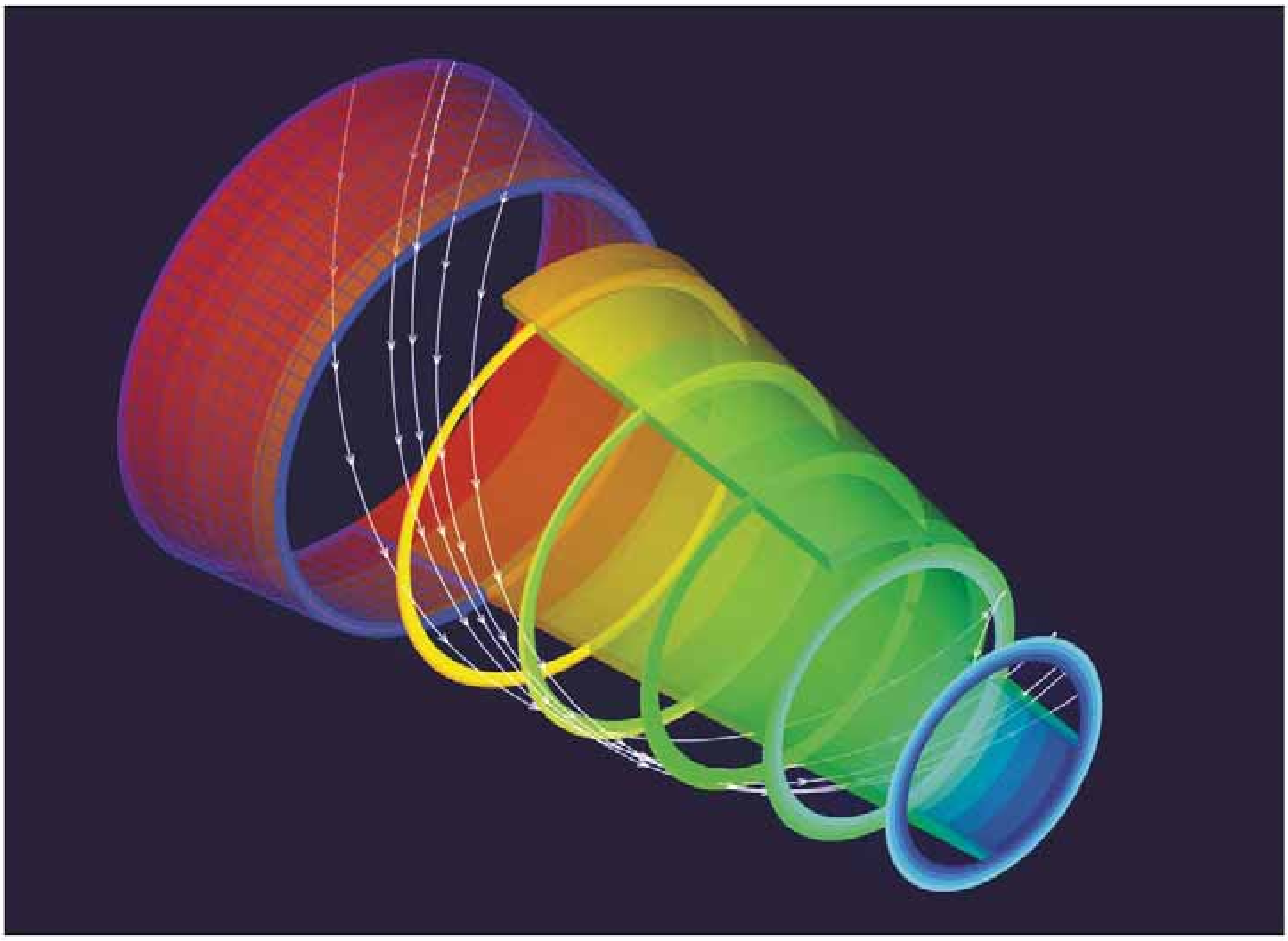
TRANS FER

Výzkum a vývoj pro letecký průmysl

č. 10 / 2009



Toto číslo elektronického sborníku obsahuje příspěvky přednesené na IX. semináři VZLÚ - Věda, výzkum a vývoj v českém leteckém průmyslu, jehož téma bylo **"Modelování proudění v leteckých a průmyslových aplikacích"**.

ISSN 1801 - 9315

VZLÚ, a. s., Beranových 130, 199 05 Praha - Letňany
Tel.: +420 225 115 332, Fax: +420 286 920 930, e-mail: info@vzlu.cz, www.vzlu.cz

TRANSFER

Výzkum a vývoj pro letecký průmysl

Elektronický sborník VZLÚ, a.s.

Číslo 10, září 2009, 4. ročník

Adresa redakce:

Výzkumný a zkušební letecký ústav, a.s.

Beranových 130, 199 05 Praha 9, Letňany

Tel.: 225 115 223, fax: 286 920 518

Šéfredaktor:

Ing Ladislav Vymětal (e-mail: vymetal@vzlu.cz)

Technický redaktor, výroba:

Stanislav Dudek (dudek@vzlu.cz)

Vydavatel: Výzkumný a zkušební letecký ústav, a.s.

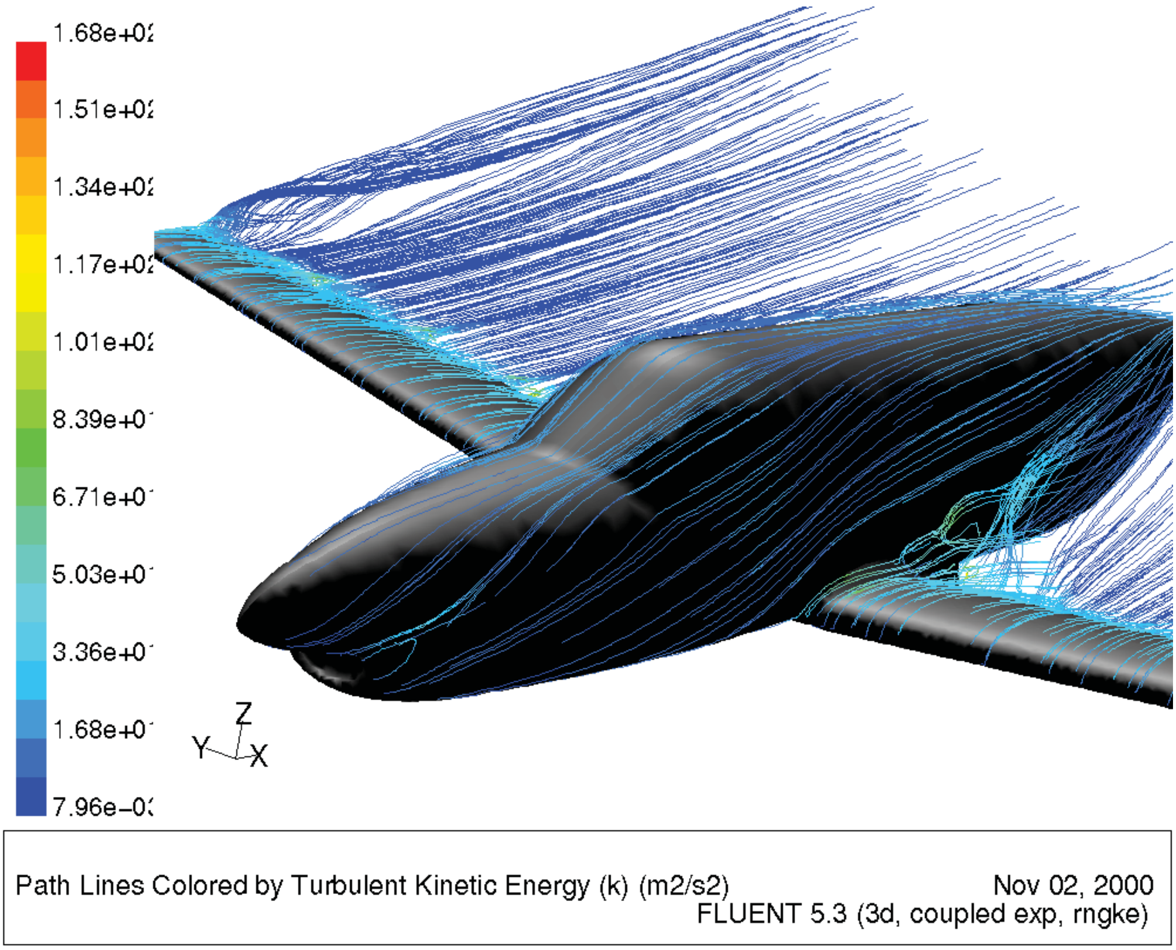
Vychází nepravidelně na webových stránkách www.vzlu.cz u příležitosti seminářů pořádaných VZLÚ.

9. vědeckotechnický seminář

Dne 22. září 2009 se ve Výzkumném a zkušebním leteckém ústavu, a.s., v Praze uskutečnil 9. vědecko-technický seminář, už po čtvrté specializovaný na problematiku proudění, nazvaný *"Modelování proudění v leteckých a průmyslových aplikacích*".

Pravidelný seminář navazuje na tradici kolokvií o aplikované aerodynamice, přičemž kromě letectví se stále častěji zaměřuje také na další aplikace, jako jsou například lopatkové stroje, vozidla, větrné inženýrství, textilní průmysl apod. Svým záběrem seminář pokrývá především problematiku matematického modelování proudění (CFD), ale i zde využívá srovnání výsledky s experimentálním výzkumem. Během jednodenního semináře byla přednesena řada příspěvků, jejichž převážnou část touto cestou publikujeme.

* * *



(Pouze ilustrativní obr.)

Obsah sborníku

Řešení proudového pole křídla se zaměřením na indukované jevy

Ing. Štěpán Zdobinský, Ústav letadlové techniky, ČVUT FS

Toto téma je řešeno v rámci disertační práce, jejímž cílem je zjistit vliv tvaru konce křídla na indukovaný odpor. Způsoby zakončení křídla jsou zaměřeny především na kategorii ultralehkých letadel. Analýza indukovaného odporu je prováděna pomocí CFD na křídle poskytnutém firmou TL Ultralight a je podložena srovnáním s experimenty.

Náplň práce

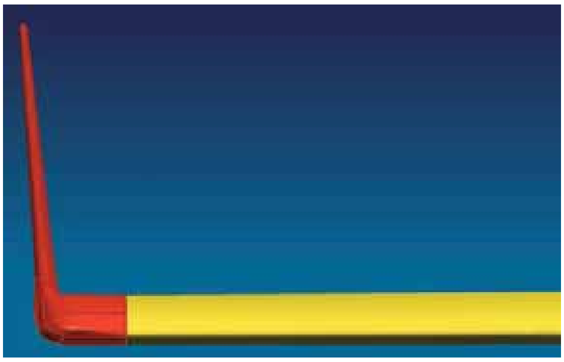
Pro ověření CFD numerického řešiče byl převzat experiment od Ing. Anderleho, PhD. Tento experiment byl zaměřen na měření rychlostního pole v úplavu za koncem křídla v několika rovinách a při různých úhlech náběhu. V tomto případě silové měření provedeno nebylo. Křídlo pochází z větroně a je zakončeno wingletem, obr. 1.

Další ověřovací experiment, který byl poskytnut od VZLÚ, je silové měření se dvěma způsoby zakončení křídla. Při srovnávání bude v tomto případě kladen největší důraz na rozdíly mezi dvěma typy zakončení křídla v experimentu a v CFD simulaci, která probíhá.

Obr. 1 Winglet na křídle větroně z ověřovacího experimentu

Dalším krokem je vytvoření 3D modelů zakončení na křídle poskytnutém firmou TL Ultralight. Byly vybrány případy, které se na UL letounech často vyskytují, viz tab. 1.

Winglet - *s tímto typem zakončení křídla byl proveden experiment, při kterém bylo proměřeno rychlostní pole v úplavu za křídlem.*



Obr. 2

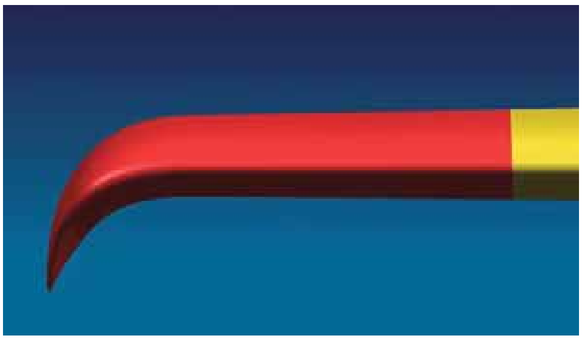
Obr. 3

Rounded - *je referenční varianta pro ostatní případy.*

Obr. 4

Obr. 5

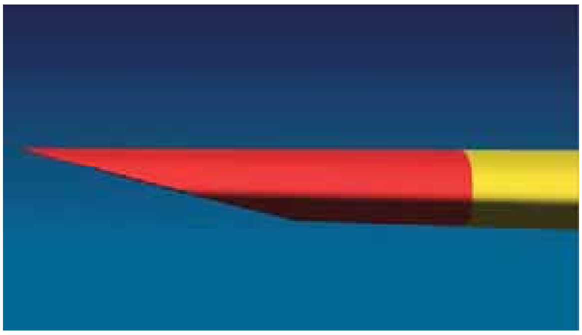
Droped - *tato varianta byla poskytnuta i s křídelm firmou TL Ultralight. Toto křídlo je použito i pro všechny srovnávané CFD simulace.*



Obr. 6

Obr. 7

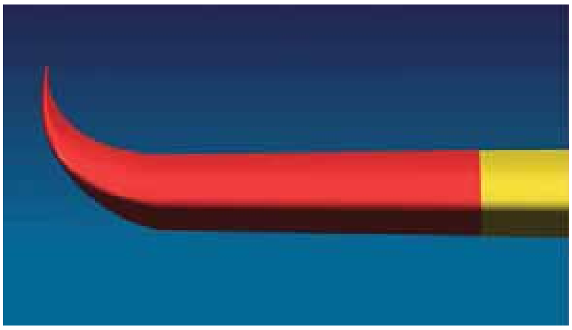
Cut *– jednoducý způsob zakončení křídla vznikl odříznutím konce pod úhlem 15°.*



Obr. 8

Obr. 9

Upward *- vznikl modifikací varianty Droped směrem vzhůru.*

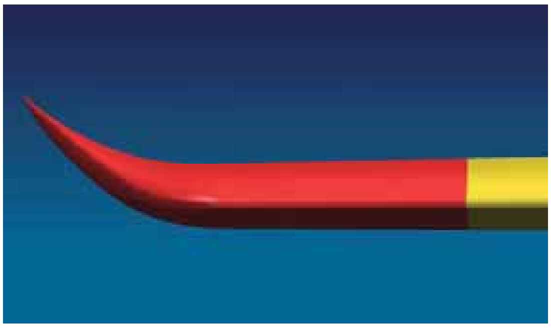


Obr. 10

Obr. 11

Obr.12

Eliptic - *zakončení bylo poskytnuto firmou KAPPA. CFD výpočet se zatím připravuje.*



Obr. 16

Obr. 17

Obr. 5

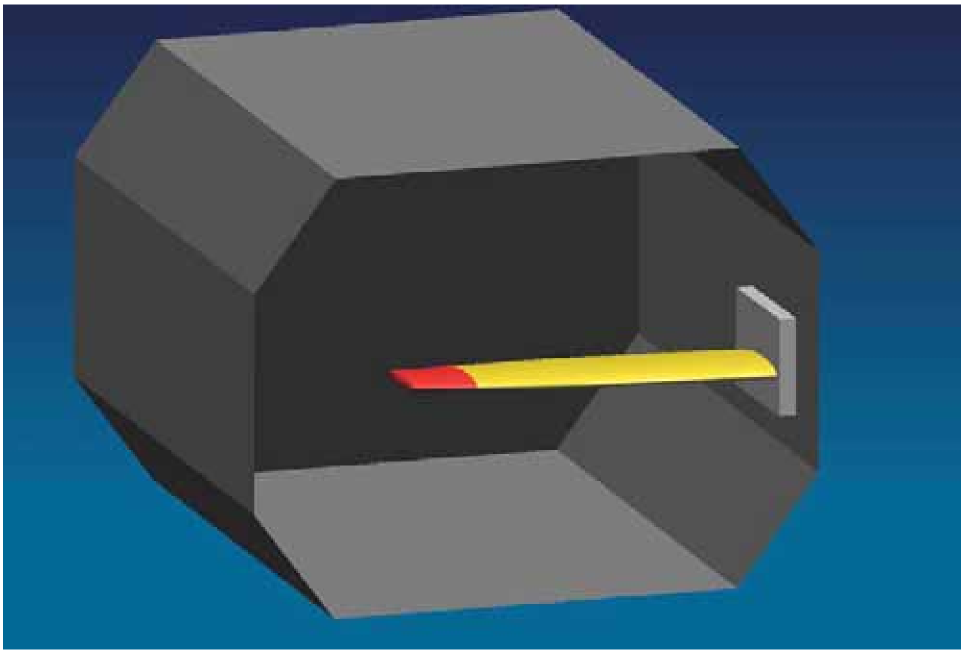
Analýza výsledků

Vzhledem k tomu, že první jmenovaný experiment byl proveden na jiném křídle, než probíhá analýza ostatních zakončení křídla, není uveden v srovnávacích grafech.

Pro větší názornost byl vliv křídla ze součinitelů odečten a součinitelé jsou vztaženy na konce křídla označené červenou barvou se stejnou omočenou plochou ve všech případech. Kontrolní výpočetní objem odpovídá svým tvarem aerodynamickému tunelu, ve kterém byl proveden experiment s proměřením rychlostního proudového pole v úplavu za křídlem. V okrajových podmínkách jsou stěny tunelu řešeny jako vazké.

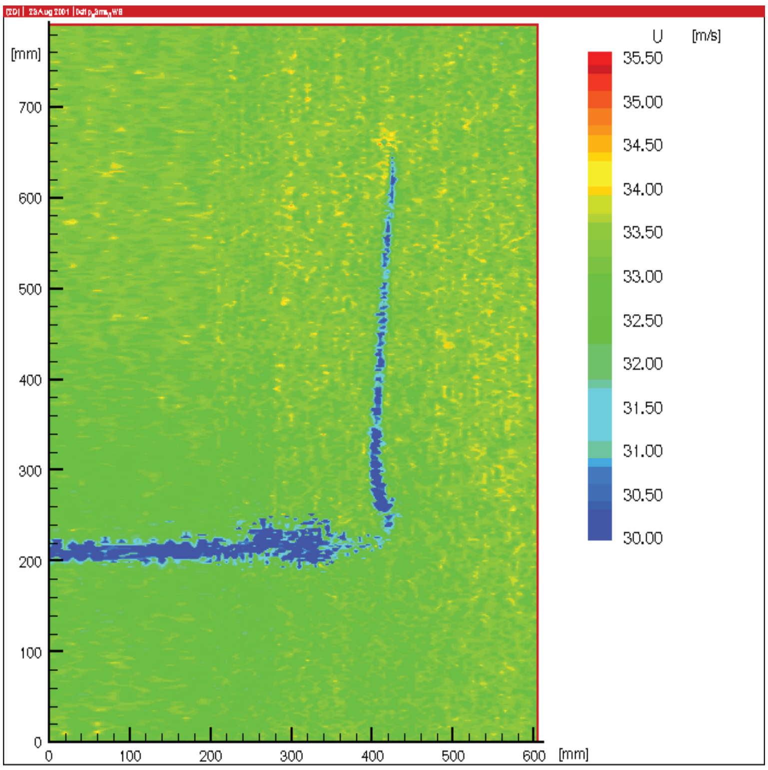
Simulace je prováděna pro tři režimy letu: režim maximální rychlosti při úhlu náběhu 0°, optimální režim při úhlu náběhu 4° a ekonomický režim při úhlu náběhu 14°.

