07/2.3.00/30.0013, který je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

## Literatura:

- [1] Betz A.: Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust; Göttinger Nachrichten, Göttingen, 1919
- [2] Goldstein S.: On the Vortex Theory of Screw Propellers; Proc. of the Royal Society (A), Vol. 123, pp 440-465, 1929
- [3] Wald Q. R.: Aerodynamics of Propellers; in Aerospace Sciences, Vol. 42, pp 85-128, 2006
- [4] Tibery C. L., Wrench J. W.: Tables of the Goldstein Factor; Report 1534, Applied Mathematics Laboratory, David Taylor Model Basin, 1964
- [5] Ribner H. S., Foster S. P.: Ideal Efficiency of Propellers: Theodorsen Revisited; Journal of Aircraft, Vol. 27, No. 9, pp 810-819, 1990
- [6] Okulov V. L., Sørensen J. N.: Refined Betz Limit for Rotors with a Finite Number of Blades; Wind Energy, Vol. 11, pp 415-426, 2008
- [7] Larrabee E. E.: Practical Design of Minimum Induced Loss Propellers; SAE Paper 790585, 1979
- [8] Adkins C. N., Liebeck R. H.: Design of Optimum Propellers; Journal of Propulsion and Power, Vol. 10, No. 5, pp 676-682, 1994
- [9] Brož V.: Aerodynamický návrh vrtulového listu s vysokou účinností; Zpravodaj VZLÚ, č. 5, str. 21-31, 1966



Obr. 17 Porovnání vypočtených optimálních průběhů cirkulace pro vrtuli s 10 listy,  $\mu = 0,02$ ,  $c_P = 0,05$

# Asistované metamodelování v genetických algoritmech

Ing. Pavel Hospodář

V tomto příspěvku je prezentován optimalizační proces, který kombinuje principy genetického algoritmu a lokálních metamodelů založených na neuronových sítích. Výsledkem této kombinace je redukce potřebných výpočtů pro nalezení optima. Jako testovací příklad je uvažována tvarová optimalizace profilu v subsonickém režimu.

## ÚVOD

Genetické algoritmy (GA), v různých variantách, jsou relativně rozšířené optimalizační nástroje pro rogustní optimalizace. Svě uplatnění nalézají především při řešení problematik kde je návrhový prostor nelineární (zvlněný nebo i nespojitý). Na rozdíl od gradientních metod, které jsou pro hledání lokálních extrémů výrazně rychlejší, dokáží GA opustit oblast lokálního extrému a nalézt tak kvazi-globální optimum. Nevýhodou GA je poměrně velký počet iterací pro nalezení optima. To může být v úlohách, které jsou výpočetně časově náročné, značnou překážkou. Celá optimalizace se tím výrazně prodlouží. Cílem této práce je použití metamodelu asistentujícího genetickému algoritmu (MAGA), který dokáže předběžně před samotným výpočtem odhadnout hodnotu cílové funkce a tím rozhodnout, zda daného jedince počítat či ne.

### GA architektura

V tomto článku je popisována metoda využívající klasickou architekturu genetických algoritmů. Základními operacemi jsou:

- selekce a reprodukce (roulette wheel selection)
- křížení (uniform crossover)
- mutace (flip bit)

Veškeré výpočty jsou ukládány v archívu, ze kterého se provádí reinitializace. Ta probíhá v každé nové generaci, kde se zvolený počet starých rodičů (které mají nejhorší ohodnocení) nahradí nejlepším jedincem z

archívu. GA umožňuje jednoduše definovat limity návrhového vektoru. Použitý GA je navíc doplněn o kontrolu nelineárního omezení návrhového vektoru (viz. Testovací příklad - parametrizace).

