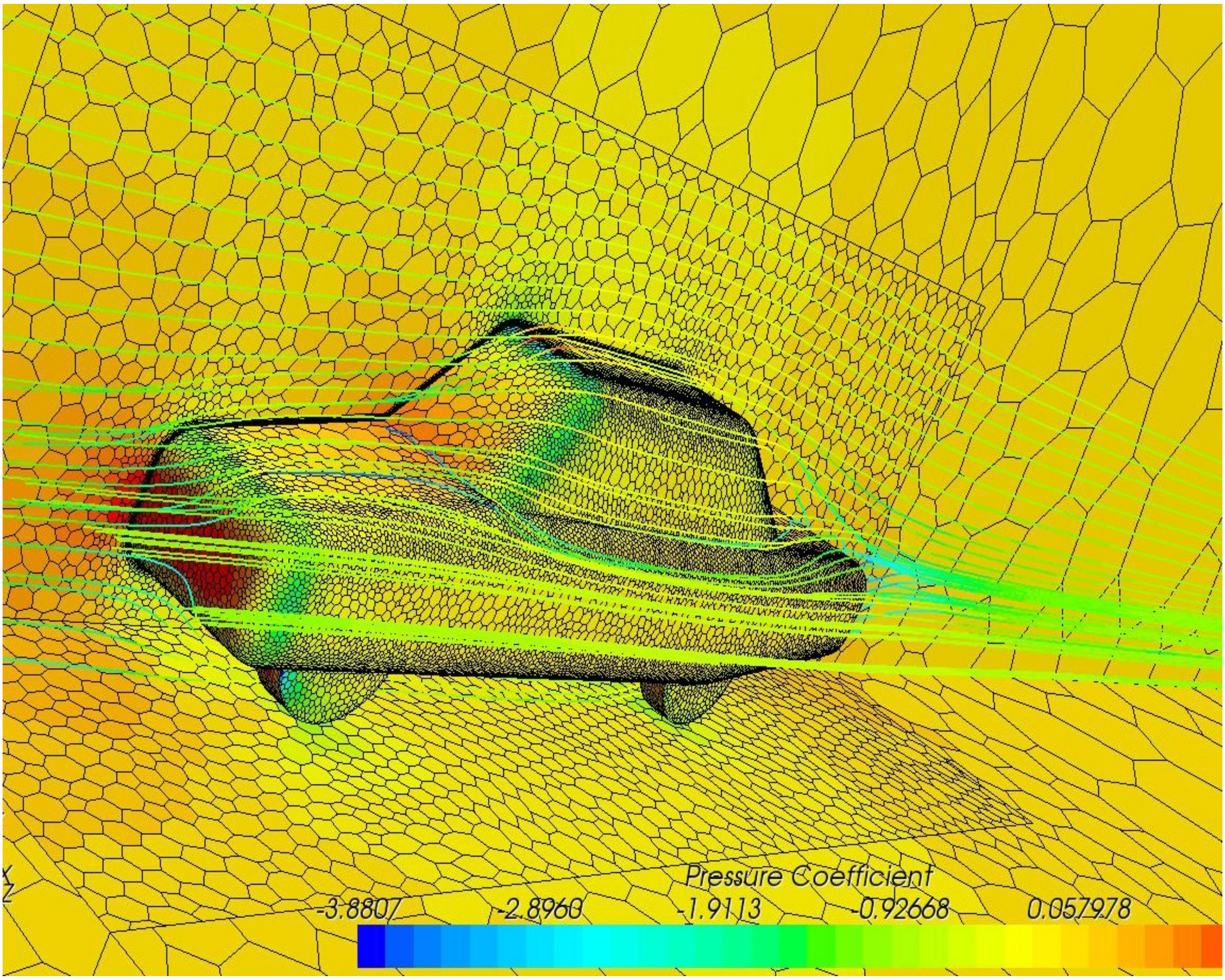
TRANSFER

Výzkum a vývoj pro letecký průmysl

Číslo 4 říjen 2007



Toto číslo elektronického sborníku obsahuje příspěvky přednesené na V. semináři VZLÚ - Věda, výzkum a vývoj v českém leteckém průmyslu, jehož téma bylo "Modelování proudění v leteckých a průmyslových aplikacích".

ISSN 1801-9315

VZLÚ, a. s., Beranových 130, 199 05 Praha - Letňany
Tel.: +420 225 115 332, Fax: +420 286 920 930, e-mail: info@vzlu.cz, www.vzlu.cz

TRANSFER

Výzkum a vývoj pro letecký průmysl

Elektronický sborník VZLÚ, a. s.

Číslo 4, říjen 2007, 2. ročník

Adresa redakce:

Výzkumný a zkušební letecký ústav, a. s.

Beranových 130, 199 05 Praha 9 – Letňany

Tel.: 225 115 223, fax: 286 920 518

Šéfredaktor:

Ing Ladislav Vymětal (e-mail: vymetal@vzlu.cz)

Technický redaktor, výroba:

Stanislav Dudek (dudek@vzlu.cz)

Vydavatel: Výzkumný a zkušební letecký ústav, a. s.

ISSN 1801-9315

V. vědecko-technický seminář

Dne 2.10. se ve VZLÚ uskutečnil 5. vědecko-technický seminář, už podruhé specializovaný na problematiku proudění, nazvaný „*Modelování proudění v leteckých a průmyslových aplikacích*". Pravidelný seminář navazuje na tradici kolokvií o aplikované aerodynamice, přičemž kromě oblasti letectví se stále častěji zaměřuje také na další aplikace, jako jsou například lopatkové stroje, větrné inženýrství, textilní průmysl apod. Svým záběrem seminář pokrývá především problematiku matematického modelování proudění (CFD), ale i zde využívá srovnání výsledků s experimentálním výzkumem. Během jednodenního semináře bylo přednesena řada příspěvků, jejichž převážnou část touto cestou publikujeme.

Obsah sborníku

Analýza frekvenčního spektra turbulentního proudu pomocí vláken v proudu

RNDr. Jiří Drbohlav, Mgr. David Zachoval
VZLÚ, a.s., Praha

V následujícím příspěvku je představena metoda vyhodnocení záznamu z vysokorychlostní kamery, která přináší možnosti analýzy pohybu textilního vlákna při vizualizaci proudění. Toto vylepšení významně rozšiřuje oblast použitelnosti i informační hodnotu vizualizace proudění pomocí textilního vlákna.

Úvod

Vizualizace proudění pomocí textilních vláken kmitajících v proudu je dlouho používaná a oblíbená metoda pro svoji jednoduchost. Nalezení podmínek, kdy je původně laminární proudění již turbulizováno, je možné pouhým okem z rozkmitu jednotlivých vláken. Model ve větrném tunelu byl fotografován nebo natáčen běžnými kamerami, aby bylo možné později vyhodnotit přechody mezi laminárním a turbulentním prouděním. Kvantitativní analýza byla omezena pouze na sledování maximálního rozkmitu vláken a jeho spojení s mírou turbulence.

V případě laminárního proudění zobrazuje poloha vlákna směr proudění v daném místě.

Pomocí analýzy záznamu vlákna vysokorychlostní kamerou můžeme precizně vyhodnotit polohu vlákna v čase. Z jednotlivých poloh pak je možné vyhodnotit nejen rozkmit jednotlivých vláken, ale i frekvenční spektrum kmitání.

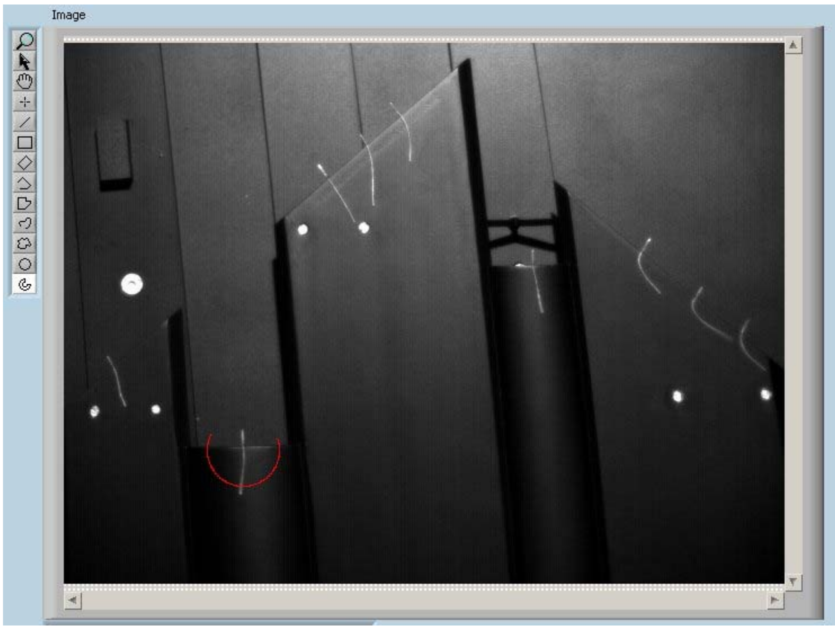
Experiment

Pro snímání zdrojových dat je třeba použít vhodné vysokorychlostní kamery a příslušného osvětlení. Pro zaznamenání dostatečné frekvenční odezvy jsme použili vysokorychlostní kameru, která umožňuje záznam až do frekvence 1000 Hz. Pro dostatečné osvětlení bez nevhodného kmitání intenzity byl použit divadelní výbojkový reflektor s vysokofrekvenčním předřadníkem. Stabilita intenzity osvětlení je důležitá pro další automatické vyhodnocování polohy. Běžné zářivkové osvětlení je zcela nevhodné díky vysoké fluktuaci intenzity modulované frekvencí rozvodné sítě (50 Hz), pro různé typy žárovek je pokles intenzity menší, ale i tak rušivý. Vhodná světla jsou s vysokofrekvenčním předřadníkem nebo napájená stejnosměrným napětím.

Pro vývoj měřicího systému a nasnímání testovacích dat byl použit experiment v tunelu pro větrné inženýrství (BLWT) v útvaru ANR VZLÚ a.s.. Na modelu bylo umístěno několik vláken u hrany střechy. V několika polohách pak bylo nasnímány sekvence 1000 snímků jako zdroj pro pozdější vyhodnocení. Pro měření byla použita simulace městské zástavby a nominální rychlost větru 6.6 m/s.

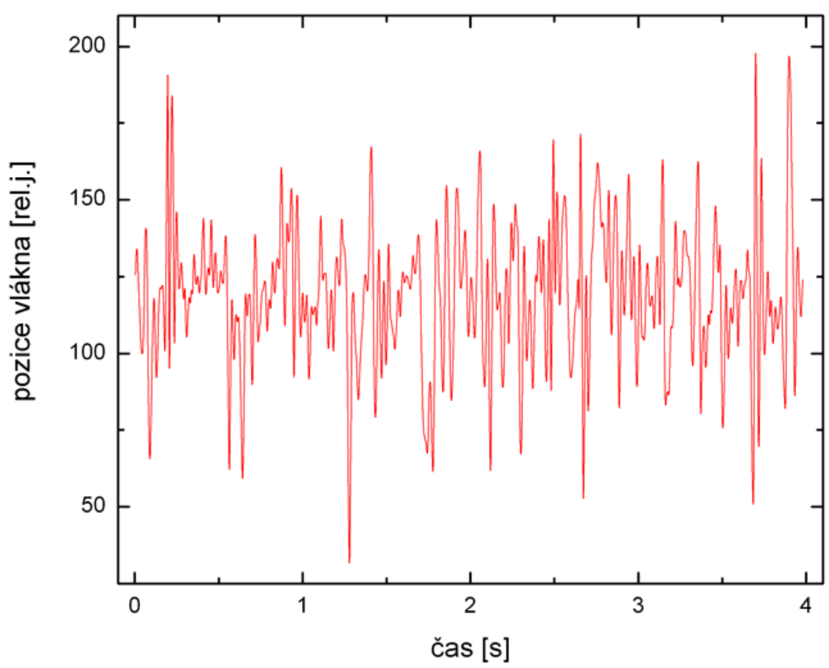
Výsledky

Z nasnímaných videosekvencí je pomocí programu v prostředí LabView extrahována informace o relativní poloze vlákna. V obraze je určena kružnicová úseč se středem v patě kmitajícího vlákna. Podél kružnice je zjištěn intenzitní profil, na kterém je poloha světlého vlákna patrná jako pík. Poloha maxima toho píku je zaznamenána jako aktuální poloha vlákna v rámci kružnicové úseče. Úhlová velikost kružnicové úseče je třeba zvolit tak, aby pokrývala celý rozsah pohybu vlákna, ale zároveň nezahrnovala v sobě prudké intenzitní změny pozadí. Jelikož jsou vyhodnocovány relativní polohy vlákna v průběhu měření není konkrétní číselný údaj v souřadnici polohy vlákna důležitý, resp. počátek a konec úseče je možné volit zcela podle potřeb. Náhled z vyhodnocovacího programu je k dispozici na obr. 1

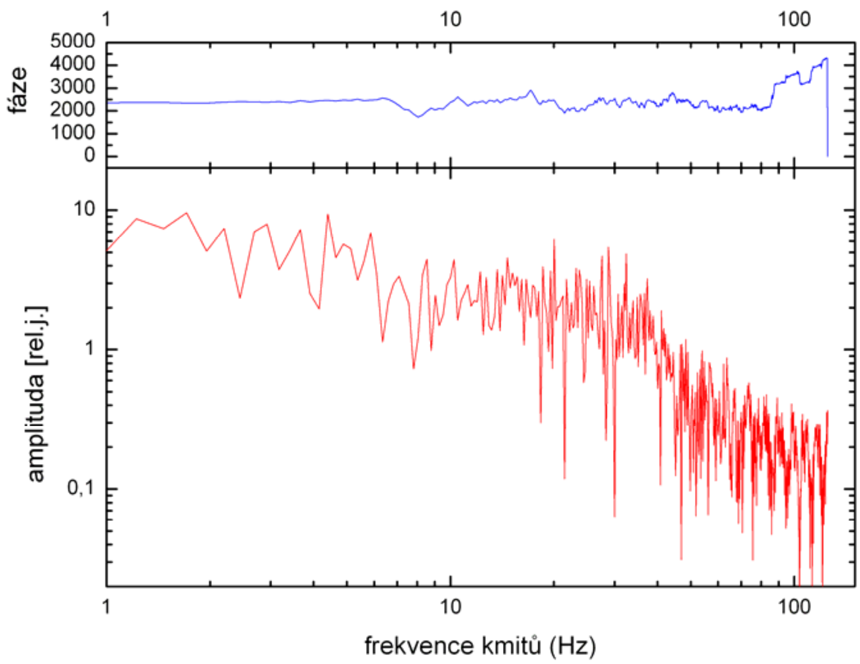


Obr. 1 Obraz z vyhodnocovacího programu. Je zobrazen jeden snímek a kružnicová úseč (červeně) po které se vyhodnocuje pohyb vlákna.

Jednotlivé polohy maxim jsou zaznamenány k pozdějšímu vyhodnocení. Příklad záznamu polohy z 1000 snímků je na obrázku 2. V tomto případě se jedná o záznam pořízený frekvencí 250 Hz, což je dostatečná hodnota pro očekávané frekvence dané konfigurace experimentu. Podle Nyquistova kritéria lze tímto snímáním zachytit frekvence do 125 Hz. Jelikož se jedná o optický záznam, který nelze filtrovat, je nutné zvolit dostatečně vysokou vzorkovací frekvenci aby nedošlo ke zkresleni statistických dat. Ve vyšších rychlostech může být splnění tohoto požadavku problematické. Zároveň je třeba nasnímat dostatečně dlouhý vzorek aby přesnost frekvenční a statistické analýzy byla dostatečná. 1000 snímků je hraniční hodnotou, kterou by bylo třeba v dalších experimentech významně navýšit.



Obr. 2 Příklad záznamu polohy vlákna v průběhu měření 1000 vzorků po dobu 4 s, frekvencí 250 Hz.



Obr. 3 Frekvenční spektrum pohybu vlákna v turbulentním proudu na hraně střechy nádražní budovy.

Tento požadavek naráží na paměťový limit vysokorychlostní kamery (4600 snímků) a je tedy pak nutné průměrovat několik spekter z více následujících měření. V tomto případě je uchovávání zdrojových dat extrémně paměťově náročné (desítky GB na měření) i pro současné kapacity záznamových zařízení.

Na obr. 3 je zobrazeno frekvenční spektrum polohy vlákna získané Fourierovou transformací. Na výsledku je vidět několik špiček, které se ale ztrácejí v šumu. Pro získání výraznějšího spektra by bylo potřeba použít delší záznam.

Závěr

Použitá metoda rozpoznávání polohy vlákna a následná frekvenční analýza významně rozšiřuje použití záznamu z vizualizace proudění pomocí textilních vláken. Při použití dostatečně dlouhého záznamu s vhodným vzorkováním je možné získat frekvenční spektrum turbulentního proudu, což je jeden ze zajímavých a významných parametrů.

Poděkování

Uskutečněné práce byly podporovány Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy, České Republiky v rámci výzkumného záměru Rozvoj vnější aerodynamiky (MSM 0001066901)

Literatura:

[1] Fage A., Townsend H. C. H.: *An examination of turbulent flow with an ultramicroscope*, Peroc. R. Soc. London, A 135, 656-677, (1932)

[2] Branislav Sobota, Ján Milián: *Grafické formáty*, 1996, Kopp

[3] J. Žára, B. Beneš, P. Felkel: *Moderní počítačová grafika*, 1998, Computer Press

[4] B. Jähne: *Digital Image Processing*, 1995, Springer-Verlag

[5] W.K.Pratt: *Digital Image Processing*, 1991, John Willey and Sons

[6] R. Ulman: *Vizualizace proudění pomocí UV záření*, Pracovní instrukce VZLÚ a.s., PI-ANR-37, Praha 2006

Aplikace Navier-Stokesových rovnic pro 2D a 3D vazké turbulentní proudění na pohyblivých sítích s (k,ω) modelem turbulence

J. Pelant, M. Kyncl, VZLÚ, a.s., Praha

Tento článek se zabývá numerickým řešením Navier-Stokesových rovnic pro turbulentní proudění. Hlavním výsledkem je práce s okrajovými podmínkami na vstupu, výstupu a na pevných stěnách pro výpočty na pohybujících se sítích. Při řešení problému okrajových podmínek byla použita modifikace Riemannova problému pro Eulerovy rovnice.

FORMULACE NAVIER-STOKESOVÝCH ROVNIC PRO TURBULENTNÍ PROUDĚNÍ

Budeme uvažovat Navier-Stokesovy rovnice v konzervativním tvaru s dimenzemi. Aplikujeme zákony zachování hmotnostni, hybnosti a energie pro dané prvky, přes které proudí uvažovaná tekutina. Ve třídimenzionálním případě mají Navier-Stokesovy rovnice následující tvar

$$\frac{\partial}{\partial t}q+\frac{\partial}{\partial x}f(q)+\frac{\partial}{\partial y}g(q)+\frac{\partial}{\partial z}h(q)-\left(\frac{\partial}{\partial x}r(q)+\frac{\partial}{\partial y}s(q)+\frac{\partial}{\partial z}d(q)\right)=0 \qquad (1)$$

kde

$$q=(\varrho,\varrho u,\varrho v,\varrho w,e)$$

$$f(q)=(\varrho u,\varrho u^2+p,\varrho uv,\varrho uw,(e+p)u)$$

$$g(q)=(\varrho v,\varrho vu,\varrho v^2+p,\varrho vw,(e+p)v)$$

$$h(q)=(\varrho w,\varrho wu,\varrho wv,\varrho w^2+p,(e+p)w)$$

$$r(q)=\left(0,\tau_{xx},\tau_{xy},\tau_{xz},u\tau_{xx}+v\tau_{xy}+w\tau_{xz}+\left(\frac{\mu}{P_r}+\frac{\mu_T}{P_{r_T}}\right)\frac{\kappa\,\partial\varepsilon}{\partial x}\right)$$

$$s(q) = \left(0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, \tau_{zy}, u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{zy} + \left(\frac{\mu}{P_r} + \frac{\mu_T}{P_{r_T}}\right)\frac{\kappa\,\partial\varepsilon}{\partial y}\right)$$

$$d(q) = \left(0, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{zz}, u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} + \left(\frac{\mu}{P_r} + \frac{\mu_T}{P_{r_T}}\right)\frac{\kappa\,\partial\varepsilon}{\partial z}\right)$$

$$\tau_{xx} = (\mu + \mu_T)\left(+\frac{4}{3}\,\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\,\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\,\frac{\partial w}{\partial z}\right) - \frac{2\varrho k}{3}$$

$$\tau_{yy} = (\mu + \mu_T)\left(-\frac{2}{3}\,\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{4}{3}\,\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\,\frac{\partial w}{\partial z}\right) - \frac{2\varrho k}{3}$$

$$\tau_{zz} = (\mu + \mu_T)\left(-\frac{2}{3}\,\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\,\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{4}{3}\,\frac{\partial w}{\partial z}\right) - \frac{2\varrho k}{3}$$

a

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = (\mu + \mu_T)\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = (\mu + \mu_T)\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = (\mu + \mu_T)\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right),$$

Zde p značí tlak, ϱ hustotu, (u, v, w) průměrnou hodnotu vektoru rychlosti, a x, y, z prostorové souřadnice, a t čas. Dále k je turbulentní kinetická energie, ω turbulentní disipace. P_r je laminární a P_{r_T} turbulentní Prandtlova konstanta, μ je dynamický koeficient viskozity závislý na teplotě, $\mu_T = \varrho k/\omega$ je vírový-vazký koeficient.V rovnici pro energii, e značí celkovou energii.

$$e = \varrho\varepsilon + \frac{1}{2}\varrho(u^2 + v^2 + w^2).$$

Zde $\varepsilon = p/\varrho(\kappa - 1)$ je vnitřní energie jednotky hmotnosti tekutiny, kde konstanta $\kappa > 1$.

Systém rovnic (1) je otevřený systém pro turbulentní proudění. Pokud kinetická turbulentní energie $k = 0$, pak systém rovnic (1) představuje uzavřený systém

Navier-Stokesových rovnic pro laminární proudění. Pokud $k = 0$ a $\mu = 0$, pak o systému (1) mluvíme jako o Eulerových rovnicích. Systém (1) můžeme psát v diferenciální symbolické podobě

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + \frac{\partial \beta_i}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_i}{\partial y} + \frac{\partial \delta_i}{\partial z} = 0$$

a v integrálním tvaru

$$\int_{\Delta t} \mathrm{d}t \int_{\partial\Omega} ((\beta_i, \gamma_i, \delta_i), \mathbf{n}) \mathrm{d}s = -\int_{\Delta t} \mathrm{d}t \int_{\Omega} \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}z,$$

zde $i = 1, 2, 3, 4, 5$, Ω je z prostoru $\mathrm{R}^3(x, y, z)$. (,) značí skalární součin. $\mathbf{n}$ je normálový vektor k ploše $\partial\Omega$. Kladná orientace je dána vnějším směrem. Tady s je integrální míra v ploše $\partial\Omega$. S použitím integrální formy můžeme studovat obecné proudění s rázovými vlnami. Například můžeme použít jedno-dimenzionální systém rovnic jako prediktor k numerické metodě ve vybraných bodech sítě aproximující oblast Ω.

k - ω TURBULENTNÍ MODEL

Turbulentní model proudění popisujeme následujícími rovnicemi

$$\frac{\partial \varrho k}{\partial t} + \frac{\partial \varrho k u}{\partial x} + \frac{\partial \varrho k v}{\partial y} + \frac{\partial \varrho k w}{\partial z} = P_k - \beta^* \varrho \omega k + \frac{\partial}{\partial x}\left((\mu + \sigma_k \mu_T)\frac{\partial k}{\partial x}\right) +$$
$$+ \frac{\partial}{\partial y}\left((\mu + \sigma_k \mu_T)\frac{\partial k}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left((\mu + \sigma_k \mu_T)\frac{\partial k}{\partial z}\right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial \varrho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \varrho \omega u}{\partial x} + \frac{\partial \varrho \omega v}{\partial y} + \frac{\partial \varrho \omega w}{\partial z} = P_\omega - \beta^* \varrho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x}\left((\mu + \sigma_\omega \mu_T)\frac{\partial \omega}{\partial x}\right) +$$
$$+ \frac{\partial}{\partial y}\left((\mu + \sigma_\omega \mu_T)\frac{\partial \omega}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left((\mu + \sigma_\omega \mu_T)\frac{\partial \omega}{\partial z}\right) + C_D, \tag{3}$$

kde k turbulentní kinetická energie a ω turbulentní dissipace jsou funkcemi času t a prostorových proměnných x, y, z. Produkční členy P_k a P_ω jsou dány vzorci

$$P_k = \tau_{xx}\frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy}\frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{yx}\frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy}\frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{xz}\frac{\partial u}{\partial z} + \tau_{zx}\frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{yz}\frac{\partial v}{\partial z} + \tau_{zy}\frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz}\frac{\partial w}{\partial z}.$$

Výrazy τ jsou definovány v kapitole 1.

$P_\omega = \dfrac{\alpha_\omega \omega P_k}{k}$, kde $\alpha_\omega = \dfrac{\beta}{\beta^*} - \dfrac{\sigma_\omega \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}$ a σ_k, β^*, β, σ_ω a κ jsou konstanty.

C_D je definováno následovně

$$C_D = \sigma_d \, \frac{\varrho}{\omega} \, \max\left\{ \frac{\partial k}{\partial x}\frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial y}\frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\partial k}{\partial z}\frac{\partial \omega}{\partial z}, 0 \right\},$$

kde σ_d je konstanta. Turbulentní model k-ω (2, (3) s rovnicemi (1) představuje uzavřený systém rovnic.

NUMERICKÁ METODA PRO POHYBUJÍCÍ SE SÍTĚ VE 2D

Uvažujme čtyřúhelníkovou síť danou body $(x_{j,k}, y_{j,k}) j = 1,..,J, k = 1,..,K$, aproximující danou oblast v čase t. Tvar oblasti a tedy i sítě buď závislý na čase. Body $(xx_{j,k}, yy_{j,k})$ nechť definují čtyřúhelníkovou síť se stejným indexováním j, k, aproximující danou oblast v čase $t + \tau$. Všechny body definují třídimenzionální buňky $\Omega_{j,k}$ v prostoru $\mathrm{R}^3(\mathrm{t}, \mathrm{x}, \mathrm{y})$. K ukázání principu naší metody zvolme libovolnou buňku sítě. Pro zjednodušení, nechť je dána buňka

$\Omega = ((x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4), (xx_1, yy_1), (xx_2, yy_2), (xx_2, yy_3), (xx_4, yy_4))$.

Nyní použijeme soustavu rovnic (1), (2), (3) v symbolické podobě

$$\int\!\!\int_{\partial\Omega} ((\alpha_i, \beta_i, \gamma_i), \mathbf{n}) \mathrm{d}s = \int\!\!\int\!\!\int_{\Omega} f_i(x, y, t) \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t \qquad (4)$$

kde $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Ω je z prostoru $\mathrm{R}^3(t, x, y)$. (,) značí skalární součin. $\mathbf{n}$ je normálový vektor k $\partial\Omega$ s kladnou orientací ve vnějším směru, s označuje integrální míru v ploše $\partial\Omega$. Nyní použijme rovnici (4) pro danou buňku Ω. Označme Ω_d spodní stěnu buňky Ω v čase t, Ω_u označme horní stěnu v čase $t + \tau$ a Ω_f, Ω_r, Ω_l, Ω_h nechť jsou zbylé stěny buňky. Integralní rovnice (4) bude mít tvar

$$\alpha_i^u \|\Omega_u\| - \alpha_i^d \|\Omega_d\| + Q_f + Q_r + Q_l + Q_h = \int\!\!\int\!\!\int_{\Omega} f_i(x, y, t) \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t \qquad (5)$$

kde

$$\|\Omega_d\| = \frac{1}{2}((x_3-x_1)(y_4-y_2)-(x_4-x_2)(y_3-y_1)) = \Omega(x_1,y_1,x_2,y_2,x_3,y_3,x_4,y_4)$$

a analogicky

$$\|\Omega_u\| = \Omega(xx_1,yy_1,xx_2,yy_2,xx_3,yy_3,xx_4,yy_4)$$

$$\|\Omega_r\| = \Omega(x_2,y_2,xx_2,yy_2,xx_1,yy_1,x_1,y_1)$$

$$\|\Omega_f\| = \Omega(x_1,y_1,xx_1,yy_1,xx_4,yy_4,x_4,y_4)$$

$$\|\Omega_h\| = \Omega(x_3,y_3,xx_3,yy_3,xx_2,yy_2,x_2,y_2)$$

$$\|\Omega_l\| = \Omega(x_4,y_4,xx_4,yy_4,xx_3,yy_3,x_3,y_3)$$

$$Q_r = \alpha_i^r\|\Omega_r\| + \beta_i^r\tau(\bar{y}_2-\bar{y}_1) - \gamma_i^r\tau(\bar{x}_2-\bar{x}_1)$$

$$Q_f = \alpha_i^f\|\Omega_f\| + \beta_i^f\tau(\bar{y}_1-\bar{y}_4) - \gamma_i^f\tau(\bar{x}_1-\bar{x}_4)$$

$$Q_h = \alpha_i^h\|\Omega_h\| + \beta_i^h\tau(\bar{y}_3-\bar{y}_2) - \gamma_i^h\tau(\bar{x}_3-\bar{x}_2)$$

$$Q_l = \alpha_i^l\|\Omega_l\| + \beta_i^l\tau(\bar{y}_4-\bar{y}_3) - \gamma_i^l\tau(\bar{x}_4-\bar{x}_3),$$

$$\text{kde } \bar{x}_i = \frac{x_i+xx_i}{2},\ \bar{y}_i = \frac{y_i+yy_i}{2}.$$

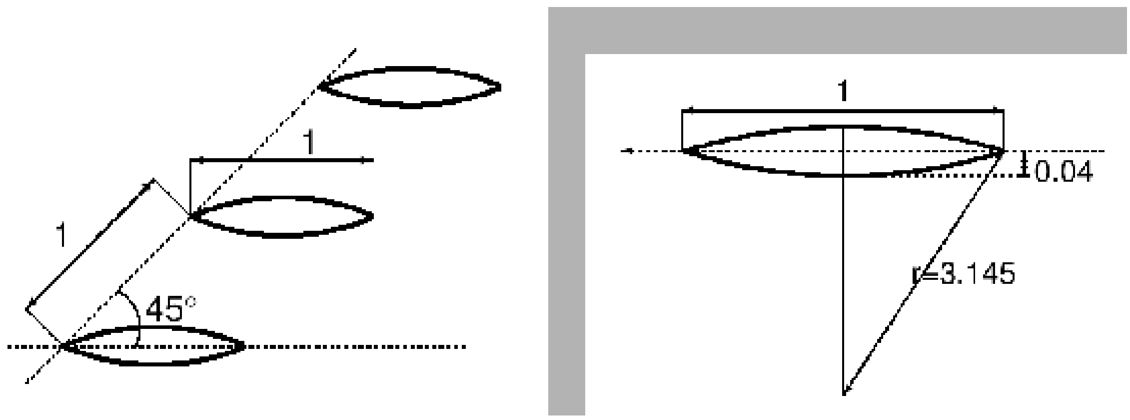
Horní index u α_i, β_i, γ_i znamená hodnotu na stěně stejného značení. Při použití rovnice (5) pro α_i^u je možné získat stavové veličiny p, ϱ, $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{k}$, $\underline{\omega}$ ve středu Ω_u, pokud jsou hodnoty ve středech zbylých pěti stěn známé. Stavové veličiny pro Ω_d jsou známé. Hlavním problémem je tedy vyčíslení stavových hodnot na stěnách Ω_f, Ω_h, Ω_l, Ω_r. Zvolme si tedy danou stěnu. Bude nás zajímat určení stavových hodnot na této stěně. Libovolná definice hodnot na stěně nemusí splnovat zákony zachování. Lze definovat stavový vektor na obou stranách stěny v čase $\underline{t}$, a tyto vektory můžeme použít jako počáteční podmínku pro řešení Riemannova problému. U okrajových stěn můžeme použít řešení okrajového problému. Ten je založen na řešení modifikovaného Riemannova problému s okrajovou podmínkou. Příklady a řešení okrajových problémů jsou zmíněny v [1],[4].