Kontrolní objem obsahuje kolem 2,5 mil. výpočetních buněk. Jako model turbulence byl zvolen k-ω, SST s nestrukturovanou sítí.

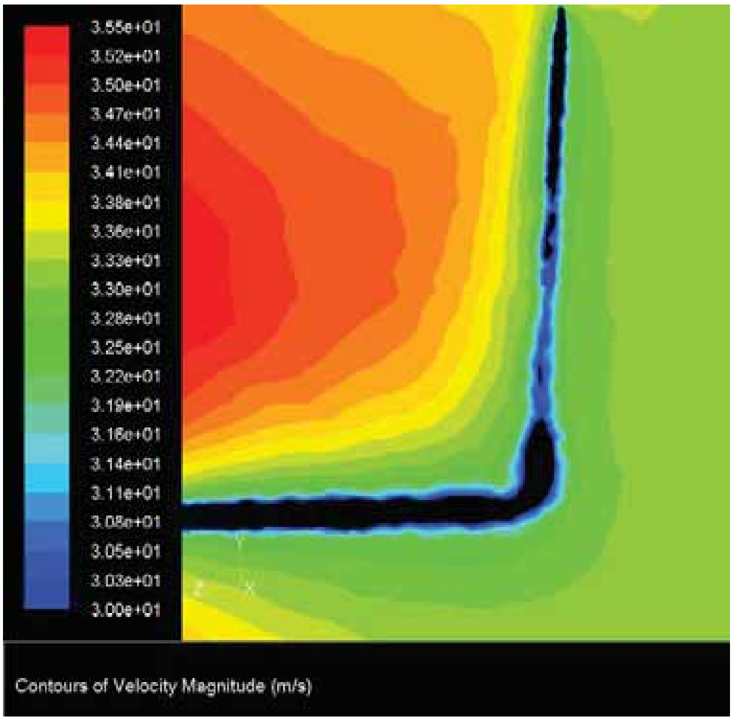


Obr. 6 Kontrolní výpočetní objem

Porovnání experimentu a CFD simulace



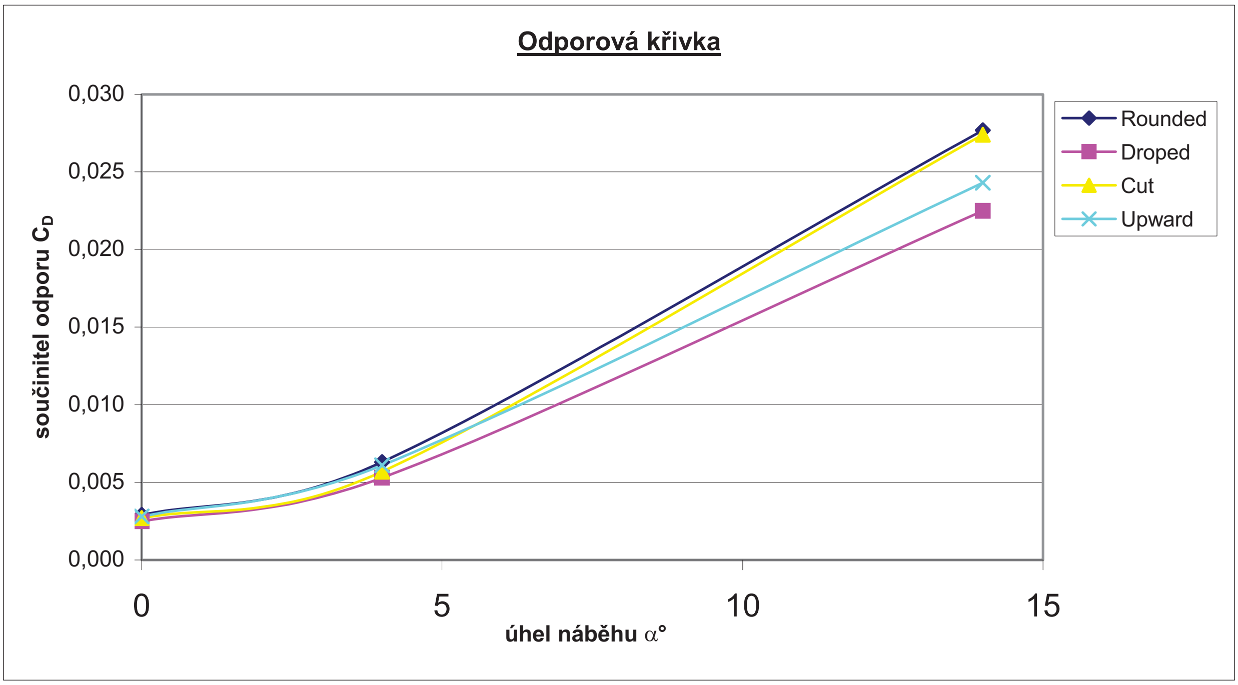
Obr. 7 Převzatý experiment s proměřeným rychlostním polem



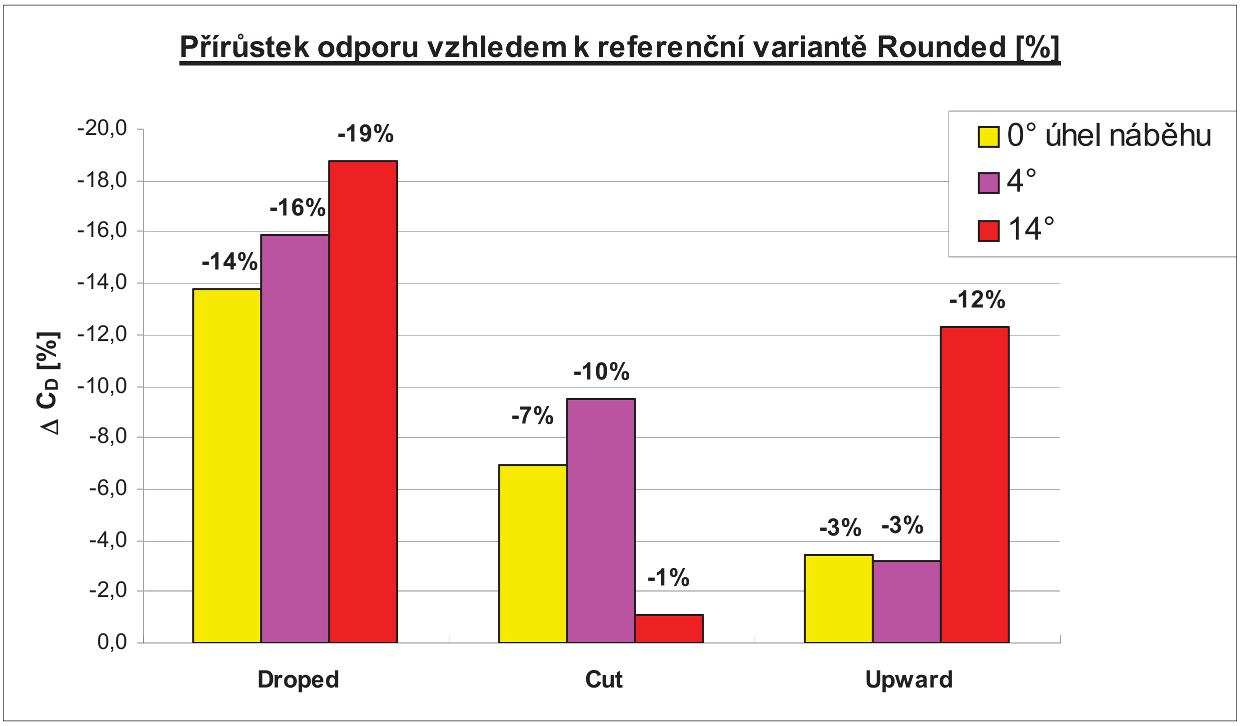
Obr. 8 CFD simulace řešeného rychlostního pole

Tato ukázka z prvně jmenovaného experimentu je při úhlu náběhu 0°, rovina zobrazení je vedena na úrovni odtokové hrany wingletu. Rychlostní pole pod křídlem a vně wintletu dobře koresponduje s se střední rychlostí z experimentu s chybou do 1 %. Rychlostní pole nad křídlem se spíše blíží fluktuacím rychlostí z experimentu. Chyba výpočtu se tedy pohybuje do 8% vzhledem ke střední rychlosti proudu.

Součinitel odporu C_D

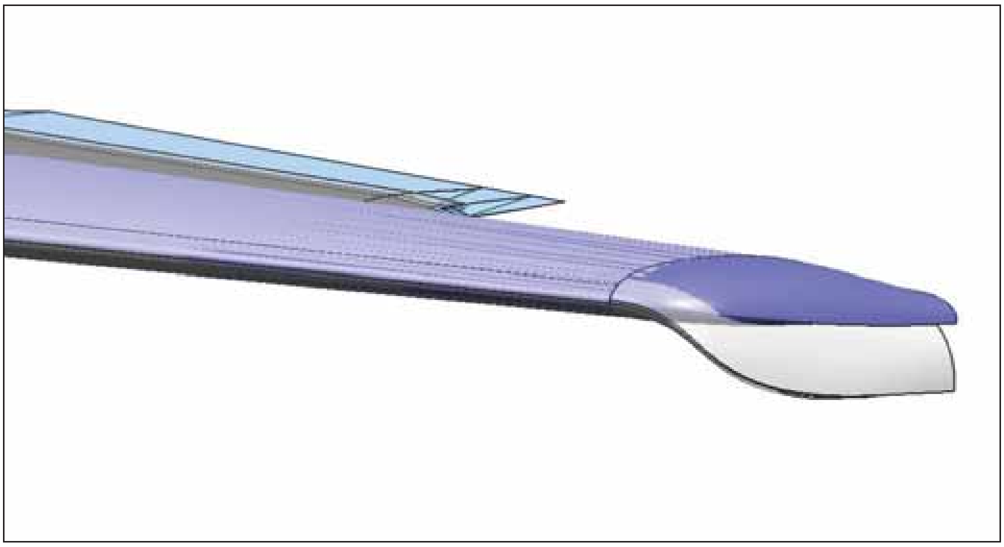


Graf 1



Graf 2

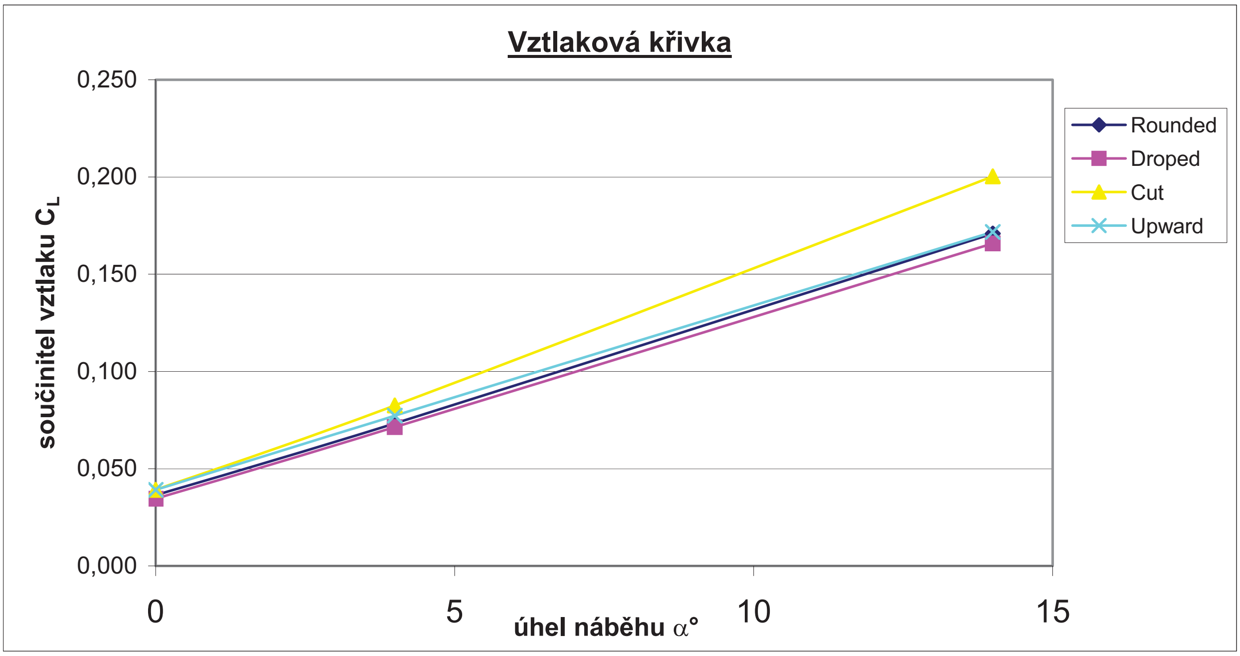
Největšího snížení odporu dosahuje varianta Droped a to ve všech režimech letu, viz *grafy 1* a *2*. Při letových zkouškách se však letoun s tímto způsobem zakončení choval jako příčně staticky nestabilní. Náprava byla provedena modifikací tvaru, která bude následně podrobena CFD simulaci, viz *obr. 7*.



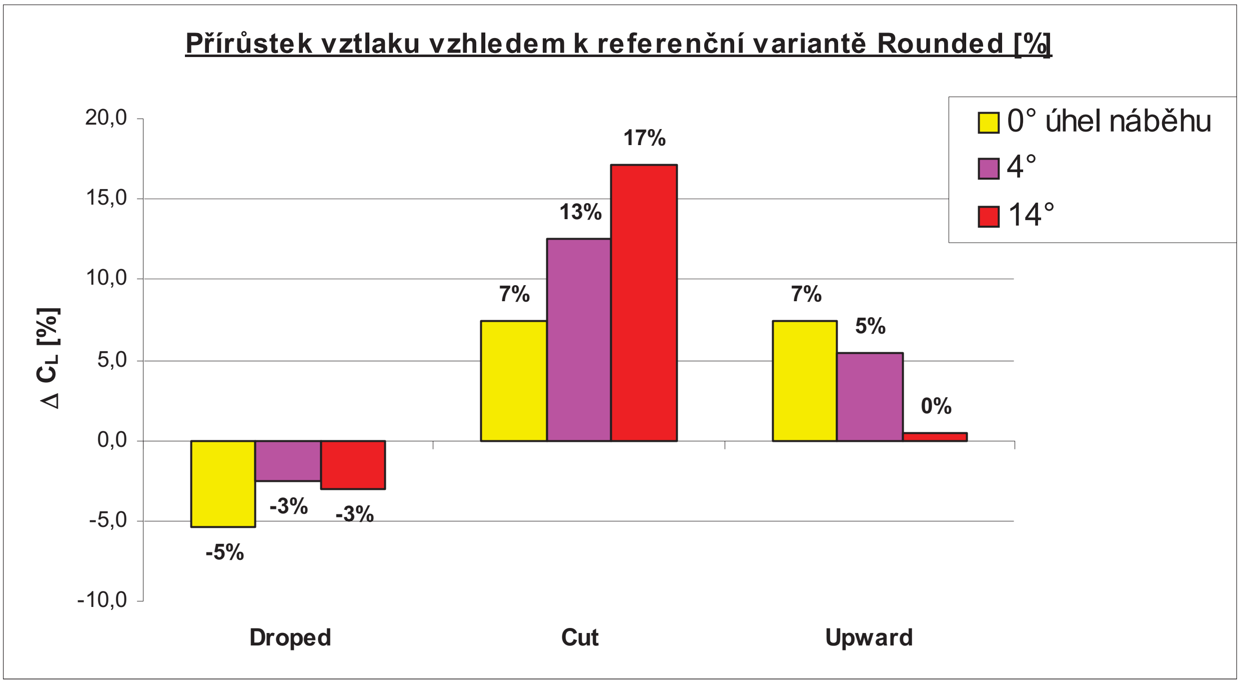
Obr. 7 Modifikace pův. varianty Droped (bílá barva) na nový tvar (modrá barva)

Dále z uvedených grafů vyplývá, že varianta Cut je výhodnější pro nižší úhly náběhu a naopak varianta Upward je výhodnější pro vyšší úhly náběhu.

Součinitel vztalku C_L



Graf 3



Graf 4

Nejvyššího přírůstku součinitele vztlaku dosahuje varianta Cut , který s roste s rostoucím úhlem náběhu. Varianta Upward se vyznačuje opačným trendem, souč. vztlaku s úhlem náběhu klesá a dosahuje nižších hodnot.

Varianta Droped naopak snižuje souč. vztlaku. Trend se však s úhlem náběhu nemění.

Závěr

Optimálním tvarem konce křídla je zatím varianta Upward, tedy orientována směrem nahoru, s nízkým součinitelem odporu při zachování příčné statické stability. Zakončení typu Droped se skloněným koncem křídla bude ještě podrobněji analyzováno.

Později budou analyzovány ještě další typy zakončení křídla s cílem vytvořit obecná pravidla pro návrh, resp. optimalizaci tvaru konce křídla, což by měl být přínos této disertační práce.

Součástí analýzy bude také porovnání charakteristik křídla jako celku při změnách jeho zakončení. Dále bude porovnána účinnost jednotlivých variant oproti složitosti tvaru a návrhu.

Literatura:

[1] Atkinson, R.: *A New Wing Tip With Improved Lift, Drag and Stall Performance*; Volume 21, Number 3, Technical Soaring, July 1997

[2] Nicks, O.: *A Physical View of Wing Aerodynamics*; Volume 21, Number 3, Technical Soaring, July 1997

[3] Jupp, J.: *Wing Aerodynamics and the Science of Compromise*; Paper No. 2686, November 2001

[4] Jupp, J.: *Winglet Design for Sailplanes*; Paper No. 2686, November 2001

[5] Butt, G.: *Untersuchungen über die strukturmechanischen und aeroelastischen Einflüsse von Winglets*; Fakultät von Maschinenwesen, Bellshill/Schottland, Februar 1987

Simulace nuceného kmitání profilu s k-omega turbulentním modelem

RNDr. Jaroslav Pelant, CSc., RNDr. Martin Kyncl

Příspěvek se zabývá prouděním vazké stlačitelné tekutiny. Numericky řeší Navier-Stokesovy rovnice s k-omega modelem turbulence na pohyblivých sítích. Popisuje numerickou metodu a ukazuje zacházení s numerickými okrajovými podmínkami. Byla použita explicitní metoda konečných objemů s duální sítí pro výpočet vazkých členů. K výpočtu numerických toků přes hranici byla použita modifikace Riemannova problému s preferencí celkového tlaku a teploty na vstupu, na výstupu pak modifikace s preferencí tlaku. Je také ukázáno použití okrajové podmínky pro pohyblivou stěnu. Přesnost zvyšuje použití schémat Van Leer, Van Albada. Navrhovaná metoda byla naprogramována a využití ukázáno na příkladu kmitajícího profilu s vnucenou amplitudou a frekvencí kolem daného bodu.