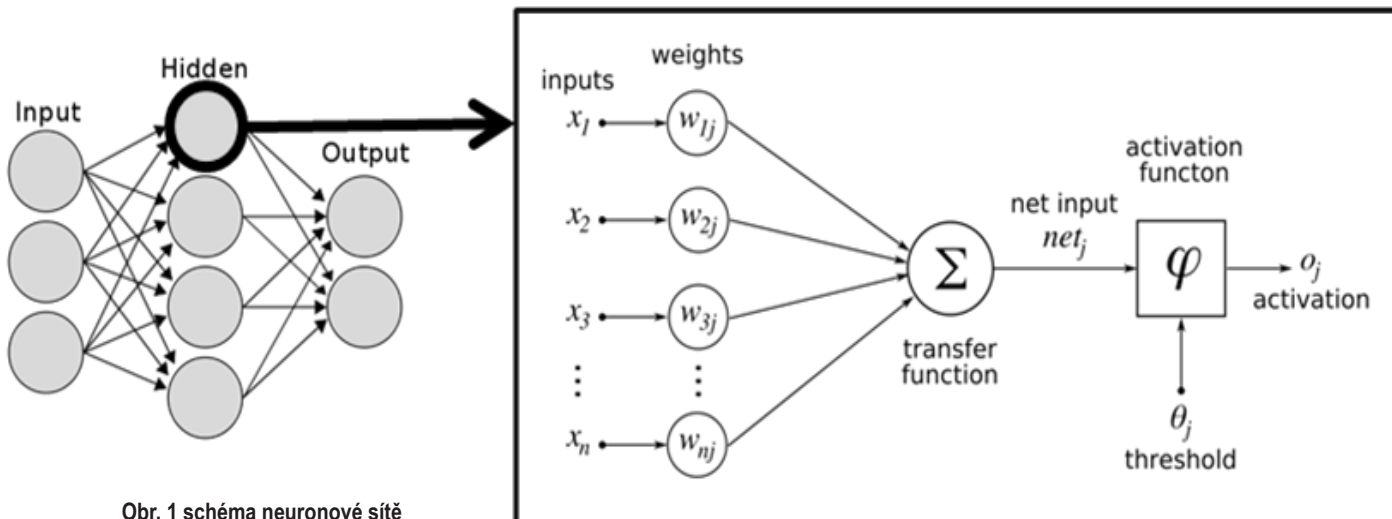
### RBF Network

Pro sestavení lokální metamodelů je použita neuronová síť (NN). Ta je stejně jako GA inspirována přírodními procesy. Skládá se z neuronů (levá část obr. 1), které mohou tvořit i několik vrstev. Schéma jednoho neuronu je zobrazeno v pravé části následujícího obrázku. Jednotlivé vstupy jsou násobeny vstupními váhami a sečteny, dále se nachází aktivační funkce a další konstanta je prahová hodnota.

Jako aktivační funkce je klasicky používána některá goniometrická funkce (např. hyperbolický tangens), v tomto případě je použita radiálně bázová funkce (RBF). Ta má následující tvar:

$$\varphi(x) = \exp\left(-\frac{\|x - \mu\|^2}{\sigma^2}\right)$$

Počtem neuronů ve vstupní vrstvě se přímo určí počet aktivačních funkcí. Středů RBF se určí pomocí clusteringu. Konstanty neuronové sítě se řeší pomocí nelineárních nejmenších čtverců za použití gradientních metod. Pro řešení této problematiky byl použit Neural Network toolbox programu Matlab [1].



Obr. 1 schéma neuronové sítě

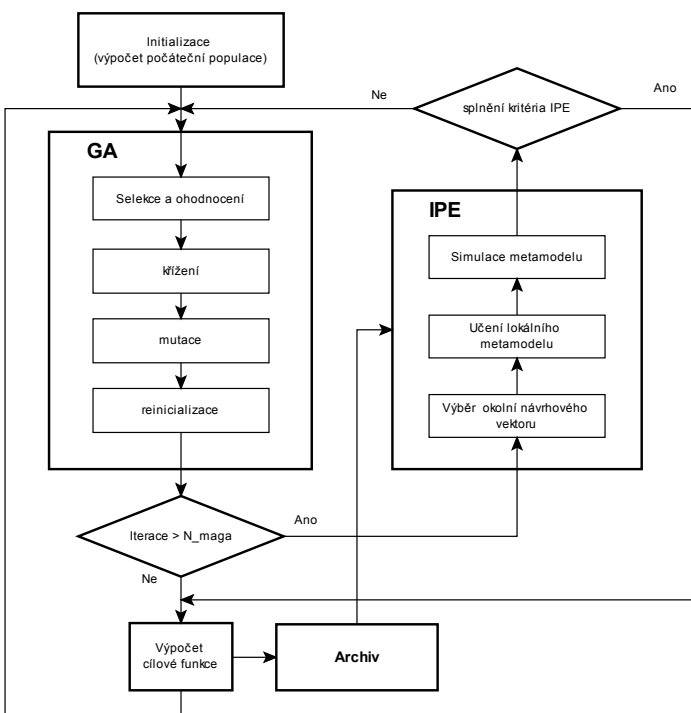
## ALGORITMUS MAGA

Cílem MAGA je predikovat funkční hodnotu daného návrhového vektoru a určit tak, zda jeho výpočet může přispět ke zlepšení konvergence. GA jsou za tímto účelem doplněny o lokální metamodely (tvořené NN), které na základně již spočítaných variant proloží okolí nového návrhového vektoru a odhadne jeho funkční hodnotu. Tuto metodu popsal Giannakoglou [2] a pojmenoval inexact pre-evaluation (IPE), tedy nepřesné předpočítání. Na následujícím obrázku je zobrazen MAGA algoritmus. Na začátku se provede výpočet počáteční populace a pak následuje GA. Kvůli dostatečnému počtu návrhových vektorů a funkčních hodnot v archivu, který je použit pro vytváření metamodelů, je vhodné nechat proběhnout několik iterací pouze s GA. V tomto případě byl počet  $N_{maga}$  roven pěti.