Časový krok τ bude na každé stěně omezen elementárními rázy nebo expanzními vlnami přicházejícími z protější stěny. Rychlosti těchto vln získáme také z řešení daného Riemannova problému (na hranicích oblasti modifikovaného).

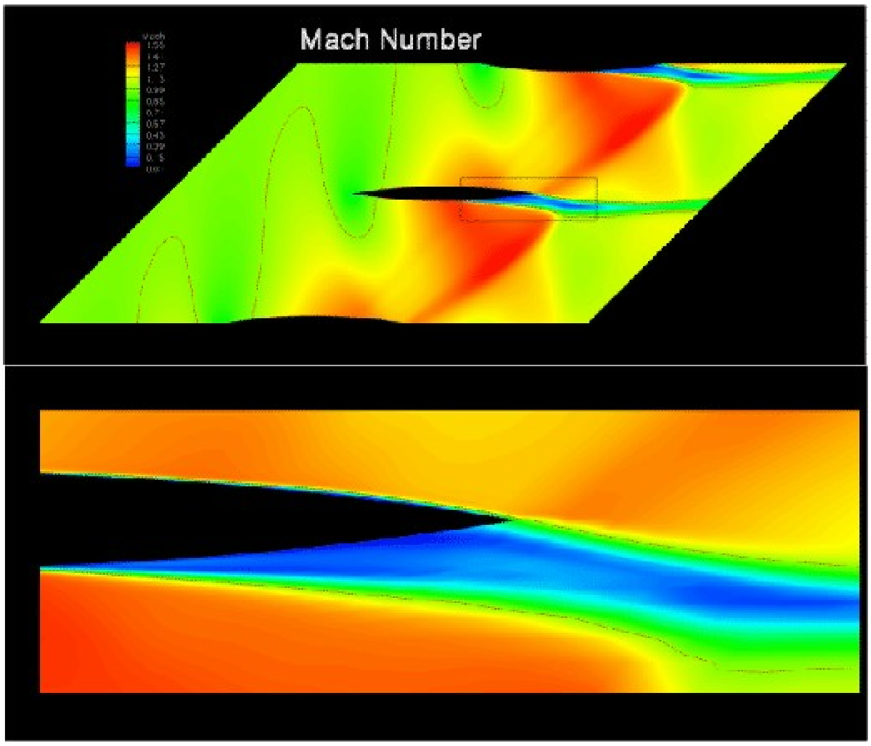
Zbývá tedy naznačit, jak definovat stavový vektor na obou stranách stěny v čase t. Pro zvýšení přesnosti je možno aplikovat různá schémata, v našem případě jsme zvolili Van-Albada Limiter.

PŘÍKLADY

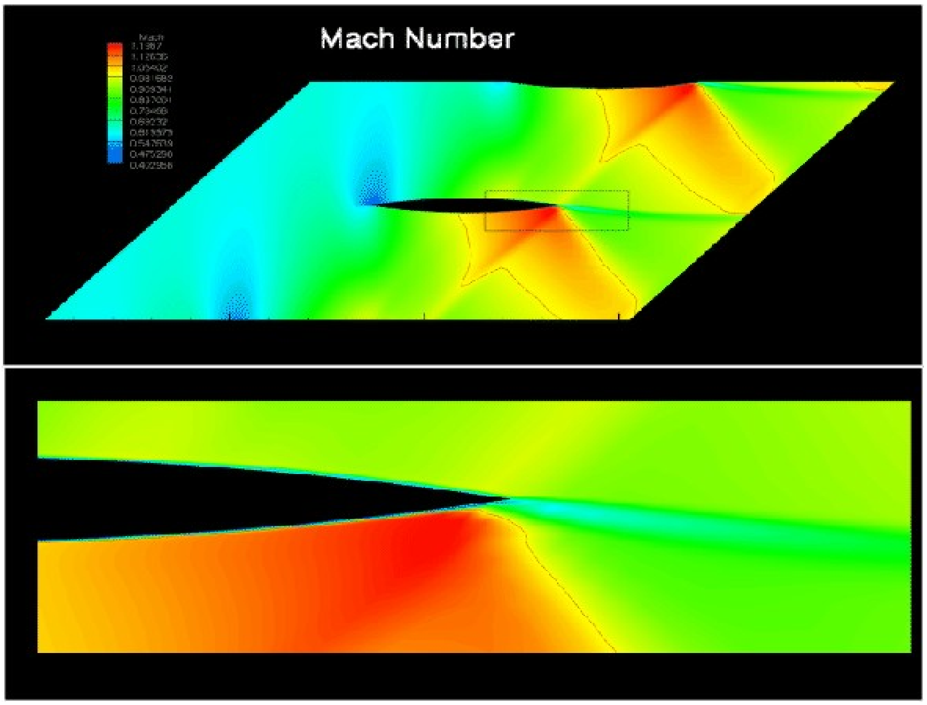
Popsanou metodu jsme použili k simulování stlačitelného turbulentního proudění v pohybující se lopatkové mříži 8% double circular arc DCA08. Geometrie a nastavení mříže je znázorněno na obrázku 1 . Poudění tekutiny je uvažováno zleva doprava. Statický tlak na výstupu $p_{kon} = 45722.351$, Celkový tlak na vstupu $p_o = 101325$, celková teplta na vstupu $T_o = 273.15$ Obrázek 2. znázorňuje isočáry Machova čísla pro nepohybující se síť s tečnou rychlostí na vstupu zadanou $v_{tan} = 228.62538$. Síť na obrázku 3. se pohybuje rychlostí $v_m = -228.62538$, tečná rychlost na vstupu $v_{tan} = 0$.



Obrázek 1: Geometrie DCA08.



Obrázek: Isočáry Machova čísla, nepohybující se síť. Tečná rychlost na vstupu $v_{tan} = 228.62538$.



Obrázek: Isočáry Machova čísla, pohybující se síť $v_m = -228.62538$. Tečná rychlost na vstupu $v_{tan} = 0$.

ZÁVĚR

Ukázali jsme možný postup při simulování stlačitelného turbulentního proudění. Předvedli jsme výpočty znázornující použití tohoto postupu na lopatkové mříži DCA08.

Poděkování: Práce byla realizována za finanční podpory z prostředků státního rozpočtu prostřednictvím projektu Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy MSM 0001066902.

Literatura:

[1] PELANT, J., PELANT, P.: Solution of Euler Equations for Three-Dimensional Flow in the Axis-Symmetrical Channel, ARTI Reports VZLÚ Z-65, Prague, 1995 (*in English*)

[2] SPEKREIJSE, S.P.: Multigrid Solution of the Steady Euler Equations, TU DELFT, 1992 (*in English*)

[3] KOREN, B.: Multigrid and Defect Correction for the Steady Navier-Stokes Equations, TU DELFT, 1989 (*in English*)

[4] JOHAN C. KOK: Resolving the Dependence on Free-stream Values for $k - \omega$ Turbulence Model, AIAA Journal, Vol. 38, No. 7, July 2000 (in English)

Návrh listu vrtule větrného motoru

Prof. Ing. Karol Filakovský, CSc., Letecký ústav FSI VUT Brno

Dosažení vysoké účinnosti vrtule větrného motoru vyžaduje pečlivou volbu všech základních parametrů návrhu, tj. sladění šířky a počtu listů s otáčkami vrtule a součinitelem vztlaku v pracovním bodě. Jednoduché vrtulové teorie umožňují nalézt vrtuli s konstantní cirkulací podél listu tak, aby účinnost byla maximální. Řešení vyžaduje nalézt obalovou křivku účinnosti v závislosti na rychloběžnosti a plnosti vrtule. Úloha je nelineární, numerické řešení umožňují některé balíky programů, např. MathCad. Zvolená hodnota rychloběžnosti vrtule a její účinnosti udává hodnotu cirkulace a plnosti listu a tím i tvar listu.

Předpoklady řešení a použité výrazy

Použité označení

Všechny použité rovnice jsou v bezrozměrovém tvaru. Bezrozměrové rychlosti dostaneme podělením obvodovou rychlosti špiček listů, rozměry délkové podělením poloměrem vrtule. Písmeno "b" připojené k označení veličiny znamená bezrozměrový. Veličiny proudu daleko před vrtuli jsou bez čísla, v rovině disku vrtule mají číslo "1", index "k" odpovídá konci listu.

- Vb - rychlost nabíhajícího proudu, větru
- Ub - obvodová rychlost,
- Wb- výsledná rychlost, vektorový součet Vb a Ub
- β1 - úhel výsledné rychlosti Wb1 od roviny rotace
- vb1a- axiální změna (pokles) rychlosti v rovině disku
- vb1t - tangenciální změna (nárůst) rychlosti v rovině disku
- R[m]- poloměr vrtule
- L[N]- vztlaková síla
- F[N]- obvodová síla
- Γb - cirkulace
- Pb - výkon vrtule
- Cb - hloubka listu
- Cl - součinitel vztlaku
- rb - libovolný poloměr na listu
- ξ - začátek listu, poloměr vrtulové hlavy
- μ - poměr odporu ke vztlaku použitých profilů

- σ - plnost vrtule
- η - účinnost vrtule
- ηB - Betzova účinnost
- ρ[kg/m³] měrná hmotnost vzduchu
- n - počet listů
- K - konstanta

Vrtulové rovnice

Byly použity níže uvedené vrtulové rovnice upravené pro větrné motory. Hlavní úprava spočívá v tom, že cirkulace Γ má změněné znaménko oproti rovnicím pro letecké vrtule.

$$Vb = \frac{V}{R\omega}, \quad rb = \frac{r}{R} \qquad \Gamma b = \frac{n\Gamma}{4\pi R^2 \omega}.$$

$$vb_{a1} = \frac{Vb}{2} - \sqrt{\frac{Vb^2}{4} - \Gamma b(1+\Gamma b)}, \quad \Gamma b \geq 0$$

$$vb_{t1} = \frac{\Gamma b}{rb}$$

$$Vb_1 = Vb - vb_{a1}, \; Ub_1 = rb + \frac{\Gamma b}{rb},$$

$$Wb_1^2 = Vb_1^2 + Ub_1^2, \; \sin\beta_1 = \frac{Vb_1}{Wb_1}, \; \cos\beta_1 = \frac{Ub_1}{Wb_1},$$

$$dF = dL\sin\beta_1 - dD\cos\beta_1 = \rho Wb_1 R\omega\Gamma dr\left(\frac{Vb_1}{Wb_1} - \mu\frac{Ub_1}{Wb_1}\right) = \rho R\omega\Gamma(Vb_1 - \mu Ub_1)dr.$$

$$dPb = \Gamma b(Vb_1 - \mu Ub_1)rbdrb$$

$$Pb = \Gamma b\left(Vb_1\frac{1-\xi^2}{2} - \mu\left(\frac{1-\xi^3}{3} + \Gamma b(1-\xi)\right)\right)$$

$$\Gamma = C_L W_1 \frac{C}{2}$$

$$\Gamma b = \frac{nC_L CbWb_1}{8\pi} \qquad Cb = \frac{C}{R}$$

$$\sigma = nCb_k C_L/(8\pi)$$

Poznámky k rovnicím:

- Síla dF je tažná obvodová síla působící na element listu a leží v rovině disku. Vynásobením této síly poloměrem působení síly „r" a počtem listů „n" dostaneme kroutící moment a po vynásobení úhlovou rychlosti otáčení vrtule elementární výkon od tohoto řezu. Současně rovnici podělíme 4ρπω3R5 a dostaneme rovnici pro bezrozměrový výkon od řezu ve vzdálenosti „r" od osy rotace.

- Integrací výše uvedeného vztahu od bezrozměrového poloměru kde list začíná „ξ" až do konce listu (rb=1) dostaneme bezrozměrový výkon, který vrtule odebírá z větru. Křivku rozložení cirkulace podél poloměru listu neznáme, měli bychom ji určit tak, aby výkon byl maximální. Takto formulovaná úloha je složitá, ale řešitelná. Nejjednodušší případ nastane, když budeme předpokládat cirkulaci konstantní podél listu. V tomto případě je integrace jednoduchá a výše uvedený bezrozměrový výkon byl získán tímto způsobem.

Maximální účinnost vrtule

Předpoklad konstantní cirkulace podél listu vrtule umožňuje určit na konci listu konstantu K, ale ze vztahu pro K vyplývá, že při přijatém předpokladu je K konstanta podél celého listu.

$$Wb_1^2 = Vb_1^2 + Ub_1^2 = \left(\frac{\Gamma b}{\sigma}\right)^2 = K$$

Z této rovnice algebraickými úpravami vypočteme bezrozměrovou rychlost větru jako funkci bezrozměrové cirkulace a plnosti listu pro rb=1 (špičky listů)

$$Vb_k = Vb = \frac{K - (1+\Gamma b)}{\sqrt{K - (1+\Gamma b)^2}}.$$

Rychlost Vb1 můžeme z této rychlosti jednoduše vypočítat, má dvojí možné vyjádření

$$Vb_{1k} = \sqrt{K - (1+\Gamma b)^2} = \frac{Vb}{2} + \sqrt{\frac{Vb^2}{4} - \Gamma b(1+\Gamma b)}.$$

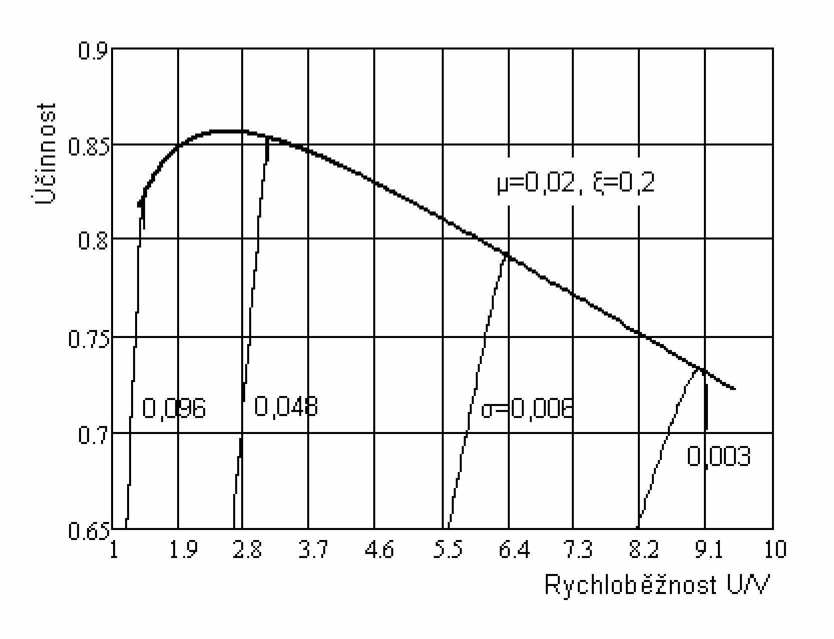
Protože cirkulace je konstantní je i Vb1=Vb1k=konst. Nyní již lze odvodit vztahy pro výpočet účinnosti a Betzovy účinnosti. Maximální výkon nesený větrem a Betzův výkon se dají napsat ve tvaru níže uvedeném. Betzův výkon je vyšší než skutečný výkon, rychlost Vb1 je menší než rychlost Vb.

$$Pb_c = \frac{Vb_1 Vb^2}{8}, \quad Pb_{cB} = \frac{Vb^3}{8}$$

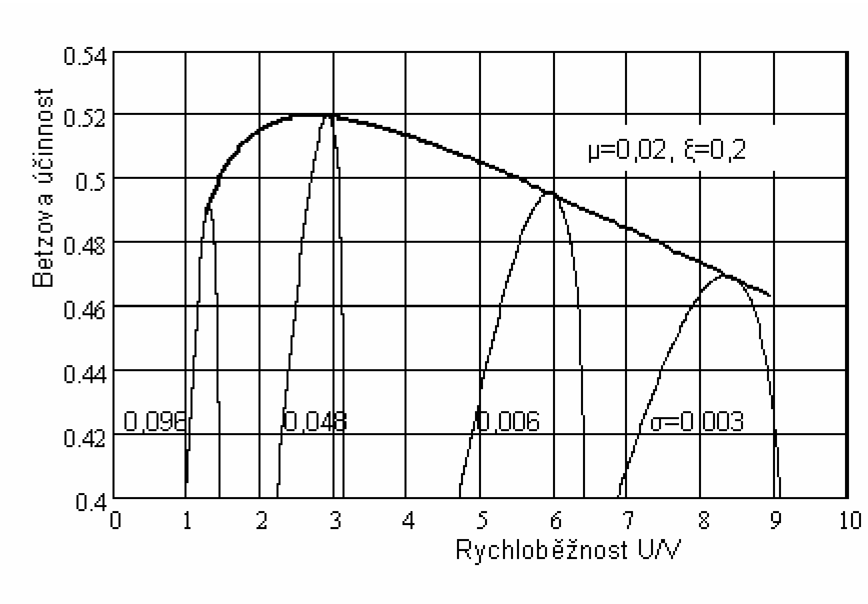
Celkovou a Betzovou účinnost lze pak napsat vztahy

$$\eta = \frac{Pb}{Pb_c} \qquad \eta_B = \frac{Pb}{Pb_{cB}}$$

Výkon Pb je výkon vrtule uvedený ve vrtulových rovnicích.



Obr. 1 Maximální účinnost větrného motoru

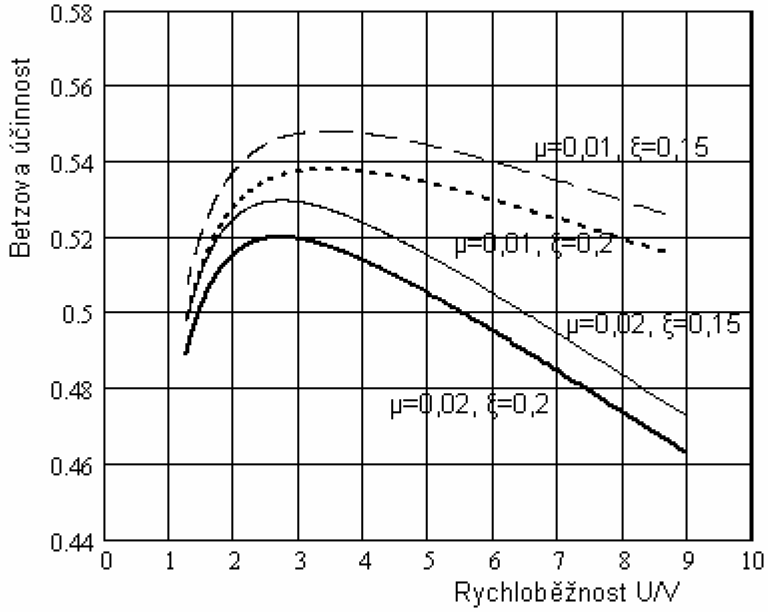


Obr. 2 Betzova účinnost větrného motoru

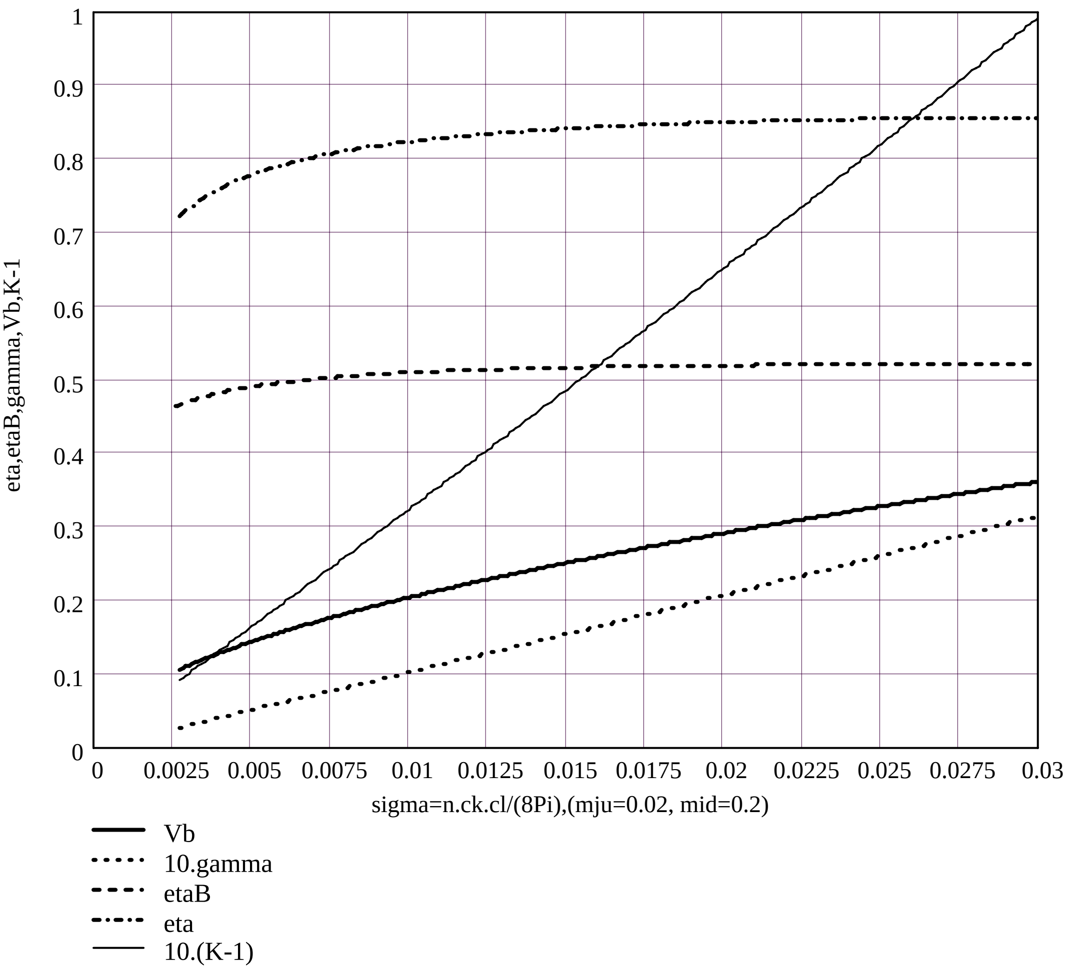
Grafické znázornění maximální a Betzovy účinnosti vidíme na obrázcích 1. a 2. Tyto účinnosti získáme jako obalové křivky čar plností vrtulí. Výše uvedené sady rovnic mají jednodušší řešení jen pro konstantní nebo zvolené hodnoty plností vrtule. Najít vrchol účinnosti při zadané plnosti je trochu náročnějším úloha, dá se např. řešit zavedením pomocného parametru na křivce plnosti a výběrem parametru poblíž maxima účinnosti. Popis hledání obalové křivky soustavy čar je uveden v [1]. Numerické řešení lze poměrně jednoduše najít s využitím funkcí MathCadu.

Přehled o možných účinnostech v závislosti na rychloběžnosti vrtule U/V=1/Vb dávají grafy na Obr. 3 pro μ=0,02, ξ=0.2 a σ = 0,003 až 0,096. Nejčastěji se pracuje s Betzovou účinnosti, která dosahuje maximálních hodnot jen trochu více než 50 %. Skutečná účinnost je vyšší a dosahuje hodnot kolem 85 %, jak ukazuje Obr. 1. Účinnost při μ=0,01 dává odhad horní meze účinnosti a je uvedena pro porovnání v Obr. 3 pro Betzovou účinnost. Poměr U/V=1/Vb udává tzv. rychloběžnost vrtule, tj. kolikrát je rotační rychlost na špičkách listů vyšší než rychlost větru. Z grafů vyplývá, že nejvyšších účinností lze dosáhnout při rychloběžnosti cca 2,5 až 3 a tomu odpovídající plnosti vrtule 0,024 až 0,05. Takovéto vrtule se málo používají protože jsou cenově drahé, mají buď velký počet listů (8 až 12) nebo široké listy s vysokou spotřebou drahého laminátu při výrobě. Prakticky se používají listy s plnosti kolem 0,006 až 0,012 s počtem listů nejčastěji 3, s rychloběžnosti kolem 5 a s Betzovou účinnosti přibližně 50 %. Účinnost je nezanedbatelně ovlivněná též velikosti středové části vrtule, jak ukazuje Obr. 3. Často se používá střed vrtule o rozměrech 20 %, méně často 15 %. Zmenšení středové části z 20 % na 15 % trochu zvyšuje účinnost, o cca 2 %. Vrtule je dražší, protože se na ni spotřebuje více drahého laminátu, a má i více zkroucené listy, což dále zvyšuje výrobní cenu. Proto se nejčastěji používá středová část s rozměrem 20 % průměru vrtule.

Vzájemnou vazbu mezi plnosti vrtule s konstantní cirkulaci na obalové křivce maxim účinnosti, cirkulaci, bezrozměrovou rychlosti a účinnosti ukazuje Obr. 4. V obrázku jsou též vykresleny další potřebné křivky, zejména cirkulace. Výše uvedený graf se dá použít též pro návrh tvaru listu vrtule s konstantní cirkulaci. Postup při návrhu je poměrně jednoduchý. Zvolíme plnost vrtule v doporučeném rozmezí a určíme cirkulaci Γ (viz. Obr. 4). Ze vzorců postupně vypočteme bezrozměrové rychlosti Vb a Vb1, a dále bezrozměrový výkon Pb a účinnosti η a ηB. Tím je základní výpočet ukončen. Podle návrhové rychlosti větru (obvykle 10 až 14 metrů za sekundu) určíme otáčky vrtule tak, aby obvodová rychlost vrtule byla dostatečně nízká, menší než 60 metrů za sekundu. Toto zaručuje nízkou aerodynamickou hlučnost vrtule. Zbývá ještě určit tvar vrtulového listu. Základem je vzorec mezi bezrozměrovou cirkulaci Γb a rychlosti Wb1 vycházející z Žukovského věty o vztlaku a rovnici pro vztlakovou sílu se součinitelem vztlaku. Některé hodnoty je nutno vhodně zvolit, např. součinitel vztlaku na konci listu. Součinitel vztlaku musí být podél celého listu v přijatelných mezích tak, aby odpovídal skutečnosti, možnostem použité profiláže. Šířka listu se z technologických důvodů mění po délce též lineárně, list má lichoběžníkový tvar. Kroucení listu je určeno úhlem β1, směrem přitékajícího proudu a úhlem náběhu.



Obr. 3 Porovnání maximálních účinností pro různé rozměry středů



Obr. 4 Účinnost, cirkulace a bezrozměrová rychlost na plnosti vrtule

Závěr

Grafické znázornění odvozených výsledků umožňuje jednoduchým způsobem najít vhodné návrhové veličiny. Požadovaný výkon vrtule při zvolené rychlosti větru dává průměr vrtule, používá se často Betzova účinnost 0,5. Další postup byl popsán výše, lze ho však libovolně modifikovat podle zadání.

Nejsou zde řešené problémy spojené s volbou návrhové rychlosti větru v dané lokalitě. Vhodná návrhová rychlost větru je většinou dost vysoká, až kolem 10 metrů za sekundu, často i dost více, pokud daná instalace má vyrobit za průměrný rok co nejvíce energie. Nižší návrhové rychlosti větru jsou vhodné pro větrné motory určené např. k nabíjení akumulátorů.