1. Formulace Navier-Stokesových rovnic pro turbulentní proudění

Budeme uvažovat Navier-Stokesovy rovnice v konzervativním tvaru s dimenzemi. Aplikujeme zákony zachování hmotnostni, hybnosti a energie pro dané kontrolní objemy, přes které proudí uvažovaná tekutina. Ve třídimenzionálním případě mají Navier-Stokesovy rovnice následující tvar

$$\frac{\partial}{\partial t}q+\frac{\partial}{\partial x}f(q)+\frac{\partial}{\partial y}g(q)+\frac{\partial}{\partial z}h(q)-\left(\frac{\partial}{\partial x}r(q)+\frac{\partial}{\partial y}s(q)+\frac{\partial}{\partial z}d(q)\right)=0 \quad (1)$$

kde

$$q=(\rho,\rho u,\rho v,\rho w,e)$$

$$f(q)=(\rho u,\rho u^2+p,\rho uv,\rho uw,(e+p)u)$$

$$g(q)=(\rho v,\rho vu,\rho v^2+p,\rho vw,(e+p)v)$$

$$h(q)=(\rho w,\rho wu,\rho wv,\rho w^2+p,(e+p)w)$$

$$r(q)=\left(0,\tau_{xx},\tau_{xy},\tau_{xz},u\tau_{xx}+v\tau_{xy}+w\tau_{xz}+\left(\frac{\mu}{P_r}+\frac{\mu_T}{P_{r_T}}\right)\frac{\kappa\,\partial\varepsilon}{\partial x}\right)$$

$$s(q) = \left(0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, \tau_{zy}, u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{zy} + \left(\frac{\mu}{P_r} + \frac{\mu_T}{P_{r_T}} \right) \frac{\kappa\, \partial \varepsilon}{\partial y} \right)$$

$$d(q) = \left(0, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{zz}, u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} + \left(\frac{\mu}{P_r} + \frac{\mu_T}{P_{r_T}} \right) \frac{\kappa\, \partial \varepsilon}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{xx} = (\mu + \mu_T)\left(+\frac{4}{3}\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{2\rho k}{3}$$

$$\tau_{yy} = (\mu + \mu_T)\left(-\frac{2}{3}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{4}{3}\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{2\rho k}{3}$$

$$\tau_{zz} = (\mu + \mu_T)\left(-\frac{2}{3}\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{4}{3}\frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{2\rho k}{3},$$

a

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = (\mu + \mu_T)\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = (\mu + \mu_T)\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = (\mu + \mu_T)\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right),$$

kde p značí tlak, ρ hustotu, (u, v, w) je vektor rychlosti, a x, y, z prostorové souřadnice , symbolem t pak označujeme čas. Dále k je turbulentní kinetická energie, ω turbulentní disipace, P_r laminární a P_{r_T} turbulentní Prandtlova konstanta, μ je dynamický koeficient viskozity závislý na teplotě, $\mu_T = \rho k / \omega$ je vírový-vazký koeficient. V rovnici pro energii, e značí celkovou energii.

$$e = \rho\varepsilon + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2 + w^2).$$

Zde e je vnitřní energie jednotky hmotnosti tekutiny, $\kappa > 1$ adiabatická konstanta. Systém rovnic (1) je otevřený systém pro turbulentní proudění. Je-li kinetická turbulentní energie $k = 0$, pak systém rovnic (1) představuje uzavřený systém Navier-Stokesových rovnic pro laminární proudění. Pokud $k = 0$ a $\mu = 0$, pak o systému (1) mluvíme jako o Eulerových rovnicích. Systém (1) můžeme psát v diferenciální symbolické podobě

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + \frac{\partial \beta_i}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_i}{\partial y} + \frac{\partial \delta_i}{\partial z} = 0$$

a v integrálním tvaru

$$\int_{\Delta t} \mathrm{d}t \int_{\partial\Omega} ((\beta_i, \gamma_i, \delta_i), n)\mathrm{d}s = -\int_{\Delta t} \mathrm{d}t \int_{\Omega} \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z,$$

s $i = 1,2,3,4,5$, Ω je oblast z prostoru $\mathrm{R}^3(x, y, z)$. (,) značí skalární součin, n je normálový vektor k ploše $\partial\Omega$ s kladnou orientací danou směrem vnější normály. s je integrální míra v ploše $\partial\Omega$. S použitím integrální formy můžeme studovat obecné proudění s rázovými vlnami. Například můžeme použít jedno-dimenzionální systém rovnic jako prediktor k numerické metodě ve vybraných bodech sítě aproximující oblast Ω.

2. k- omega turbulentní model

Turbulentní model proudění popisujeme následujícími rovnicemi

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u}{\partial x} + \frac{\partial \rho k v}{\partial y} + \frac{\partial \rho k w}{\partial z} = P_k - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x}\left(\left(\mu + \sigma_k \mu_T\right)\frac{\partial k}{\partial x}\right) +$$
$$+ \frac{\partial}{\partial y}\left(\left(\mu + \sigma_k \mu_T\right)\frac{\partial k}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\left(\mu + \sigma_k \mu_T\right)\frac{\partial k}{\partial z}\right) \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho \omega u}{\partial x} + \frac{\partial \rho \omega v}{\partial y} + \frac{\partial \rho \omega w}{\partial z} = P_\omega - \beta^* \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x}\left(\left(\mu + \sigma_\omega \mu_T\right)\frac{\partial \omega}{\partial x}\right) +$$
$$+ \frac{\partial}{\partial y}\left(\left(\mu + \sigma_\omega \mu_T\right)\frac{\partial \omega}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\left(\mu + \sigma_\omega \mu_T\right)\frac{\partial \omega}{\partial z}\right) + C_D, \qquad (3)$$

kde k turbulentní kinetická energie a ω turbulentní disipace jsou funkcemi času t a prostorových proměnných x, y, z. Produkční členy P_k a P_ω jsou dány vzorci

$$P_k = \tau_{xx}\frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy}\frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{yx}\frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy}\frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{xz}\frac{\partial u}{\partial z} + \tau_{zx}\frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{yz}\frac{\partial v}{\partial z} + \tau_{zy}\frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz}\frac{\partial w}{\partial z},$$

s výrazy τ definovanými v kapitole 1. pro $\mu = 0$.

$P_\omega = \dfrac{\alpha_\omega \omega P_k}{k}$, kde $\alpha_\omega = \dfrac{\beta}{\beta^*} - \dfrac{\sigma_\omega \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}$, σ_k, β^*, β, $\sigma_{\omega,}$ κ jsou konstanty uvedené v [4].

C_D je definováno následovně

$$C_D = \sigma_d \frac{\rho}{\omega} \max\left\{\frac{\partial k}{\partial x}\frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial y}\frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\partial k}{\partial z}\frac{\partial \omega}{\partial z}, 0\right\},$$

kde σ_d je konstanta. Turbulentní model k-ω (2), (3) s rovnicemi (1) představuje uzavřený systém rovnic.

3. Modifikace Riemannova problému pro turbulentní proudění v 1D

V této kapitole zredukujeme systém rovnic (1) do tvaru

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u\rho}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (p + \rho u^2 + 2\rho k/3)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \rho(\varepsilon + \frac{1}{2}u^2)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u(\varepsilon + \frac{1}{2}u^2) + pu + 2\rho k u/3)}{\partial x} = 0.$$

Nyní definujeme abstraktní tlak $\tilde{p} = p + 2\rho k/3$. Po změně značení se dostáváme ke tvaru rovnic

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u\rho}{\partial x} = 0 \qquad (4)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (p + \rho u^2)}{\partial x} = 0 \qquad (5)$$

$$\frac{\partial \rho(\varepsilon + \frac{1}{2}u^2)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u(\varepsilon + \frac{1}{2}u^2) + pu)}{\partial x} = 0. \qquad (6)$$

Zajímá nás řešení těchto rovnic v libovolně malém okolí zvoleného bodu se zadanou počáteční podmínkou, danou obecně různými stavy ve zmíněném okolí bodu. To představuje tzv. Riemannův problém pro 1D Eulerovy rovnice. Problém má entropicky slabé řešení, uvedeno např. ve [3]. Řešení vede k nelineární soustavě algebraických rovnic, nelze ho vyjádřit explicitně, ale můžeme ho získat s libovolnou přesností. Zmiňované algebraické rovnice jsou uvedeny např. ve [3], [5].

4. Okrajová podmínka pro stěnu v pohybu

Předpokládejme pohybující se hranici $\delta\Omega$, zvolme bod X na této hranici. Pohyb bodu X hranice $\delta\Omega$ nechť je popsán vektorem U, V, W v čase t. Osa x a U nechť má směr vnější normály k hranici $\delta\Omega$ v bodě X. Zanedbáme derivace v tečných směrech, a analogicky k myšlenkám z kapitoly 3. se dostaneme k problému jednodimenzionálních rovnic (4), (5), (6). Zde platí $k = 0$ na pevné stěně.

Protože jsme na okraji oblasti, máme v okolí zvoleného bodu X k dispozici pouze jednostrannou počáteční podmínku danou zevnitř oblasti stavovými veličinami p_1, u_1, ρ_1. To k jednoznačnému řešení (slabému) problému nestačí. Známe však rychlost U pohybu bodu X hranice $\delta\Omega$ v normálovém směru.

Stavový vektor v okolí bodu X splňuje nelineární algebraické rovnice plynoucí z řešení obecného problému z kapitoly 3. Jejich řešením je možné získat hodnotu tlaku P a hustoty R v bodě (X,t). Rovnice jsou odvozeny např. v [3], [5].

Pro $U \le u_1$ dostáváme rázovou vlnu směřující do oblasti Ω. Tlak P za rázovou vlnou je řešením rovnice

$$-U + u_1 = \frac{P - p_1}{\sqrt{\rho_1\left(\frac{\kappa+1}{2}P + \frac{\kappa-1}{2}p_1\right)}}.$$

Což dává

$$P = \frac{1}{2}\left(2p_1 + \frac{\kappa+1}{2}\rho_1(u_1 - U)^2 \pm \sqrt{D_{is}}\right),$$

kde

$$D_{is} = \left(2p_1 + \rho_1\frac{\kappa+1}{2}(u_1 - U)^2\right)^2 - 4p_1^2 + 4(u_1 - U)^2\rho_1\frac{\kappa-1}{2}p_1.$$

Nerovnost $p_1 \le P$ musí být splněna. To však splňuje pouze řešení se znaménkem plus. V případě záporného znaménka dostáváme $8p_1\rho_1\frac{\kappa-1}{2}(u_1 - U)^2 \le 0,$ což není možné. Hustota za vlnou, a tedy i limitně v bodě (X,t), je pak $R = \frac{a_1\rho_1}{a_1 - \rho_1(u_1 - U)}$, kde $a_1 = \sqrt{\rho_1\left(\frac{\kappa+1}{2}P + \frac{\kappa-1}{2}p_1\right)}$.

Rychlost rázové vlny je pak $D_1 = u_1 - \frac{a_1}{\rho_1}$.

V případě $U > u_1$ bude zasahovat směrem do oblasti Ω tzv. vlna zředění. Tlak P za touto vlnou je dán rovnicí

$$U = u_1 + \frac{2}{\kappa-1}c_1\left(1 - \left(\frac{P}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}}\right), \quad c_1 = \sqrt{\frac{\kappa p_1}{\rho_1}}.$$

Řešením je

$$P = p_1\left(\frac{-U + u_1 + \frac{2}{\kappa-1}c_1}{\frac{2}{\kappa-1}c_1}\right)^{\frac{2\kappa}{\kappa-1}}.$$

Dále je potřeba určit rychlosti hranice vlny zředění $D_1 = u_1 - c_1$ a $D_1^* = U - c_1^*$.

Rychlost c_1^* zde určíme z rovnice $U = u_1 + \frac{2}{\kappa - 1} c_1 - \frac{2}{\kappa - 1} c_1^*$. Hustota R za vlnou zředění, a tedy i limitně v bodě (X, t), splňuje $R = \rho_1 \left(\frac{P}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$.

5. Numerická metoda pro pohybující-se sítě ve 2D

Uvažujme čtyřúhelníkovou síť danou body $(x_{j,k}, y_{j,k})\, j = 1,.., J, k = 1,.., K$ aproximující danou oblast v čase t. Tvar oblasti a tedy i sítě buď obecně závislý na čase. Body $(xx_{j,k}, yy_{j,k})$ nechť definují čtyřúhelníkovou síť se stejným indexováním, aproximující danou oblast v čase $t + \tau$. Všechny body definují třídimenzionální buňky $\Omega_{j,k}$ v prostoru $\mathrm{R}^3(t, x, y)$. K ukázání principu naší metody zvolme libovolnou buňku sítě. Pro zjednodušení, nechť je dána buňka

$$\Omega = ((x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4), (xx_1, yy_1), (xx_2, yy_2), (xx_2, yy_3), (xx_4, yy_4)).$$

Nyní použijeme soustavu rovnic (1), (2), (3) v symbolické podobě

$$\iint_{\partial\Omega} ((\alpha_i, \beta_i, \gamma_i), n) \mathrm{d}s = \iiint_{\Omega} f_i(x, y, t) \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t, \tag{7}$$

kde $i = 1,2,3,4,5,6$. Ω je z prostoru $\mathrm{R}^3(t, x, y)$. (,) značí skalární součin. n je normálový vektor k $\partial\Omega$ s kladnou orientací ve vnějším směru, s označuje integrální míru v ploše $\partial\Omega$. Nyní použijme rovnici (7) pro danou buňku Ω. Označme Ω_d spodní stěnu buňky Ω v čase t, Ω_u označme horní stěnu v čase $t + \tau$ a Ω_f, Ω_r, Ω_l, Ω_h nechť jsou zbylé stěny buňky. Integrální rovnice (7) bude mít tvar

$$\alpha_i^u \| \Omega_u \| - \alpha_i^d \| \Omega_d \| + Q_f + Q_r + Q_l + Q_h = \iiint_{\Omega} f_i(x, y, t) \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t, \tag{8}$$

kde

$$\| \Omega_d \| = \frac{1}{2}((x_3 - x_1)(y_4 - y_2) - (x_4 - x_2)(y_3 - y_1)) = \Omega(x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4),$$

a analogicky

$$\| \Omega_u \| = \Omega(xx_1, yy_1, xx_2, yy_2, xx_3, yy_3, xx_4, yy_4)$$

$$\| \Omega_r \| = \Omega(x_2, y_2, xx_2, yy_2, xx_1, yy_1, x_1, y_1)$$

$$\| \Omega_f \| = \Omega(x_1, y_1, xx_1, yy_1, xx_4, yy_4, x_4, y_4)$$

$$\| \Omega_h \| = \Omega(x_3, y_3, xx_3, yy_3, xx_2, yy_2, x_2, y_2)$$

$$\| \Omega_l \| = \Omega(x_4, y_4, xx_4, yy_4, xx_3, yy_3, x_3, y_3)$$

$$Q_r = \alpha_i^r \| \Omega_r \| + \beta_i^r \tau(\bar{y}_2 - \bar{y}_1) - \gamma_i^r \tau(\bar{x}_2 - \bar{x}_1)$$

$$Q_f = \alpha_i^f \,\|\Omega_f\| + \beta_i^f \tau(\bar{y}_1 - \bar{y}_4) - \gamma_i^f \tau(\bar{x}_1 - \bar{x}_4)$$

$$Q_h = \alpha_i^h \,\|\Omega_h\| + \beta_i^h \tau(\bar{y}_3 - \bar{y}_2) - \gamma_i^h \tau(\bar{x}_3 - \bar{x}_2)$$

$$Q_l = \alpha_i^l \,\|\Omega_l\| + \beta_i^l \tau(\bar{y}_4 - \bar{y}_3) - \gamma_i^l \tau(\bar{x}_4 - \bar{x}_3),$$

s označením

$$\bar{x}_i = \frac{x_i + xx_i}{2}, \; \bar{y}_i = \frac{y_i + yy_i}{2}.$$

Horní index u α_i, β_i, γ_i znamená hodnotu na stěně stejného značení. Při použití rovnice (8) pro α_i^u, je možné získat stavové veličiny p, ρ, u, v, k, ω ve středu stěny Ω_u pokud jsou hodnoty ve středech zbylých pěti stěn známé. Stavové veličiny pro Ω_d jsou známé. Hlavním problémem je tedy vyčíslení stavových hodnot na stěnách Ω_f, Ω_h, Ω_l, Ω_r. Zvolme si tedy jednu ze zmíněných stěn. Bude nás zajímat určení stavových hodnot na této stěně. Libovolná definice hodnot na stěně nemusí splňovat zákony zachování. Lze definovat stavový vektor na obou stranách stěny v čase t, a tyto vektory můžeme použít jako počáteční podmínku pro řešení Riemannova problému zmíněného v kapitole 3. U okrajových stěn můžeme použít řešení okrajového problému. Ten je založen na řešení modifikovaného Riemannova problému s počáteční a okrajovou podmínkou. Případ pro pohyblivou stěnu byl řešen v kapitole 4. Další příklady a řešení okrajových problémů jsou zmíněny v [1],[3]. Časový krok τ bude na každé stěně omezen elementárními rázy nebo vlnami zředění přicházejícími z protější stěny. Rychlosti těchto vln získáme také z řešení daného Riemannova problému (na hranicích oblasti problému modifikovaného). Zbývá tedy naznačit, jak definovat stavový vektor na obou stranách zvolené stěny v čase t. Pro zvýšení přesnosti je možno aplikovat různá schémata, v našem případě jsme zvolili Van-Albada Limiter.

6. Upřesnění produkčních členů P_k, P_ω a časového kroku pro dvourovnicové modely turbulence

Rázová vlna v řešení může způsobit problémy při výpočtu s použitím standardních dvourovnicových modelů turbulence. Abychom se těmto možným komplikacím vyhnuli, můžeme zavést omezení produkčních členů. Člen P_k, můžeme omezit pomocí nerovnice

$$|P_k| \leq P_{lim} = \rho k \sqrt{\sum_{i,j=1}^{3} S_{ij} S_{ji}} \quad ,$$

kde

$$S_{11} = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\frac{\partial w}{\partial z}\right), \quad S_{12} = S_{21} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right), \quad S_{13} = S_{31} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

$$S_{22}=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{2}{3}\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{2}{3}\frac{\partial w}{\partial z}\right), S_{23}=S_{32}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right).$$

$$S_{33}=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\frac{\partial w}{\partial z}-\frac{2}{3}\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{2}{3}\frac{\partial v}{\partial y}\right).$$

Nové produkční členy můžeme zapsat ve formě

$$\widetilde{P}_k=min(P_k,P_{lim}),\ \ \widetilde{P}_\omega=\frac{\alpha_\omega\omega\widetilde{P}_k}{k}.$$

Dále upřesníme časový krok Δt, získaný při řešení Navier-Stokesových rovnic, na krok $\Delta t_{k\omega}$ v důsledku přenášených veličin k, ω. K tomu použijeme rovnici

$$\Delta t_{k\omega}=\frac{\Delta t}{1-\Delta t\, min(\frac{R(\rho k)}{\rho k},\frac{R(\rho\omega)}{\rho\omega},0)},$$

zde symbol R značí $R(q)=\frac{\partial q}{\partial t}$.