## IPE

Po překročení  $N_{maga}$  iterací pro každý návrhový vektor, vygenerovaný pomocí GA, vybere okolí pro vytvoření lokálního metamodelu. Výběr vhodného okolí metamodelu hraje výraznou roli v přesnosti odhadu. V této simulaci byla použita Euklidovská vzdálenost jednotlivých návrhových vektorů archivu od návrhového vektoru GA. V reálných aplikacích je nutné změnit měřítko návrhového vektoru tak, aby měli jednotlivé parametry stejný rozsah. Body z archivu, které mají nejmenší vzdálenost k návrhovému vektoru z GA, jsou použity pro učení lokálního metamodelu. Ten je vzápětí použit pro simulaci návrhovému vektoru z GA. Tento proces se opakuje pro všechny nově vytvořené potomky GA. Důležitou částí IPE je vyhodnocení simulace. V testovacím příkladu je použito pravidlo, že pokud je funkční hodnota simulovaného vektoru lepší než nejlepší hodnota z bodů použitých pro metamodel, pak se takový vektor použije pro přesný výpočet (v opačném případě se vektor zahodí).

Výpočet IPE a GA se opakuje tak dlouho, dokud nebude počet návrhových vektorů roven velikosti výpočetní populace. Následně se provede výpočet populace a celý algoritmus se opakuje až do doby splnění konvergenčních kritérií.



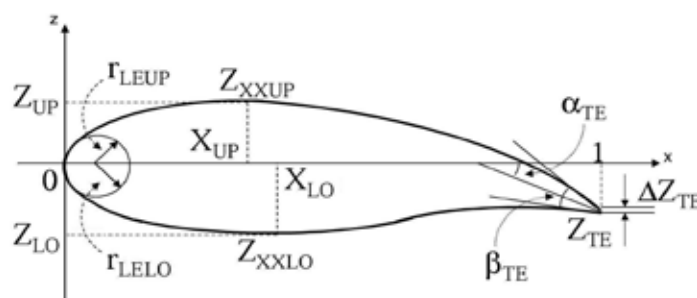
Obr. 2 vývojový diagram MAGA algoritmu

## TESTOVACÍ PŘÍKLAD

Jako testovací příklad byla zvolena tvarová optimalizace subsonického profilu. Cílem bylo redukovat odpor při definovaném vztlaku a minimálním klopivém momentu. Parametrizace byla zvolena GPARSEK. Výpočet probíhal v programu JavaFoil [3].

### Parametrizace

Geometrie profilu byla matematicky formulována parametrizací GPARSEK. Ten popisuje profil pomocí dvanácti parametrů, které jsou zobrazeny na následujícím obrázku. Tato parametrizace umožňuje popsat relativně širokou škálu profilů a její výhodou je i snadné nastavení limitů návrhového vektoru.



Obr. 3 parametrizace GPARSEK

Minimální tloušťka odtokové hrany byla přímo omezena na 0.003. Pomocí nelineárního omezení byla omezena minimální tloušťka profilu na 11 %. Dále pak byly omezeny následující parametry: maximální prohnutí, křížení profilu, zvlnění horní části profilu a maximální zvlnění prohnutí. Tím byly z optimalizace odstraněny nevhodné kombinace návrhového vektoru.