Literatura:

[1] Kaucký, J.: *Elementární metody řešení obyčejných diferenciálních rovnic*, Nakladatelství Československé akademie věd, 1953

[2] Filakovský, K.: *Účinnost větrných motorů – vrtulí*, Větrná energie č. 2/2001, Česká společnost pro větrnou energii

Výpočet proudění v přímé lopatkové mříži SE 1050 – vliv konečného počtu lopatek

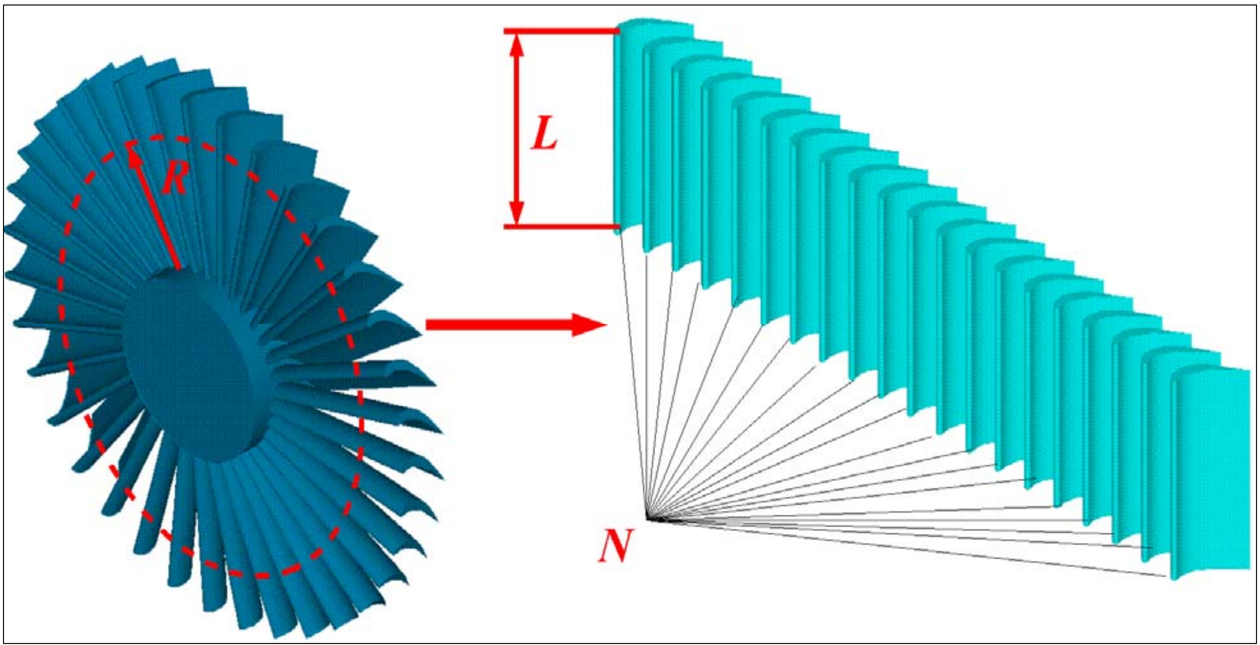
Ing. Petr Straka, VZLÚ, a.s., Praha

V této práci je popsán výpočet proudění v přímé lopatkové mříži SE 1050 s uvažováním konečného počtu lopatek. Je zde stanoven vliv konečného počtu lopatek na proudění a zejména na výpočet ztrát kinetické energie. Výsledky jsou porovnány s výpočtem ideálně periodické lopatkové mříže.

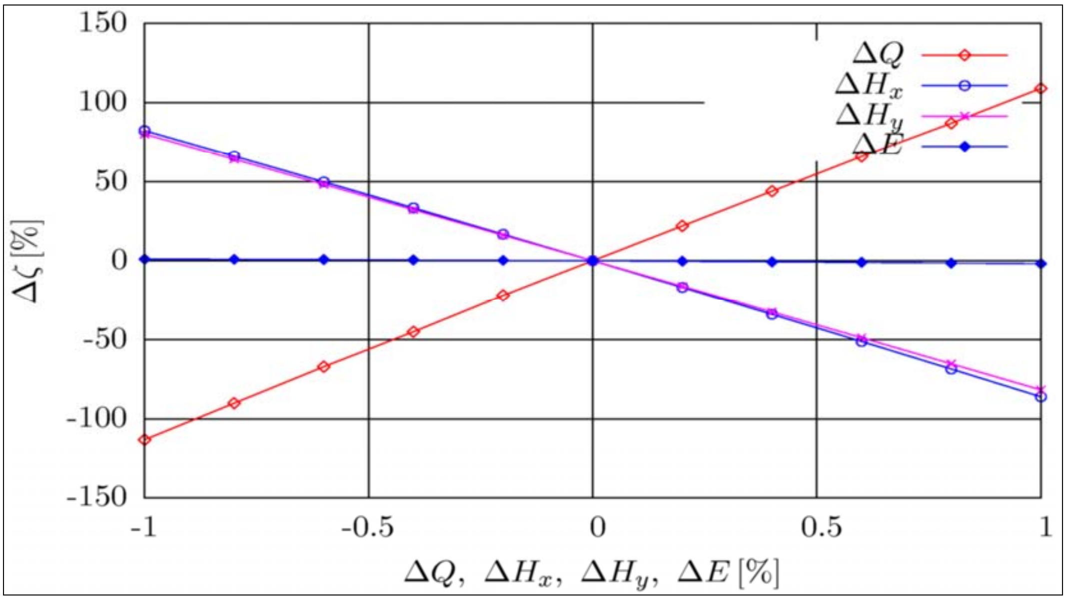
Úvod

Při výzkumu proudění v lopatkových strojích se často používá přímá lopatková mříž jako model rotorového/statorového kola. Přímá lopatková mříž představuje rozvinutý řez lopatkového kola na konstantním poloměru (Obr. 1). Proudění v ideální přímé lopatkové mříži splňuje dvě podmínky: proudění je ideálně dvourozměrné (pro délku lopatky platí $L \to \infty$), proudění je ideálně periodické (počet lopatek $N \to \infty$). Tyto dvě podmínky je možné beze zbytku dodržet v matematickém modelování, nejsou ale plně splnitelné (z technických důvodů) v experimentálním výzkumu. Odchylky periodičnosti a dvourozměrnosti proudění v reálných přímých lopatkových mřížích vedou k odchylkám v hustotě toků hmotnosti, hybnosti a energie. V [1] byla ukázána vysoká citlivost výpočtu ztrát kinetické energie na poruchy v hustotě toků hmotnosti a hybnosti (Obr. 2). Na Obr. 2 je vidět, že jednoprocentní zvýšení hustoty hmotnostního toku vede k více než stoprocentnímu zvýšení hodnoty ztrát kinetické energie.

Tato práce si klade za cíl stanovit vliv konečného počtu lopatek v přímé lopatkové mříži SE 1050 na hodnotu ztrát kinetické energie. Při experimentálním výzkumu proudění v přímé loptkové mříži SE 1050 v divizi aerodynamiky vysokých rychlostí VZLÚ Praha byla použita mříž osazená dvanácti lopatkami. Dalším cílem této práce je ověřit pomocí numerického výpočtu zda v experimentu použitý počet lopatek 12 je dostatečný, tedy zda se proudění v centrálním mezilopatkovém kanálu dostatečně blíží ideálně periodickému případu.



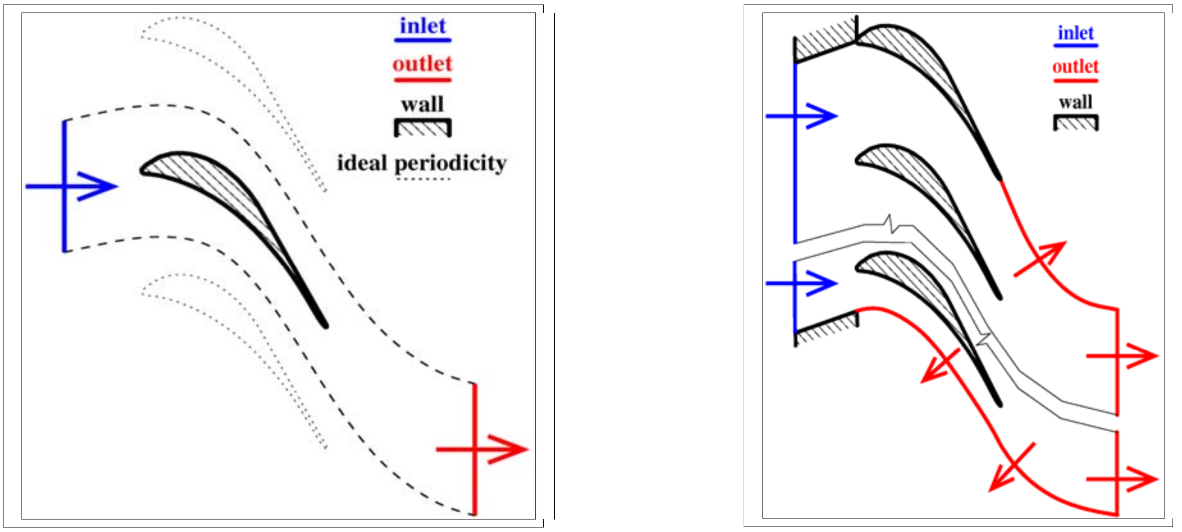
Obr. 1 Přímá lopatková mříž



Obr. 2 Citlivost ztrát kinetické energie ΔQ na poruchy v hustotě toků ΔQ hmotnosti, hybnosti $\Delta H_x, \Delta H_y$ a energie ΔE

Numerická simulace

Výpočet proudění v přímé lopatkové mříži SE 1050 byl proveden při návrhovém režimu pro tuto mříž: výstupní Machovo číslo izoentropické $M_{2is} = 1,2$, úhel náběhu $\alpha_1 = 19,3°$, dále pro Reynoldsovo číslo $Re = 650\,000$ a počet mezilopatkových kanálů $N = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ a pro ideálně periodický případ.



Obr. 3 Výpočtová oblast: vlevo – ideálně periodický případ, vpravo – případ s konečným počtem lopatek

Fyzikální a matematický model

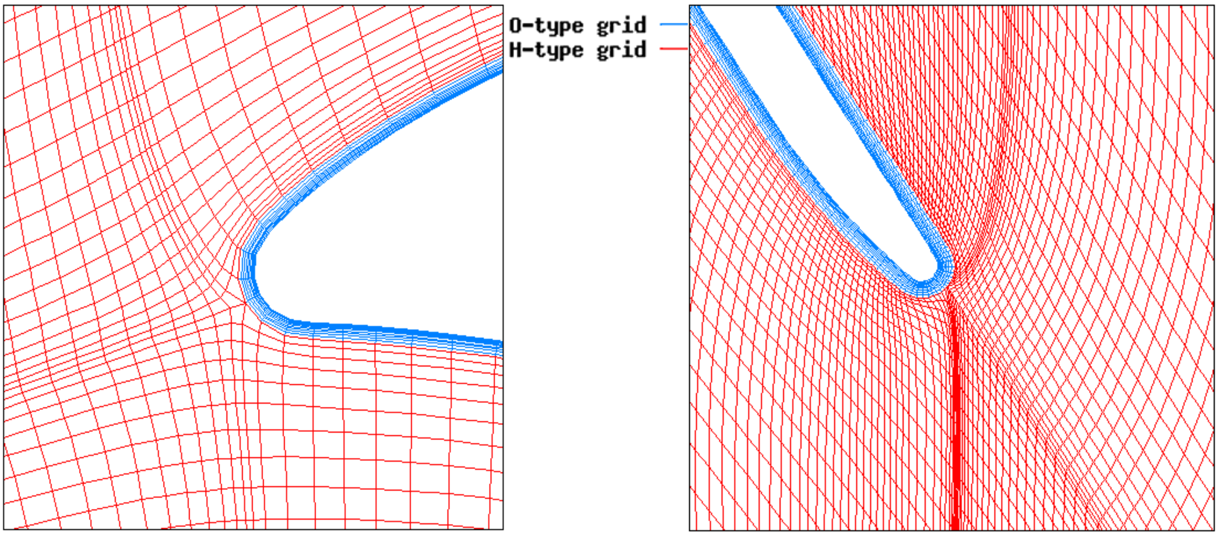
Pro výpočet proudění byl použit dvourozměrný vazký laminární model proudění ideálního plynu. Tento model je popsán systémem Navier-Stokesových rovnic:

$$\frac{\partial W}{\partial t}+\frac{\partial F(W)}{\partial x}+\frac{\partial G(W)}{\partial y}-\frac{\partial R(W,\Delta W)}{\partial x}-\frac{\partial S(W,\Delta W)}{\partial y}=0, \tag{1}$$

kde $W=\left(\rho,\rho u,\rho v,e\right)^T$ je stavový vektor, $F=\left(\rho u,\rho u^2+p,\rho uv,u\left(e+p\right)\right)^T$ a $G=\left(\rho v,\rho uv,\rho v^2+p,v\left(e+p\right)\right)^T$ jsou nevazké toky, $R=\left(0,\tau_{xx},\tau_{xy},u\tau_{xx}+v\tau_{xy}+k\,\partial T/\partial x\right)^T$ a $S=\left(0,\tau_{xy},\tau_{yy},u\tau_{xy}+v\tau_{yy}+k\,\partial T/\partial y\right)^T$ jsou vazké toky. Pro složky tenzoru tečných napětí platí: $\tau_{xx}=2/3\eta\left(2\,\partial u/\partial x-\partial v/\partial y\right)$, $\tau_{xy}=\eta\left(\partial u/\partial y+\partial v/\partial x\right)$, $\tau_{yy}=2/3\eta\left(2\,\partial v/\partial y-\partial u/\partial x\right)$. Pro součinitel dynamické viskozity byl použit vztah: $\eta=\eta_0\left(T/T_0\right)^{0{,}764}$, $\eta_0=1{,}72\cdot10^{-6}\,\mathrm{Pas}$, $T_0=273{,}15\,\mathrm{K}$. Vztah mezi tlakem a celkovou energií v jednotce objemu je dán stavovou rovnicí: $p=(\kappa-1)\left[e-\rho/2\left(u^2+v^2\right)\right]$, kde $\kappa=c_p/c_v$.

Numerická metoda

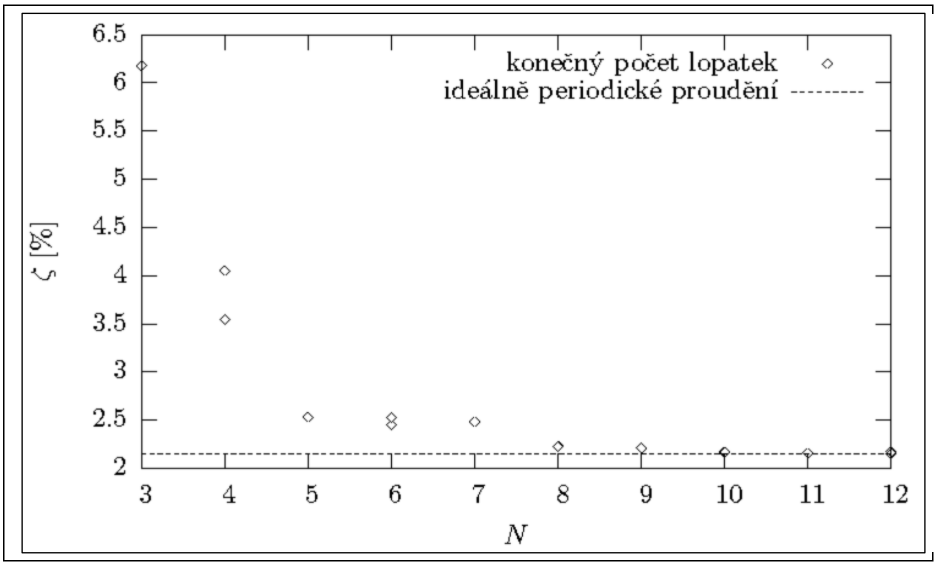
Pro diskretizaci rovnice (1) byla použita plně implicitní metoda konečných objemů cell-center [2] na vícei-blokové strukturované čtyřúhelníkové síti typu „O-H" (Obr. 4).Pro výpočet nevazkých členů byl použit Osher-Solomon numerický tok. Pro vyšší řád přesnosti byla použita lineární rekonstrukce s omezovačem Van Albada. Vazké členy byly řešeny pomocí centrálního schématu na duálních objemech.



Obr. 4 Více-bloková strukturovaná síť typu „O-H"

Výsledky výpočtu

V grafu na Obr. 5 je vynesena závislost ztrát kinetické energie na počtu mezilopatkových kanálů. Výsledky výpočtů v mřížích s konečným počtem lopatek jsou porovnány s výsledky získanými pomocí ideálně periodického modelu. Je vidět, že pro počet lopatek deset a více jsou ztráty kinetické energie prakticky totožné s ideálně periodickým případem, tzn. že proudění v centrálním mezilopatkovém kanálu není již ovlivněno situací v krajních kanálech. Tímto způsobem se podařilo prokázat, že počet lopatek 12, použitý při experimentálním výzkumu proudění v přímé lopatkové mříži SE 1050 v divizi aerodynamiky vysokých rychlostí VZLÚ, a.s., Praha, je dostatečný.



Obr. 5 Závislost ztrát kinetické energie na počtu mezilopatkových kanálů - porovnání s ideálně periodickým případem

Závěr

Byl proveden výpočet proudění v přímé loptkové mříži SE 1050. Výpočet byl proveden pro ideálně periodický případ i pro případ s konečným počtem lopatek. Výsledky získané v mříži s deseti a více mezilopatkovými kanály jsou prakticky stejné jako v ideálně periodickém případě.

Literatura:

[1] Straka P., Šafařík P.: *Numerical Simulation of Flow through the straight Blade Cascade – Energy Losses Calculation*; Fluid Mechanics and Thermodynamics Proceeding of Students' Work in the Year 2006/2007, Prague 2007

[2] Straka P., Šafařík P.: *Vývoj numerické metody pro řešení transsonického proudění v lopatkových mřížích*; Transfer 2, 2006, ISSN 1801-9315

Práce byla realizována za finanční podpory z prostředků státního rozpočtu prostřednictvím projektu Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy MSM 001066902.

Měření tlumicích derivací letounu

Ing. Martin Prokš, Mgr. Michal Bittner, Ing. Vojtěch Mráz, VZLÚ, a.s., Praha

Článek prezentuje měření aerodynamických tlumicích derivací letounu a následné porovnání naměřených hodnot s výpočty. Měření proběhlo na půdě VZLÚ, a.s. v polovině roku 2007.

Úvod

V polovině roku 2007 proběhlo ve VZLÚ, a.s., oddělení aerodynamiky nízkých rychlostí, měření tlumicích derivací vzorového porovnávacího modelu AGARD C. Při kalibraci a zkoušení vah bylo provedeno velké množství měření a porovnávání s předem vypočtenými hodnotami.

Dynamické tlumicí derivace jsou klíčové pro mechaniku letu, stabilitu a tlumení dynamických kmitů letounu a řiditelnost. Určování těchto derivací je většinou komplikované a to jak výpočetně, tak experimentálně.

Výpočtové metody příručkového typu obecně dávají jen orientační hodnoty a často není neobvyklý rozptyl jednotlivých metod 50% i více. Výpočetní metody typu panelových metod jsou na tom obdobně, protože letoun je nutné pro potřeby výpočtu v některých partiích značně zjednodušit, což se pak často až nečekaně významně projeví na výsledcích. Metody typu Fluent, Edge, Star-CCM a pod. jsou velmi náročné na čas a pro výpočty dynamických derivací se obvykle nepoužívají.

Experimentální metody určování tlumicích derivací pak naráží na to, že se jedná o měření dynamického děje s relativně malou mírou stability, děj je velmi citlivý na vnější poruchy a nepřesnosti (turbulence proudu, chvění celého zařízení, ...). Vyhodnocování je pak zatíženo ještě přesností statických vstupních dat.

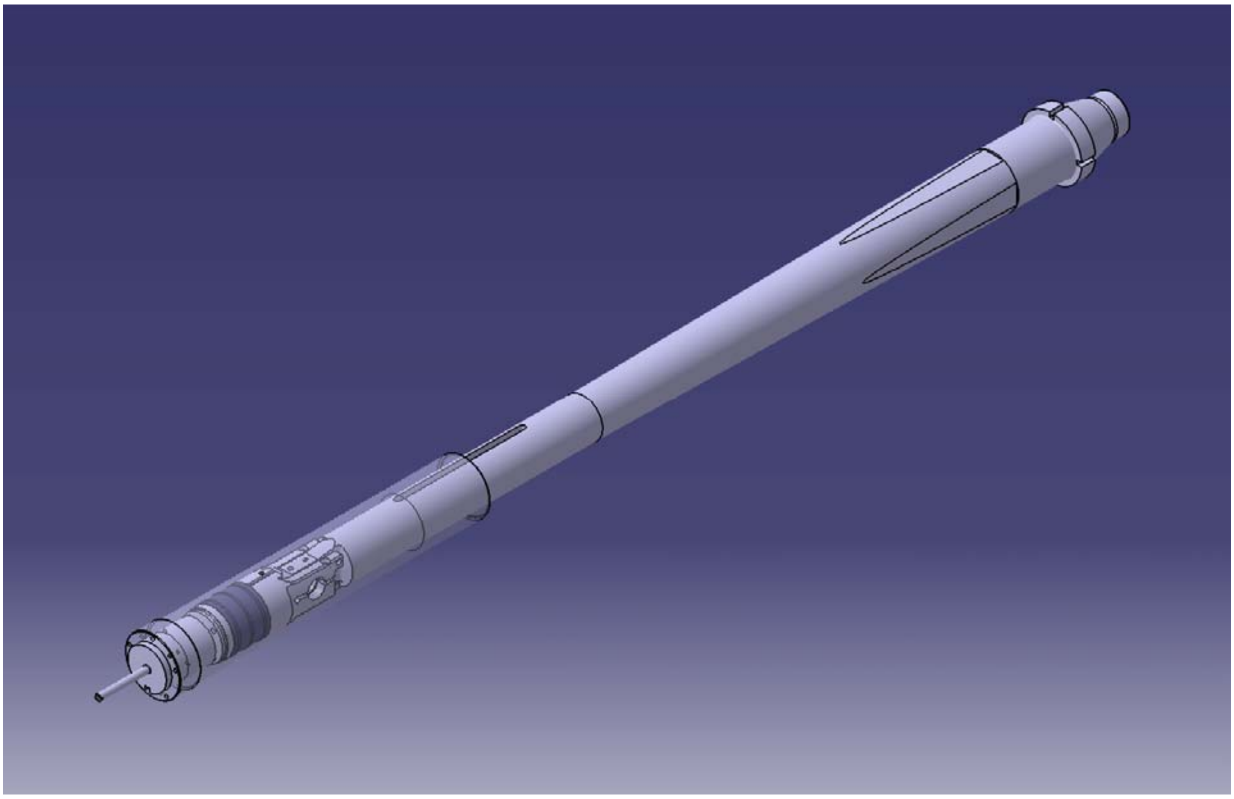
Popis vah

Popisované váhy byly určeny pro menší modely pro tunely řádově do 2m průměru měřicího prostoru. Váhy lze použít pro měření jak podélných tlumicích derivací, tak stranových ve smyslu bočení i klonění. Jedná se o dvě různé tenzometrické váhy na principu volného kmitání pružinového mechanismu, kde se měří parametry výsledného kmitání.

Váhy jsou umístěné na trnu, který volně prochází modelem. V místě těžiště modelu je na trnu uchycena váha, která je z druhé strany uchycena v modelu.

První váha kmitá ve směru kolmém na osu trnu. Je přestavitelná po 90 stupních, takže lze měřit podélné kmity ve smyslu klopení/změny úhlu náběhu, nebo stranové kmity ve smyslu zatáčení/vybočení.

Druhá váha je rotační a slouží k měření třetí rotace, rotace ve směru osy trnu. Vhodnou volbou konstrukce měřicího modelu a smyslu sestavení vah pak lze měřit při různých úhlech náběhu a vybočení.



Obr. 1 Kmitací váha

Popis modelu

Model byl použit AGARD C. Jedná se o referenční porovnávací model pro aerodynamické tunely. Model má masivní vřetenovitý trup, trojúhelníkové křídlo malé štíhlosti a ocasní plochy do "T". Model byl vyroben z duralu, hmotnost přibližně 2,7 kg. Rozpětí modelu bylo 320 mm, délka 460 mm, průměr trupu 80 mm. Fotografie modelu je vidět na Obr. 2.

Model by byl vhodný spíše pro vysokorychlostní měření, ale protože se jedná o standardizovaný porovnávací model, byl měřen nízkorychlostně.

Výrobu modelu zajišťoval VZLÚ, a.s.

Výpočty

Výpočty derivací pro porovnání byly provedeny dvěma metodami. Model AGARD C byl nejprve spočítán pomocí příručkových inženýrských metod a to pomocí literatury USAF DATCOM a programem AAA (který je založen na obdobné inženýrské metodice, kterou sestavil Dr. Jan Roskam). Derivace získané z těchto inženýrských metod byly celkově nezvykle nízké, nicméně pro model dané koncepce to nelze vyloučit.

c_{mq} =	-4,53	$c_{m\dot{\alpha}}$ =	-1,81
c_{nr} =	-0,632	$c_{n\dot{\beta}}$ =	+0,553
c_{lp} =	-0,165		

V druhé fázi byl letoun namodelován a spočítán v panelové metodě AVL. Při modelování v panelové metodě AVL bylo potřeba vhodným způsobem najít kompromis mezi reálnou geometrií trupu a možnostmi této panelové metody. Různá zjednodušení trupu způsobovala velké rozptyly výsledných hodnot. Důvodem byl neobvyle masivní trup, který zastiňoval přes 1/3 celkové plochy křídla. Nicméně i tento problém se podařilo vyřešit a model AGARD C byl namodelován tak, aby aerodynamicky odpovídal reálnému modelu. Jistá nevýhoda panelové metody byla, že nedokázala dát všechny potřebné derivace. V panelové metodě bylo možné spočítat tlumicí derivace: tlumení klopivého momentu dle bezrozměrné rychlosti klopení (c_{mq}), tlumení klonivého momentu dle bezrozměrné rychlosti klonění (c_{lp}) a tlumení zatáčivého momentu dle bezrozměrné rychlosti zatáčení (c_{nr}). Další dvě potřebné derivace, tlumení klopivého momentu vlivem rychlosti změny úhlu náběhu ($c_{m\dot{\alpha}}$) a tlumení zatáčivého momentu vlivem rychlosti změny úhlu vybočení ($c_{n\dot{\beta}}$), nebylo možné pomocí programu AVL určit.

Výsledné derivace z panelové metody naopak vyšly překvapivě vysoké, obzvláště tlumení klopení.

$$C_{mq} = -7,64$$
$$c_{nr} = -0,970$$
$$c_{lp} = -0,195$$

Měření

Samotná měření a kalibrace váhy (přesněji řečeno výstupní kontrola funkčnosti vah a měřicího systému) probíhala v nízkorychlostním tunelu o průměru 1,8 m při rychlostech od 5 m/s do 40 m/s. Z důvodů výše naznačených rozptylů měření bylo prováděno vždy několikanásobné měření jednoho případu pro pozdější statistické vyhodnocení výsledků. Hlavně měření při vyšších rychlostech vzduchu (vyšším dynamickém tlaku) byla problematičtější, protože kmity byly velmi dobře tlumeny (málo period pro kvalitní odečet) a vlivem turbulence proudu docházelo často ke skokovým změnám v kmitání a tím ke zhoršení až znehodnocení daného měřeného případu.

Samotné měření probíhalo tak, že model byl nastaven na požadovaný úhel náběhu a vybočení a byl mu pneumaticky udělen impulz pro zahájení kmitání. Následné kmity modelu byly monitorovány tenzometrickými snímači a ukládány v počítači (viz

Obr. 3) k pozdějšímu výpočtu. Ten se skládal ze dvou základních kroků - frekvenční analýzy a určení logaritmického útlumu kmitů. Při dostatečném počtu rozlišitelných period kmitů se k výpočtu vlastní frekvence kmitů použila rychlá Fourierova analýza (FFT). Pro nízký počet period byla použita manuální metoda. Logaritmický útlum byl určován obdobně, buď numerickou regresí při dostatečném počtu rozlišitelných period, nebo manuálně.

Metodika měření předpokládala, že po každé úpravě váhy je přesně změřena její tuhost. Dále bylo nutno určit konstantu mechanického tlumení váhy, např. z kmitů pomocného modelu s nízkým aerodynamickým tlumením (koule, disk) o vhodném hmotovém momentu setrvačnosti.

Po každé změně konfigurace modelu bylo nejprve provedeno měření s vypnutým aerodynamickým tunelem (tzv. tára) a až následně měření s nabíhajícím proudem. Tára sloužila k určení vlastní frekvence kmitů v dané konfiguraci modelu a vstupovala do výpočtu aktuálního momentu setrvačnosti. Z celkového logaritmického útlumu kmitů v nabíhajícím proudu se po odečtení vlivu vlastního mechanického tlumení váhy určovaly aerodynamické tlumicí derivace.

Pro dobré výsledky měření bylo třeba zajistit frekvenci kmitání mezi 2 až 6 Hz. Toho se dosáhlo výběrem vhodné pružiny namontované ve váze při známém hmotovém momentu setrvačnosti měřeného modelu.