Počáteční podmínky pro k a ω definujeme následujícími formulemi. Kinetická turbulentní energie

$$k_\infty=10^{-6}(u_\infty^2+v_\infty^2+w_\infty^2)=10^{-6}\lambda_\infty^2c_*^2,$$

kde λ_∞ je Lavalovo číslo volného proudu. Turbulentní disipace

$$\omega_\infty=\frac{\rho_\infty k_\infty}{10^{-2}\mu_\infty},$$

s ρ_∞ hustotou a μ_∞ dynamickým koeficientem vazkosti volného proudu.

$$\mu_\infty=1.716*10^{-5}\left(\frac{T_\infty}{T_Z}\right)^{\frac{2}{3}}\frac{T_Z+T_S}{T_\infty+T_S},$$

s T_∞ teplotou danou $T_\infty=T_O\left(1-\frac{\kappa-1}{\kappa+1}\lambda_\infty^2\right)$, $T_Z=273.15, T_S=110.6$, a T_O celkovou teplotou. Podmínky pro k a ω na stěně zadáváme ve tvaru

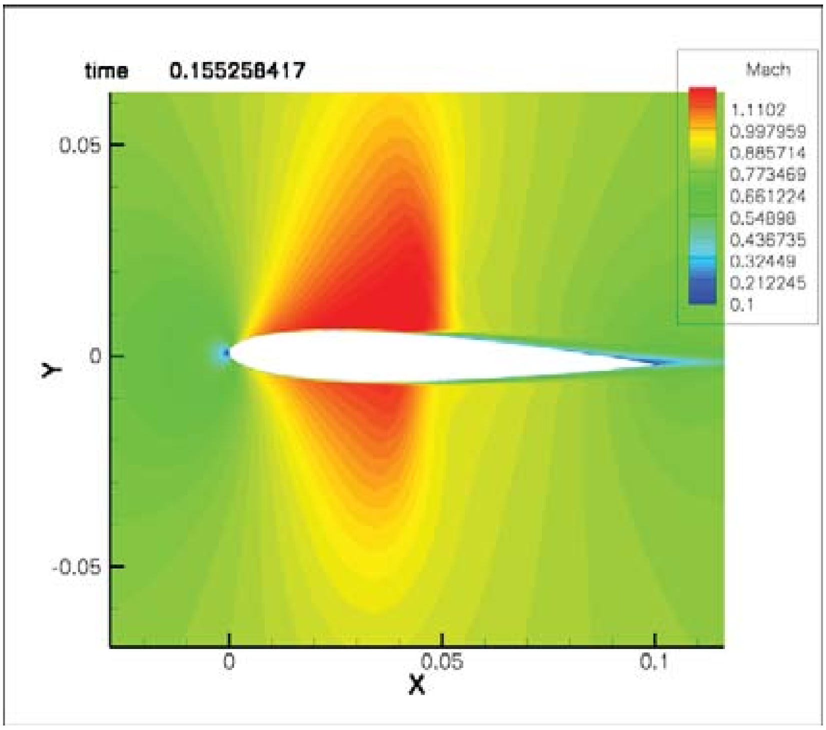
$$k=0,\quad \frac{\partial k}{\partial y}=0,\quad \omega=const\frac{6\mu}{\beta\rho y_c^2},$$

y je vzdálenost od stěny v normálovém směru, y_c značí normálovou vzdálenost prvního středu buňky od stěny, a $const=120$ (dle [2],[4]).

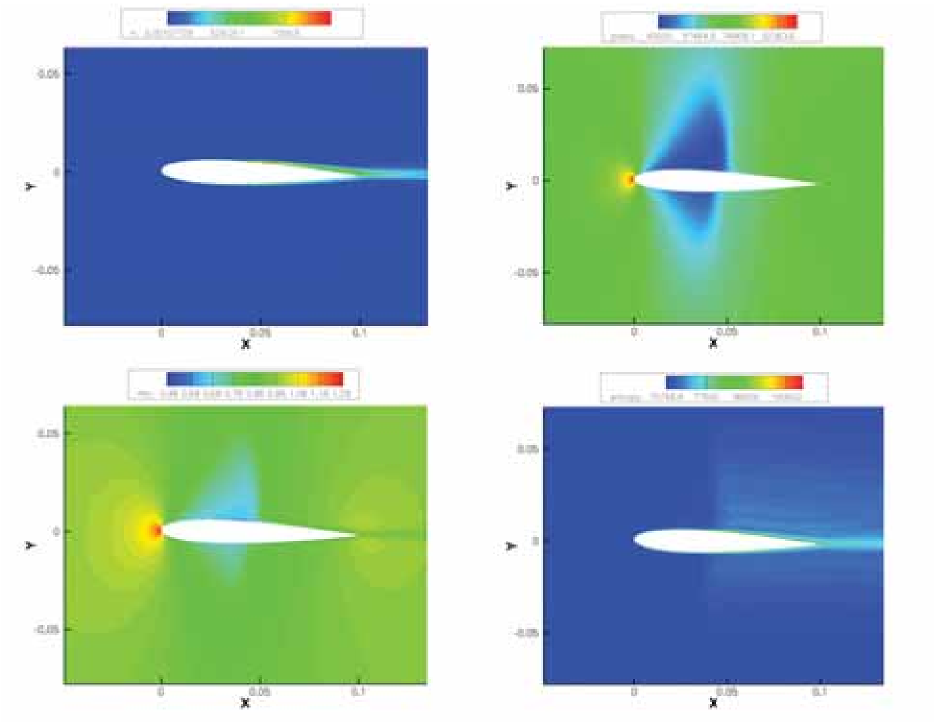
7. Příklady

Popsaná metoda byla naprogramována, k urychlení bylo užito paralelizace. V příkladě ukážeme výpočetní simulaci 2D turbulentního proudění v okolí kmitajícího profilu NACA0012, s frekvencí 30Hz, amplitudou $\pm 2^0$, kolem bodu [0,03;0]. Koeficienty turbulentního modelu $\sigma_k, \beta^*, \beta, \sigma_\omega$ byly zadány podle [4]. Konstanty

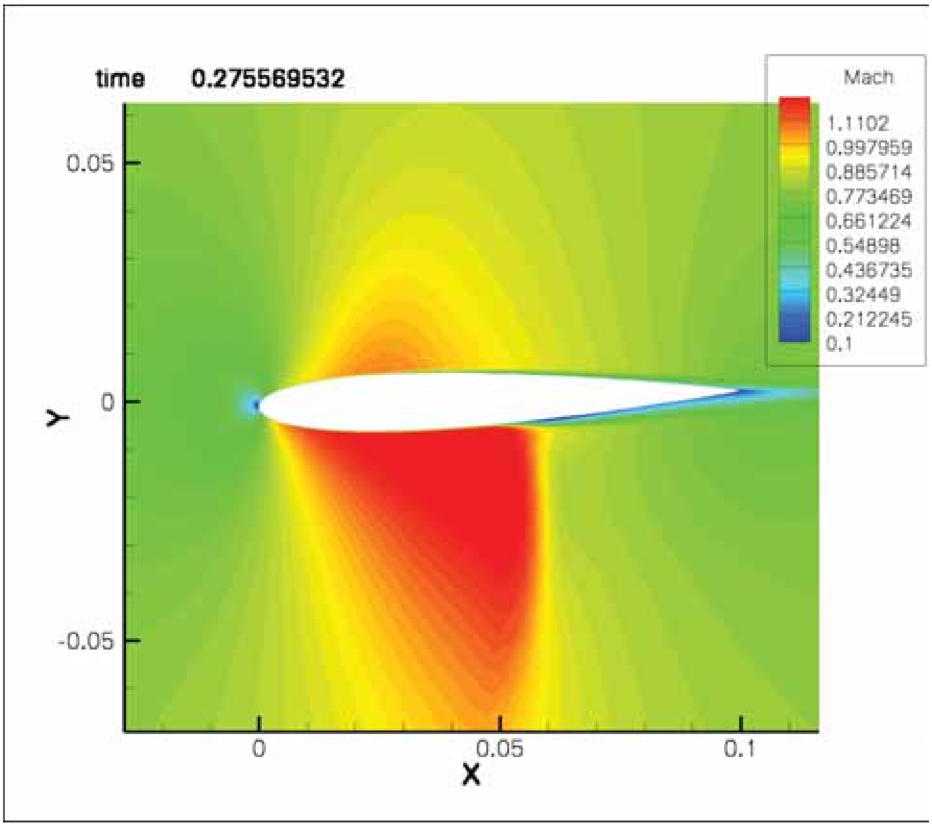
$\kappa = 1.4$, $R = 287.04[J kg^{-1} K^{-1}]$, $\mu = 0.1697 \cdot 10^{-4} [kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]$, $k = 0.0211 [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$.
Geometrie profilu je zřejmá z Obr.1, tekutina proudí zleva doprava. Obrázky 1 a 2 ukazují řešení po 44.000.000 iteracích. Síť byla složena z 256x60 buněk. Na obrázcích 3, 4 je pak ukázáno řešení po 78.100.000 iteracích. Na výstupu byl volen průměrný tlak $p_r = 66471.3904802231$. Okrajové podmínky na vstupní části představoval celkový tlak, teplota a složka rychlosti tečná k hranici
$p_o = 101325.00, T_o = 273.15, v_{tan} = 0.$



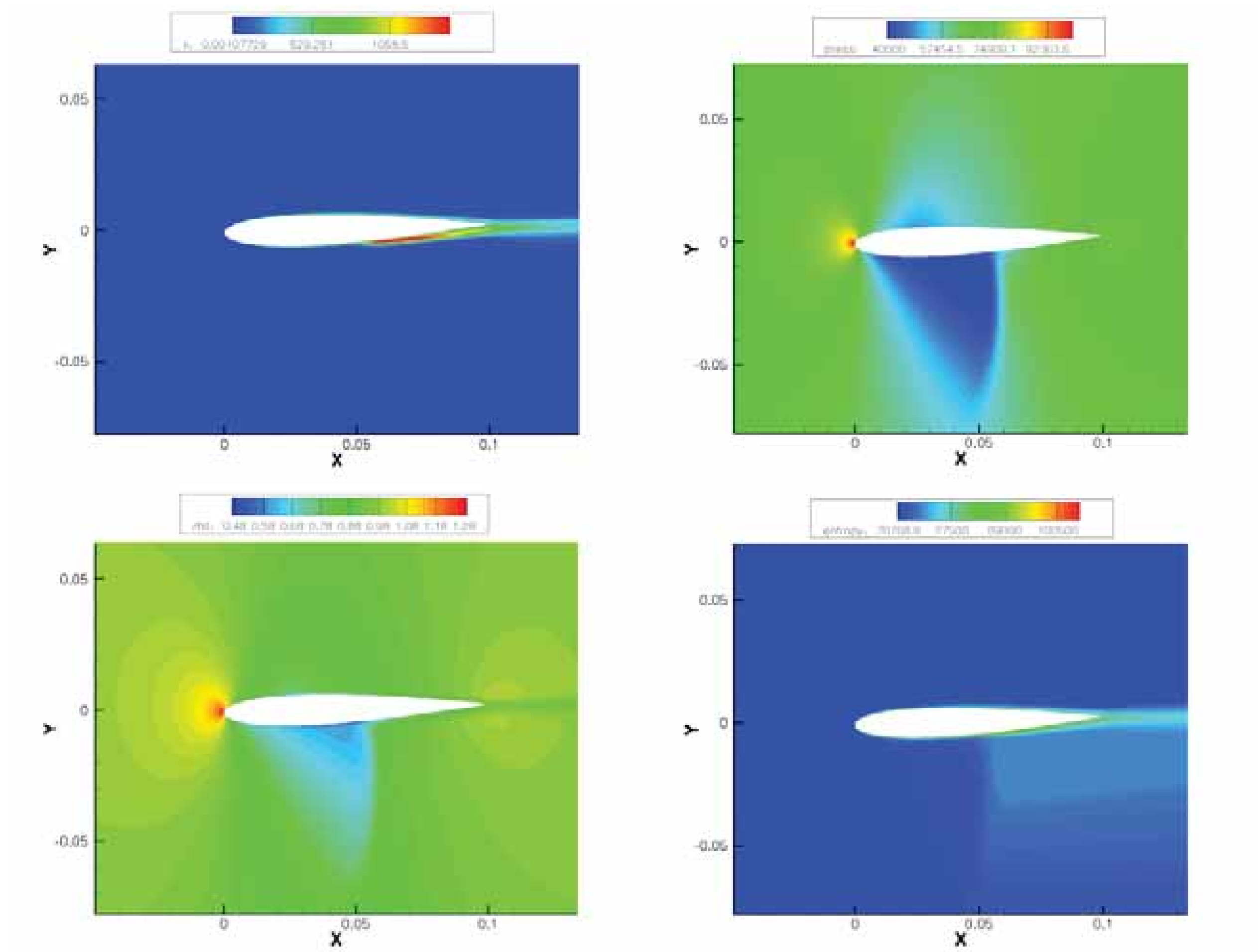
Obr. 1 Nestacionární turbulentní proudění, isočáry Machova čísla, řešení po 44.000.000 iteracích



Obr. 2 Nestacionární turbulentní proudění, isočáry kinetické turbulentní energie k, tlaku, hustoty, míry entropie, řešení po 44.000.000 iteracích



Obr. 3 Nestacionární turbulentní proudění, isočáry Machova čísla, řešení po 78.100.000 iteracích



Obr. 4 Nestacionární turbulentní proudění, isočáry kinetické turbulentní energie k, tlaku, hustoty, míry entropie, řešení po 78.100.000 iteracích

8. Závěr

Ukázali jsme možný postup při simulování 2D nestacionárního stlačitelného turbulentního proudění v případě obtékání kmitajícího profilu. Postup jsme naprogramovali a předvedli na výpočtu.

Poděkování

Práce byla realizována za finanční podpory z prostředků státního rozpočtu prostřednictvím projektu Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR MSM 0001066902.

Literatura:

[1] J. Pelant: *Solution of Euler Equations for Three--Dimensional Flow in the Axis--Symmetrical Channel*; ARTI Reports VZLÚ Z--65, Prague, 1995 (in English)

[2] S. Wallin: *Engineeiring Turbulence Modelling for CFD with a Focus on Explicit Algebraic Reynolds Stress Models*; Doctoral Thesis, Stockholm, 2000 (in English)

[3] J. Pelant, M. Kyncl: *Applications of the Navier-Stokes Equations for 2D and 3D Viscous Turbulent Flow on Steady or Moving Grids with the (k,ω) Turbulent Model*; ARTI Reports VZLÚ R—4153, Prague, 2007 (in English)

[4] C. Johan Kok: *Resolving the Dependence on Free-stream Values for* $k-\omega$ *Turbulence Model*; AIAA Journal, Vol. 38, No. 7, July 2000 (in English)

[5] M. Feistauer and J. Felcman and I. Straškraba: *Mathematical and Computational Methods for Compressible Flow*. Oxford University Press, Oxford, 2003

Výpočet proudění a interakce rázových vln ve 2D nadzvukovém ejektoru

Mgr. Jan Šimák, VZLÚ, a.s., Praha

Tento příspěvek se zabývá numerickou metodou pro výpočet nadzvukového proudění ve 2D ejektoru. Je sledována především přesnost předpovědi polohy rázových vln, jejich vzájemné interakce a popis mezní a smykové vrstvy. Vypočtené proudové pole je srovnáno s experimentem a s výsledky programu Fluent. Metoda je založena na řešení Navierových-Stokesových rovnic, doplněných k-omega modelem turbulence, pomocí implicitní metody konečných objemů. Je porovnán i vliv různých numerických modelů proudění.

Úvod

Cílem práce je navrhnout metodu pro výpočet proudění v nadzvukovém 2D ejektoru, v budoucnu využitelnou například pro optimalizaci tvaru. Protože v úloze optimalizace hraje řešič důležitou roli, je kladen důraz nejen na přesnost, ale i na rychlost. Metoda byla testována na experimentálním modelu ejektoru, u něhož je známa struktura proudění. Dvořák, Šafařík ve své práci [1] uvádějí výsledky měření, které byly získány v aerodynamickém tunelu pro různé režimy proudění. V práci Kolář, Dvořák [2] jsou rozebrány možnosti numerického řešení pomocí programu Fluent. Protože shoda s experimentem je pouze přibližná, je snaha tyto výsledky zlepšit.

Popis metody

Matematický model

Vzhledem k vlastnostem problému, kde je třeba studovat vzájemnou interakci rázových vln a mezní vrstvy, je nezbytné brát v úvahu vazkost proudícího plynu. Proto byla jako popis modelu proudění zvolena soustava Navierových-Stokesových rovnic doplněná o k-ω model turbulence. Tuto soustavu lze zapsat ve vektorovém tvaru

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \sum_{i=1}^{2} \frac{\partial F_i(w)}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^{2} \frac{\partial R_i(w, \nabla w)}{\partial x_i} + S(w, \nabla w),$$

kde vektor proměnných w a funkce F_i, R_i, S jsou definovány následovně:

$$w = (\rho, \rho v_1, \rho v_2, E, \rho k, \rho\omega)^T,$$

$$F_i(w) = (\rho v_i, \rho v_1 v_i + \delta_{1i} p, \rho v_2 v_i + \delta_{2i} p, (E+p)v_i, \rho k v_i, \rho\omega v_i)^T,$$

$$R_i(w, \nabla w) = \left(0, \tau_{i1}, \tau_{i2}, \tau_{i1} v_1 + \tau_{i2} v_2 + \left(\frac{\mu}{\mathrm{Pr}} + \frac{\mu_T}{\mathrm{Pr}_T}\right)\gamma \frac{\partial e}{\partial x_i}, (\mu + \sigma_k \mu_T)\frac{\partial k}{\partial x_i}, (\mu + \sigma_\omega \mu_T)\frac{\partial \omega}{\partial x_i}\right)^T,$$

$$S(w, \nabla w) = (0,0,0,0, P_k - \beta^* \rho\omega k, P_\omega - \beta\rho\omega^2 + C_D)^T.$$

Stavové veličiny p, ρ, v_1, v_2 představují statický tlak, hustotu a složky rychlosti, dále jsou zavedeny veličiny popisující turbulentní kinetickou energii k a specifickou turbulentní disipaci ω. Symbolem E je značena celková energie, e vnitřní energie, μ vazkost, γ Poissonova adiabatická konstanta, Pr Prandtlovo číslo, τ_{ij} složky tenzoru napětí a δ_{ij} představuje Kroneckerův symbol. Koeficient dynamické vazkosti μ je určen pomocí Sutherlandova vztahu. Dolním indexem T jsou označeny veličiny příslušné turbulentnímu modelu, dále jsou zde produkční členy P_k, P_ω a člen vyjadřující příčnou difuzi C_D. Parametry modelu turbulence jsou zvoleny podle Koka [3], resp. Wilcoxe [4]. Ve výpočtech byl pro srovnání použit i Wallinův EARSM model turbulence založený na k-ω modelu [5]. Soustava je uzavřena přidáním stavové rovnice pro dokonalý plyn.