### Cílová funkce

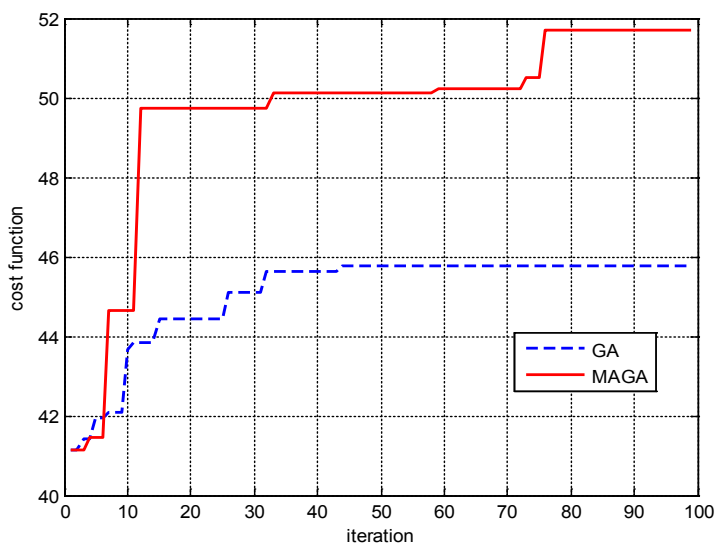
Cílem optimalizace je nalézt profil s minimálním aerodynamickým odporem, který by splňoval předepsaný součinitel vztlaku a nepřekročil by maximální záporný klopivý moment. Za tímto účelem byla spočítána polára profilu pro Reynoldsovo číslo  $Re$  4,500,000. Pro úhel náběhu, který zajišťoval požadovaný vztlak, se interpolovala hodnota součinitele aerodynamického odporu. Protože se jedná o jednokriteriální optimalizaci je vliv klopivého momentu do cílové funkce zaveden následujícím způsobem:

$$c_{LT} = c_L + c_m \frac{\bar{c}}{L_{VOP}}$$

Požadovaný celkový vztlak je roven vztlaku profilu a záporného příspěvku klopivého momentu, který musí pro ustálený přímočarý let vyrovnávat vodorovná ocasní plocha. Požadovaný celkový součinitel vztlaku byl  $CLT = 0.3$  ( $c = 1$ ,  $L_{vop} = 2.5$ ).

### Výsledek

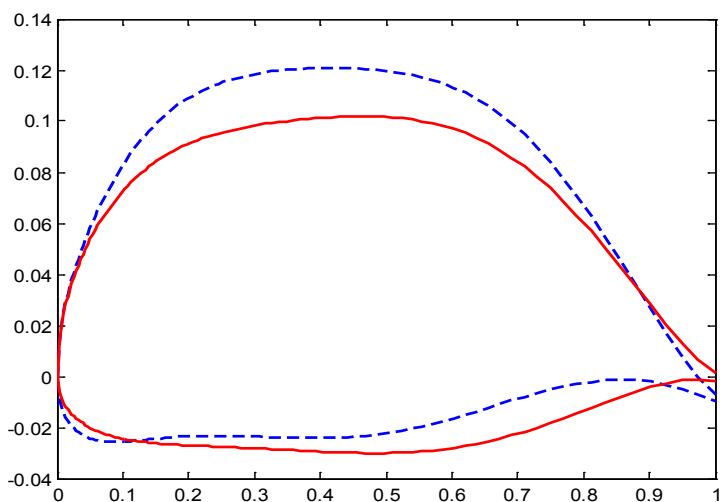
Výsledek optimalizace je zobrazen na následujícím obrázku. Byla použita čtyřčlenná populace. Na svyslé ose je vynesena hodnota klouzavosti pro vytrimaný stav. Je zde vidět poměrně rychlý nárůst od počátku (který měli obě optimalizace stejné). Zatím co GA již po cca 45 iteracích zkonvergovalo, na průbhu MAGA je vidět, že k zlepšení dochází i po dalších výpočtech. To je dáno tím, že MAGA "nedovolí"



Obr. 4 konvergence algoritmů

**Literatura:**

- [1] Matlab neural network toolbox <http://www.mathworks.com/products/neural-network/>
- [2] Giannakoglou K C.: Optimization and inverse design in aeronautics: how to couple genetic algorithms with radial basis function networks (2001)
- [3] JavaFoil software - <http://www.mh-aerotoools.de/airfoils/javafoil.htm>



Obr. 5 porovnání geometrií optimalizovaných profilů

počítat jedince, kteří by mohli mít horší cílovou hodnotu než jejich sousedé použít při metamodelování.

Na porovnání geometrií obou profilů je vidět že optimální profil počítaný GA je výrazně silnější, což zvyšuje odpor. Profil optimalizovaný pomocí MAGA má nižší prohnutí i nižší klopivý moment, který se pozitivně projeví na cílové funkci.

**ZÁVĚR**

V tomto článku je prezentována metoda genetických algoritů s asistencí lokálních metamodelů použitých pro nepřesné ohodnocení návrhového vektoru. Neuronové sítě s radiálně bázovou funkcí jsou použity jako metamodely. Výsledkem této metody je zrychlení a zlepšení konvergence optimalizace