Vztahy pro určení aerodynamických tlumicích derivací jsou výsledkem řešení dynamické soustavy druhého řádu, volné kmitání s tlumením.

Nevýhoda měření je v tom, že výsledkem pro podélný pohyb a jeden ze dvou stranových pohybů nejsou jednotlivé separátní tlumicí derivace, ale jejich kombinace,

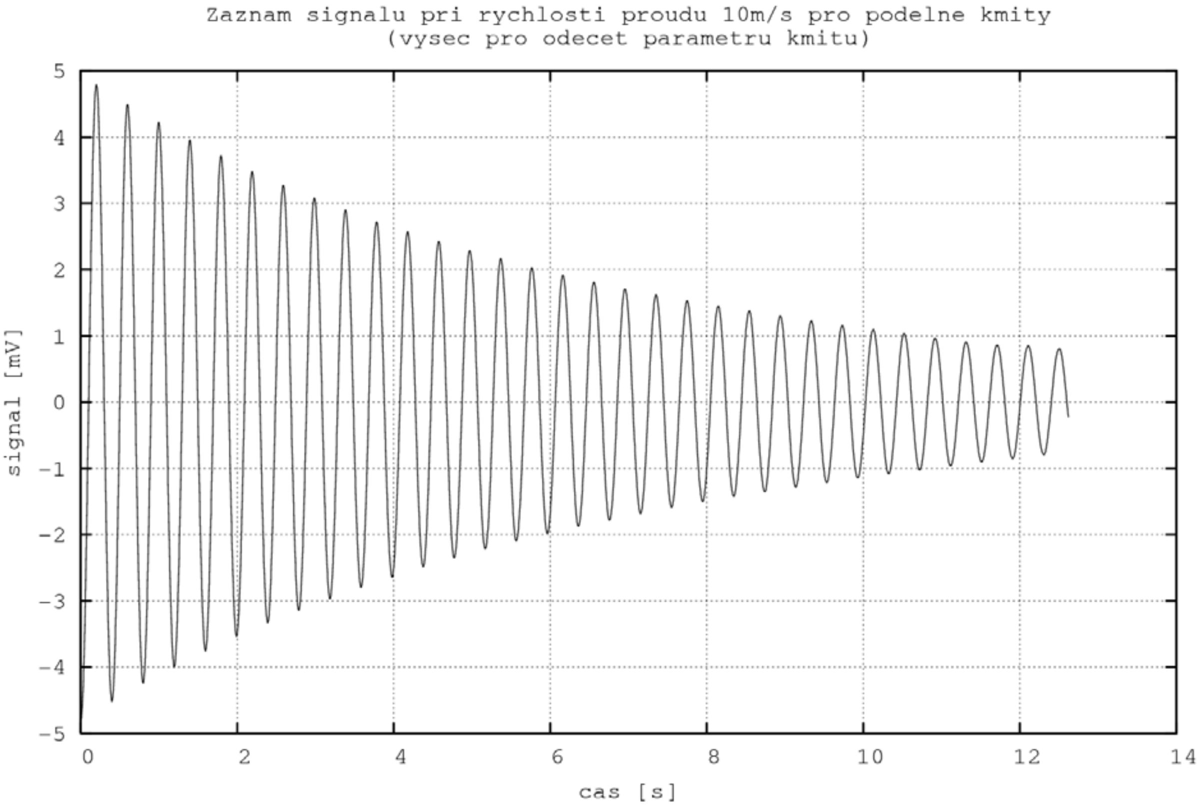
$$(c_{mq} + c_{m\text{♋}'}) \text{ a } (c_{nr} - c_{n\text{♌}'}).$$

$$(c_{mq} + c_{m\text{♋}'}) = -7{,}5$$

$$(c_{nr} - c_{n\text{♌}'}) = -1{,}5$$

$$C_{lp} = -0{,}28$$

Obr. 2 Model v tunelu při měření



Obr. 3 Záznam signálu při rychlosti proudu 10 m/s pro podélné kmity

Vyhodnocení a výsledky

Protože výpočty pomocí programu AVL nedaly kompletní sadu derivací a měření pro změnu dalo jen součty derivací, bylo potřeba jednotlivé derivace odseparovat od sebe a provést porovnání až těchto odseparovaných hodnot.

Protože výpočty pomocí inženýrských metod daly kompletní sadu derivací, byť nepřesně, tak na základě těchto analýz šlo provést odhad poměru jednotlivých derivací z jejich kombinací. Kombinace derivací z měření pak byly tímto poměrem rozpočítány na jednotlivé derivace dle následujících poměrů.

c_{mq} 🕓 (10/14) . (c_{mq}+ c_{m} ♋')

c_{m} ♋' 🕓 (4/10) .(c_{mq}+ c_{m} ♋')

c_{nr} 🕓 (8/15) . (c_{nr} - c_{n}♌')

c_{n}♌'🕓 (-7/15). (c_{nr} - c_{n}♌')

Výsledky měření leží mezi výsledky inženýrských metod a panelových metod. Obě metody se od skutečných výsledků nezanedbatelně liší. Výjimkou v trendu je derivace tlumení klonění podle rychlosti klonění, která v experimentu prokázala vyšší hodnotu, než jakou jí přisuzovaly teoretické výpočty. To vše pouze odpovídá všeobecně známým dlouhodobým zkušenostem, že i sebepečlivější výpočty tlumicích derivací jsou ve skutečnosti pouze fundovanými odhady, na které je třeba se dívat kriticky.

	DATCOM + AAA	AVL	Měření
c_{mq}	**-4,53**	**-7,64**	*-5,3*
c_{m} ♋'	**-1,81**	*-3,06*	*-2,1*
c_{nr}	**-0,632**	**-0,970**	*-0,8*
c_{n}♌'	**+0,553**	*+0,849*	*+0,7*
c_{lp}	**-0,165**	**-0,195**	**-0,28**
(c_{mq} + c_{m} ♋')	**-6,34**	*-10,70*	**-7,5**
(c_{nr} - c_{n}♌')	**-1,185**	*-1,819*	**-1,5**

(tučné písmo jsou přímo určené hodnoty, slabá kurziva nepřímo určené hodnoty)

Tab. 1 Porovnání výsledků

Závěr

Na daném měření je dobře vidět rozptyl teoretických výpočtů od skutečnosti (zde ve formě měření). Pro potřeby spolehlivého určení tlumicích derivací je potřeba tyto údaje skutečně měřit a nespoléhat jen na výpočty. Výpočty v oblasti mechaniky letu, vstupních derivací pro mechaniku letu obvzvláště, jsou vždy jen fundovanými odhady s vyšší či nižší mírou přesnosti.

V případě zde použitého modelu se to projevilo o to více, že model AGARD C je primárně určen pro transonické tunely, kalibrace a porovnávání tunelů a měřicích zařízení tunelů a zde byl použit pro nízkorychlostní aplikaci.

Literatura:

[1] Etkin B.: *Dynamics of Atmospheric Flight*; John Wiley & Sons, Inc., New York, ISBN 0-471-24620-4, 1972

[2] Sorensen H.: *AGARD B 152 testing in the TVM 500 tunnell*; ROLLAB REPORT RR-021, Stockholm, 1975

[3] Anon: *Specifications for AGARD Wind Tunnel Calibration Models*; AGARD Memo AG4/MS, Paris, 1952

[4] Fristedt K.: *Report FFA MU-838:3, AGARD B-152 Model*

Nix3D_I numerický řešič pro vnější, nevazké, stlačitelné proudění

Ing. Tomáš Kopáček, Ing. Petr Vrchota, Ing. Zbyněk Hrnčíř, Ph.D

Tento příspěvek prezentuje software Nix3D_I, který byl vyvinut ve VZLÚ a.s ve spolupráci s firmou L.K. Engineering s.r.o. Jedná se o numerický řešič Eulerových rovnic popisujících stlačitelné, nevazké 3D proudění. Nix3D_I je koncepčně navržen pro vnější aerodynamiku, jelikož těžiště jeho použití leží ve výpočtech proudových polí kolem křídel a draků letadel.

Použitá označení

a	rychlost zvuku [m/s]
E	energie vztažená na jednotku objemu [J]
H	výška [m]
i	index buněk sítě
M	Machovo číslo [-]
n	index časové diskretizace
p	tlak [Pa]
T	teplota [K]
u	složka rychlosti ve směru osy x
v	složka rychlosti ve směru osy y
w	složka rychlosti ve směru osy z
Δt	časový krok [s]
ρ	hustota [kg/m^3]
Ω_i	objem i-té buňky sítě

Úvod

Problémy vnější aerodynamiky se vyznačují složitou prostorovou geometrií a komplexním proudovým polem. V současné době se používá pro řešení těchto problémů řada komerčních produktů, jako například Fluent, StarCCM a EDGE, kde částka na udržování potřebného počtu licencí je nezanedbatelná. Většina těchto produktů je navržena jako univerzální nástroj použitelný pro široké spektrum případů týkajících se počítačové mechaniky tekutin a termodynamiky (dále jen PMT). Naším záměrem je vyvinout řadu vlastních nástrojů, které pokryjí pole námi nejčastěji řešených oblastí a tím pomohou zlevnit, zkvalitnit a zrychlit celý pracovní proces. Jedním z těchto produktů je i prezentovaný Nix3D_I, který může sloužit v procesu návrhu draku letadla, optimalizaci zakončení křídel i dalších aspektech vývoje letounu. Při návrhu Nix3D_I byl kladen důraz zejména na vysokou efektivitu výpočtu. To znamená dosáhnout co nejpřesnějšího výsledku, v co nejkratší době při minimálních paměťových nárocích.

V tomto článku je stručný popis případu, pomocí kterého jsme prováděli část validace. Jedná se o porovnání získaných hodnot tlakového koeficientu C_p na draku letounu VELA (Very Efficient Large Aircraft) námi vyvinutým programem a běžně komerčně používanými programy. Jsou zde uvedeny vstupní hodnoty, zadané okrajové podmínky a stručný popis jednotlivých použitých programů. Na závěr je proveden rozbor a grafické porovnání výsledků kde je nutno poznamenat, že byla zjištěna dobrá shoda mezi vyvinutým softwarem a komerčně používanými programy.

Z důvodu dosažení maximální rychlosti výpočtu je Nix3D_I paralelizován. V současné době lze paralelní úlohu provádět pouze na počítačích se sdílenou pamětí.

Popis programu

Nix3D_I je založen na metodě konečných objemů (dále jen MKO), která se ukazuje velice vhodná právě pro diskretizaci rovnic popisujících chování nevazkých tekutin a plynů nazývaných Eulerovy rovnice. Tyto rovnice můžeme zapsat v integrálním tvaru, kde index i probíhá přes všechny buňky diskretizované oblasti a n náleží diskretizaci v čase [2].

$$\iint_{\Omega_i} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left\{ W_t + F_x + G_y + H_z \right\} dt\, d\Omega_i = 0$$

$$F = (\rho u, \rho u^2 + p, uv, uw, u(E+p))^T$$

$$G = (\rho v,\ uv, \rho v^2 + p, vw, v(E+p))^T$$

$$H = (\rho w,\ wu, wv, \rho w^2 + p, w(E+p))^T$$

Prostorová a časová diskretizace

Jednou ze základních otázek bylo vybrání vhodného numerického schématu, které by bylo robusní a zároveň poskytovalo dostatečnou přesnot řešení. Z těchto důvodů byl pro prostorovou diskretizaci vybrán lety odzkoušený aproximativní Riemannův řešič, takzvané Roeho schéma s rekonstrukcí a Venkatakrishnanovým limiterem [1]. Pro integraci vzniklého systému obyčejných difernciálních rovnic jsme vybrali implicitní zpětné Eulerovo schéma ve tvaru

$$W_i^{n+1} - W_i^n = -\frac{\Delta t}{|\Omega_i|} \operatorname{Re} z_i^{n+1},$$

kde $\mathrm{Re}z^{n+1}$ je aproximováno s prvním řádem jako $\mathrm{Re}\, z_i^{n+1} \approx \mathrm{Re}\, z_i^n + \left(\frac{\partial \mathrm{Re}\, z}{\partial W}\right)_i \Delta W^n$ čímž obdržíme výsledný vztah ve tvaru

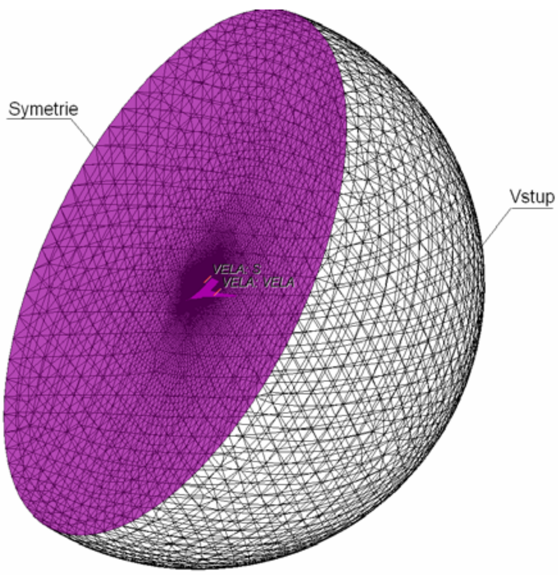
$$\left[\frac{\Omega_i}{\Delta t} - \left(\frac{\partial \mathrm{Re}\, z}{\partial W}\right)_i\right] \Delta W^n = -\mathrm{Re}\, z_i^n ,$$

kde Jacobiho matice soustavy $J_i = \left(\frac{\partial \mathrm{Re}\, z}{\partial W}\right)_i$ je počítána diferencováním Van Leerova schematu, čímž obdržíme řídkou matici s vhodnými vlastnostmi.

Validace

Část validace programu Nix3D_I je provedena pomocí série kontrolních výpočtů, navazujících na předchozí práci pracovníků CLKV ve VZLÚ a.s., s cílem ověřit použitelnost a přesnost tohoto programu. Hlavním kontrolním případem byla zvolena VELA a to z důvodu možnosti porovnání výsledků jak s předešlými výpočty na půdě VZLÚ, tak s výpočty z jednotlivých evropských výzkumných organizací.

Výpočtová síť byla poskytnuta Ing. Zbyňkem Hrnčířem, Ph.D, který je pracovníkem CLKV ve VZLÚ, a.s. Tato síť byla pro všechny porovnávané programy stejná. Byla vytvořena v programu ICEM CFD jako nestrukturovaná, tvořená čtyřstěny. Celkový počet elementů kolem sledovaného objektu je 1 600 000. V průběhu výpočtu nebyla prováděna adaptace ani žádné jiné úpravy sítě. Tato síť je spolu s okrajovými podmínkami znázorněna na obrázku 1.



Obr. 1 Výpočtová síť s vyznačenými okrajovými podmínkami

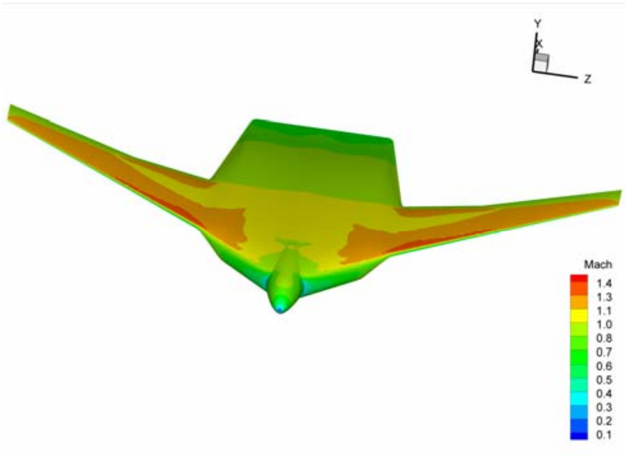
Parametry proudícího média na vstupní hranici jsou uvedeny v tabulce Tab. 1. Odpovídají výšce 30 000 stop a byly získány z tabulek Mezinárodní standardní atmosféry.

H	10668 m
T	218,8 K
p	23908,7 Pa
ρ	0,36391 kg/m^3
M	0,85
a	296,54 m/s

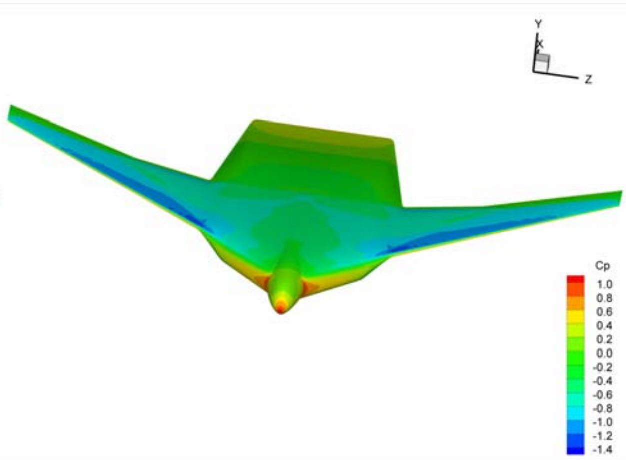
Tab. 1 Vstupní hodnoty

Dosažené výsledky

Na sérii následujích obrázků je zobrazeno rozložení Machova čísla (obr. 2) a tlakového koeficientu Obr. 3 dosažených námi vyvinutým programem Nix3D_I.

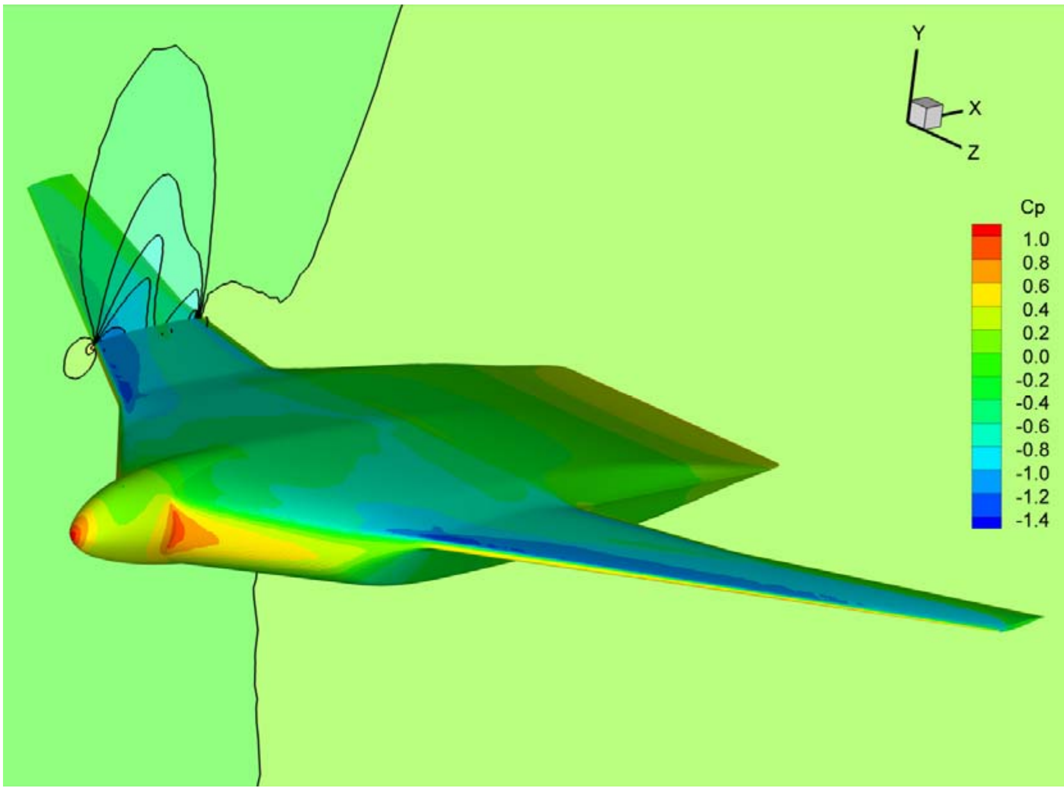


Obr. 2 Nix3D_I - Rozložení machova čísla



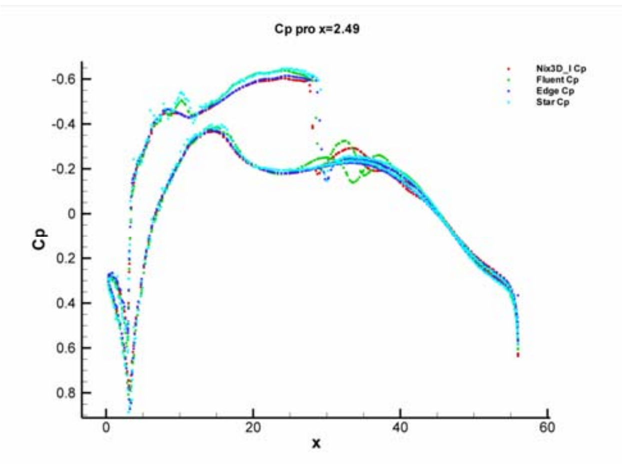
Obr. 3 Nix3D_I - Rozložení C_p

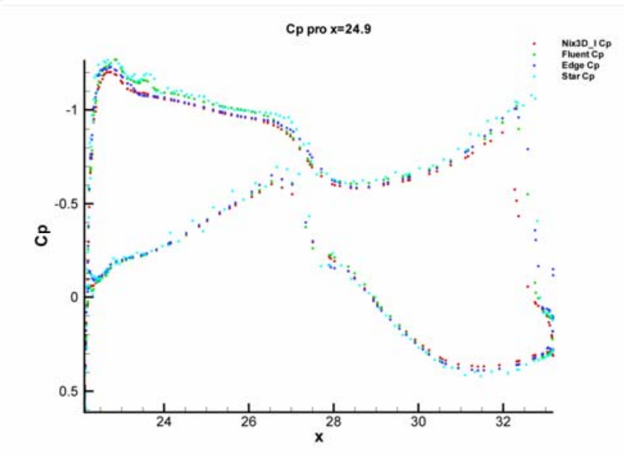
Na dalším obrázku (obr. 4) je detailně zobrazen řez proudovým polem v jednom ze tří míst, konkrétně pro x=24,9m, v kterých je provedeno porovnání třecích koeficientů získaných naším programem a programy komerčními.



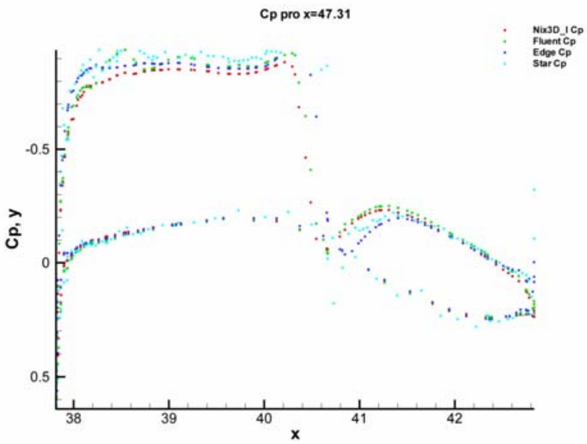
Obr. 4 Řez v místě x=24,9m, tlakový koeficient C_p

V sérii dalších obrázků je vynesen tlakový koeficient C_p po profilu draku a to postupně ve třech řezech. Na obrázku 5 je v místě x=2,49, obr. 6 pro x=24,9 a obr. 7 pro x= 47,31.





Obr. 5 C_p pro x=2,49   *Obr. 6 C_p pro x=24,9*



Obr. 7 C_p pro x=47,31

Je dobře patrna dobrá shoda mezi námi dosaženými výsledky a výsledky dosaženými komerčními programy.

Z obrázků je také vidět, že naše řešení ve většině míst, havně před a za rázem, neprodukuje nefyzikální kmity jako například Fluent a Star. Domníváme se, že nekmitající řešení našeho programu v oblasti velkých gradienů je způsobeno vhodnou volbou numerických schémat a především volbou Venkatakrishnanova limiteru, který je dostatečne restriktivní, aby řešení udržel v nerozkmitaném stavu. Toho je na druhou stranu dosaženo přidáním určité numerické vazkosti do celého řešení, která by se v případě vazkého výpočtu mohla negativně promítnout do charakteristik mezní vrstvy a třecího koeficientu C_f. Upravit Nix3D_I pro vazké výpočty je jedním z našich dalších kroků a teprve tehdy budeme moci rozhodnout, zda-li je tato volba vhodná i pro Navier-Stokesovy rovnice.

Literatura:

[1] Blazek J.: *Computational fluid dynamics, principles and applications*; Elsevier, 2005

[2] Komárek M., Saibertová J., Šmíd M., Szöllös A.,: *Vývoj programového vybavení CFD, 1 - realizace programového vybavení, 2 - volba koncepce matematického modelu*; Report No. V1804/04, Výzkumný a zkušební letecký ústav, Praha 2004

[3] Fořt, J.; Kozel, K.; Fűrst, J.; Halama, J.; Dobeš, J.: *Numerická simulace proudění I.* Vydavatelství ČVUT v Praze, 2005

[4] Komárek, M.: *Numerické řešení proudění komplexních konfigurací v letectví*, Disertace 2002

Hybridní aerodynamická optimalizace profilu multikriteriálním mikrogenetickým algoritmem

Mgr. András Szöllös, Ing. Marian Zabloudil, Mgr. Jaroslav Hájek
VZLÚ, a.s. Praha

Byla provedena optimalizace kořenového profilu křídla pro malý dopravní letoun. Cílem bylo nalézt takový profil, který by měl lepší vlastnosti, než v současnosti používané profily, a to v laminárním i turbulentním proudění. Výsledkem měl být hybridní laminárně-turbulentní profil. Optimalizace byla provedena pomocí multikriteriálního mikrogenetického algoritmu. Jako řešič proudění byl použit program X-FOIL.

Úvod

Současný silný tlak na zvyšování provozní efektivity letounů vede k hledání nových technických řešení, zaměřených především na specifickou oblast návrhových provozních podmínek. Při tomto procesu se obvykle potýkáme s množstvím protichůdných požadavků. Jednou z možností, jak současně zohlednit relativně veliké množství požadavků, je použití takzvané multikriteriální optimalizace.

Cílem naší optimalizace bylo navrhnout kořenový profil křídla pro malý dopravní letoun, který by měl v návrhových provozních podmínkách lepší vlastnosti, než v současnosti používané profily.

Zadání

Profil by měl být optimalizován pro malý dopravní letoun, operující v širokém spektru provozních podmínek. V návrhovém cestovním režimu se počítá s laminárním obtékáním na značné části profilu. Nicméně vzhledem k možnému rozvinutí plně turbulentního obtékání profilu vlivem nepříznivých letových podmínek byl stanoven požadavek, aby při turbulentním obtékání nedošlo k závažnému zhoršení aerodynamických charakteristik, jak tomu bývá u mnohých laminárních profilů. Výsledkem optimalizace tedy měl být hybridní laminárně-turbulentní profil.

Kromě aerodynamických požadavků by měly být zahrnuty i požadavky konstrukční a pevnostní. Z pevnostního hlediska je nezbytné, aby měl kořenový profil dostatečnou tloušťku. V našem případě byla minimální relativní tloušťka profilu 17 % hloubky profilu (c). Z konstrukčního hlediska je důležité zachovat jistou minimální tloušťku odtokové hrany profilu, ta v našem případě činila 0,7 % c.

Cestovní režim

Primárním kritériem byla minimalizace součinitele odporu a součinitele klopivého momentu v cestovním režimu. Tyto parametry mají největší vliv na ekonomiku letu. Součinitel odporu v laminárním režimu měl být co nejnižší, v turbulentním režimu neměl překročit hodnotu 0,0085. Součinitel klopivého momentu při nulovém vztlaku neměl v laminárním ani turbulentním režimu překročit hodnotu -0,07.

Modelové podmínky cestovního režimu:

Reynoldsovo číslo	Re = 10 mil.,
Machovo číslo	M = 0,37,
Návrhový součinitel vztlaku profilu	CL = 0,4.

Kritéria:

Laminární součinitel odporu	CD = min
Turbulentní součinitel odporu	CD < 0,0085
Součinitel klopivého momentu	Cm > -0,07

Vzletový režim

Z hlediska dosažení nejkratší možné vzletové dráhy je nezbytné, aby měl základní profil dostatečně vysoký vztlak. Součinitel vztlaku neměl klesnout pod 2,0.

Modelové podmínky vzletového režimu:

Reynoldsovo číslo	Re = 4 mil.,
Machovo číslo	M = 0,14.

Kritéria:

Maximální součinitel vztlaku	CL ≥ 2,00

"Manévrovací" režim

Naše předchozí zkušenosti ukázaly, že je vhodné omezit odpor i v oblasti vyššího než cestovního součinitele vztlaku. V opačném případě docházelo k nekontrolovanému nárůstu součinitele odporu s růstem vztlaku. Proto bylo přidáno kritérium minimalizace odporu při součiniteli vztlaku 0,9. Tento režim letu jsme nazvali jako "manévrovací".

Modelové podmínky manévrovacího režimu:

Reynoldsovo číslo	Re = 10 mil.,

Machovo číslo	M = 0,37,
Součinitel vztlaku	CL = 0,9.

Kritéria:

Součinitel odporu	CD = min

Metody

Hybridní multikriteriální evoluční optimalizace

Vývojem výpočetní techniky se v posledních letech dostaly do popředí optimalizace pomocí evolučních algoritmů, z nichž se staly populární zejména genetické algoritmy [1,2]. Důvodem jejich oblíbenosti je jejich jednoduchost, robustnost, snadná použitelnost a zejména tendence prohledávat návrhový prostor globálně, což je například u gradientních algoritmů sotva splnitelný požadavek.