Systém je dále doplněn okrajovými podmínkami. Na vstupních hranicích je předepsán celkový tlak, celková teplota a tečná složka vektoru rychlosti. Na výstupní hranici předepisujeme statický tlak. Na vstupní hranici také předepisujeme intenzitu turbulence a turbulentní Reynoldsovo číslo. Na stěně je předepsána nulová rychlost, nulová turbulentní kinetická energie a adiabatická podmínka. Ostatní potřebné veličiny jsou vypočítány z hodnot uvnitř oblasti.

Pokud položíme $k = 0$, tedy turbulentní kinetická energie je nulová, pak se soustava rozpadne na dvě samostatné části. Model turbulence nezasahuje do modelu proudění a ten lze využít pro řešení úlohy laminárního proudění.

Numerické řešení modelu

Soustava rovnic popsaná výše je řešena pomocí implicitní metody konečných objemů. Výpočtová oblast je diskretizována pomocí strukturované čtyřúhelníkové sítě. Vzhledem ke komplikovanosti geometrie je oblast rozdělena na několik bloků, kde je soustava řešena samostatně. Linearizované rovnice jsou řešeny metodou GMRES [6]. Z hlediska výpočtu je soustava rozdělena na dvě samostatné části, na část týkající se proudění a na část popisující turbulenci. V tomto případě se ve vzorcích použijí jen příslušné složky vektorů. Z důvodu dosažení větší přesnosti řešení je použito schéma vyššího řádu s aplikací limiteru dle Van Albady.

V následujícím textu jsou indexem h označeny diskretizované veličiny a funkce. Schéma metody konečných objemů pro $(k+1)$. časovou vrstvu lze zapsat ve tvaru

$$\left(\mathbf{I}+\frac{D\Phi\left(w_h^k\right)}{Dw}\right)\left(w_h^{k+1}-w_h^k\right)=-\Phi\left(w_h^k\right),$$

kde bloky funkce Φ příslušné jednotlivým buňkám sítě jsou

$$\Phi_i\left(w\right)=\frac{\tau^k}{\left|D_i\right|}\sum_{j\in S(i)}\left(\sum_{s=1}^{2}n_{ij,s}F_{s,h}\left(w;i,j\right)\left|\Gamma_{ij}\right|-\sum_{s=1}^{2}n_{ij,s}R_{s,h}\left(w;i,j\right)\left|\Gamma_{ij}\right|\right)-\tau^k S_h\left(w;i,j\right).$$

Symbol τ^k značí časový krok, $\left|D_i\right|$ velikost buňky, $\left|\Gamma_{ij}\right|$ velikost hrany mezi buňkami i a j, $S(i)$ množinu indexů sousedních buněk a $n=\left(n_1,n_2\right)$ je vnější jednotková normála.

Gradienty na jednotlivých hranách sítě jsou počítány z hodnot ve středech sousedních šesti buněk. Konvektivní členy $\sum_{s=1}^{2}n_s F_s\left(w\left(\bullet,t^k\right)\right)\Big|_{\Gamma_{ij}}$ na společné hranici buněk i a j jsou aproximovány pomocí numerického toku

$$H\left(w_i,w_j,n_{ij}\right)=\mathbf{Q}^{-1}g\left(q_i,q_j\right),$$

kde $q=\mathbf{Q}w$ a matice $\mathbf{Q}$ značí transformaci souřadnic. V případě části týkající se pohybových rovnic je přibližný Riemannův řešič $g(q_i,q_j)$ vyjádřen pomocí Osherova-Solomonova schématu [7]. Vyjádření vstupních a výstupních okrajových podmínek je založeno na spojitém řešení Riemannova problému

$$\frac{\partial q}{\partial t}+\frac{\partial F_1(q)}{\partial\tilde{x}}=0,\quad(\tilde{x},t)\in\mathbf{R}\times(0,\infty).$$

V části týkající se turbulentních rovnic je použito Vijayasundaramovo schéma

$$g_V(q_i,q_j)=A_1^+\left(\frac{q_i+q_j}{2}\right)q_i+A_1^-\left(\frac{q_i+q_j}{2}\right)q_j.$$

Pro srovnání byla použita i schémata založena na Osherově-Solomonově metodě, na spojitém řešení Riemannova problému, respektive Van Leerovo schéma

$$g_{VL}(q_i,q_j)=\frac{1}{2}\left(F_1(q_i)+F_1(q_j)-\left|A_1\left(\frac{q_i+q_j}{2}\right)\right|\left(q_j-q_i\right)\right).$$

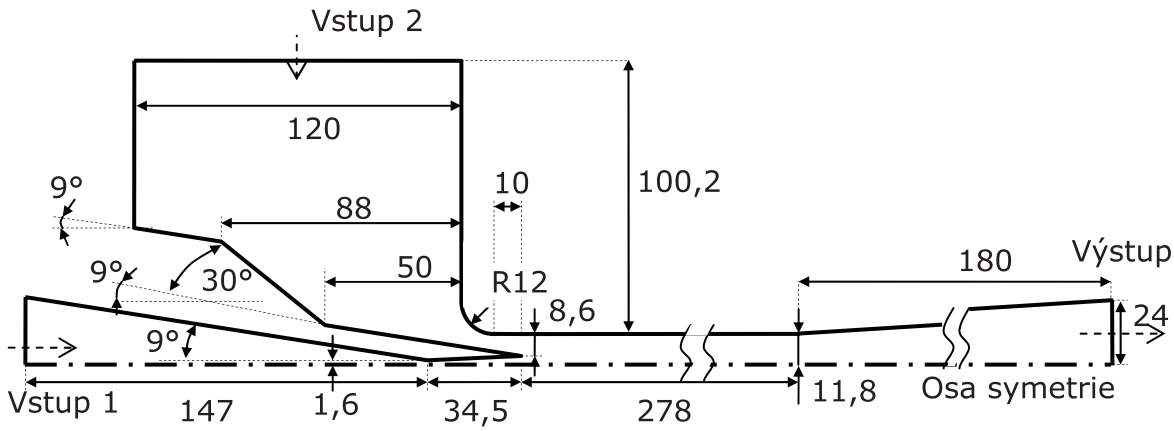
Matice $A_1(q)$ je Jacobiho matice funkce $F_i(q)=\left(\rho kv^t,\rho\omega v^t\right)^T$, kde $q=\left(\rho k,\rho\omega\right)$ a v^t je rychlost ve směru vnější jednotkové normály. Symbol A_1^+, resp. A_1^- značí kladnou, resp. zápornou část.

Jako počáteční podmínka pro výpočet je zvolen klidový stav. Protože cílem je získat stacionární řešení, je časový krok postupně natahován až k zadanému limitu. Vzhledem k velkým změnám v proudovém poli, zejména na počátku výpočtu, je třeba toto zohlednit při volbě časového kroku, například pomocí závislosti na vývoji rezidua.

Numerické výsledky

Popis problému

Pomocí výše uvedené metody bylo spočítáno proudění v rovinném ejektoru (viz Obr. 1). Předepsaný poměr celkových tlaků na vstupu primárního a sekundárního proudu $p_{01}/p_{02} = 4{,}09$, poměr teplot $T_{01}/T_{02} = 1$. Nejprve byla uvažována geometrie celého ejektoru a spočteno proudové pole (Obr. 2). V závislosti na předepsaném tlaku na výstupní hranici vzniká různě velká oblast nadzvukového proudění, která je symetrická vzhledem k podélné ose. Proto je možné uvažovat pro výpočet pouze horní polovinu ejektoru a zkrácenou délku mísící komory na 50 mm. Statický tlak na výstupní hranici je pak předepsán dostatečně nízký, aby bylo dosaženo nadzvukového proudění.



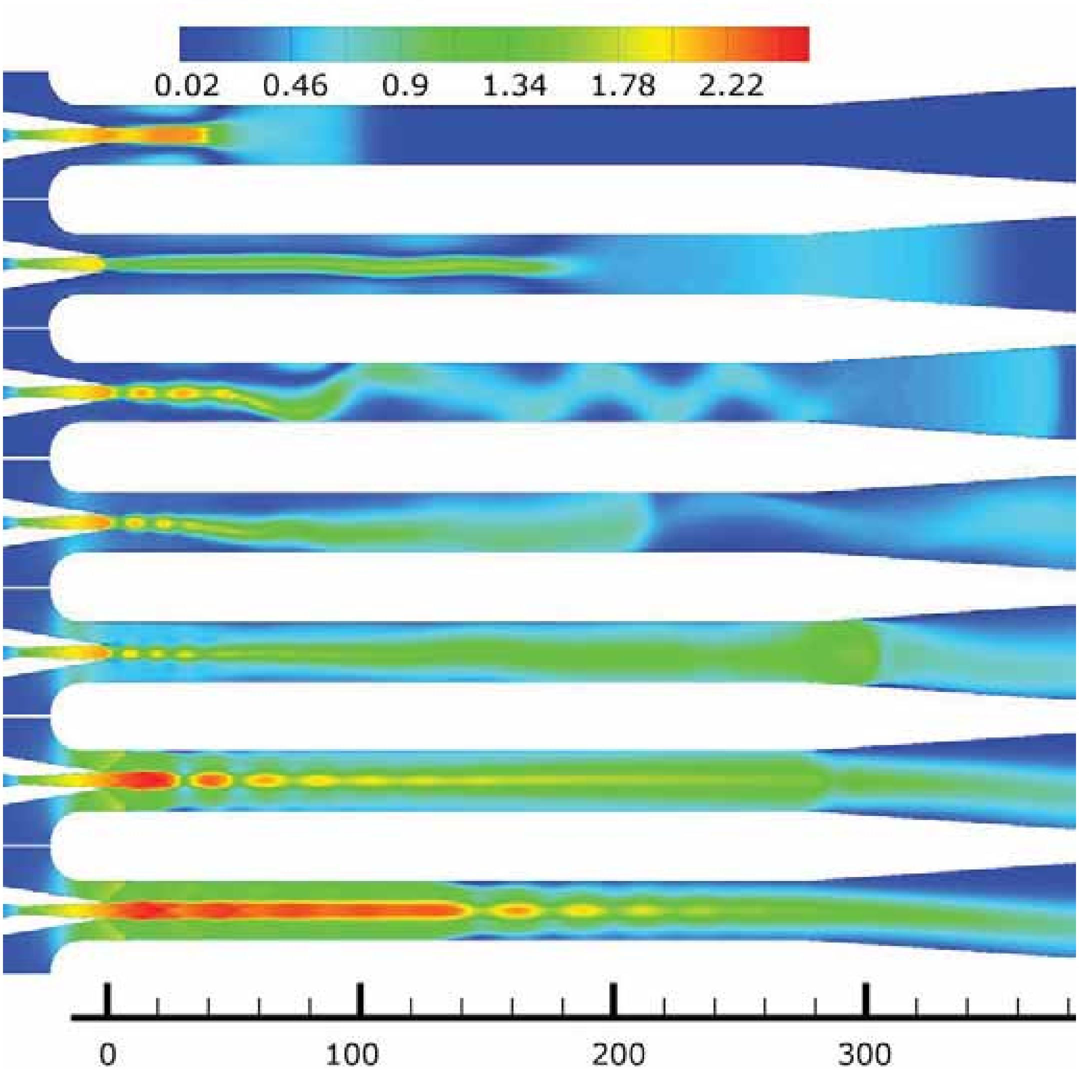
Obr. 1 Schema modelu ejektoru (rozměry v milimetrech)

Výpočty

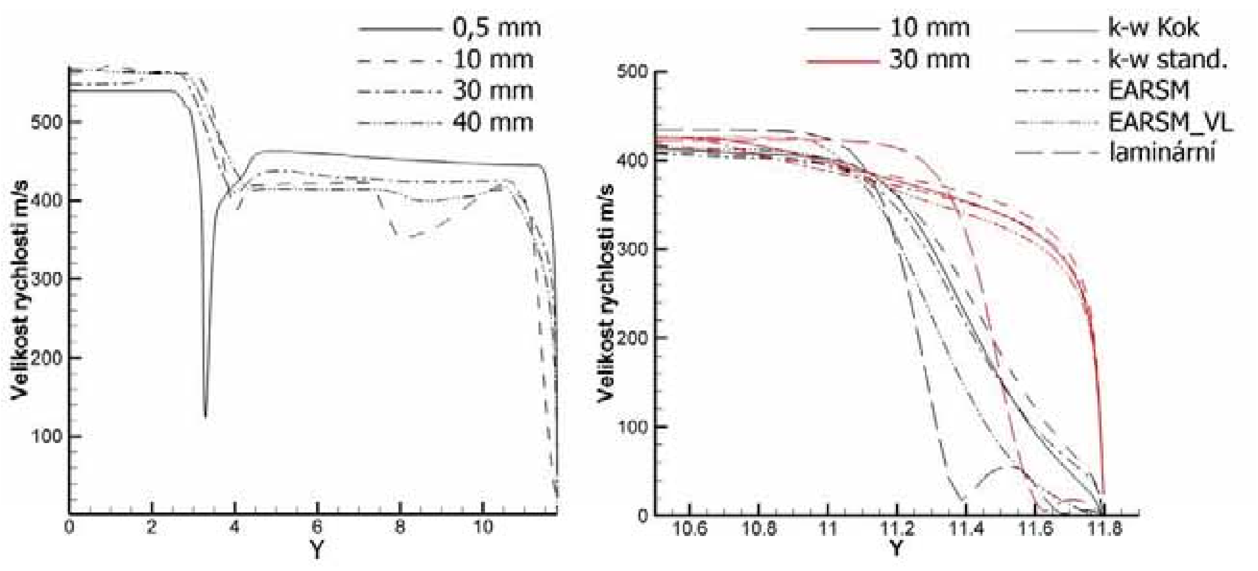
Část ejektoru uvažovaná při výpočtu byla rozdělena na čtyři bloky. Primární a sekundární tryska po jednom bloku a mísicí komora po dvou blocích. V bodě 0 se všechny čtyři bloky stýkají. V závěru byla síť v mísící komoře zjemněna na 500×330 buněk.

Výpočet byl proveden s různými modifikacemi programu s cílem najít nejvhodnější numerický model. Výsledky s použitím standardního k-ω modelu, k-ω modelu dle Koka a EARSM modelu založeného na modelu k-ω se téměř neliší ve struktuře rázových vln. Odlišnosti lze najít v tloušťce mezní vrstvy a profilu rychlosti napříč mezní vrstvou (Obr. 3), ale jejich vliv je minimální. Mnohem větší vliv má vyjádření konvektivních členů, které se uplatní uvnitř oblasti, na rozdíl od vazkých členů, jejichž vliv je dominantní u stěn a v okolí úplavu. Vyjádření založená na Vijayasundaramově, O.-S. schématu, případně založené na spojitém řešení Riemannova problému dávají velice podobné výsledky. Naproti tomu vyjádření pomocí Van Leerova schematu dává výsledky zcela odlišné. Zatím není zcela jasné, čím přesně je to způsobeno. Určitým vodítkem může být struktura proudění laminárního modelu, který ovšem předpovídá nerealistické odtržení mezní vrstvy.

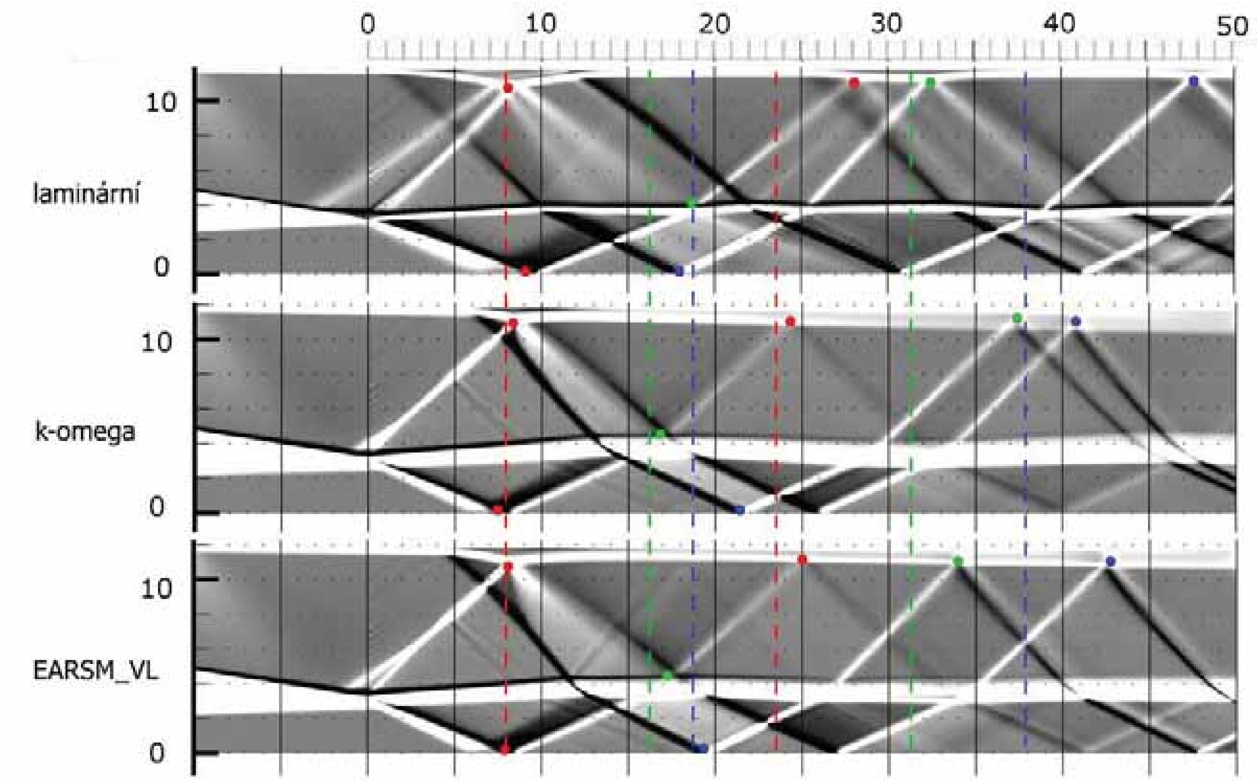
Na obr. 4 lze najít srovnání struktury rázových vln získané výpočtem s polohou význačných bodů z experimentu [1]. I když není vidět jednoznačná shoda, je možno získat celkem spolehlivou představu o proudovém poli. Na obr. 5 je srovnání s výsledky získanými pomocí softwaru Fluent [2]. Srovnání je pouze orientační, je třeba sjednotit sítě a parametry modelu.



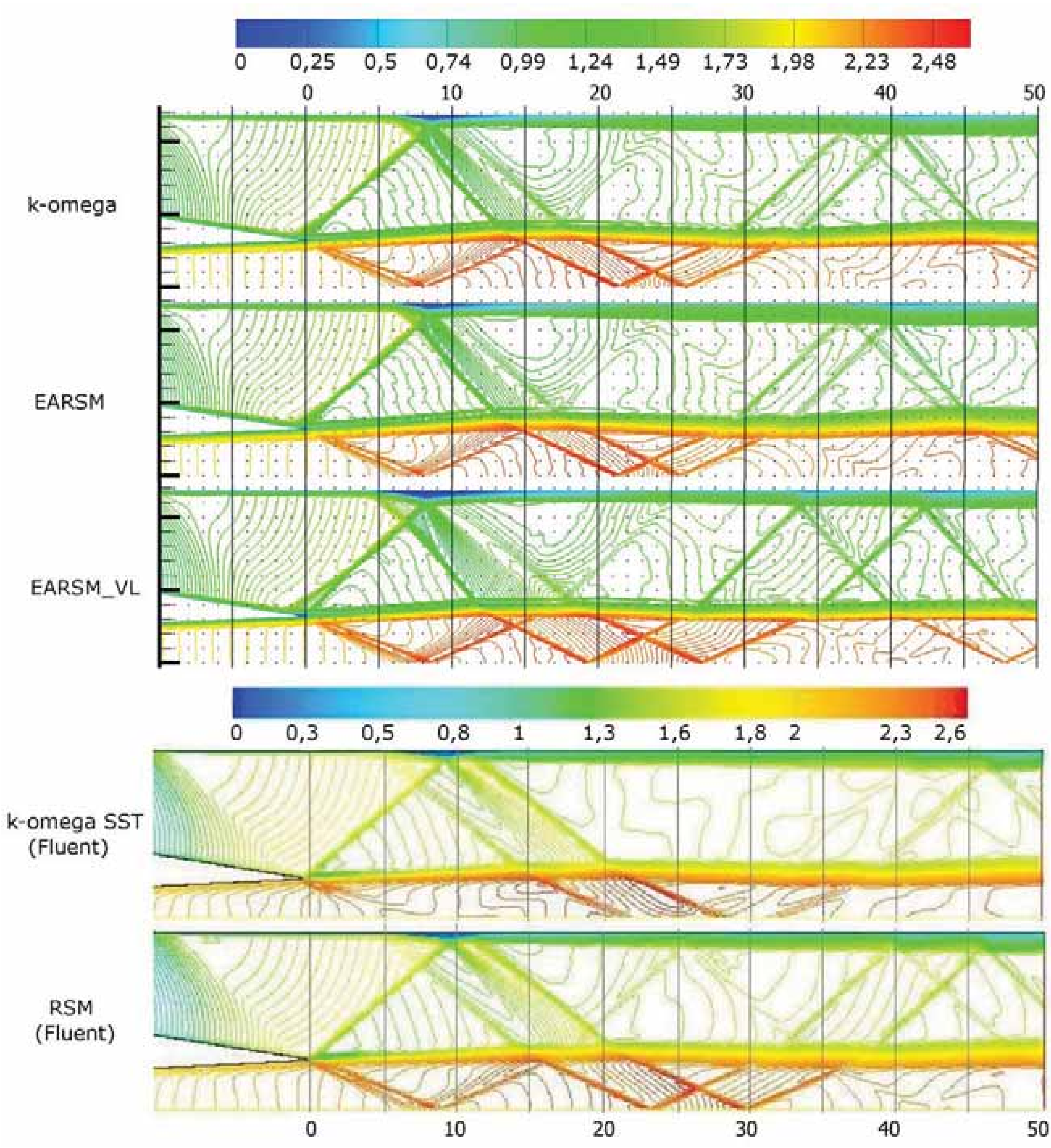
Obr. 2 Postupný vývoj proudění v ejektoru (vybrané iterace), rozložení Machova čísla, $p_{01} / p_{02} = 4{,}09$, $p_{02} / p_b = 1$, *model k-ω (Kok)*



Obr. 3 Velikost rychlosti napříč mísící komorou v různých vzdálenostech, vlevo pro k-ω (Kok) a vpravo pro různé modely



Obr. 4 Derivace hustoty ve svislém směru, získaná výpočtem. Prvním příkladem je laminární proudění, ve druhém k-ω (Kok, Vijayasundaram), ve třetím případě EARSM (Van Leer). Přerušované čáry ukazují polohu vybraných bodů z experimentu (Dvořák V., Šafařík P. [1])



Obr. 5 Srovnání výpočtu s výsledky programu Fluent [2], rozložení Machova čísla

Závěr

Výše uvedené výsledky ukazují, že je možno celkem věrohodně numericky předpovědět strukturu proudění v nadzvukové části ejektoru. Je zbytečné zmiňovat, že výběr modelu turbulence může ovlivnit výsledky. Podstatné také je, že způsob numerického vyjádření a výpočtu jednotlivých částí rovnice hraje velkou roli a jeho změna může způsobit značné rozdíly ve výsledku v rámci stejného modelu. Ze srovnání výsledků plně laminárního a plně turbulentního modelu se ukazuje, že zajímavé výsledky by mohlo přinést modelování přechodu z laminárního do turbulentního režimu. Je třeba provést důkladnější analýzu a porovnání výsledků.

Poděkování

Práce byla napsána za podpory grantu MSM 0001066902 Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy České republiky. Autor za tuto podporu děkuje. Dále pak děkuje panu Ing. Janu Kolářovi (TU Liberec) za poskytnutí výpočtů programem Fluent.

Literatura:

[1] Dvořák V., Šafařík P.: *Supersonic Flow Structure in the Entrance Part of a Mixing Chamber of 2D Model Ejector*; J. of Thermal Science, Vol. 12, No. 4, 2003

[2] Kolář J., Dvořák V.: *Interaction of Shock Waves in Supersonic Ejector*; proceeding, Setkání kateder mechaniky tekutin a termodynamiky, Plzeň, 24.-27.06.2008

[3] Kok J. C.: *Resolving the Dependence on Freestream Values for the k-ω Turbulence Model*; AIAA Journal, Vol. 38, No. 7, July 2000

[4] Wilcox D. C.: *Turbulence Modeling for CFD*, 2nd ed.; DCW Industries, Inc., 1998

[5] Wallin S.: *Engineering Turbulence Modelling for CFD with a Focus on Explicit Algebraic Reynolds Stress Models*; doctoral thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2000

[6] Saad Y.: *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*; 2nd ed.; SIAM, 2003

[7] Feistauer M., Felcman J., Straškraba I.: *Mathematical and Computational Methods for Compressible Flow*; Clarendon Press, Oxford, 2003

Výpočet 2D nestacionárního proudění v soustavě stator-rotor

Ing. Petr Straka

V příspěvku je popsán výpočet dvourozměrného nestacionárního transsonického proudění v turbinovém stupni stroje JT100 z produkce První brněnské strojírny Velká Bíteš, a.s. Výpočet je zaměřen na stanovení silových účinků na rozváděcí i oběžné lopatky. Dále je zde sledován vliv fyzikálního modelu a způsobu diskretizace v čase i v prostoru na výsledné frekvenční spektrum silových účinků.

Použitá označení

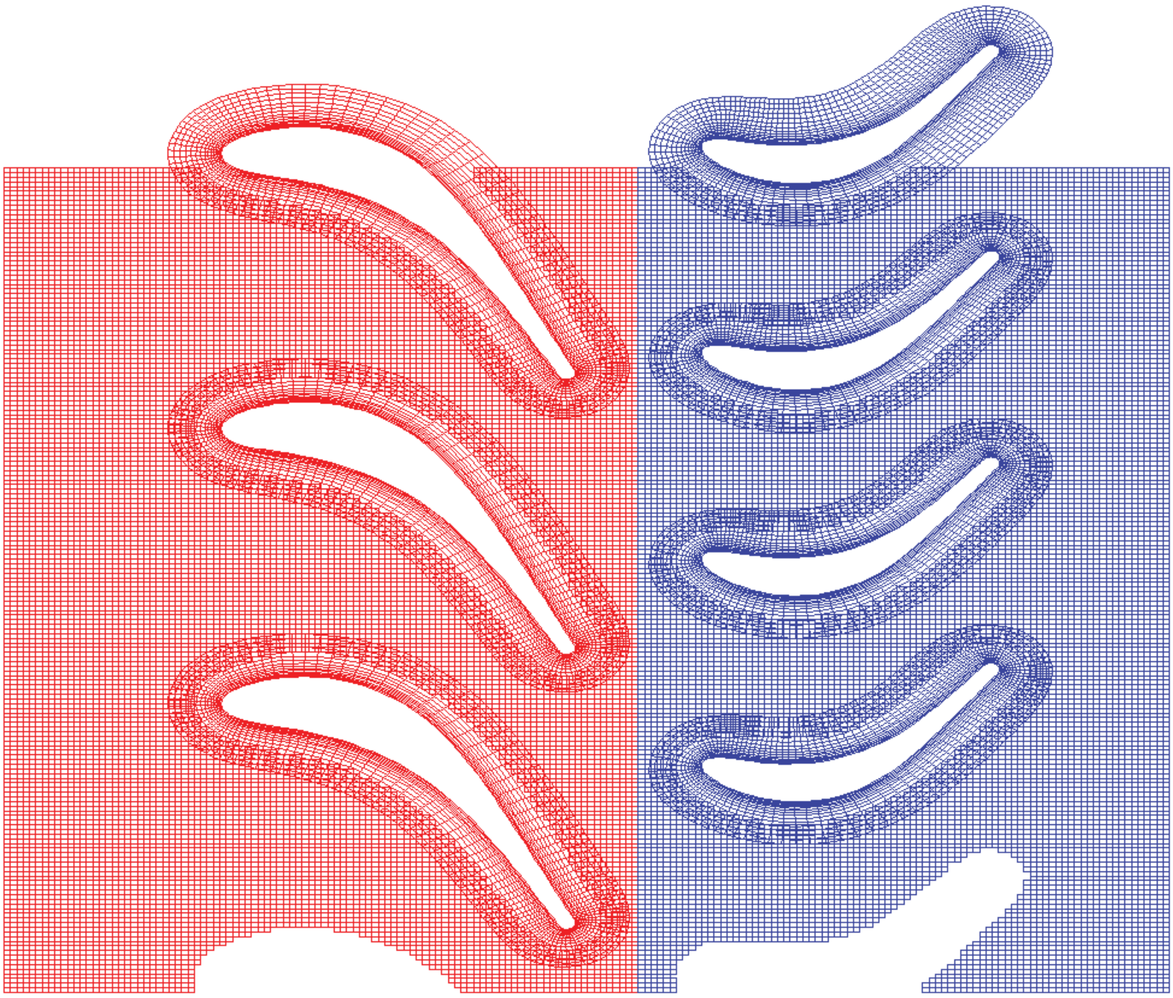
ρ	statická hustota
u, v	složky rychlosti ve směru x a y
v_{ob}	oběžná rychlost
e	celková energie v jednotce objemu
p, p_0	statický tlak, celkový tlak
T, T_0	statická teplota, celková teplota
x, y	Kartézské souřadnice
κ	adiabatický mocnitel
τ_{xx}, τ_{xy}, τ_{yy}	složky tenzoru vazkých napětí
q_x, q_y	tok tepla ve směru x a y
k	turbulentní kinetická energie
ω	měrná disipace turbulentní kinetické energie
μ, μ_t	molekulární viskozita, turbulentní viskozita
σ_k, σ_ω	konstanty modelu turbulence
$\mathcal{R}$	reziduum
α	úhel náběhu
Δt	časový krok

Úvod

Výpočet proudění popsaný v této práci byl proveden v rámci etapy č. 3 s názvem CFD I projektu FT-TA 5/067 a má sloužit jako reálný srovnávací příklad pro výpočty pomocí jiných výpočetních prostředků také vyvíjených nebo zdokonalovaných v rámci tohoto projektu.

Pro výpočet byl použit model dvourozměrného stlačitelného turbulentního i nevazkého proudění ideálního plynu. Výpočet je zaměřen na stanovení silových účinků proudu na rozváděcí a oběžné lopatky. Bylo provedeno několik variant výpočtu, přičemž byl sledován vliv fyzikálního modelu (turbulentní/nevazký model) a způsobu diskretizace v čase i v prostoru.

Výpočetní geometrický model vznikl rozvinutím válcového řezu lopatkovým stupněm turbiny JT100. Skutečný počet lopatek v rozváděcím a oběžném kole byl z důvodu snížení nároků na výpočetní čas modifikován na 30 rozváděcích a 40 oběžných lopatek. Bylo tedy možné pro výpočtovou oblast uvažovat periodicky se opakující úsek tří rozváděcích a čtyř oběžných lopatek (viz. obrázek 1).



Obr. 1 Výpočtová oblast pokrytá sítí složenou z překrývajících se bloků

Matematický model

Model dvourozměrného stlačitelného nevazkého proudění je popsán systémem Eulerových rovnic:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F(W)}{\partial x} + \frac{\partial G(W)}{\partial y} = 0 \quad , \qquad (1)$$

kde $W = [\rho, \rho u, \rho v, e]^T$ je stavový vektor, $F = [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, u(e+p)]^T$ a $G = [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, v(e+p)]^T$ jsou nevazké toky ve směru x a y. Tlak p a celková energie v jednotce objemu e jsou svázány vztahem:

$$p = (\kappa - 1)\left[e - \rho\frac{u^2+v^2}{2}\right]. \qquad (2)$$

Zde použitý model dvourozměrného turbulentního proudění je popsán systémem středovaných Navierových-Stokesových rovnic:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F(W)}{\partial x} + \frac{\partial G(W)}{\partial y} - \frac{\partial R(W,\Delta W)}{\partial x} - \frac{\partial S(W,\Delta W)}{\partial y} = 0 \quad , \qquad (3)$$

kde $R = [0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - q_x]^T$ a $S = [0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, u\tau_{xy} + v\tau_{yy} - q_y]^T$ jsou vazké toky.

Systém je uzavřen dvourovnicovým modelem turbulence pro veličiny $k - \omega$:

$$\frac{\partial W^{k\omega}}{\partial t} + \frac{\partial F^{k\omega}}{\partial x} + \frac{\partial G^{k\omega}}{\partial y} - \frac{\partial R^{k\omega}}{\partial x} - \frac{\partial S^{k\omega}}{\partial y} = P^{k\omega} - D^{k\omega} \quad , \qquad (4)$$

kde $W^{k\omega} = [\rho k, \rho\omega]^T$ je vektor turbulentních veličin, $F^{k\omega} = [\rho uk, \rho u\omega]^T$ a $G^{k\omega} = [\rho vk, \rho v\omega]^T$ jsou konvektivní členy, $R^{k\omega} = [(\mu + \sigma_k\mu_t)\frac{\partial k}{\partial x}, (\mu + \sigma_\omega\mu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x}]^T$ a $S^{k\omega} = [(\mu + \sigma_k\mu_t)\frac{\partial k}{\partial y}, (\mu + \sigma_\omega\mu_t)\frac{\partial \omega}{\partial y}]^T$ jsou disipativní členy. Členy na pravé straně $P^{k\omega}$ a $D^{k\omega}$ představují produkci a destrukci (blíže viz. [1]).

Numerická metoda

Pro diskretizaci výchozích rovnich (1), (3) a (4) byla použita plně implicitní metoda konečných objemů ve formě "cell-center" na strukturované víceblokové (bloky se mohou překrývat) čtyřúhelníkové síti (obrázek 1). Pro nevazké toky rovnic (1) a (3) bylo použito Osherovo-Solomonovo schema [3]. Pro vazké toky rovnic (1) a (3) bylo použito centrální schema s využitím duálních objemů. Pro konvektivní členy rovnice (4) bylo použito schema typu "upwind", zatímco pro disipativní členy bylo použito centrální schema s využitím duálních objemů.

Pro zvýšení řádu přesnosti v prostoru byla použita technika 2D lineární rekonstrukce se dvěma variantami limiteru: Van Albadův nebo Van Leerův (viz. např. [3]).

Jelikož se jedná o nestacionární úlohu, kde je vyhodnocován časový průběh silových účinků, bylo nutné zvolit schema druhého řádu přesnosti v čase. Byla použita dvě schemata, a) zpětné Eulerovo schema 2. řádu přesnosti:

$$\frac{3W^{n+1}-4W^{n}+W^{n-1}}{2\Delta t}+\mathcal{R}^{n+1}=0, \qquad (5)$$

kde $\mathcal{R}\approx \partial F/\partial x+\partial G/\partial y$ pro rovnici (1), nebo $\mathcal{R}\approx \partial F/\partial x+\partial G/\partial y-\partial R/\partial x-\partial S/\partial y$ pro rovnici (3) představuje aproximaci druhého řádu přesnosti v prostoru a n je index iterace (neboli časové vrstvy), b) Crankovo-Nicholsonovo schema 2. řádu přesnosti:

$$\frac{W^{n+1}-W^{n}}{\Delta t}+\frac{1}{2}\left(\mathcal{R}^{n+1}+\mathcal{R}^{n}\right)=0. \qquad (6)$$

Obě schemata (5) i (6) byla realizována pomocí duálních iterací ve formě:

$$\frac{3}{2}\frac{W^{n+1,\nu+1}-W^{n+1,\nu}}{\Delta t}+\frac{3W^{n+1,\nu}-4W^{n}+W^{n-1}}{2\Delta t}+\mathcal{R}^{n+1,\nu}=0 \qquad (7)$$

pro zpětné Eulerovo schema, nebo ve formě:

$$\frac{W^{n+1,\nu+1}-W^{n+1,\nu}}{\Delta t}+\frac{W^{n+1,\nu}-W^{n}}{\Delta t}+\frac{1}{2}\left(\mathcal{R}^{n+1,\nu}+\mathcal{R}^{n}\right)=0 \qquad (8)$$

Pro schema Crankovo-Nicholsonovo. V rovnicích (7) a (8) ν představuje index duální iterace.

Fürst v práci [2] ukázal, že po splnění určité podmínky pro volbu časového kroku Δt stačí pro získání druhého řádu přesnosti v čase pomocí schematu (7) dvě duální iterace. Pro schema (8) byly v této práci voleny stelné podmínky (časový krok Δt a dvě duální iterace) jako pro schema (7).

Okrajové podmínky

Na vstupní hranici byl předepsán celkový tlak $p_0 = 130\,000\ \mathrm{Pa}$, celková teplota $T_0 = 318\ \mathrm{K}$, úhel náběhu $\alpha = 0°$, intenzita turbulence 5 % a hydraulický průměr roven rozteči rozváděcích lopatek. Na výstupní hranici byla předepsána podmínka: intagrál tlaku podél výstupní hranice je roven hodnotě $p = 46\,400\ \mathrm{Pa}$. Na rozhraní mezi rotorovou a statorovou částí je požadována spojitost tlaku, hustoty a složky rychlosti ve směru x. Při určování složky rychlosti ve směru y na rozhraní mezi rotorem a statorem vyba respektována oběžná rychlost $v_{ob} = 187{,}96\ \mathrm{m\,s^{-1}}$.