V naprosté většině případů praktického významu jde o optimalizační problémy, kde hraje roli několik kritérií optimalizace, přičemž jejich požadavky jsou často protichůdné. Tudíž řešením úlohy nemůže být nějaké globálně optimální řešení. Spíše půjde o hledání kompromisních ploch mezi jednotlivými cílovými funkcemi. V tomto případě je použití genetických algoritmů velice výhodné, neboť jsou schopny vygenerovat celou soustavu těchto kompromisních ploch v jediném optimalizačním běhu.

K tomuto účelu se vyvíjejí multikriteriální genetické algoritmy. Oproti klasickému jednokriteriálnímu genetickému algoritmu se jedná o složitější případ. Protože evoluce má přirozenou tendenci konvergovat k jedinému optimu, algoritmus musí být vybaven prostředky pro udržení diverzity jedinců. To v obecnosti není jednoduchý úkol a je mnoho názorů, jak k tomuto problému přistupovat. V současnosti je nejpoužívanější shlukovací vzdálenost, která funguje nejlépe pro dvoukriteriální problémy, a se stoupajícím počtem kritérií její účinnost klesá, nicméně i tak se v mnoha případech osvědčila.

V našem algoritmu jsme ji použili také. Navíc byla ještě doplněna automatickou adaptací rozsahu prohledávaného návrhového prostoru a hraje roli účinného urychlovače konvergence. Podrobnosti našeho přístupu lze nalézt v [3].

Zpočátku se naše pozornost zaměřila na optimalizaci profilů buď v laminárním nebo v turbulentním režimu, abychom udrželi počet optimalizačních kritérií na minimu [3,4]. Uvažovali jsme tato aerodynamická kritéria: minimální součinitel odporu v cestovním režimu, minimální součinitel odporu v manévrovacím režimu, maximální součinitel vztlaku. Dále se zohledňovaly následující omezující podmínky: maximální tloušťka profilu a klopivý moment. V každém optimalizačním běhu se tedy vyhodnocovala a porovnávala pětice veličin, příslušící k danému profilu.
I z tohoto případu je vidět, že není principiálního rozdílu mezi kritériem a omezující podmínkou. V obecnosti platí: je-li požadovaná hodnota dané veličiny během

evoluce lehce splnitelná, veličina se stává omezující podmínkou. V opačném případě je nutné brát ji jako evoluční kritérium.

Poté se naše úsilí soustředilo na získání profilů, jež by měly zajímavé vlastnosti jak v laminárním, tak v turbulentním režimu. Proto jsme se rozhodli profil optimalizovat hybridně, t.j. simultánně v obou režimech. Jako sledované veličiny se stanovily následující: minimální součinitel odporu v cestovním režimu (laminární), minimální součinitel odporu v manévrovacím režimu (laminární), minimální součinitel odporu v cestovním režimu (turbulentní), minimální součinitel odporu v manévrovacím režimu (turbulentní), maximální součinitel vztlaku (laminární). Omezující podmínky: maximální tloušťka profilu a klopivý moment (laminární), klopivý moment (turbulentní). Maximální součinitel vztlaku pro turbulentní režim jsme neuvažovali, neboť závisel na svém laminárním protějšku.

Jak lze vidět, tato situace oproti předešlým případům vedla ke značně netriviální pětikriteriální úloze se třemi omezujícími podmínkami, celkem se vyhodnocovalo osm veličin.

Parametry našeho genetického algoritmu byly následující: Počet jedinců v jedné generaci byl 30, počet generací byl přibližně 1300. Celkem se tedy vyhodnocovalo asi 40 000 profilů.

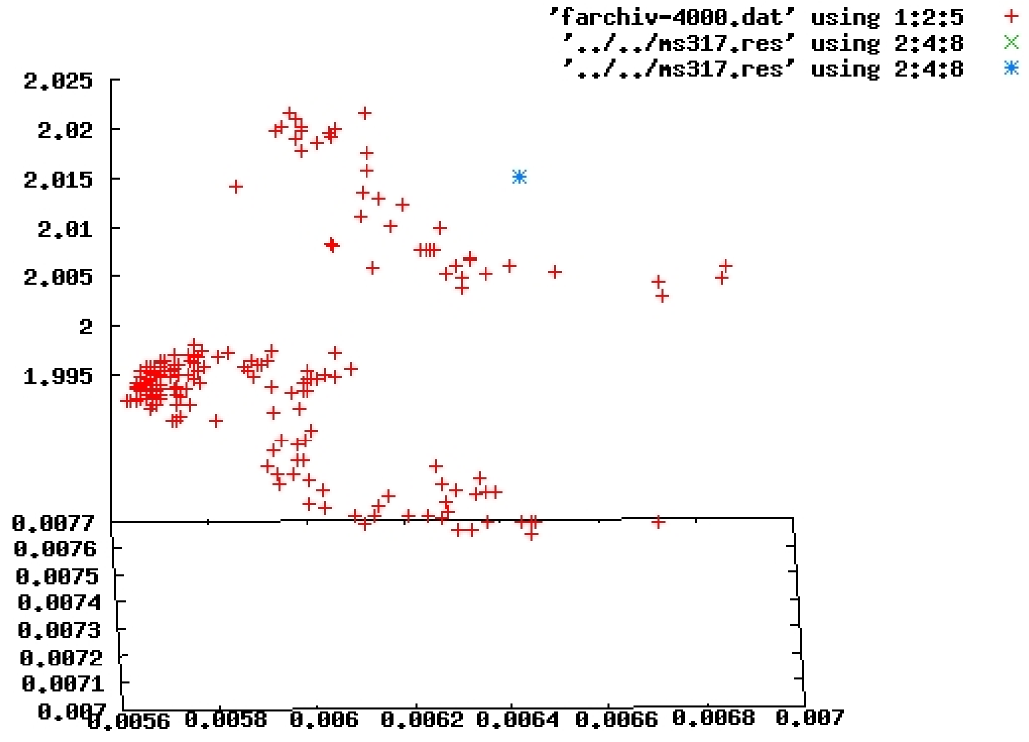
Řešič proudění

Vyhodnocování profilů bylo prováděno programem XFOIL verze 6.94 [5].

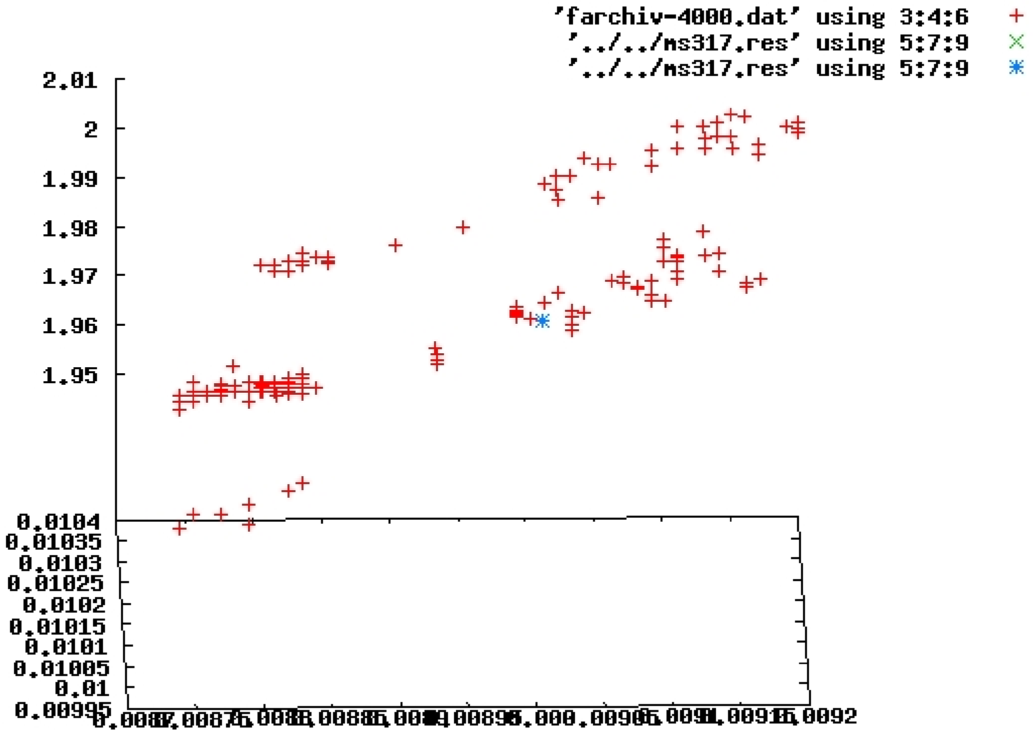
Výsledky

Výsledky optimalizace byly porovnávány s profilem NASA MS(1)-0317, který představuje v současnosti běžně používaný kořenový profil pro malé dopravní letouny.

Jelikož náš optimalizační problém je šestirozměrný, při grafickém zobrazení paretovské fronty jsme se museli omezit na její průměty. Obrázek 1. představuje její průmět do čistě laminárního a obrázek 2. do turbulentního režimu. Význam jednotlivých os je následující: osa x "pravolevá", zobrazuje minimální součinitel odporu v cestovním režimu, osa y "předozadní", odpovídá minimálnímu součiniteli odporu v manévrovacím režimu a osa z svislá, reprezentuje maximální součinitel vztlaku pro vzlet a přistání. Červená hvězdička zobrazuje profil MS(1)-0317.



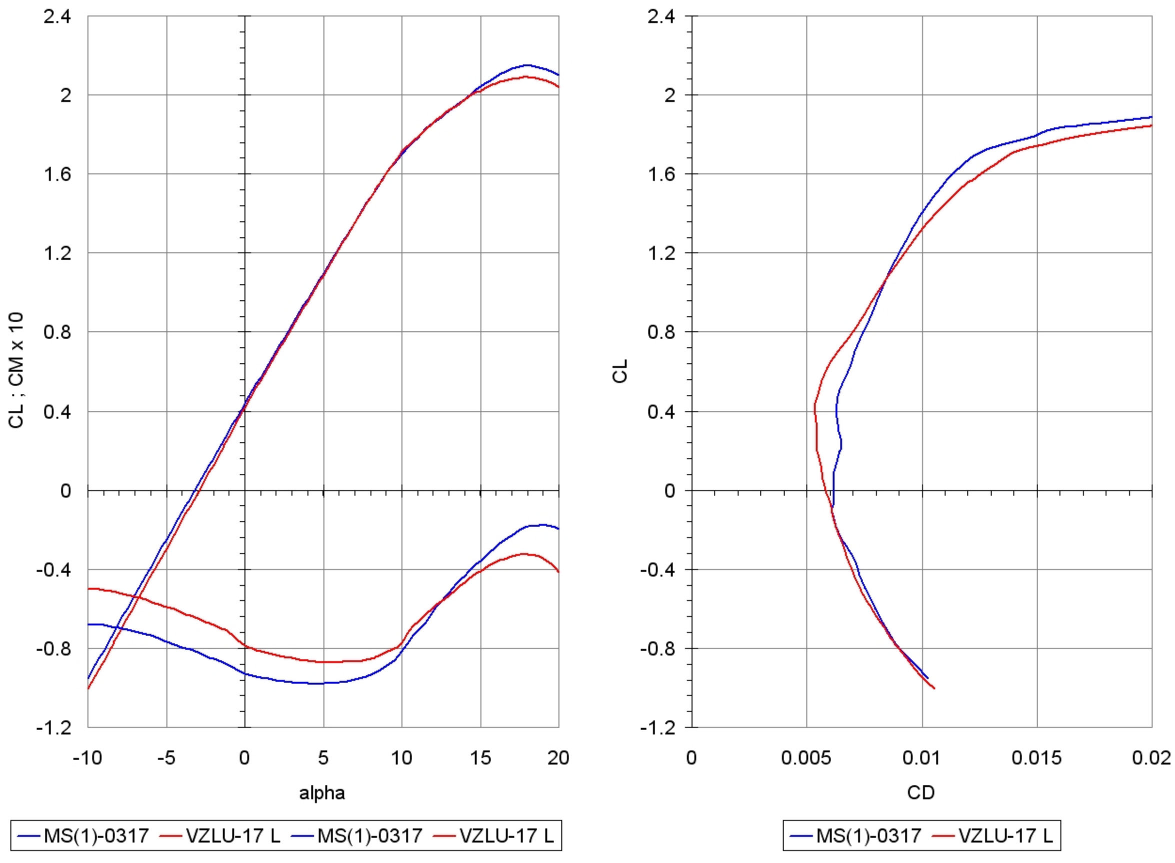
Obr. 1 Průmět paretovské fronty v laminárním režimu



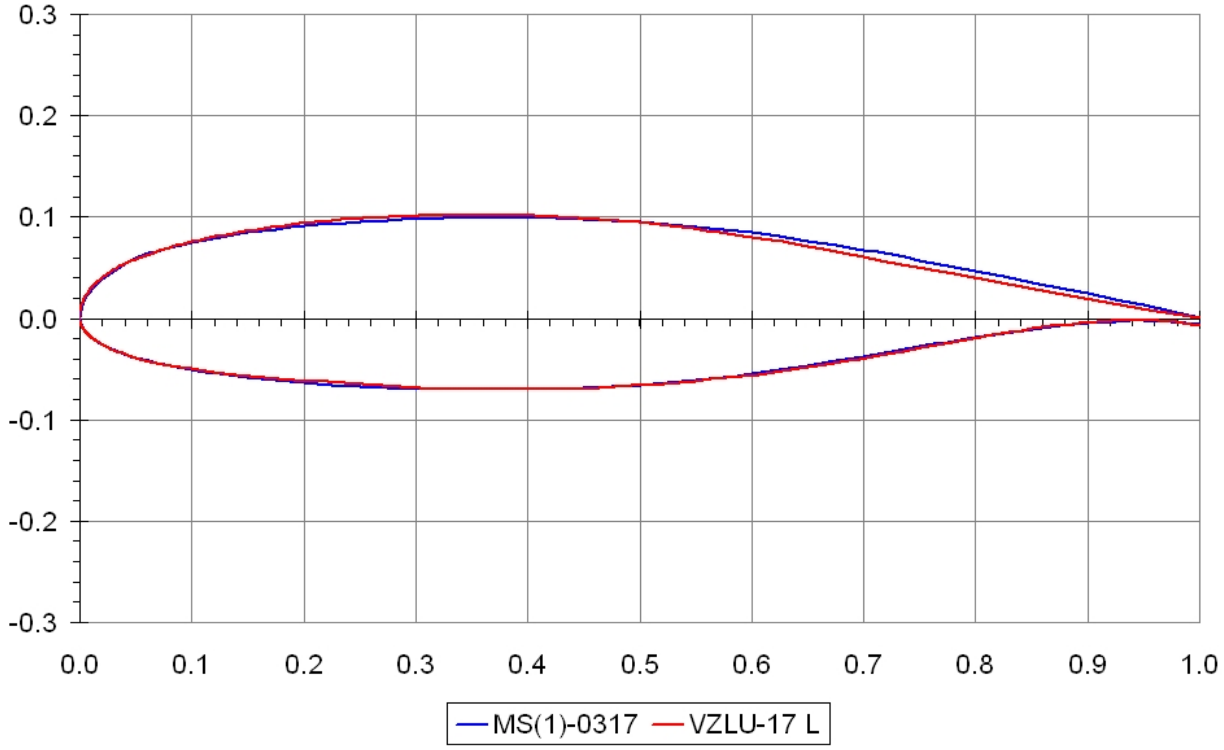
Obr. 2 Průmět paretovské fronty v turbulentním režimu

Při prohlížení paretovského archivu se ukázalo, že původní profil byl překonán především v minimálním součiniteli cestovního odporu pro laminární režim, a to až o 15 %. Pro zbylá kriteria součinitele odporu došlo ke zlepšení pouze o několik málo procent. Maximální součinitele vztlaku se podařilo zachovat. Zadání úlohy bylo velmi náročné, neboť jak bylo prokázáno v předchozích případech, snaha o snížení minimálních součinitelů odporu vede ke zmenšení maximální tloušťky profilu nebo ke zmenšení tloušťky jeho odtokové hrany. V našem případě však byly obě tloušťky pevně stanoveny. Zadání navíc požadovalo snížení klopivého momentu o 20 %, což je velmi tvrdé omezení z hlediska dosažitelných maximálních součinitelů vztlaku. Navzdory těmto těžkostem se nám podařilo získat profily, výrazně překonávající profil MS(1)-0317 v cestovním odporu pro laminární režim, jak je uvedeno výše.

Vybraný profil byl označen jako VZLU-17 L.



Obr. 3 Aerodynamické charakteristiky profilu v cestovním režimu



Obr. 4 Geometrie profilu

Závěr

Optimalizace profilu pomocí multikriteriálního mikrogenetického algoritmu přinesla velmi dobré výsledky. Podařilo se získat profily s vlastnostmi, které pro dané zadání překonavájí v současnosti používané profily, zejména v laminárním režimu.

Ukázalo se, že tato metoda umožňuje do optimalizace zahrnout značné množství požadavků. Příznivým výsledkem této studie je fakt, že se nám podařilo získat profily vhodné současně pro laminární i pro turbulentní proudění.

Poděkování

Práce byly financovány Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky v rámci Výzkumného záměru MSM0001066901: Rozvoj aplikované vnější aerodynamiky.

Literatura:

[1] Michalewicz, Z. Fogel, D. B.: *How to solve it*. Modern Heuristics; Springer 2004.

[2] David E. Goldberg.: *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*; Addison- Wesley Publishing Company, Inc., Reading, MA, 1989.

[3] Szőllős, A., Šmíd, M. Hájek, J.: *Aerodynamic Optimization via Multi-objective Micro-Genetic Algorithm with Range Adaptation, Knowledge-Based Reinitialization, Crowding and ε-Dominance*; Zasláno k opublikování.

[4] Szőllős, A., Berák, P., Hájek, J.: *Aerodynamická optimalizace symetrického turbulentního profilu pro ocasní plochy malých dopravních letounů multikriteriálním mikrogenetickým algoritmem*; příspěvek na semináři "Modelování proudění v leteckých a průmyslových aplikacích", 2006.

[5] Drela, M.: XFOIL: *An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils*; Low Reynolds Number Aerodynamics, Springer-Verlag, New York, 1989, pp. 1-12.

Modelování proudění v regulačních ventilech parních turbin

Ing. Lukáš Bednář, Ing. Ladislav Tajč, CSc., ŠKODA POWER, a.s., Plzeň

Uvažuje se proudění v regulačních ventilech parních turbin. Popisuje se modelování průtokové a silové charakteristiky. Srovnávají se proudové poměry na díle s přehřátou vodní párou jako pracovní medium a proudovými poměry na modelu, kde se pracuje se vzduchem. Uvádějí se výsledky měření na ventilech v laboratorních podmínkách. Srovnávají se průtokové a silové charakteristiky regulačních ventilů typového provedení.

Úvod

Konstrukce regulačních ventilů, jejich počet a pořadí otvírání je dáno typem turbiny, vstupními parametry páry a objemovým průtokem. Zpravidla nelze navrhnout typový ventil, který by v plném rozsahu vyhovoval požadavkům na spolehlivý provoz při všech režimech turbiny s minimální tlakovou ztrátou, požadovaných rozměrech a umístění ventilů. Hledá se taková koncepce provedení ventilů, která se daným požadavkům co nejvíce přiblíží.

Největší problémy vznikají při návrhu regulačních ventilů určených pro řízení velkých objemových průtoků. Musí se hledat kompromis mezi přípustnými maximálními rychlostmi ve ventilu a jeho rozměry. Osová síla na vřeteno závisí na dosedací ploše, která je úměrná kvadrátu průměru sedla ventilu. Pokud se překročí možnosti servomotorů, musí se volit větší počet ventilů nebo navrhnout jejich složitější provedení s odlehčením, s většími rychlostmi a většími tlakovými rozruchy.

Ke snížení tlakové ztráty slouží difuzory, které se nacházejí za sedlem ventilu. Pokud dochází, v důsledku narušení proudových poměrů v jeho vstupní části, k odtržení proudu a vzniku zpětného proudění, je funkce difuzoru narušena a jeho přínos je nepodstatný. Difuzor zpravidla plní svojí funkci jen při jmenovitých provozech turbiny, tj. při plném otevření ventilů. V mnoha případech je délka difuzoru a tím i stupeň rozšíření značně omezený. S vyššími rychlostmi proudění jsou spojeny i výraznější fluktuace rychlosti, tlakové pulsace a vyšší hluk zařízení. Zvyšuje se dynamické namáhání vřetena, potrubního systému a též lopatek regulačního stupně.

Ventily řídí průtok páry VT dílem turbiny. Musí tedy pevnostně a materiálově vyhovovat admisním tlakům a teplotám. Záchytné ventily regulují průtok páry turbinou za přehřívákem páry. Zde jsou již nižší tlaky a větší objemové průtoky. Rozhodují o proudových poměrech v ST a NT částech turbiny, kde se zpracovává až 70 % celkového výkonu. I malé netěsnosti v jednom z obou typů ventilů mohou způsobit při startu nebo odstávce a nulovém výkonu nežádoucí roztáčení turbiny. Z bezpečnostních důvodů se vyžaduje též rychlozávěrné ventily se samostatným pohonem. Ty jsou provozovány jen v zavřené nebo otevřené poloze. Jejich použití vede ke zvětšení objemu páry v potrubí, které i po zavření všech ventilů může způsobit nežádoucí přeotáčky rotoru. Hledají se tudíž taková řešení, která nebezpečí samovolného otáčení rotoru omezí. Jedna z cest, která umožní zmenšit pasivní objem před lopatkovou částí turbiny, spočívá v používání kombinovaných ventilů. Existují různá koncepční řešení kombinovaných ventilů. Nejčastější uplatnění však našly koncepce, které lze nazvat jako ventil ve ventilu nebo dva ventily ve společném tělese.

Průtokové a silové charakteristiky ventilů

Proudění ve ventilech není nic jiného než proudění v dýzách.

Pro proudění beze ztrát platí:

rychlost: $c = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$, kde p_0, p_2 [Pa] jsou tlaky před a za ventilem,

a v_0 [m³/kg] měrný objem před ventilem.

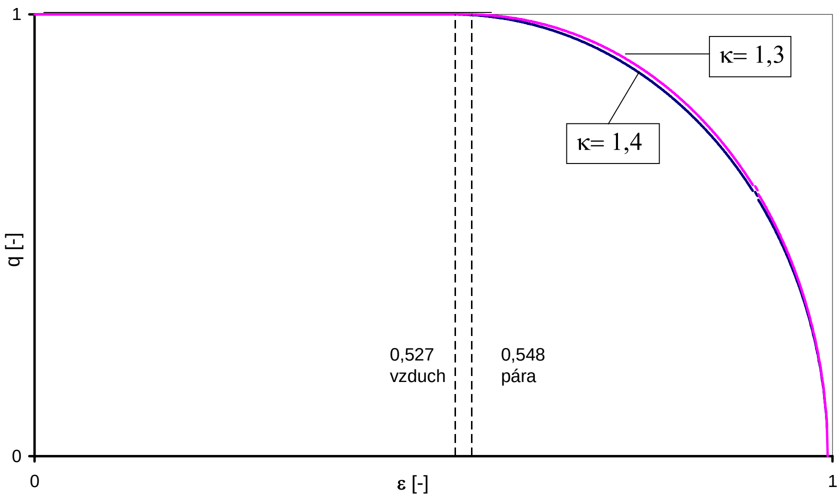
hmotnostní tok: $\dot{m} = F\sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1}\frac{p_0}{v_0}\left[\left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}\right]}$, F [$m^2$] – průtočná plocha

maximální tok: $\dot{m}_{max} = F\sqrt{\kappa\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}\frac{p_0}{v_0}} = F \cdot k_\kappa \cdot \frac{p_0}{\sqrt{RT_0}}$, T_0 [K] – vstupní teplota

poměrný hmotnostní tok: $q = \frac{m}{m_{max}} = \sqrt{\frac{2}{\kappa-1} \cdot \frac{1}{\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}}\left[\left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}\right]}$

$$q = \Psi_\kappa \sqrt{\left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

Vliv κ pro vzduch a páru v závislosti na $\varepsilon = \frac{p_2}{p_0}$ je uveden na obr. 1. Rozdíly nepřevyšují 1 %.



Obr. 1: Vliv κ na bezrozměrový hmotnostní tok

Skutečný hmotnostní tok ventilem je funkcí řady parametrů a lze jej stanovit experimentálně.

$$\dot{m} = f(p_0, T_0, p_2, h, D_2, \nu, \kappa, R),$$

kde p_0 a T_0 jsou celkový tlak a teplota před ventilem,

p_2 je tlak za ventilem,

h a D_2 jsou zdvih kuželky a průměr hrdla v difuzoru.

ν, κ, R popisují vlastnosti provozní látky – kinematická vazkost, Poissonova konstanta a plynová konstanta.

V bezrozměrném uspořádání je hmotnostní tok funkcí několika bezrozměrných kriterií

$$\overline{m} = \frac{m\sqrt{RT_0}}{D_2^2 p_0} = f\left(\frac{p_2}{p_0}; \frac{h}{D_2}; \frac{\nu}{\sqrt{RT_0}D_2}; \kappa\right)$$

Jestliže zavedeme kritický hmotnostní tok hrdlem difuzoru, dostaneme

$$q = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_0} = \frac{\dot{m}\sqrt{RT_0}}{Ap_0F_0},$$

kde A je příslušná konstanta pro stanovení kritického hmotnostního toku A = f(κ),

F_0 - plocha hrdla, $\frac{\sqrt{RT}D}{\nu} \approx \mathrm{Re}$ - Reynoldsovo číslo, které při rychlostních poměrech ve ventilu zpravidla převyšuje spodní hranici automodelové oblasti. Průtoková charakteristika ventilů bude především funkcí dvou parametrů $q = f(\varepsilon_2; \overline{h})$, kde

$$\varepsilon_2 = \frac{p_2}{p_0} \quad a \; \overline{h} = \frac{h}{D_2}$$

Silové namáhání vřetena bude rovněž záviset na několika parametrech $Q = f(p_0, D_S, d_{vř}, p_2, h)$, zde D_S je průměr sedla a $d_{vř}$ je průměr vřetena. Po přechodu k bezrozměrným parametrům dostaneme

$$\frac{Q}{p_0 D_s^2} = f\left(\frac{p_2}{p_0}; \frac{d_{vř}}{D_s}; \frac{h}{D_s}\right)$$

V principu platí, že

$$\frac{Q}{\frac{\pi D_s^2}{4} p_0} = f\left(\varepsilon_2, \bar{h}, \overline{d_{vř}}\right)$$

Pokud vliv vřetena zahrneme do základního vzorce, dostaneme pro bezrozměrnou sílu $\bar{Q}$

$$\bar{Q} = \frac{Q + \frac{\pi d_{vř}^2}{4}\left(P_0 - P_{bar}\right)}{\frac{\pi D_s^2}{4} P_0} = f\left(\varepsilon_2, \bar{h}\right)$$

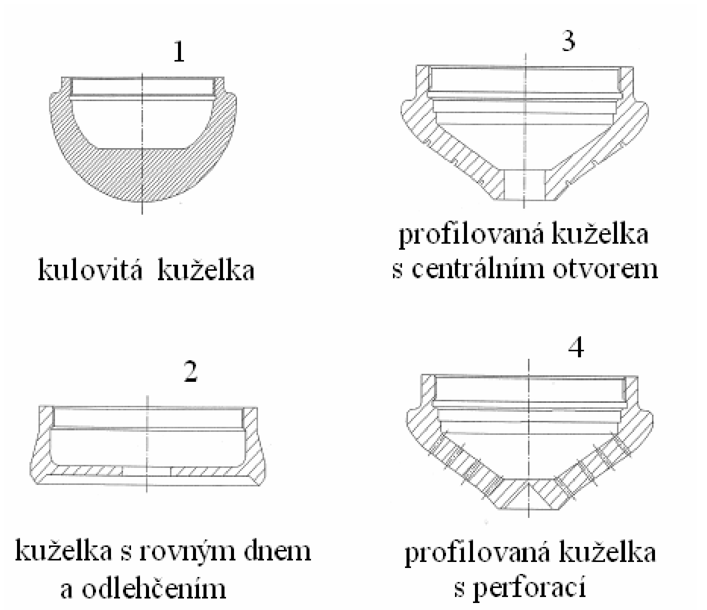
Pro správné modelování síly na kuželku od aerodynamického zatížení je nutné zachovat úplnou geometrickou podobnost, včetně vůlí mezi díly, kde dochází k proudění média. Týká se to zejména odlehčených ventilů. Rovněž třecí síly při dotyku konstrukcí mohou ovlivnit a zkreslit výslednou sílu. Na modelech se zpravidla pracuje se vstupním tlakem $p_0 = p_{bar}$. Vlastní model má konečné rozměry a danou hmotnost. U svislého zavěšení ventilu se nechá gravitační síla od statického zatížení kuželky vykompenzovat. Jiné poměry nastanou při modelování dynamického namáhání vřetene. K měření statického namáhání při vstupním barometrickém tlaku je nutné změkčit siloměrný člen s tenzometry tak, aby se spolehlivě zachytily i jmenovité provozní poměry, kdy je malý rozdíl tlaků nad a pod kuželkou. Při stálém působení gravitační síly se některé dynamické projevy a případný výskyt záporné síly nemusí okamžitě projevit.

Modely navržené pro aerodynamický výzkum nejsou věrnou kopií či stejnolehlým obrazem díla po mechanické stránce. U ventilů se neuvažuje servopohon, přesné provedení skříně ventilu i potrubní systém. Rozdílné jsou hmotnosti dílčích částí. Zcela odlišné jsou vlastní frekvence díla a modelu. Znamená to, že případná aerodynamická nestabilita na modelu může nastat při jiných proudových poměrech než na díle. Na modelu lze objasnit základní fyzikální děje, které vedou ke zvýšenému dynamickému namáhání vřetena, lze je matematicky popsat a jejich prostřednictvím přenést na dílo.