Výsledky

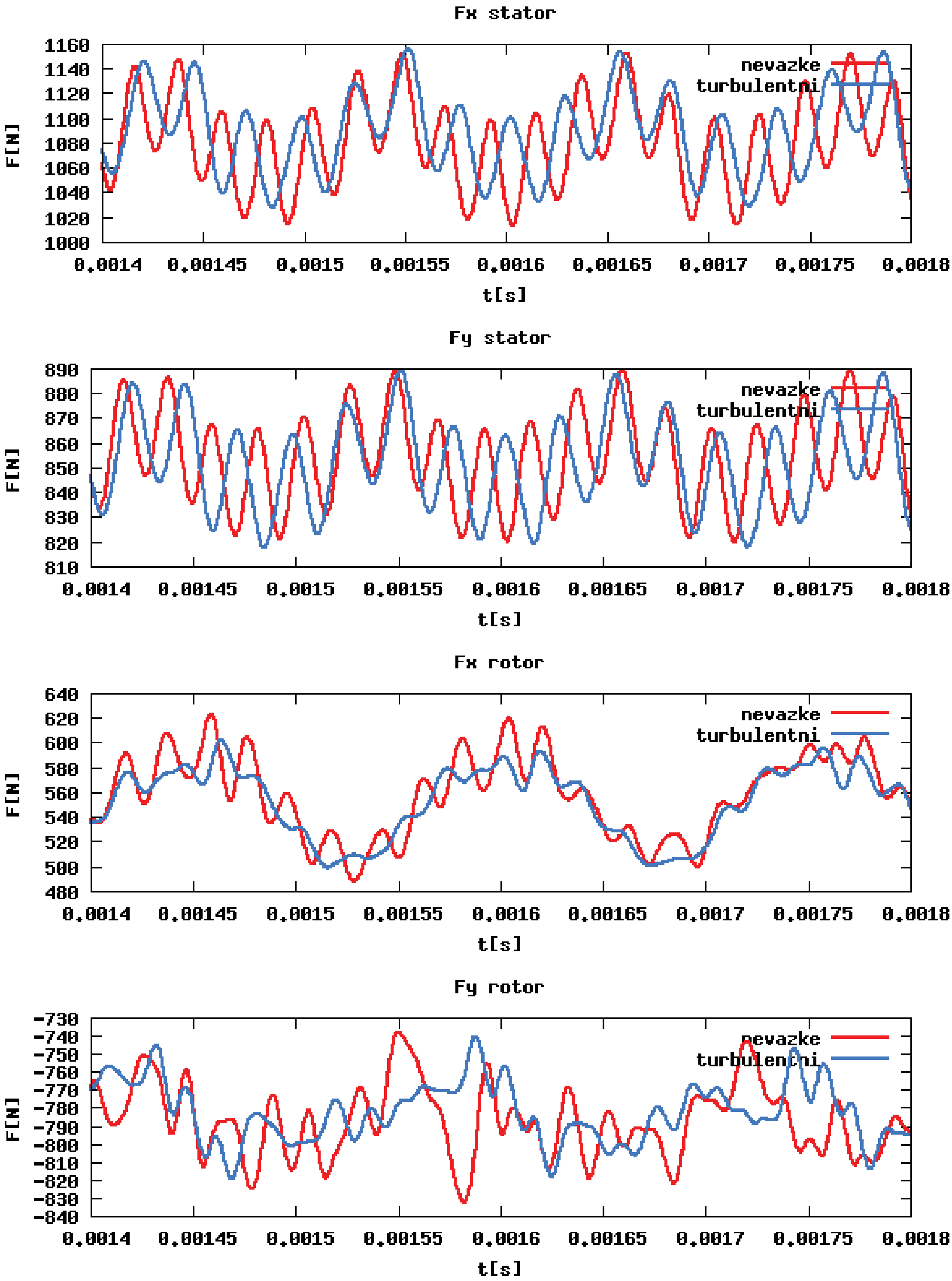
Jak již bylo řečeno v úvodu, výpočet byl především zaměřen na stanovení silových účinků proudu na rozváděcí a oběžné lopatky. Pro získání představy o vlivu viskozity a o možnosti jejího zanedbání, byl výpočet proveden pro vazký turbulentní model i pro nevazký model proudění. Dále byly provedeny výpočty pro dvě mírně odlišné varianty prostorové diskretizace (přesněji pro dva různé limitery použité při lineární rekonstrukci). Větší pozornost byla věnována stanovení vlivu časové diskretizace. Byly provedeny výpočty pomocí dvou odlišných schemat (viz odstavec 3.) a dále byl sledován vliv volby časového kroku.

Na obrázku 2 je porovnání časových průběhů sil získaných pomocí nevazkého a vazkého turbulentního modelu, na obrázku 3 je spektrální analýza časových průběhů. Je vidět, že výsledky získané pomocí turbulentního modelu mají poněkud utlumené vyšší frekvence zejména pro rotorovou lopatku oproti výsledkům získaným nevazkým modelem. Časově střední hodnoty sil jsou pro oba modely v podstatě totožné (viz. tabulka 1).

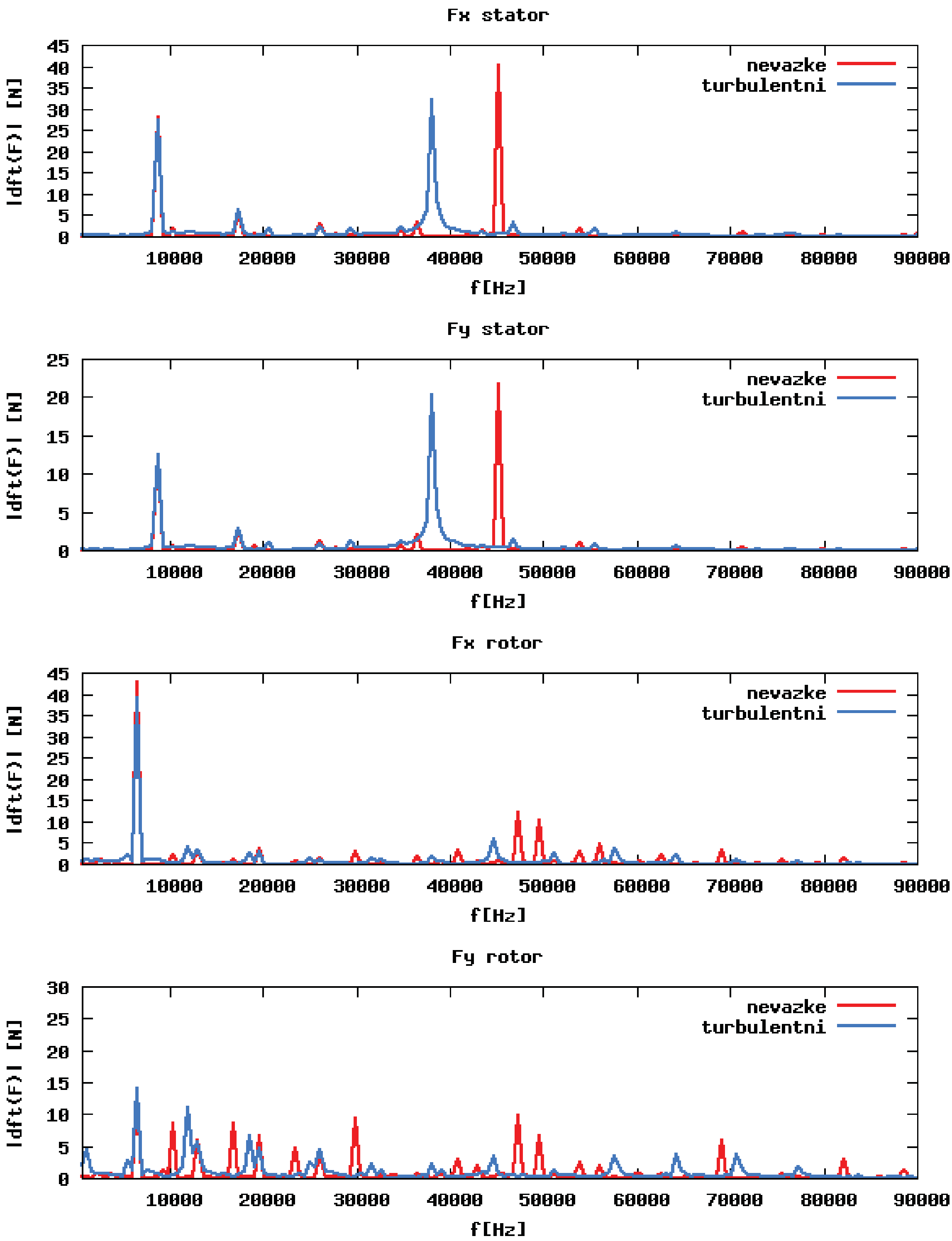
Na obrázcích 3 a 4 jsou porovnány výsledky nevazkého výpočtu, kde byly použity dva různé limitery (Van Albadův, Van Leerův) pro získání vyššího řádu přesnosti v prostoru. Střední hodnoty sil pro Van Leerův limiter jsou mírně nižší ve srovnání s výsledky pro Van Albadův limiter, nicméně spektrální analýza na obrázku 4 ukazuje, že oba výsledky jsou téměř totožné.

Na obrázcích 5 a6 jsou porovnány výsledky dvou různých schemat druhého řádu přesnosti v čase (zpětné Eulerovo schema, Crank-Nicholsonovo schema). Na časových průbězích i spektrech sil nejsou patrné žádné podstatné rozdíly, lze tedy říci, že obě schemata dávají stejné výsledky.

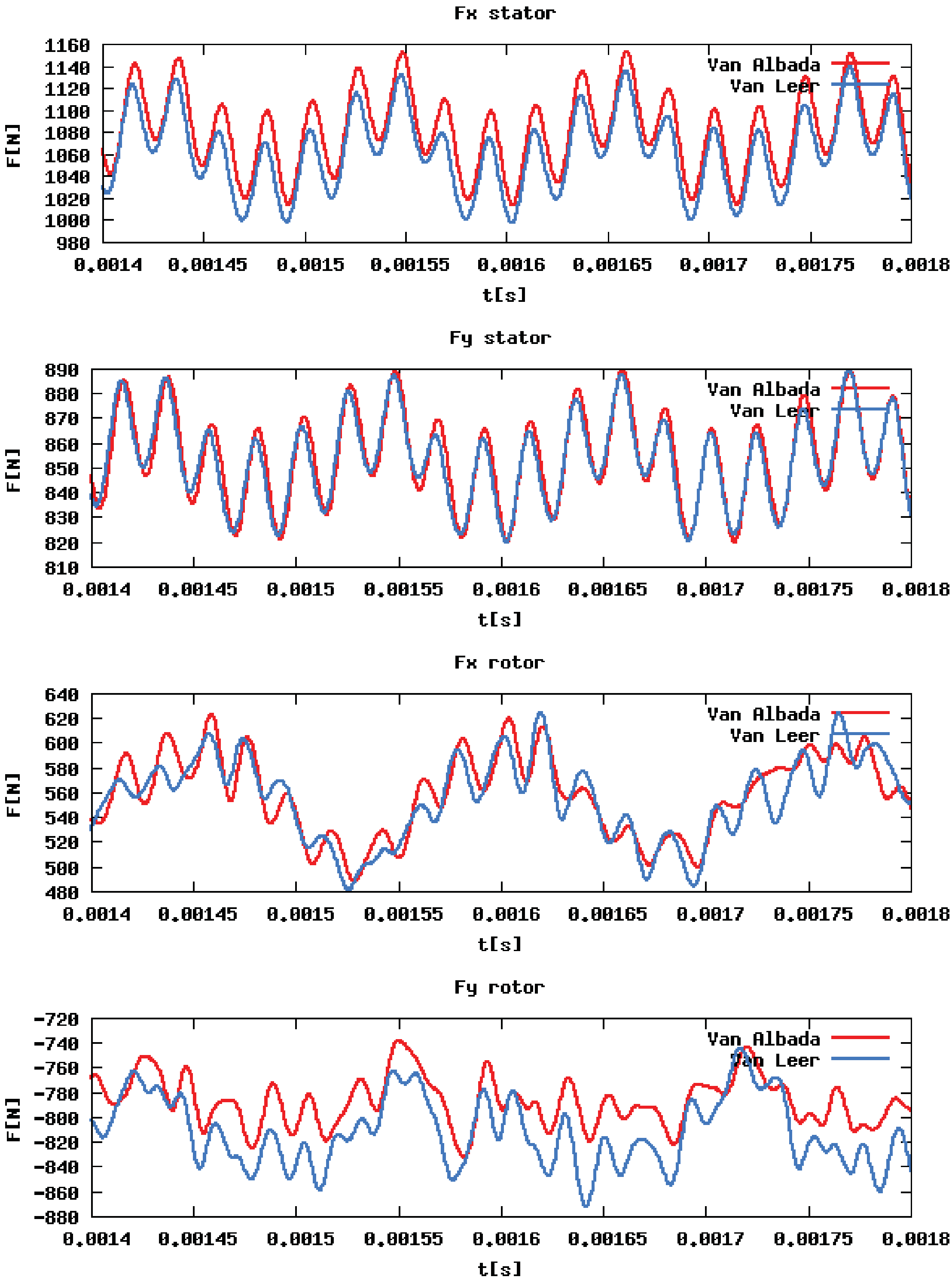
Další výpočty byly zaměřeny na stanovení vlivu volby časového kroku na přesnost výpočtu. Časový krok je v této úloze svázán přes zadanou oběžnou rychlost s prostorovým krokem posunutí rotoru oproti statoru. Bylo zvoleno 1008 prostorových kroků na periodu (periodický úsek tří statorových a čtyř rotorových lopatek) a dále byl sledován vliv snížení počty prostorových kroků na periodu na 108. Na obrázcích 7 a 9 jsou časové průběhy sil získané pomocí zpětného Eulerova schematu a Crankova-Nicholsonova schematu pro 1008 a 108 prostorových kroků na periodu. Na obrázcích 8 a 10 jsou spektra silových účinků. Je vidět, že snížení počtu prostorových kroků na periodu a tím zvětšení časového kroku vede k podstatnému vyhlazení a posunu vyšších frekvencí a tím ke snížení přesnosti výpočtu.



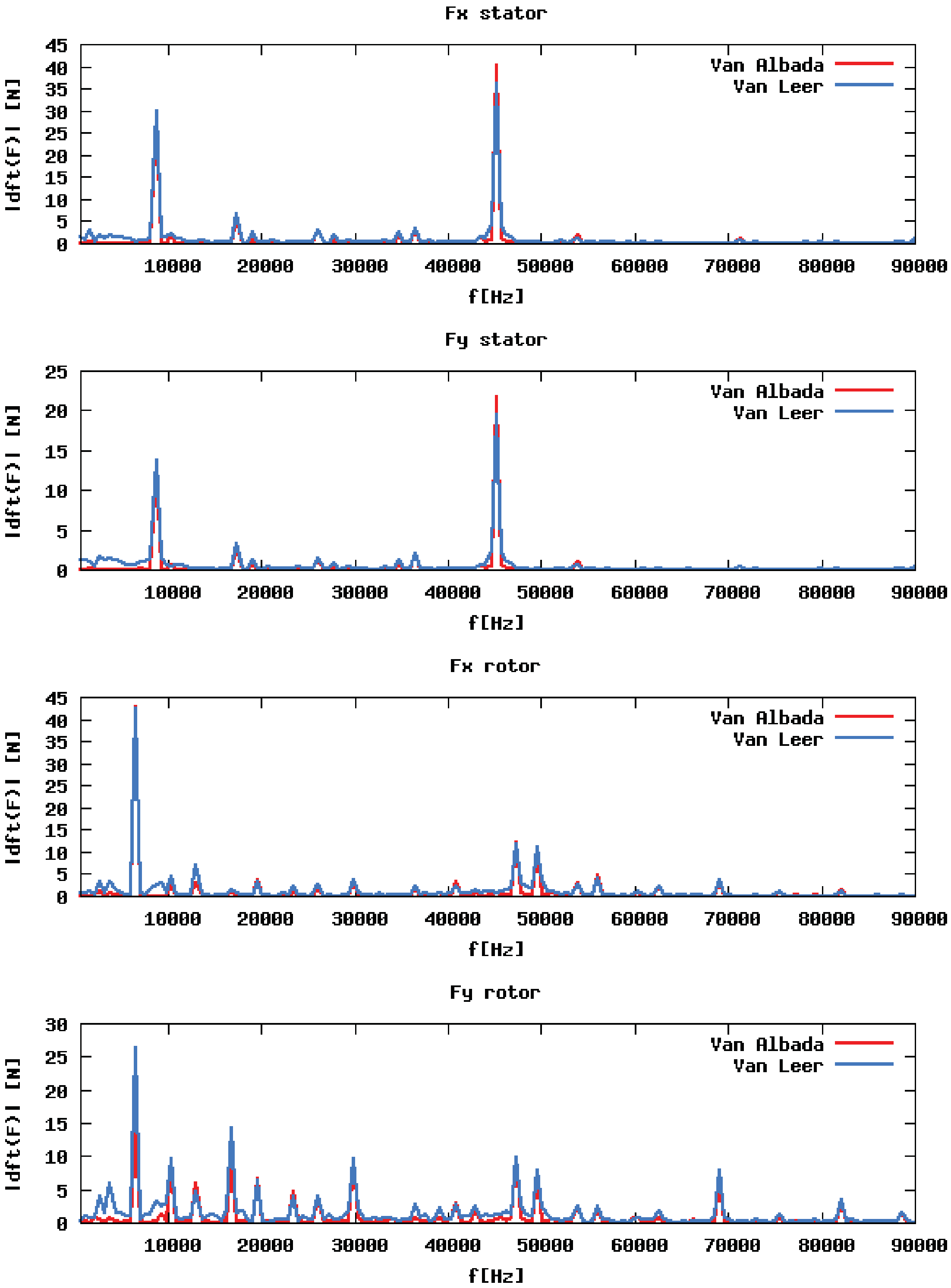
Obr. 2 Časový průběh sil – porovnání nevazkého a turbulentního modelu