Veškeré dynamické projevy jsou úměrné budícím silám. Na díle může být tlak až 260 bar zatímco na modelu je vstupní tlak 1 bar. Při zachování rozměrů kuželky u díla, jsou na díle budicí síly až 260krát větší. Tak jak se mění vlastní frekvence lopatek vlivem odstředivé síly, tak se mění vlastní frekvence vřetena s kuželkou vlivem přetlaku. Při startu turbiny a velkém tlakovém spádu bude vlastní frekvence kuželky vyšší než při jmenovitém provozu. Změna frekvence může představovat až 50 Hz. Dojde-li ke shodě s budící frekvencí, která je zpravidla násobkem 50 Hz, nastane provoz v rezonanci a dojde k poškození ventilu.

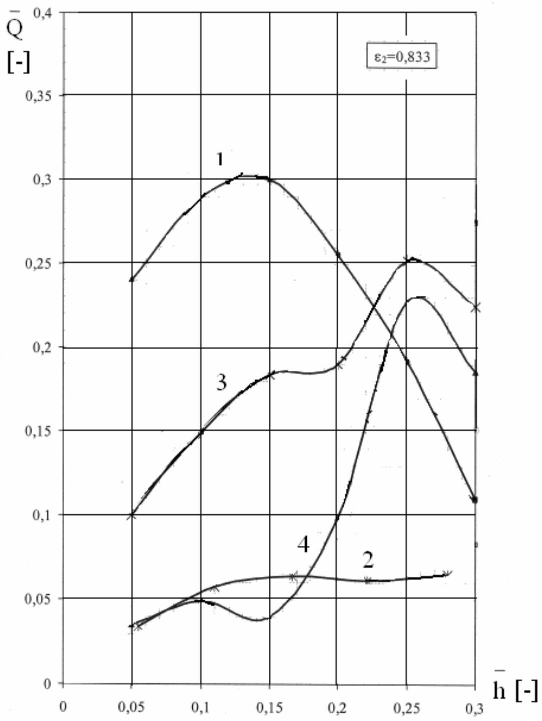
$$Q \approx \frac{\pi D^2}{4}(p_0 - p_1) = \frac{\pi D_s^2}{4} p_0 \left(1 - \frac{p_1}{p_0}\right)$$

Bezrozměrná průtoková i silová charakteristika závisejí na tvaru kuželky a na konstrukčním provedení ventilu. Tvar kuželky má vliv i na rozložení tlaku po povrchu, rozhoduje tudíž i o silovém působení v místě případného odtržení proudu od povrchu i o dynamickém namáhání vřetena a přívodního potrubí. U ventilů staršího provedení se většinou použila kuželka kulového tvaru. V dnešní době se aplikuje spíše kuželka s rovným dnem a podpíchnutím a pak profilovaná kuželka. Některá typická provedení kuželek se nacházejí na obr. 2.

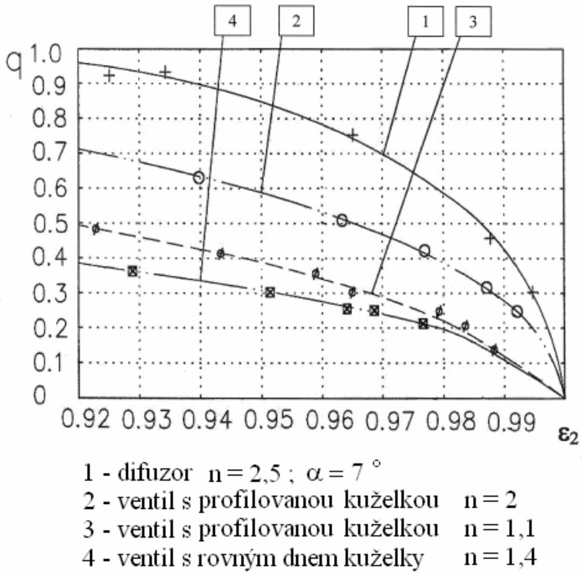


Obr. 2: Charakteristická provedení kuželek

Kuželka kulovitého tvaru nemůže garantovat ustálené proudění po povrchu s přesným místem odtržení proudu. Kuželka s rovným dnem napomáhá k odtržení proudu na obvodové hraně kuželky. U této koncepce nemůže dojít k další expanzi páry a poklesu tlaku přímo pod rovným dnem kuželky. Toto řešení je tudíž vhodné nejspíše k použití na regulačním ventilu, kde se ve větším rozsahu mění tlakový poměr a zdvih kuželky. Profilovaná kuželka vytváří při malých zdvizích anulární Lavalovu dýzu. V důsledku expanze páry a poklesu tlaku na povrchu kuželky je k jejímu zdvihu nutná větší síla servopohonu. U ventilu s touto kuželkou dochází k výskytu rázových vln a skokovým změnám síly v případech, kdy dojde k náhlému odtržení proudu od kuželky. Vyžaduje se tudíž optimální tvarování kuželky, aby provozní charakteristika nebyla zatížena a ovlivněna uvedenými negativními jevy. Některé nové experimentálně stanovené poznatky, uvedené např. v [1], ukazují na nevhodný vliv jednoho centrálního otvoru odlehčeného ventilu na dynamické namáhání vřetena. V tomto směru má příznivější dynamické namáhání perforovaná kuželka. Ventil s profilovanou kuželkou je vhodné používat spíše jako rychlozávěrný ventil, jelikož při plném otevření má nejmenší tlakovou ztrátu, zanedbatelné tlakové rozruchy a příznivou přítlačnou sílu. Příklad silového zatížení vřetena podle podkladů z [1] udává obr. 3. Při konstantním tlakovém poměru $\varepsilon_2 = 0{,}833$ dává největší přítlačnou sílu kulová kuželka — viz. křivka 1. Kuželka s rovným dnem (křivka 2) má naopak nejmenší přítlačnou sílu. Křivka 3 se týká profilované kuželky s centrálním otvorem a křivka 4 je stanovena pro profilovanou kuželku s perforací. U profilovaných kuželek se při větším zdvihu uzavírá vnitřní průtok a ventil se chová jako neodlehčený s maximálním využitím přítlačného efektu, který je dán obtékáním celé plochy kuželky.



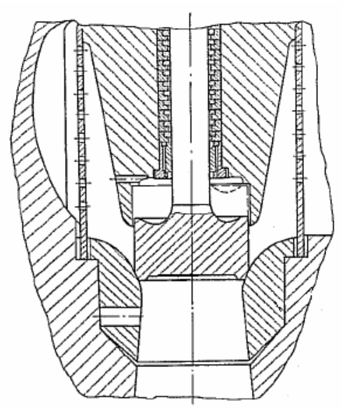
Obr. 3: Silová charakteristiky pro vybrané typy kuželek



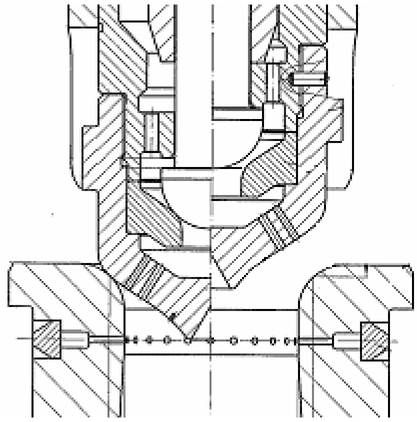
Obr. 4: Porovnání průtokových charakteristik ventilů a ideálního difuzoru

Pro dimenzování ventilu je důležité znát průtokovou charakteristiku. Porovnání průtoků několika variant plně otevřených ventilů s ideálním provedením difuzoru se nachází na obr. 4. Nejlepšího přiblížení se dosáhne při použití profilované kuželky a otevření difuzoru n = 2. Ventil s rovným dnem kuželky a otevření n = 1,4 je prakticky srovnatelný s profilovanou kuželkou a otevřením jen n = 1,1.

Pro experimentální účely se vyrobilo několik kuželek ventilů. Základní tvary tvoří typová kuželka ŠKODA s rovným dnem a podpíchnutím. Její provedení je znázorněno na obr. 5. Prověřila se i profilovaná kuželka podle podkladu MEI [2]. Její charakteristický tvar je znázorněn na obr. 6.



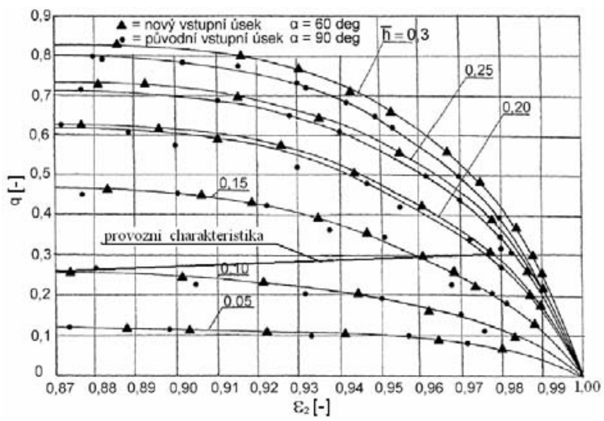
Obr. 5: Neodlehčená kuželka s rovným dnem



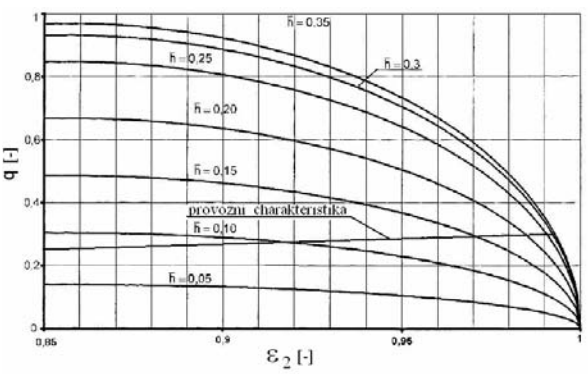
Obr. 6: Tvarovaná kuželka MEI s perforovanou stěnou

Pro typová provedení ventilů se stanovily úplné průtokové charakteristiky. Nacházejí se na obr. 7. Uvádí se zde i provozní charakteristiky, které jsou zpravidla nastaveny tak, aby jmenovité stavy na turbině odpovídaly poměrnému průtoku q ≐ 0,3 při poměrném zdvihu $\bar{h} \doteq 0{,}3$.

U ventilu s rovným dnem kuželky se testoval vliv vrcholového úhlu vstupní kuželové plochy. Po přechodu z 90° na 60° se zmenšila tlaková ztráta na ventilu. Nejmenší ztrátu při jmenovitých provozních stavech však vykazuje ventil s profilovanou kuželkou. V daném případě nepřekročila ztráta 1 %.



Kuželka s rovným dnem



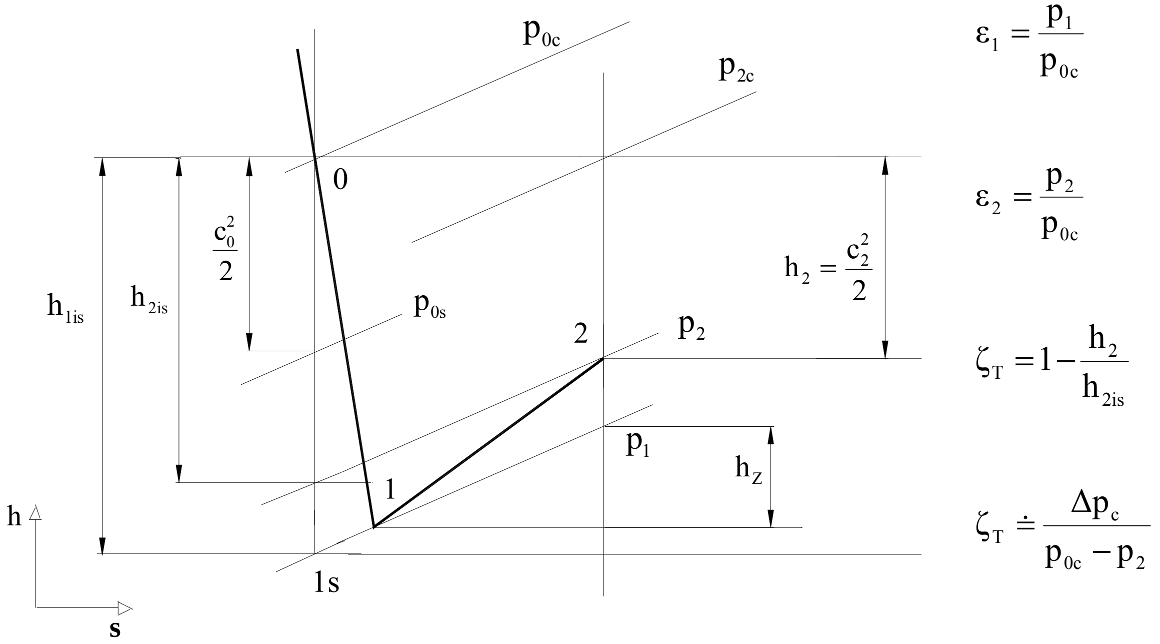
Profilovaná kuželka

Obr. 7: Průtokové charakteristiky ventilů

Tvar kuželky má zásadní vliv na průtokovou charakteristiku ventilu. Při daném poměrném zdvihu $\bar{h} = h/D$ (h – zdvih kuželky, D – průměr hrdla difuzoru) o daném poměrném hmotnostním toku $q = \dot{m}/\dot{m}_0$ ($\dot{m}$ - hmotnostní tok ventilem, $\dot{m}_0$ - kritický hmotnostní tok pro průměr hrdla difuzoru) je tlakový poměr $\varepsilon = p_2/p_0$ (p_2 - tlak za ventilem, p_0 – vstupní tlak) u ventilu s rovným dnem a podpíchnutím menší než u ventilu s profilovanou kuželkou. V důsledku odtržení proudu je u podpíchnuté kuželky větší tlak na dno kuželky, než jaký vzniká při stejných proudových poměrech u profilované kuželky. Přítlačná aerodynamická síla je u profilované kuželky větší.

Ve ventilech vznikají energetické ztráty. Ty můžeme vyjádřit pomocí ztrátového součinitele. Definice ztrátového součinitele je zřejmá z obr. 8,

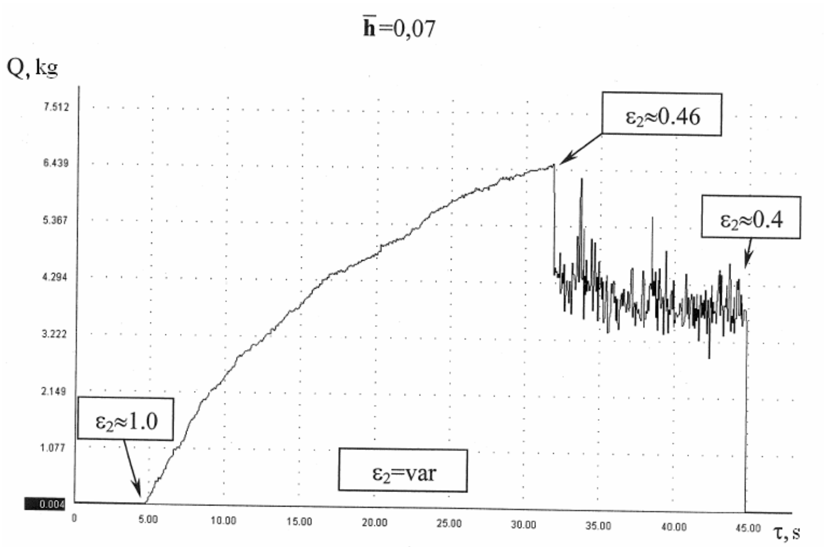
$$\zeta_T = 1 - \frac{1 - \varepsilon_2^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \left(\frac{p_{0c}}{p_{2c}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{1 - \varepsilon_2^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$



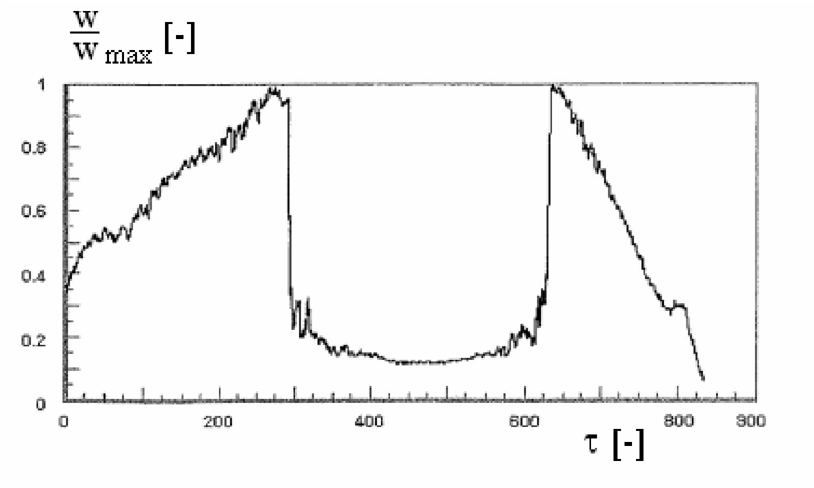
Obr. 8: Definice poklesu tlaku a ztrát ve ventilu

Pro rychlostní poměry v nejužším místě ventilu, tj. pro stavy 1, se můžou uplatnit veškeré zkušenosti a podklady pro návrh nerozšířené dýzy. U profilované kuželky se setkáme s aplikací konvergentně-divergentního kanálu. Jedná se tudíž o Lavalovu dýzu. Při podkritickém tlakovém spádu dochází ke vzniku nadkritických rychlostí, rázovým vlnám, skokovým změnám rychlostí a odtržení proudu od stěny. U kuželky s rovným dnem a podkritickém tlakovém spádu dochází rovněž ke všem průvodním jevům spojených s nadzvukovým proudění, nicméně místo odtržení proudu je pevně dané hrdlem, tedy místem, kde se vyskytuje maximálně kritická rychlost. Další změny nastávají ve volném proudu za kuželkou. U Lavalovy dýzy je místo odtržení proudu až za hrdlem. Lze tedy očekávat i jisté silové působení na kuželku.

Přímé měření silového namáhání vřetena ventilu s profilovanou kuželkou provedené v MEI [3], potvrzuje skokovou změnu tahové síly po odtržení proudu od kuželky. Oscilogram namáhání vřetena se nachází na obr. 9. Při konstantním zdvihu $\bar{h}$ kuželky se plynule v čase snižoval tlakový poměr na ventilu. K odtržení proudu došlo po překročení kritického tlakového poměru. Zároveň došlo ke zvětšení dynamického namáhání vřetena. Obdobné poznatky platí i pro kuželku s rovným dnem [4]. Ukázka měření namáhání vřetena je na obr. 10.



Obr. 9: Oscilogram silového ventilu s perforovanou kuželkou



Obr. 10: Relativní rychlost u stěny difuzoru při plynulé změně tlakového poměru 1 - 0,35 a zpět

Závěry

- Náhrada páry vzduchem nepřináší při modelování proudových poměrů v regulačních ventilech podstatnou chybu. Na modelech ventilů lze stanovit průtokovou i silovou charakteristiku a získané poznatky přenést na dílo.

- Na modelech se mohou sledovat základní jevy, které ovlivňují dynamické namáhání vřeten. Přímý přenos na dílo však nelze uskutečnit, jelikož nejsou dodrženy podmínky pro modelování.
- Tvar kuželky ventilu ovlivňuje výslednou tlakovou ztrátu i přítlačnou sílu.
- Profilovaná kuželka má menší ztráty při jmenovitém provozu, ale je zdrojem větších tlakových rozruchů při částečném zatížení. Kuželka s rovným dnem zaručuje větší spolehlivost při všech provozních režimech, ale má větší ztrátu při jmenovitých provozech. Tlakovou ztrátu lze kompenzovat volbou rozměrů ventilu.

Poděkování

Autoři příspěvku děkují MPO za finanční podporu grantu FT-TA2/037.

Literatura:

[1] А. Е. Зарянкин: Проектирование комбинированного стопорно-регулирующего клапана турбины ШКОДА 100-150 МВт, контракт MEIRF-1015/02; 2003

[2] А. Е. Зарянкин: Разработка, исследование и конструктивное выполнение разгруженных клапанов, применительно к базовым турбинам фирмы ШКОДА, MEI-RF-08, 1999

[3] А. Е. Зарянкин: Разработка и исследование неразгруженного и разгруженного регулирующего клапанов для турбин сверхкритических параметров пара, MPEI-01015/03

[4] L. Tajč, L. Bednář: Regulační ventily parních turbin, VZTP 0974, 2005

Generování hyperbolických sítí kolem profilů

Mgr. Martin Lahuta, VZLÚ, a.s., Praha

Článek popisuje metodu generování strukturovaných sítí kolem leteckých profilů pomocí hyperbolických rovnic. Diskretizace rovnic je provedena pomocí TVD upwind schématu vyššího řádu, takže nevyžaduje zadávání dissipačních konstant. V článku je popsána metoda řešení těchto rovnic. V závěru jsou prezentovány příklady sítí a zkušenosti s metodou.

Úvod

Generování kvalitních sítí pro řešení rovnic proudění je časově náročná víceméně manuální procedura. Následující text popisuje automatickou metodu generování strukturovaných sítí pomocí řešení hyperbolické soustavy parciálních diferenciálních rovnic definovaných ortogonalitou buněk a jejich objemem [1], [2]. Popisovaná metoda generuje sítě vytvářením "vrstev" směrem od zadaného počátečního rozložení bodů na povrchu profilu a tudíž nelze zadat vnější okraj sítě. Výsledná síť je téměř ortogonální.

Metoda

Nechť (ξ,η), $\xi=\xi(x,y)$, $\eta=\eta(x,y)$ jsou zobecněné křivočaré souřadnice koincidující se zadanou okrajovou podmínkou (povrchem profilu) pro $\xi=0$ a nechť $\boldsymbol{r}(x,y)$ je polohový vektor bodu sítě. Potom parciální derivace polohového vektoru $\boldsymbol{r}_\xi$ a $\boldsymbol{r}_\eta$ reprezentují tečné vektory podél čar sítě v daném bodě. Řídící rovnice sítě jsou definovány podmínkou kolmosti křivočarých souřadnicových čar ξ a η v daném bodu sítě a objemem buňky A rovnicemi

$$r_\xi \cdot r_\eta = 0 \quad (1)$$

$$\left| r_\xi \times r_\eta \right| = A(\xi,\eta) \quad (2)$$

Linearizací (1) a (2) dostaneme nelineární parciální diferenciální rovnici bodů sítě

$$P r_\eta^{\nu+1} + Q r_\xi^{\nu+1} = g \quad (3)$$

kde $\nu+1$ je číslo iterace (viz. níže) a

$$r = [x \quad y]^T,\ P = \begin{bmatrix} x_\xi & y_\xi \\ -y_\xi & x_\xi \end{bmatrix}^\nu,\ Q = \begin{bmatrix} x_\eta & y_\eta \\ y_\eta & -x_\eta \end{bmatrix}^\nu,\ g = \begin{bmatrix} (x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta)^\nu \\ A + (x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta)^\nu \end{bmatrix} \quad (4)$$

Protože $|P| = x_\xi^2 + y_\eta^2 \neq 0$ (nenulová délka diagonály buněk), lze rovnici (3) psát jako

$$r_\eta^{\nu+1} + \widetilde{Q} r_\xi^{\nu+1} = P^{-1} g \ (5)$$

a lze ukázat, že $\tilde{Q} = P^{-1}Q$ je symetrická se dvěma různými vlastními hodnotami $\lambda_1 = \lambda$ a $\lambda_2 = -\lambda$ a tudíž rovnice (5) je hyperbolická vzhledem k souřadnici η. Matici $\tilde{Q}$ lze rozložit na součet dvou matic $\tilde{Q} = \tilde{Q}^+ + \tilde{Q}^-$ takových, že každá má pouze kladná nebo záporná vlastní čísla a kde

$$\tilde{Q}^+ = \begin{bmatrix} \frac{\alpha+\lambda}{2} & \frac{\beta}{2} \\ \frac{\beta}{2} & -\frac{\alpha-\lambda}{2} \end{bmatrix} \qquad \tilde{Q}^- = \begin{bmatrix} \frac{\alpha-\lambda}{2} & \frac{\beta}{2} \\ \frac{\beta}{2} & -\frac{\alpha+\lambda}{2} \end{bmatrix} \qquad (6a)$$

$$\lambda = \frac{|r_\eta|}{|r_\xi|} = \sqrt{\frac{x_\eta^2 + y_\eta^2}{x_\xi^2 + y_\xi^2}}, \quad \alpha = \frac{x_\xi x_\eta - y_\xi y_\eta}{x_\xi^2 + y_\eta^2}, \quad \beta = \frac{x_\xi y_\eta + y_\xi x_\eta}{x_\xi^2 + y_\eta^2} \qquad (6b)$$

Rovnice (5) potom přejde na

$$r_\eta + \tilde{Q}^+ r_\xi + \tilde{Q}^- r_\xi = P^{-1} g \qquad (7)$$

Rovnice (7) je diskretizována implicitně a řešena subiterační metodou. Nechť r = $\boldsymbol{r}_{i,j}$, i=1, … , N_ξ , j=1, … , N_η jsou souřadnice uzlů hledané sítě. Předpokládejme, že pro dané j známe $\boldsymbol{r}_{i,j}$ a hledáme $\boldsymbol{r}_{i,j+1}$, tj. známe j-tou vrstvu sítě a hledáme $j+1$ vrstvu. Zaveďme novou proměnnou $\delta r_i^\nu = r_{i,j+1}^{\nu+1} - r_{i,j+1}^\nu$, $r_{i,j+1}^{\nu=0} = r_{i,j+1}$ jako rozdíl mezi ν-tou a $\nu+1$ iterací souřadnice nového uzlu $(i,j+1)$, kterou dosadíme do (7) a převedeme neznámé proměnné na levou stranu. Pro η-tou derivaci použijeme tříbodovou zpětnou diferenci (dvoubodovou pro první vrstvu $j=1$). Pro levou ξ-tou derivaci použijeme upwind derivaci prvního řádu, abychom dostali blokově třídiagonální soustavu rovnic. Na pravé straně použijeme upwind derivace vyššího řádu typu MUSCL s minmod limiterem. Výsledná diskretizovaná soustava (7) má tvar

$$\left[\frac{3}{2}I + \left(\tilde{Q}^+\right)^\nu \nabla_\xi^{(1)} + \left(\tilde{Q}^-\right)^\nu \Delta_\xi^{(1)}\right]\delta r_i^\nu = -\left[\nabla_\eta^{(2)} r_{i,j+1}^\nu + \left(\tilde{Q}^+\right)^\nu \nabla_\xi^{(M)} r_{i,j+1}^\nu + \left(\tilde{Q}^-\right)^\nu \Delta_\xi^{(M)} r_{i,j+1}^\nu - \left(P^{-1}\right)^\nu g_{i,j+1}\right] \quad (8)$$

$$r_{i,j+1}^{\nu+1} = r_{i,j+1}^\nu + \delta r_i^\nu, \quad \nu = 0,1,2,\ldots,\nu_{fin} - 1 \qquad (9)$$

$$r_{i,j+1}^0 = r_{i,j} \quad \text{(počáteční hodnota je předchozí řešení)} \qquad (10)$$

$$r_{i,j+1} = r_{i,j+1}^{\nu_{fin}} \qquad (11)$$

V rovnici (8) představuje operátor $\nabla_\eta^{(2)}$ tříbodovou zpětnou diferenci druhého řádu, operátor s exponentem $^{(1)}$ je operátor upwind diference prvního řádu a operátory s exponentem $^{(M)}$ představují operátory upwind diference vyššího řádu typu MUSCL s minmod limiterem. Tyto operátory vypadají pro $\Delta\xi = \Delta\eta = 1$ následovně:

$$\nabla_\eta^{(2)} r_{i,j+1}^\nu = \frac{3}{2} r_{i,j+1}^\nu - 2 r_{i,j} + \frac{1}{2} r_{i,j-1} \qquad (12a)$$

$$\nabla_\xi^{(1)} r_{i,j+1} = r_{i,j+1} - r_{i-1,j+1} \qquad (12b)$$

$$\Delta_{\xi}^{(1)} r_{i,j+1} = r_{i+1,j+1} - r_{i,j+1} \qquad (12c)$$

$$\nabla_{\xi}^{(M)} r_{i,j+1} = r^{-}_{i+1/2,j+1} - r^{-}_{i-1/2,j+1} \qquad (12d)$$

$$\Delta_{\xi}^{(M)} r_{i,j+1} = r^{+}_{i+1/2,j+1} - r^{+}_{i-1/2,j+1} \qquad (12e)$$

$$r^{-}_{i+1/2,j+1} = r_{i,j+1} + \frac{1}{4}\left[(1+\kappa)\overline{\nabla r_{i,j+1}} + (1-\kappa)\overline{\Delta r_{i,j+1}}\right] \qquad (12f)$$

$$r^{+}_{i+1/2,j+1} = r_{i+1,j+1} - \frac{1}{4}\left[(1+\kappa)\overline{\nabla r_{i+1,j+1}} + (1-\kappa)\overline{\Delta r_{i+1,j+1}}\right] \qquad (12g)$$

$$\overline{\nabla r_{i,j+1}} = \min\bmod(\nabla r_i, b\Delta r_i), \qquad \overline{\Delta r_{i,j+1}} = \min\bmod(\Delta r_i, b\nabla r_i) \qquad (12h)$$

$$\min\bmod(x,y) = \operatorname{sgn}(x)\cdot\max\left[0, \min\left(|x|, \operatorname{sgn}(x)\cdot y\right)\right] \qquad (12i)$$

$$\nabla r_i = r_{i,j+1} - r_{i-1,j+1}, \qquad \Delta r_i = r_{i+1,j+1} - r_{i,j+1} \qquad (12j)$$

$$b = \frac{3-\kappa}{1-\kappa} \qquad (12k)$$

Upwind diference na pravé straně (8) jsou druhého řádu pro κ *=1* a třetího řádu pro κ = *1/3*. Levá strana rovnice (8) je daná blokově třídiagonální maticí s bloky 2x2 příp. cyklickou maticí pro periodické okrajové podmínky. V případě dirichletových okrajových podmínek se upwind derivace v krajních bodech ve směru ξ redukují na obyčejné dvoubodové diference.

Řešení soustavy (8) se opakuje dokud levá strana neklesne pod stanovenou mez. Do výrazů (6) a (12) jsou dosazovány hodnoty $r_{i,j+1}^{\nu+1}$ korigované o δr_i^{ν}.

Okrajové a počáteční podmínky

Pro řešení soustavy rovnic (8) je nutné zadat $\boldsymbol{r}_{i,j}$ pro *j=0* (nultá vrstva) a hodnoty na krajích pro každé *j* tj. $r_{0,j}$ a $r_{N_\xi+1,j}$. Většinou uvažujeme dva typy:

- Cyklické okrajové podmínky (o-grid): $r_{0,j} = r_{N_\xi,j}$ a $r_{N_\xi+1,j} = r_{1,j}$
- Dirichletovy okrajové podmínky (c-grid): $r_{0,j} = r_{0,j}^{C}$ a $r_{N_\xi+1,j} = r_{N_\xi+1,j}^{C}$

Další typy okrajových podmínek jsou podrobně popsány v [1].

Dále je nutné zadat objemy buněk $A_{i,j+1}$ ve (4). Na způsobu zadání těchto objemů výrazně závisí kvalita výsledné sítě a také úspěšnost řešení rovnic (8). Jednou z možností je zadat $A_{i,j+1}$ jako

$$A_{i,j+1} = l_{i,j}\cdot h_j \qquad (13)$$

kde šířka buňky $l_{i,j}$ je vypočtená z předchozí *j*-té vrstvy

$$l_{i,j}=\frac{1}{2}\left[\left(x_{i+1,j}-x_{i-1,j}\right)^2+\left(y_{i+1,j}-y_{i-1,j}\right)^2\right]^{1/2} \quad (14)$$

V rovnici (13) je h_j velikost zpětné diference ve směru η. Pokud chceme aby výška *j*-té vrstvy $\tilde{h}_j$ rostla geometrickou řadou

$$\tilde{h}_j=\tilde{h}_1\varepsilon^{j-1}, \quad \varepsilon>1, \qquad (15)$$

potom mezi h_j a skutečnou výškou buňky $\tilde{h}_j$ platí vztah

$$h_j=\frac{3}{2}\tilde{h}_j-\frac{1}{2}\tilde{h}_j/\varepsilon=\frac{1}{2}\tilde{h}_j\left(3-1/\varepsilon\right), \quad j>1, \quad h_1=\tilde{h}_1 \qquad (16)$$

Aby nedocházelo ke zužování buněk s růstem sítě a aby se rozdělení šířky buněk ve vrstvě limitně blížilo rovnoměrnému rozdělení, je vhodné přidat mechanismus k vymizení nerovnoměrnosti objemů s rostoucím *j* např. ve formě

$$A'_{i,j+1}=\max\left[(1-f)A_{i,j+1}+f\cdot\overline{A}_j,c\cdot\overline{A}_j\right] \qquad (17)$$

kde

$$\overline{A}_j=\frac{1}{N_\xi}\sum_{i=1}^{N_\xi}A_{i,j+1} \quad (18)$$

$$f=\min\left[\left(g\frac{j}{\overline{j}}\right)^6,1\right], \quad \overline{j}=\frac{\log\left(\overline{l}_0\right)-\log\left(\tilde{h}_0\right)}{\log(\varepsilon)}, \quad \overline{l}_0=\frac{1}{N_\xi}\sum_{i=1}^{N_\xi}l_{i,0} \qquad (19)$$

zde je $f\in\langle 0,1\rangle$ rychlost vymizení nerovnoměrnosti, $\overline{j}$ je index vrstvy, ve které má průměrná buňka přibližně čtvercový tvar, $\overline{l_0}$ je průměrná vzdálenost mezi body v nulté vrstvě, $g\in\langle 0,1\rangle$ je zadaná konstanta a člen $c\cdot\overline{A}_j$ zabraňuje zmenšení objemu pod určitou mez v konkávních oblastech. Obvykle volíme *c* mezi *1* a *1.5*.

Další metodou vylepšení kvality sítě je průměrování objemů sousedních buněk

$$A'_{i,j+1}=(1-\nu)A_{i,j+1}+\nu\frac{A_{i+1,j+1}+A_{i-1,j+1}}{2} \qquad (20)$$

kde ν je váha průměrování, obvykle $\nu=0.4$. Průměrování je několikrát opakováno.

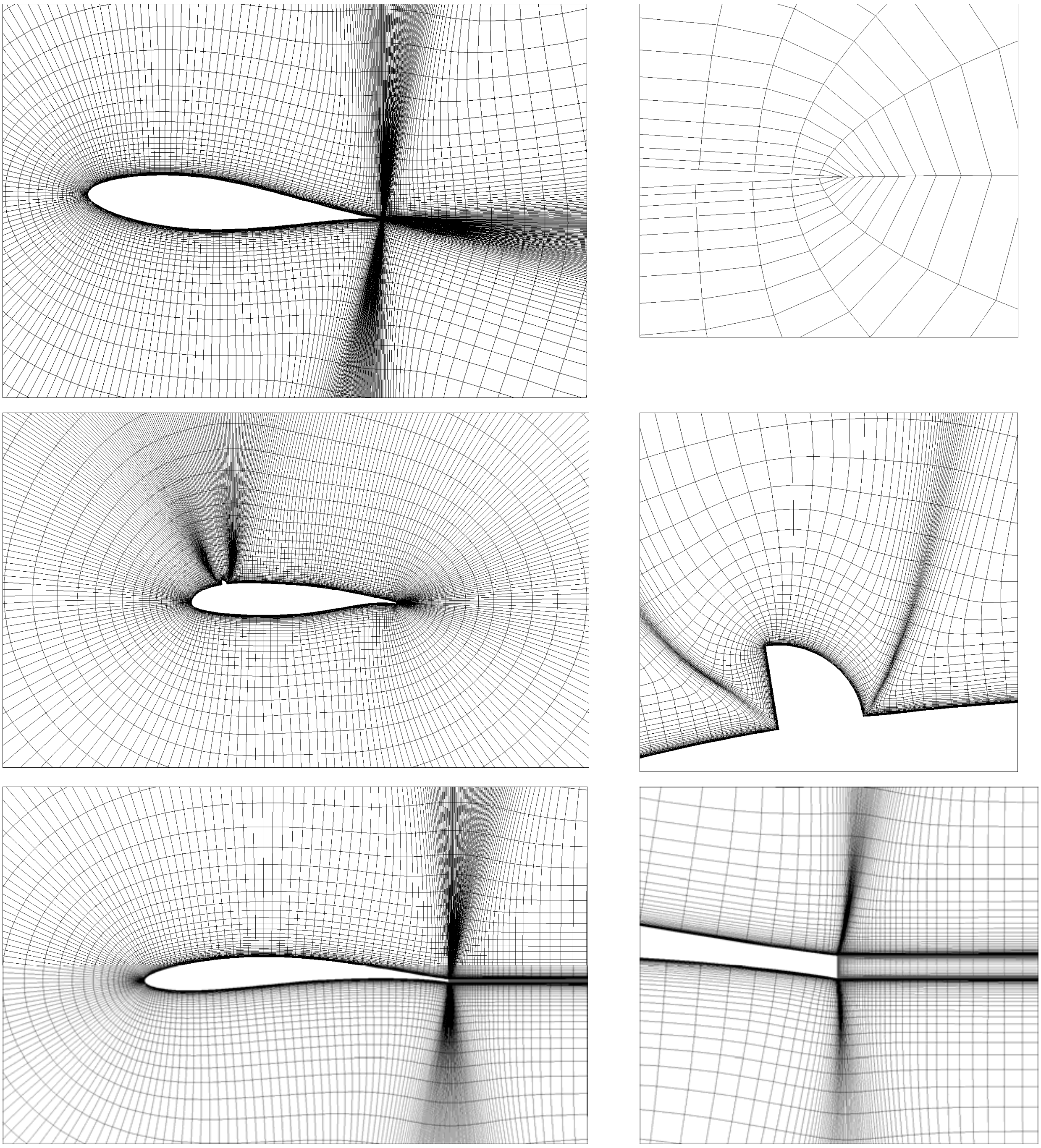
Závěr

Uvedená metoda generování sítí je vhodná pro aplikace v externí aerodynamice, kdy není nutné zadávat vnější okraj sítě. Výsledné sítě jsou "hladké" a téměř ortogonální. Algoritmus je dostatečně robustní, takže zvládne i sítě kolem ostrých hran (viz. ukázky) a také uvnitř konkávních oblastí. Výsledné sítě jsou tzv. body-fitted takže metoda je obzvlášť vhodná pro sítě v oblasti mezní vrstvy.

Velký vliv na kvalitu výsledných sítí ma rozložení bodů na počáteční vrstvě, které musí být dostatečně plynulé, tzn. že šířky sousedních buněk musí být přibližně stejné. Toto platí zejména v okolí ostrých hran a konkávních oblastí, protože použitá metoda má tendenci "naklánět" čáry sítě odpovídající souřadnici η směrem k "širší" buňce uměrně rozdílu velikosti buněk, čímž může docházet k deformaci sítě.

Celou metodu lze rozšířit i do 3D (viz. [1] a [2]).

Ukázky sítí



Literatura:

[1] Chan W., Steger J.: *Enhancements of a Three-Dimensional Hyperbolic Grid Generation Scheme*; Appl Math Comput 51:181-205, 1992

[2] Matsuno K.: *High-order upwind method for hyperbolic grid generation*; Comp & Fluids 28:825-851, 1999

Vliv sklonu wingletů křídla na indukovaný odpor

Prom. fyzik Petr Berák, CSc., VZLÚ, a.s., Praha

Pomocí výsledků nelinearizované panelové metody CMARC byla vypočtena parabola druhého stupně, která prokládá hodnoty indukovaného odporu pro sklony wingletů směrem nahoru, které jsou účinnější než dolů. Z derivace paraboly vyšel úhel sklonu wingletu s minimálním indukovaným odporem +15,3°. Ani nelinearizovaná metoda nezachycuje koncentraci koncových vírů a další vlivy viskozity. Výsledky je třeba ověřit výpočty metodou započítávající vlivy viskozity a měřením v aerodynamickém tunelu. Z dosavadních výpočtů vyplývá, že bude potřebné prověřit i winglety s malým sklonem.

Použitá označení

2D	dvojdimenzionální, rovinné	
3D	trojdimenzionální, prostorové	
AS	aerodynamický střed	
b	rozpětí křídla	[m]
c	tětiva profilu křídla	[m]
c_W	tětiva koncového žebra nástavce	[m]
C_D	součinitel odporu	[1]
C_{Di}	součinitel indukovaného odporu	[1]
C_L	součinitel vztlaku	[1]
C_P	místní tlakový koeficient	[1]
e	Oswaldův koeficient	[1]
h	délka (výška) nástavce – wingletu	[m]
M	Machovo číslo	[1]
Re	Reynoldsovo číslo.	[1]
V	rychlost	[m/s]
W	winglet, úhel sklonu wingletu	
x	kartézská souřadnice ve směru nabíhající rychlosti	[m]
α	úhel náběhu	[°]
φ	úhel sklonu wingletu	[°]
λ	geometrická štíhlost	[1]
λ_{ef}	efektivní štíhlost	[1]

Úvod

Divize Aerodynamiky nízkých rychlostí Výzkumného a zkušebního leteckého ústavu v Praze - Letňanech pracuje v letech 2004 až 2010 na výzkumném záměru ***Rozvoj aplikované vnější aerodynamiky***, financovaném Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky pod označením MSM0001066901. V rámci tohoto výzkumného záměru je také řešen dílčí úkol ***Části letadel s výhodnějšími aerodynamickými vlastnostmi***.

Jedním z plánovaných témat tohoto dílčího úkolu v roce 2006 bylo studium wingletů. Úvodní práce Whitcomba [1] se zabývala jen jedinou tvarovou variantou, která je od té doby stále kopírována. Jedinou modernizací až na konci dvacátého století byly splývavé (blended) winglety. Protože winglety se široce používají a jsou velmi populární, je zapotřebí se jimi zabývat, i když přinášejí i některé aerodynamické a konstrukční nevýhody.

S vlastnostmi wingletů máme ve VZLÚ zkušenosti nejen z literatury, ale i vlastní [2] až [7]. Zatím jsme věděli málo o vlivu sklonu wingletů na indukovaný odpor. Kanadský článek [8] je zaměřen jen na úplav za winglety.

Zlepšovat vlastnosti letadlových částí je dnes v první fázi výhodné s pomocí rychlých a levných výpočtových metod, kdy největší pracnost má příprava dat. O numerický „experiment" pečuje počítač a zpracování výsledků je obdobné jako u měření. Měření vyžaduje zdlouhavou a drahou konstrukci a výrobu modelů, proto je dobré ho použít až pro srovnání vybraných konečných variant a pro kontrolu nenávrhových režimů.

Cílem práce tedy bylo vyhodnocení publikovaných a především vlastních výsledků o vlivu sklonu wingletů na indukovaný odpor.

Předmětem této práce pak bylo vyhodnocování dostupných údajů, jejich zpracovávání do vzorců a nakonec vše zaznamenat do zprávy a publikovat v časopise.

Oswaldův koeficient, Trefftzova rovina

Oswaldův koeficient e popisuje buď neeliptičnost rozložení vztlaku po rozpětí nebo vliv úprav základního křídla nebo i vliv blízkosti země, to vše na indukovaný odpor. Jeho využití je analogické používání Glauertových opravných faktorů. Je definován takto:

$$e = \frac{\lambda_{ef}}{\lambda} \qquad (1)$$

$$\lambda_{ef} = \frac{C_L^2}{\pi \cdot C_{Di}} \qquad (2)$$

V těchto vztazích je λ_{ef} efektivní štíhlost, λ je geometrická štíhlost, C_L je součinitel vztlaku, C_{Di} je součinitel indukovaného odporu a *π* je Ludolfovo číslo. Ze vztahu (1) je patrné, že čím větší je e, tím příznivější je vliv úpravy křídla na snížení indukovaného odporu.

Dalším užitečným pojmem je Trefftzova rovina. Letící letoun kolem sebe způsobuje poruchy rychlosti i tlaku. Pro výpočet sil z veličin proudového pole bychom museli použít oboje. Stačí ale posunout se „dostatečně" daleko dozadu, kde poruchy tlaku „prakticky" vymizí, zde pro výpočet sil jsou k dispozici jen poruchy rychlosti, vlastně pole indukovaných rychlostí. Trefftzova rovina je kolmá na směr letu, v praxi se umísťuje 15 až 20 tětiv křídla dozadu.

V obou následujících metodách bylo uvažováno přímé křídlo bez šípu a vzepětí, winglety přímé a nasazené pod úhlem, nikoliv splývavé se zaobleným koutem (blended).

Výsledky výpočtů linearizovanými přístupy

V linearizovaných přístupech se zjednodušeně předpokládá, že tvar průřezu úplavem se nemění, zanedbává se svinování podélných volných vírů. Pak stopa úplavu v Trefftzově rovině má stejný tvar jako nosný systém. Klesá srázovou rychlostí. Obtékáním tvaru nosného systému opačnou rychlostí se získá rozložení cirkulace, tedy i vztlaku, optimální z hlediska indukovaného odporu. Například u přímého křídla vyjde eliptické rozložení.

Z principu metody vyplývá, že Oswaldův faktor vyjde stejný pro winglety skloněné nahoru a winglety skloněné o stejný úhel dolů.

Optimum je ploché, skutečné rozložení vztlaku je blízké optimálnímu, to je podklad Schrenkovy metody odhadu rozložení vztlaku po rozpětí přímého křídla. Tuto metodu lze zobecnit na libovolný vztlakový systém.

Pro kolmé winglety běžně užívaných výšek závislost Oswaldova faktoru na výšce wingletu je možné s velkou přesností linearizovat, viz diagram ve zprávě [2].

$$e = 1 + 2h/b \qquad (3)$$

Zde b je rozpětí křídla, h je výška wingletu

Když přídavné plošky o délce h nasadíme na konce křídla jako zvětšení rozpětí, platí

$$e \cong (1 + 2h/b)^2 \qquad (4)$$

Pro malé h/b lze linearizovat i tento vztah

$$e \cong 1 + 4\ h/b + 4\ h^2/b^2 \cong 1 + 4\ h/b \qquad (5)$$

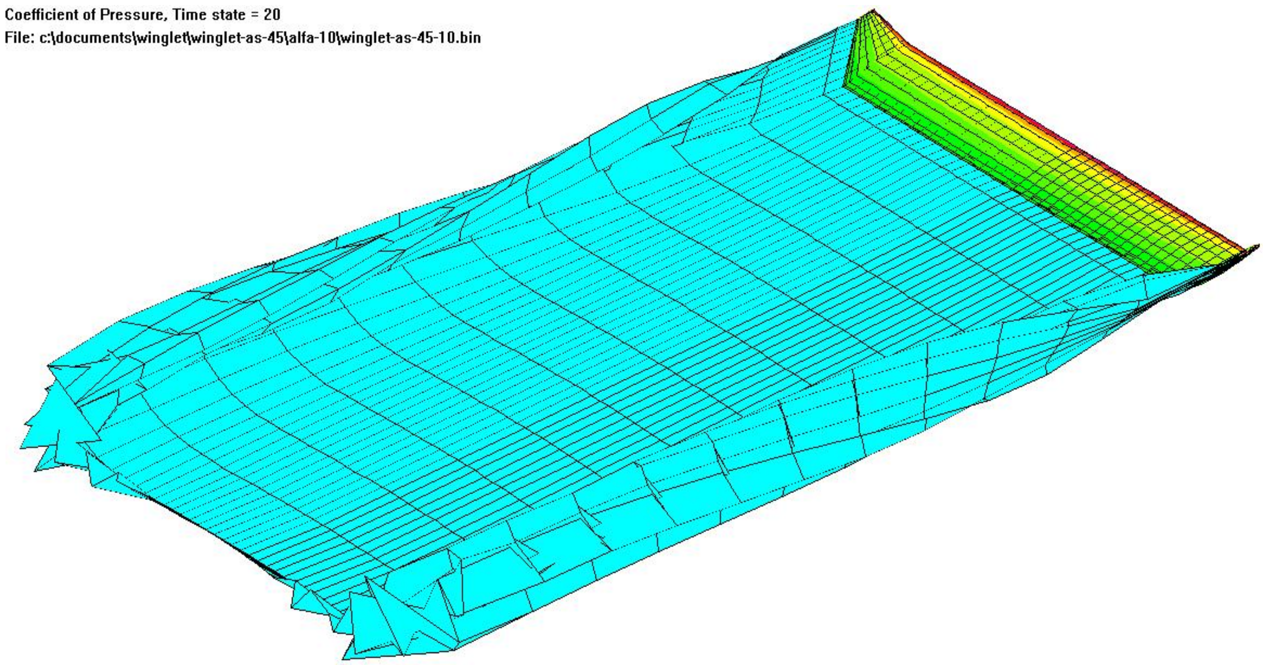
Pro šikmé winglety se sklonem φ, kdy $\varphi = 0$ pro zvětšení rozpětí a je kladné pro winglety skloněné nahoru, se podbízí možnost použít kombinaci vzorců (3) a (5):

$$e = 1 + 2(\sin\varphi + 2\cos\varphi)\ h/b \qquad (6)$$

Z derivace vzorce (6) ale vypočteme, že Oswaldův faktor je maximální pro úhel sklonu ±26,56°. To je podezřelé. Je potřebné použít nelinearizovanou metodu.

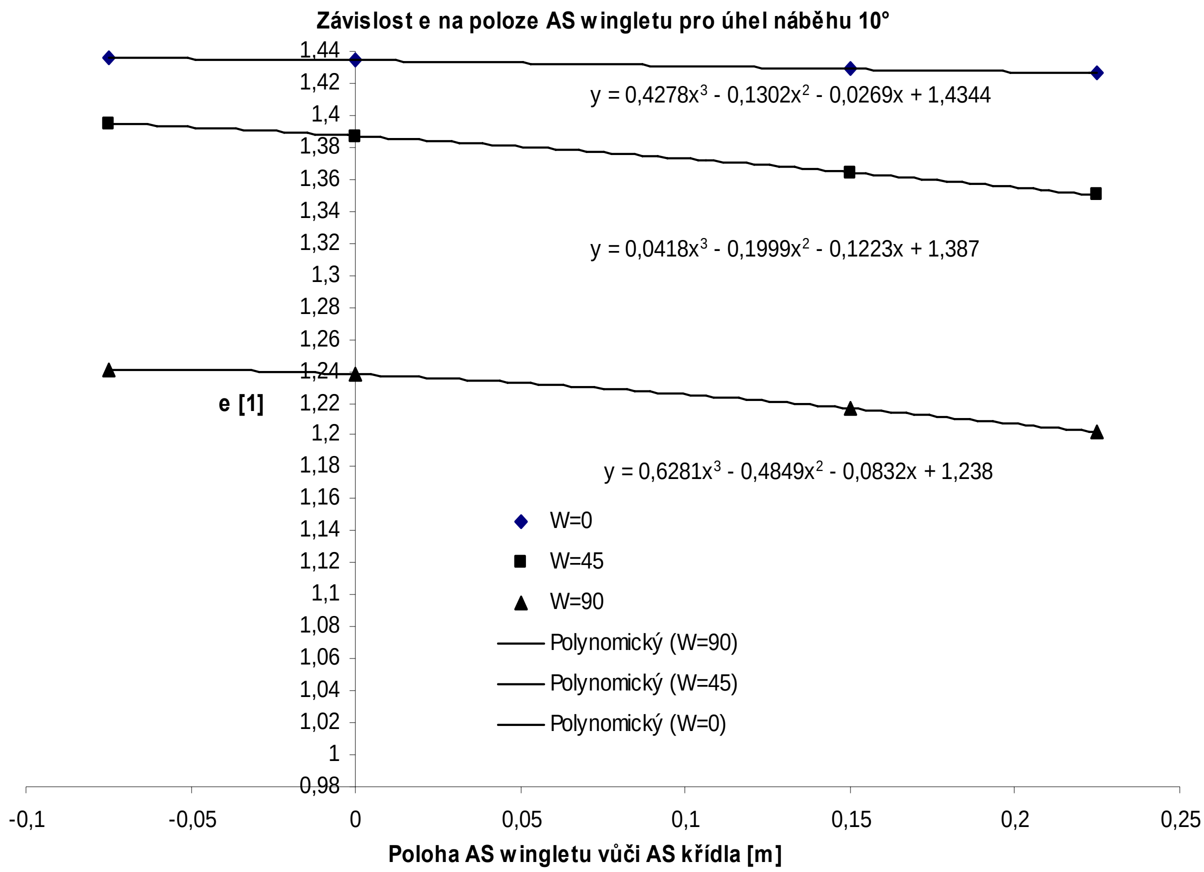
Výsledky přesnější metody CMARC

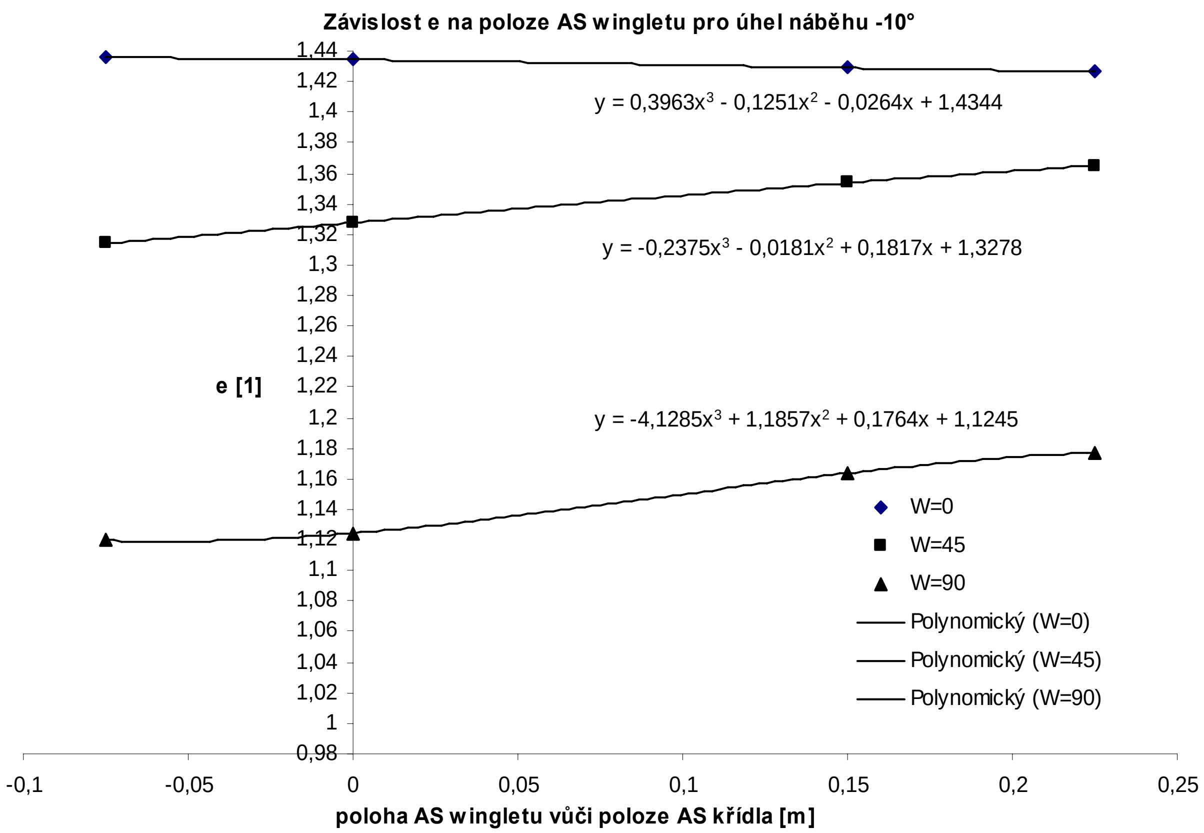
Ve zprávě [6] a článku [7] jsou výsledky výpočtu nelinearizovanou panelovou metodou CMARC [9]. Úplav se svinuje, jak je patrné z následujícího obrázku. To je pokrok proti linearizované metodě, ale nevystihuje to plně realitu, kdy vlivem viskozity se koncové víry koncentrují a těsně za křídlem i sbližují.



Obr. 1– Ukázka grafického výstupu programů CMARC

Výpočty proběhly pro úhly sklonu wingletů 0, ±45 a ±90 stupňů. Profil základního křídla byl symetrický, takže záporné úhly náběhu simulovaly winglety skloněné dolů. Hlavními výsledky jsou závislosti Oswaldova faktoru e na posunu koncového žebra wingletu dopředu ve směru letu a dozadu. Jsou na následujícím obrázku 2, kde dolní e zhruba odpovídá základnímu křídlu bez nástavců. Z obrázku lze tedy odhadnout vliv nástavců na indukovaný odpor. Křídlo bylo obdélníkové, s tětivou 0,4 m a o geometrické štíhlosti 5, tedy s rozpětím 2 m. Winglety měly délku 0,4 m, kořenovou tětivu 0,4 m a koncovou 0,1 m. AS byly aproximovány čtvrtinovými body. Kladné hodnoty na ose x odpovídají posouvání koncového žebra wingletu dozadu.





Obr. 2 – Znázornění průběhu Oswaldova koeficientu e v závislosti na počítané variantě

Vidíme, že winglety nahoru vyšly jako účinnější. To bude účelné ověřit výpočty s vlivem viskozity a měřením v aerodynamickém tunelu.

Pro závislost Oswaldova faktoru na sklonu wingletů byla vybrána poloha koncového žebra taková, že čtvrtinové body žebra a křídla měly stejnou polohu x, což je blízké linearizovanému přístupu. Budeme prokládat pouze účinnější polohy wingletů nahoru. Pro tři body stačí parabola druhého stupně. Vyšlo

$$e = 1{,}4344 + 0{,}001123\varphi - 0{,}0000367\varphi^2 \qquad (7)$$

Její tvar lze odhadnout z obrázku 2 pro x = 0.

Pomocí derivace (7) zjistíme, že úhel sklonu wingletu s minimálním indukovaným odporem vyjde +15,3°. To sice není v kvantitativní shodě s linearizovaným přístupem, ale je to v kvalitativní shodě. To je zajímavé.

Používanost

Winglety jsou široce používané, hlavně na dopravních letadlech, kde je důležitá ekonomie provozu. Přechází se postupně na splývavé winglety se stále menším sklonem.

Winglety s malým sklonem používají modeláři, důvodem bývá snaha zvětšit efektivní vzepětí křídla. Používají je také někteří konstruktéři bezpilotních letounů, např. [10].

Obr. 3 – Americký bezpilotní průzkumný letoun Zephyr

Závěr

Pomocí nelinearizované panelové metody CMARC byla vypočtena parabola druhého stupně, která prokládá hodnoty indukovaného odporu pro sklony wingletů nahoru.

Její derivací vyšel úhel sklonu wingletu s minimálním indukovaným odporem +15,3°.

Ani nelinearizovaná metoda nezachycuje koncentraci koncových vírů. Výsledky je třeba ověřit výpočty metodou započítávající vlivy viskozity a měřením v aerodynamickém tunelu. Z dosavadních výpočtů vyplývá, že bude potřebné prověřit i winglety s malým sklonem.

Následujícími etapami bude studium wingletů s jinými poměry délky k rozpětí základního křídla h/b, než v této práci.

Literatura:

[1] Whitcomb, R. T.: *A Design Approach and Selected Wind-Tunnel Results at High Subsonic Speeds for Wing-Tip Mounted Winglets*; NASA TN D-8260, July 1976.

[2] Berák, P.: *Hranice snižování indukovaného odporu, přibližné výpočty pro celý letoun*; Výzkumná zpráva VZLÚ V-1481/83, Praha 1981.

[3] Berák, P.: *Minimum indukovaného odporu s vlivem blízkosti země*; Výzkumná zpráva VZLÚ V-1480, Praha 1981.

[4] Berák, P.: *Indukovaný odpor a winglety*; Zpráva CLKV-VZLÚ R-3500/03, Praha, září 2003.

[5] Berák, P.: *Induced Drag and Winglets*; Letecký zpravodaj 1/2004, ALV, Praha, duben 2004, str. 16-20.

[6] Berák, P., Vrchota, P.: *Výpočet indukovaného odporu křídla s nástavci na koncích programem CMARC*; Výzkumná zpráva VZLÚ V-1857/05, Praha, listopad 2005.

[7] Berák, P., Vrchota, P.: *CMARC Code Computing OF Induced Drag of Wings with Tip Extensions*; Czech Aerospace Proceedings (Letecký zpravodaj), No. 1/2006, ALV, Praha, April 2006, pp. 46-51.

[8] Gerontakos, P., Lee, T.: *Effects of Winglet Dihedral on a Tip Vortex*; J. of Aircraft, Vol. 43, No. 1, Jan. – Febr. 2006, pp. 117-124.

[9] AeroLogic: *Digital Wind Tunnel CMARC*; Three-Dimensional Low Order Panel Codes. 1995-2000.

[10] Thurston, G.: *Under Surveillance*; AeroSpace Testing International, June 2006, p. 39.

Numerické řešení některých problémů vnitřní a vnější aerodynamiky

Ing. Petr Furmánek, Ing. Jiří Dobeš, Prof. Ing. Jaroslav Fořt CSc., Doc. Ing. Jiří Fürst PhD., Ing. Milan Kladrubský, Prof. RNDr. Karel Kozel DrSc.

Práce se zabývá numerickým řešením nevazkého transsonického stacionárního obtékání křídla Onera M6 (srovnání tří různých metod) a subsonického nestacionárního obtékání profilu DCA 18% umístěného v kanále. Obě úlohy jsou řešeny pomoci metody konečných objemů, v prvním případě se jedná o schemata typu Laxe-Wendroffa (MacCormack, Ron-Ho-Ni) a Roeho-Riemannova řešiče v kombinaci s lineární rekonstrukcí pomocí metody nejmenších čtverců. Výpočty pomocí těchto metod jsou srovnány jak mezi sebou tak s experimentem. V druhém případě pak bylo nestacionární proudění modelováno pomocí kombinace MacCormackova schematu s Jamesonovu umělou vazkostí a ALE metody.

3D obtékání křídla Onera M6

Matematický model

V případě simulace transsonického obtékání křídla Onera M6 byly zvoleny tři rozdílné metody a zároveň tři různé typy výpočetních sítí a to sice strukturované sítě typu H a C a nestrukturovaná síť tvořená čtyřstěny. Pro výpočet byl ve všech případech použit režim se vstupním Machovým číslem rovným 0,8395 a úhlem náběhu 3,06°, který je dobře experimentálně zdokumentován.

Metoda 1

Pro výpočet bylo užito 3D MacCormackova schematu (cell-centered) ve formě prediktor-korektor s přidanou Jamesonovou umělou vazkostí druhého řádu. Vypočet byl pro srovnání proveden stejnou metodou se stejnou umělou vazkostí na dvou typech sítě. Jako první byla použita jednoduchá H-síť vytvořená pomocí softwaru ICEM CFD o velikosti cca 680000 výpočetních buněk, jako druhá pak C-síť o velikosti cca 500000 výpočetních buněk. Z výsledků získaných H-sítí je zřejmé, že její použití pro případ šípového křídla s tupou náběžnou hranou není nejvhodnější variantou. V tomto případě totiž není schopná zachytit geometrii náběžné hrany křídla dostatečně přesně, což způsobuje oscilace výsledků dále na křídle. Ve všech ostatních aspektech však výsledky vykazují takové základní znaky, jaké jsme očekávali.

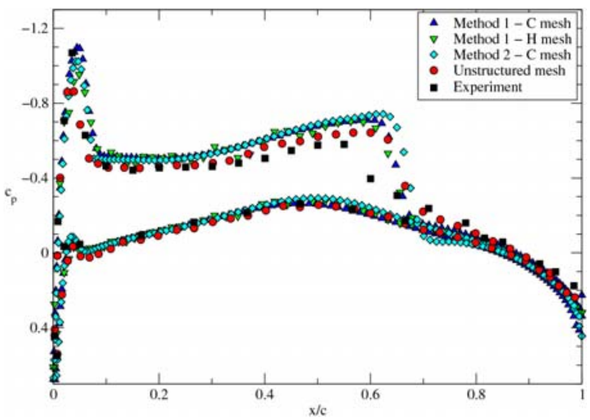
Metoda 2

Jako druhá byla použita metoda popsaná v [2]. Jedná se o jednokrokové explicitní schema typu Laxe-Wendroffa v cell-vertex formulaci s umělou vazkostí Jamesonova typu. Výpočet byl proveden na síti typu "C-O" s uvažováním koncového oblouku křídla. Velikost výpočtové sítě byla 289x33x49 bodů. Použitá síť je velmi jemná na povrchu křídla a v nejbližším okolí je téměř ortogonální. Ve větší vzdálenosti od povrchu křídla dochází ve velikosti ok sítě k výrazným skokům, zejména v okolí roviny symetrie. Z tohoto důvodu bylo při výpočtu použito globálního časového kroku.

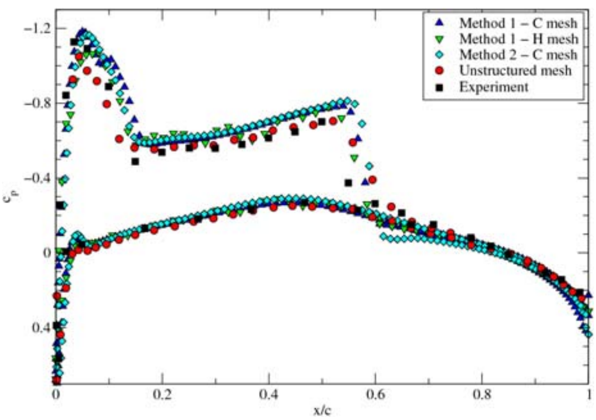
Metoda 3

Oblast byla diskretizována pomocí nestrukturované sítě, přičemž jednotlivými objemy byly čtyřstěny. Úloha byla řešena metodou konečných objemů v cell-centered formulaci (proměnné jsou tedy uložené ve středech konečných objemů). Na každé straně konečného objemu se řeší Riemannův problém. Toto řešení je aproximováno užitím Roeho Riemannova řešiče [1]. Pro zvýšení přesnosti metody v prostoru byla použita lineární rekonstrukce pomocí metody nejmenších čtverců. Pro diskretizaci v čase byla implementována linearizovaná zpětná Eulerova metoda. Výsledný systém lineárních rovnic je pak řešen pomocí GMRES metody s ILU předpodmíněním. Použitá síť je poměrně řidká, pro získání přesnějších výsledků by bylo třeba síť v určitých místech zjemnit.

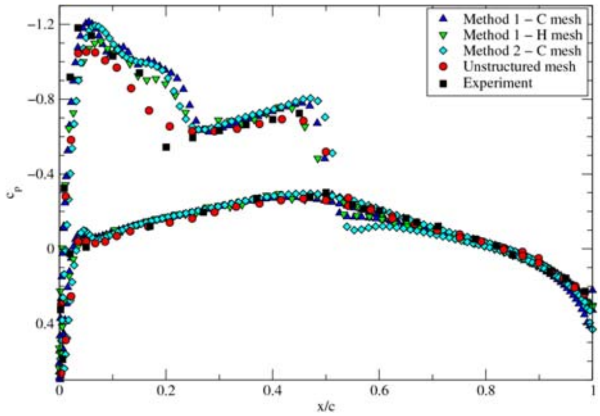
Numerické výsledky



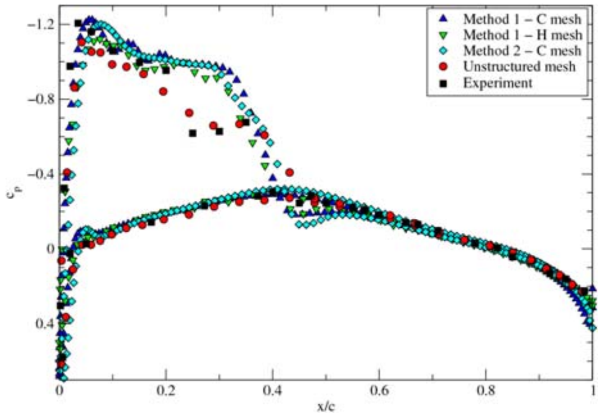
Obr. 1: *průběh c_p v řezu 20%, srovnání metod*



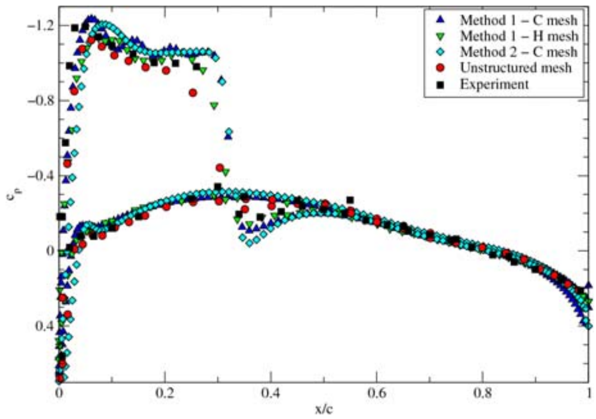
Obr. 2: *průběh c_p v řezu 44%, srovnání metod*



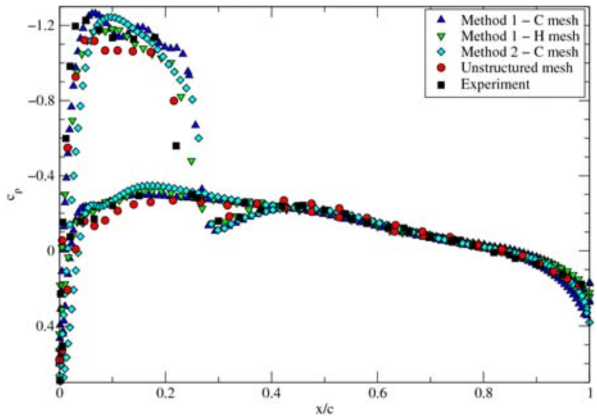
Obr. 3: *průběh c_p v řezu 65%, srovnání metod*



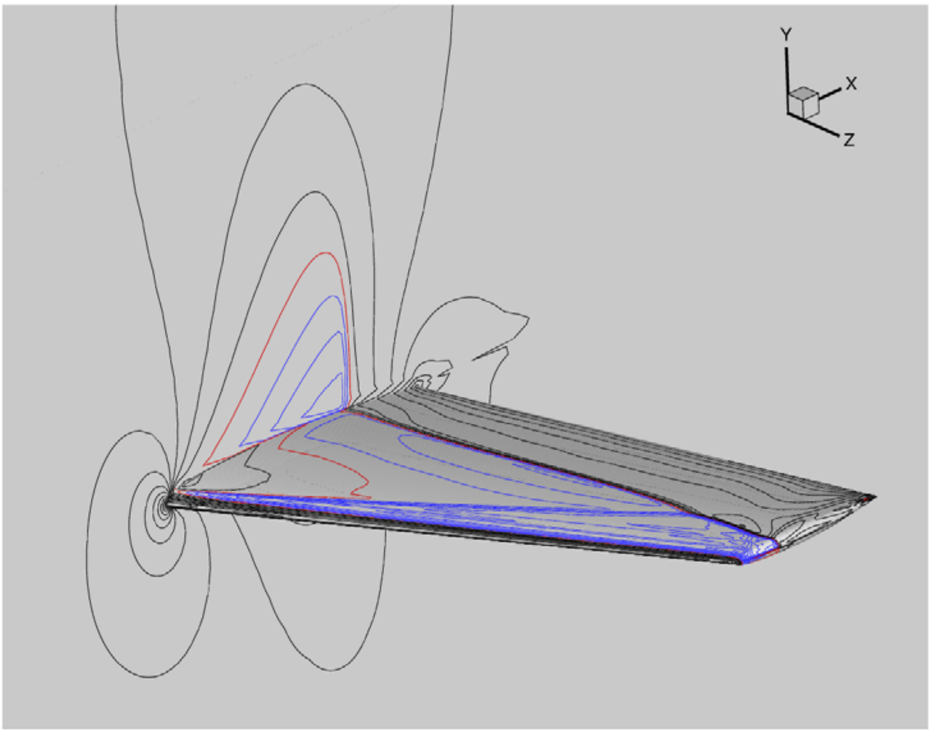
Obr. 4: *průběh c_p v řezu 80%, srovnání metod*



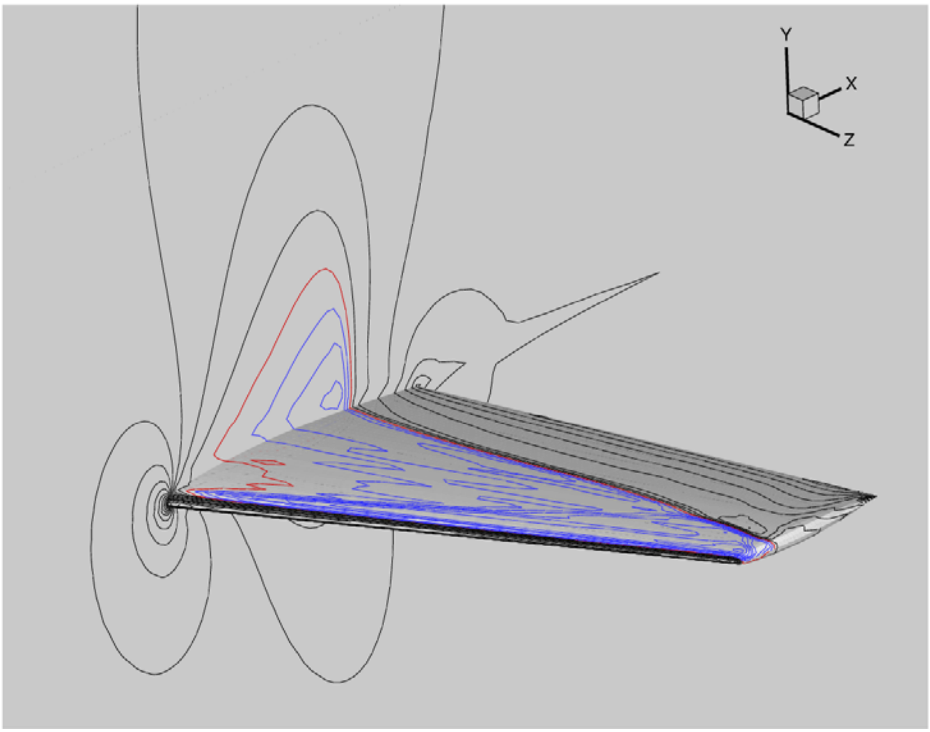
Obr. 5: *průběh c_p v řezu 90%, srovnání metod*



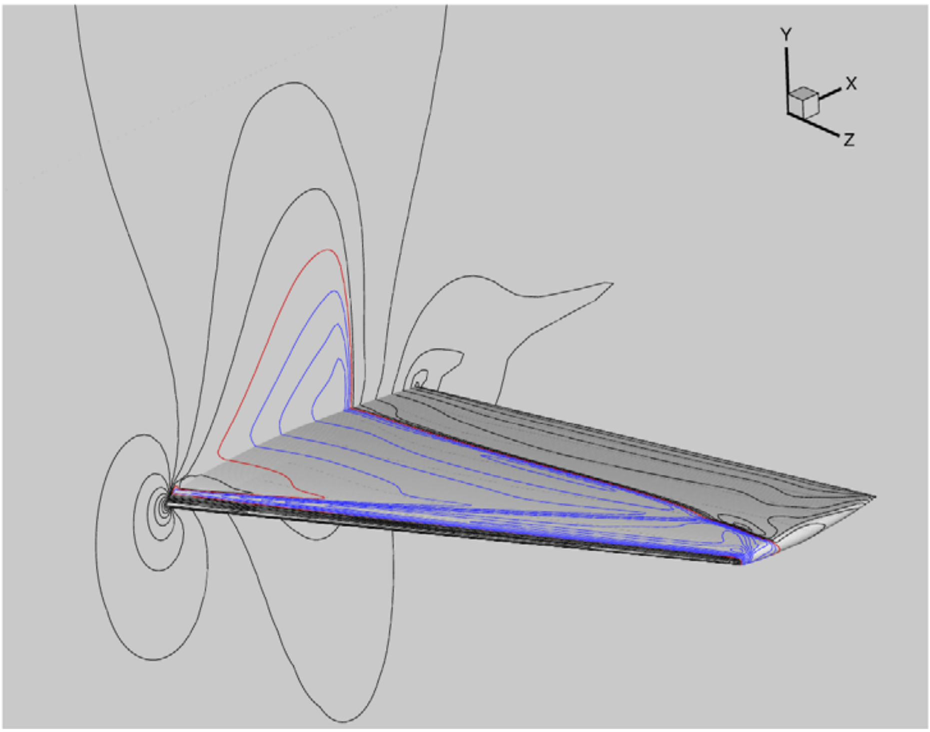
Obr. 6: *průběh c_p v řezu 95%, srovnání metod*



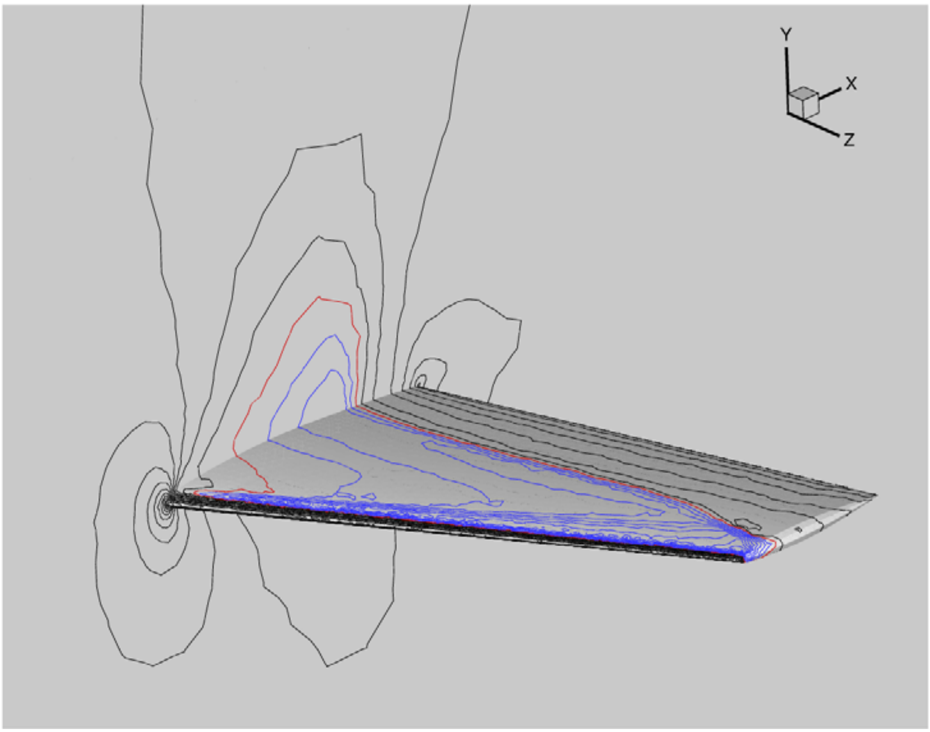
Obr. 7: *Horní strana křídla, izočáry Machova čísla, ΔMa = 0.05, metoda 1, C-síť*



Obr. 8: *Horní strana křídla, izočáry Machova čísla, ΔMa = 0.05, metoda 1, H-síť*



Obr. 9: *Horní strana křídla, izočáry Machova čísla, ΔMa = 0.05, metoda 2, C-síť*



Obr. 10: *Horní strana křídla, izočáry Machova čísla, ΔMa = 0.05, metoda 3, nestrukturovaná síť*

2D nestacionární obtékání profilu DCA 18%

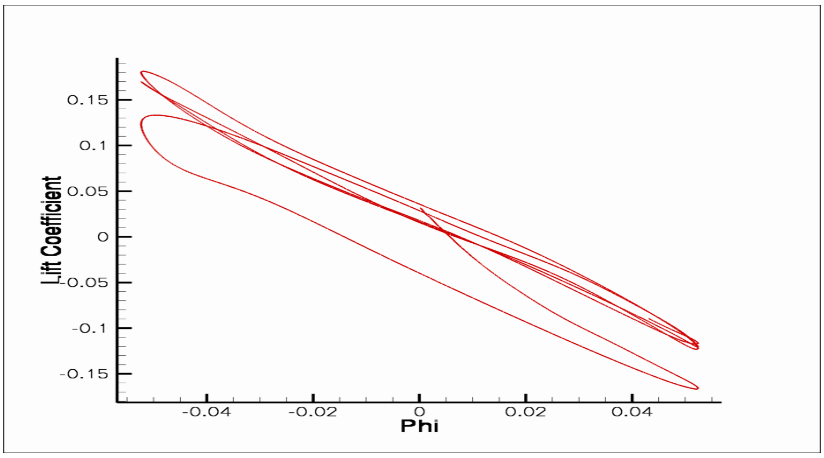
Matematický model

Výpočet nestacionárního obtékání profilu DCA 18% umístěného v kanále byl realizován na síti typu H pomocí MacCormackova schematu metody konečných objemů s Jamesonovou umělou vazkostí druhého řádu. Předepsané oscilace profilu byly modelovány využitím ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) metody. Simulovaný režim byl následující: vstupní Machovo číslo M= 0,526 přičemž amplituda vynucených kmitů byla rovna 3º a frekvence kmitání byla 30 Hz. Kmitání samotné bylo dáno rovnicí:

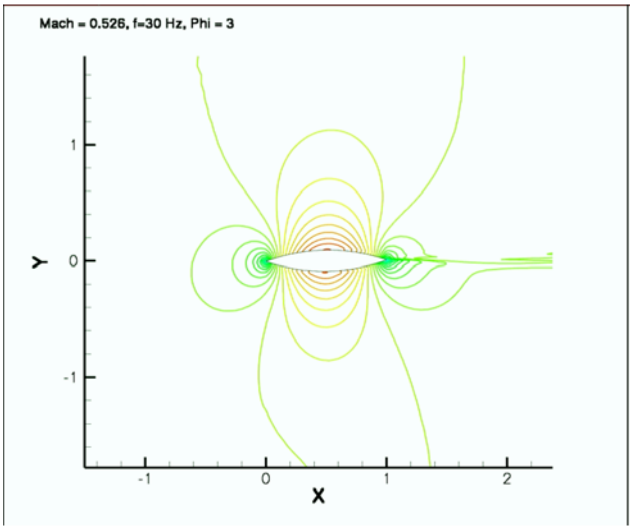
$$\varphi = \varphi_0 \sin(2\pi f t),$$

Kde φ [rad] je úhel rotace profilu měřený od vodorovné hladiny, φ_0 [rad] je amplituda oscilací, f [s^{-1}] je frekvence oscilací a *t* je čas.

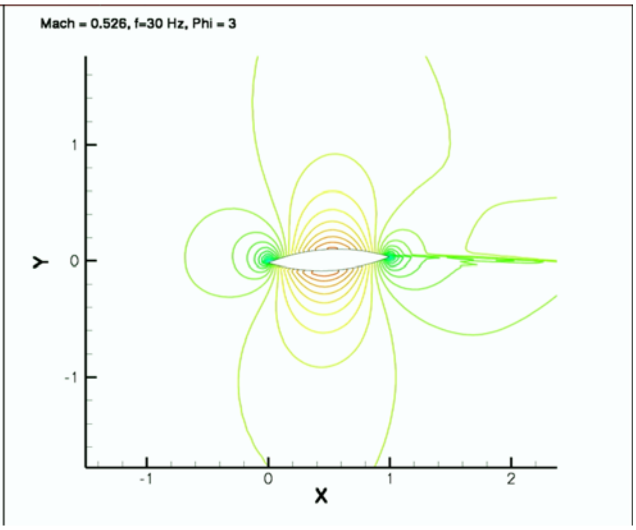
Numerické výsledky



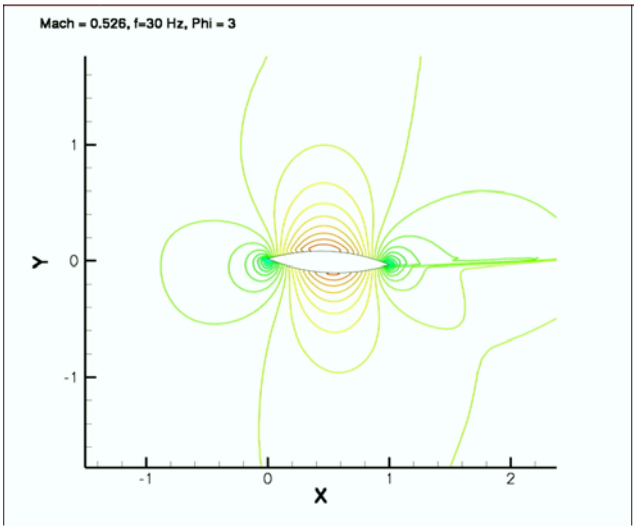
Obr. 11: *DCA 18%, průběh koeficientu vztlaku v závislosti na úhlu náběhu*



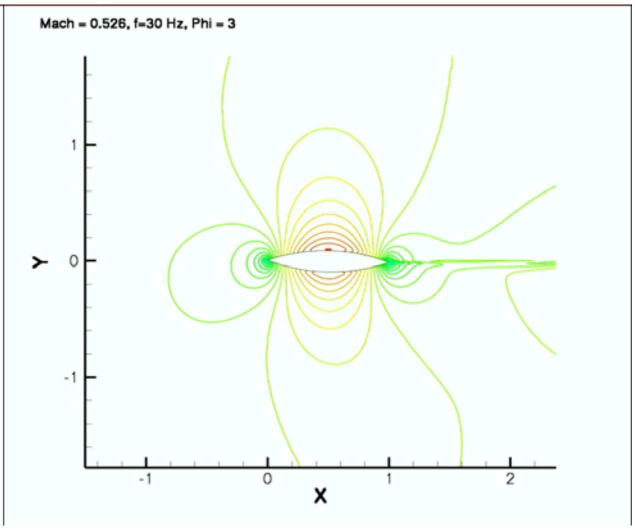
Obr. 12: DCA 18%, izočáry Machova čísla, začátek periody.



Obr. 13: DCA 18%, izočáry Machova čísla, 1/3 periody.



Obr. 24: DCA 18%, izočáry Machova čísla, 2/3 periody.



Obr. 15: DCA 18%, izočáry Machova čísla, konec periody.

Závěr

U výsledků pro trojrozměrné stacionární nevazké proudění je možné sledovat následující fakta:

a) chování v blízkosti náběžné hrany křídla je zachyceno poměrně dobře,

b) totéž platí o poloze rázové vlny na křídle (do 60% jeho délky),

c) o metodě 3 je možné říci, že více rozmazává rázovou vlnu, jde o užití velmi hrubé sítě,

d) metoda 2 posouvá druhou rázovou vlnu daleko k odtokové hraně - dále než ostatní metody,

e) řešení na spodní (přetlakové) straně křídla se zdá dobré.

V případě 2D nestacionárního nevazkého proudění jde pak o první aplikaci ALE metody, která bude dále rozvíjena v komplexnější aeroelastický model. Výsledky, které jsme touto metodou získali jsou uspokojivé. Celkově lze říci, že metody ukázaly to, co se očekávalo.

Poděkování

Práce byla realizována za finanční podpory z prostředků státního rozpočtu prostřednictvím projektu Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy MSM 0001066902 a MSM 6840770010.

Literatura:

[1] Roe P. L.: *Approximate Riemann Solvers, Parameter Vector and Difference Schemes*; J. Comput. Phys. vol 43, pp 357 - 372. 1981.

[2] Halama J.: *Numerical Solution of Flow in turbine Cascades and Stages*; PhD thesis, Czech Technical University in Prague, Faculty of Mechanical Engineering, Praha, 2003.

[3] Barth T. J. and Jesperson D. C.: *The Design of Upwind Schemes on Unstructured Meshes*; AIAA Paper 89–0366. 1989.

[4] Bruno Koobus and Charbel Fahrat: *Second-order time-accurate and geometrically conservative implicit schemes for flow computations on unstructured dynamic meshes*; Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 170:103–129, 1997.

[5] Dobeš, J., Fořt, J., Furst J., Furmánek P., Kladrubský, M., Kozel, K., Louda, P.: *Numerical Solution of Transonical Flow around a Profile and a Wing II*; Výzkumná zpráva V-1850/05, VZLÚ, a.s., 2005