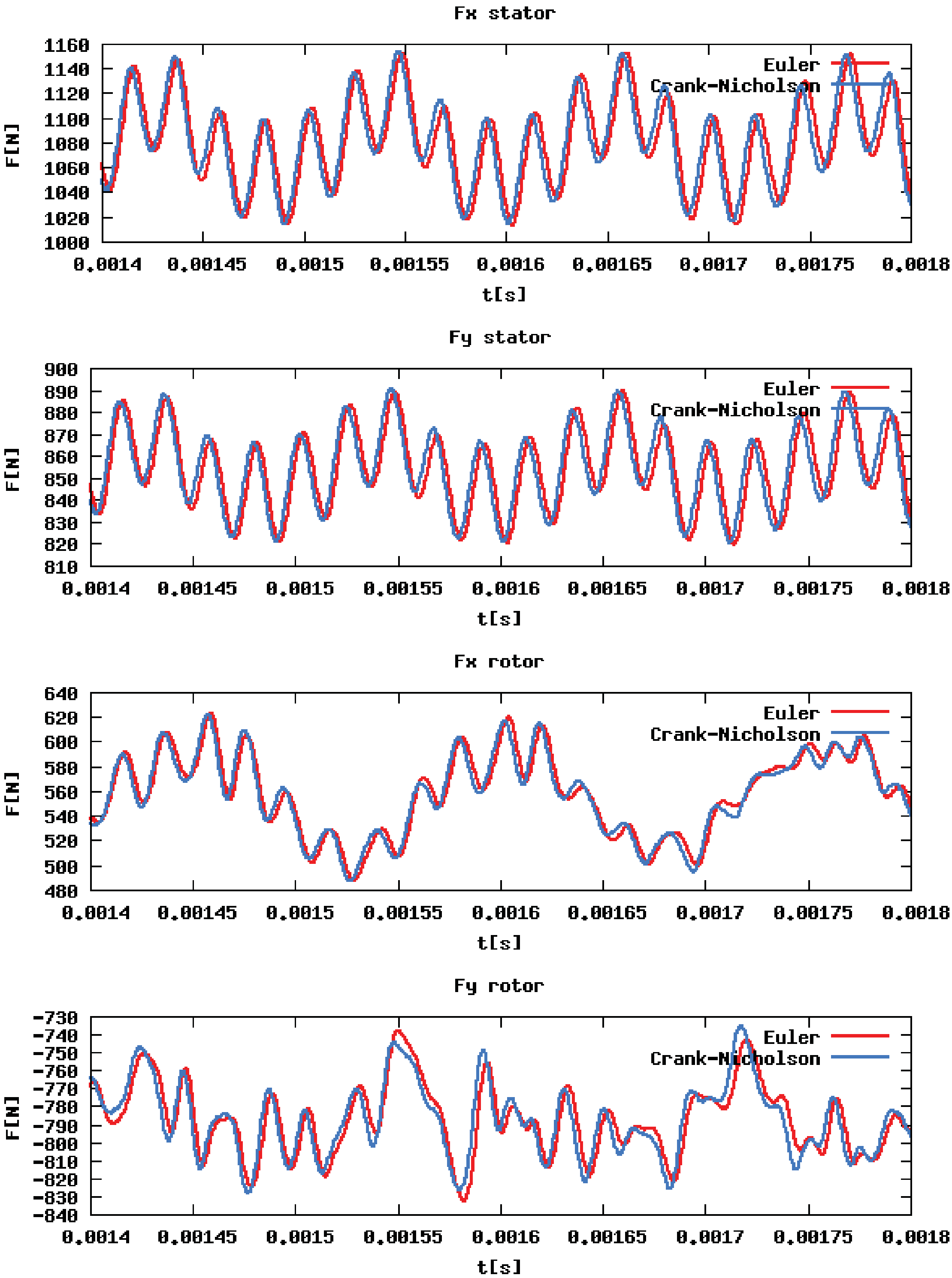
Obr. 3 Spektrum silových účinků – porovnání nevazkého a turbulentního modelu



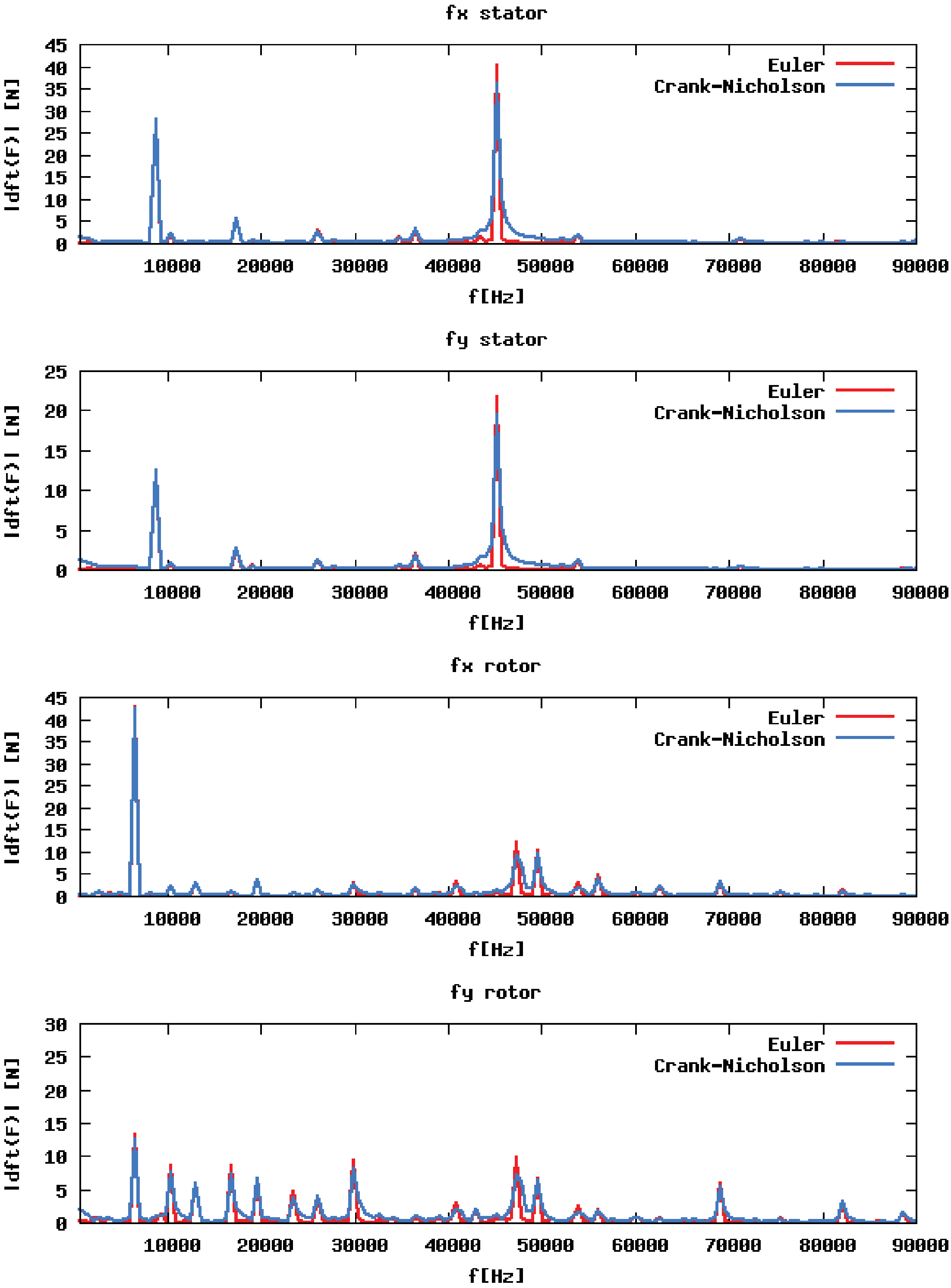
Obr. 4 Časový průběh sil – porovnání limiteru Van Albada a Van Leer



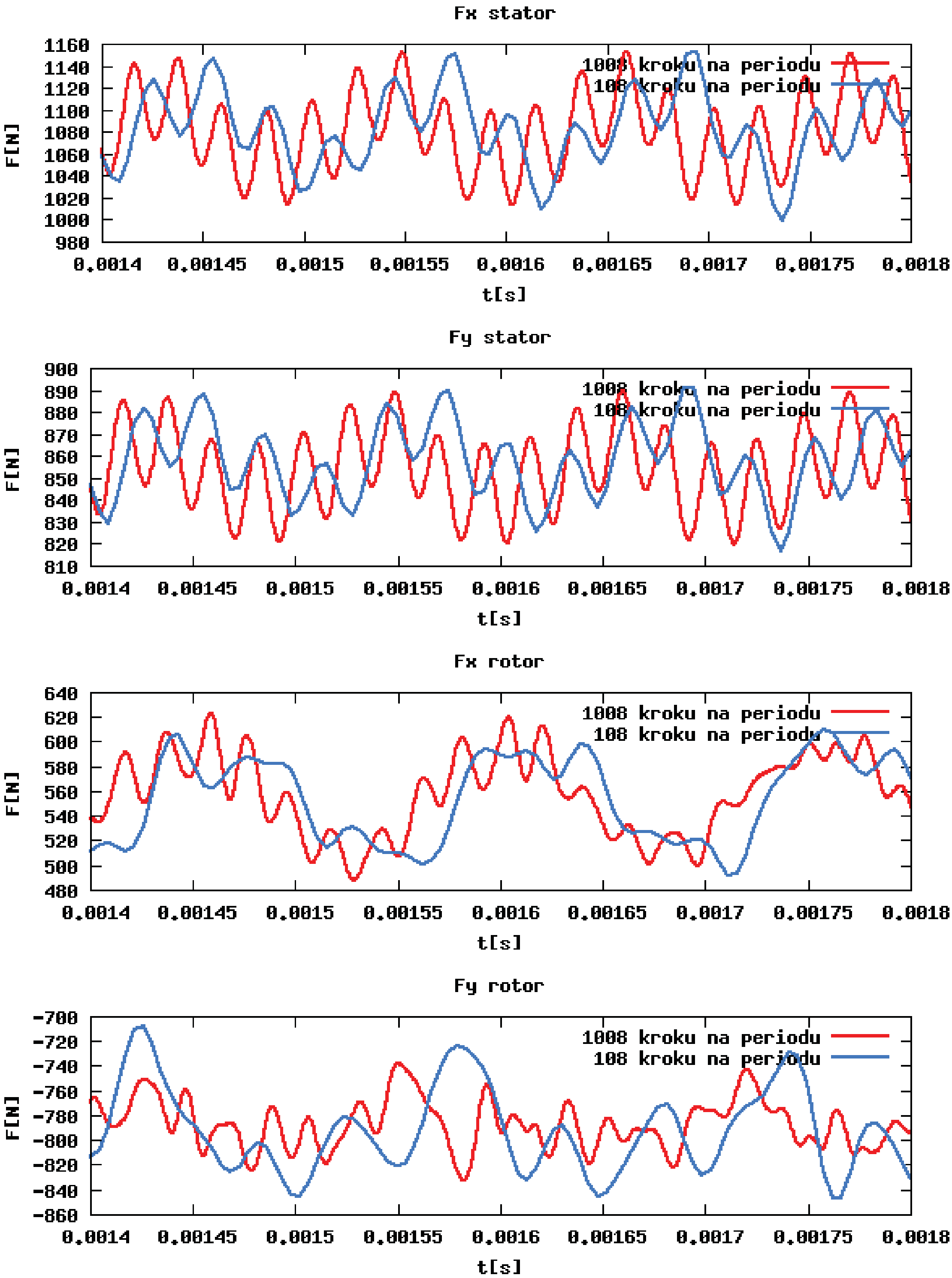
Obr. 5 Spektrum silových účinků – porovnání limiteru Van Albada a Van Leer



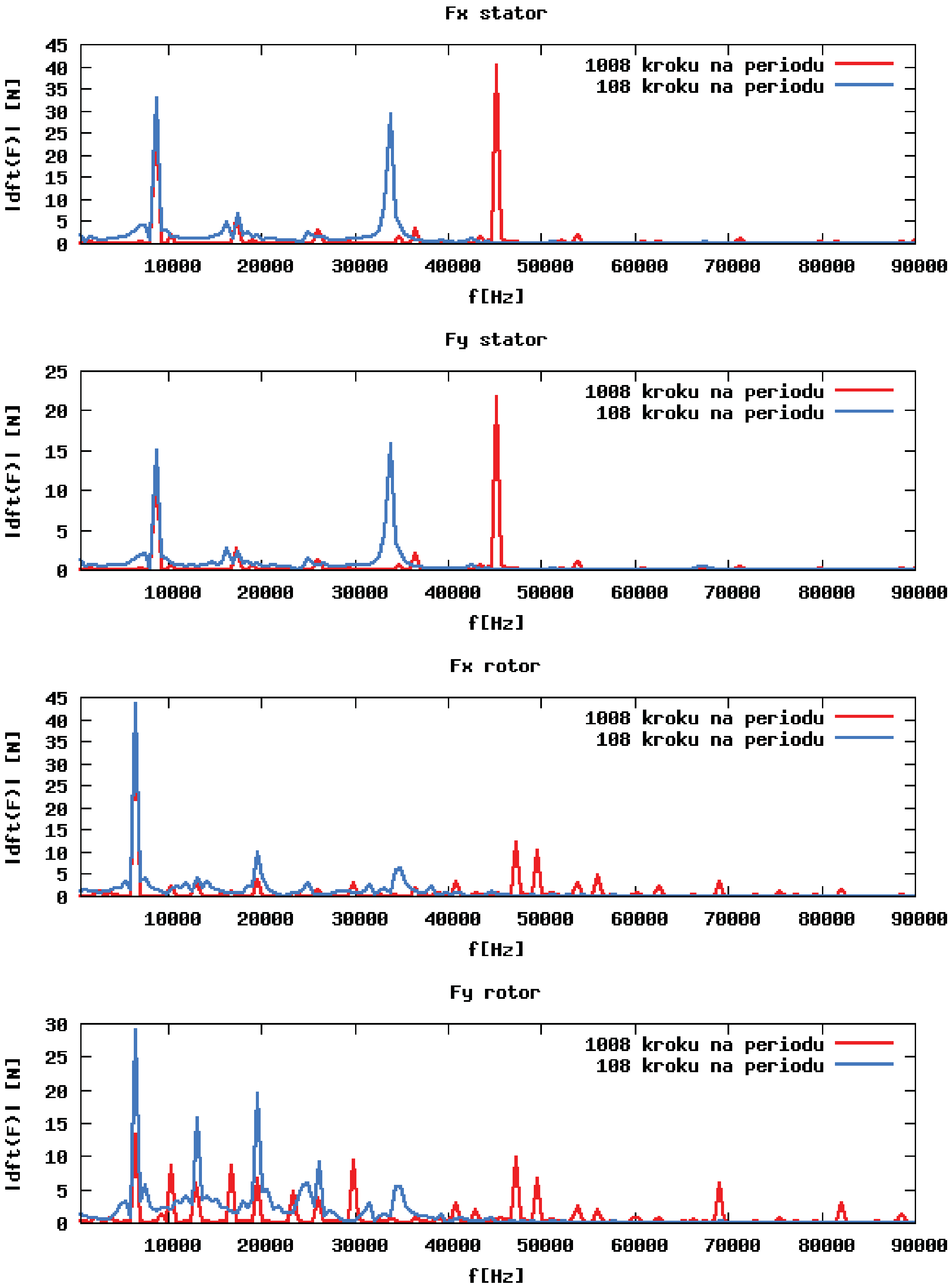
Obr. 6 Časový průběh sil – porovnání zpětného Eulerova schematu a Crankova-Nicholsonova schematu



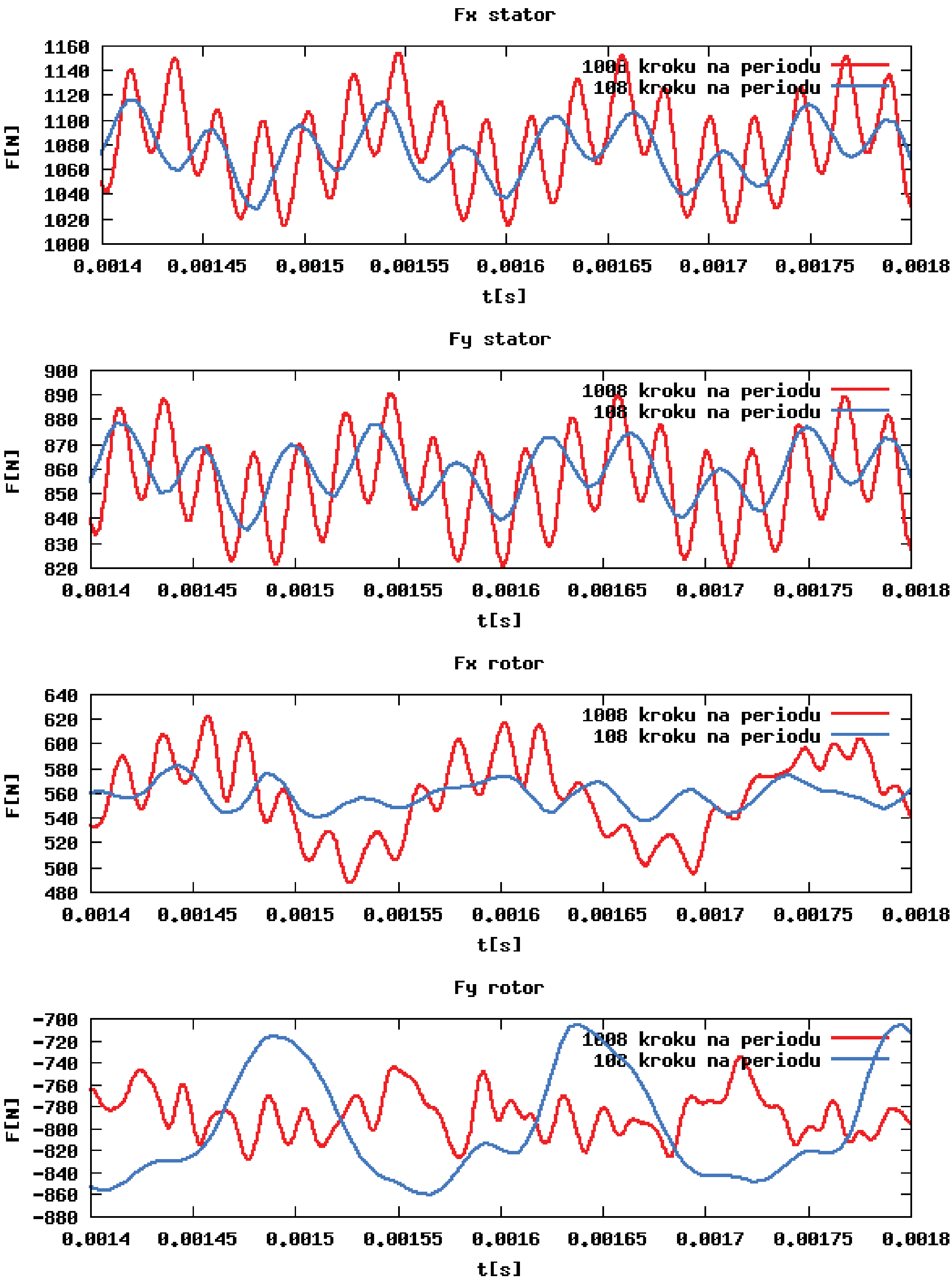
Obr. 7 Spektrum silových účinků – porovnání zpětného Eulerova schematu a Crankova-Nicholsonova schematu



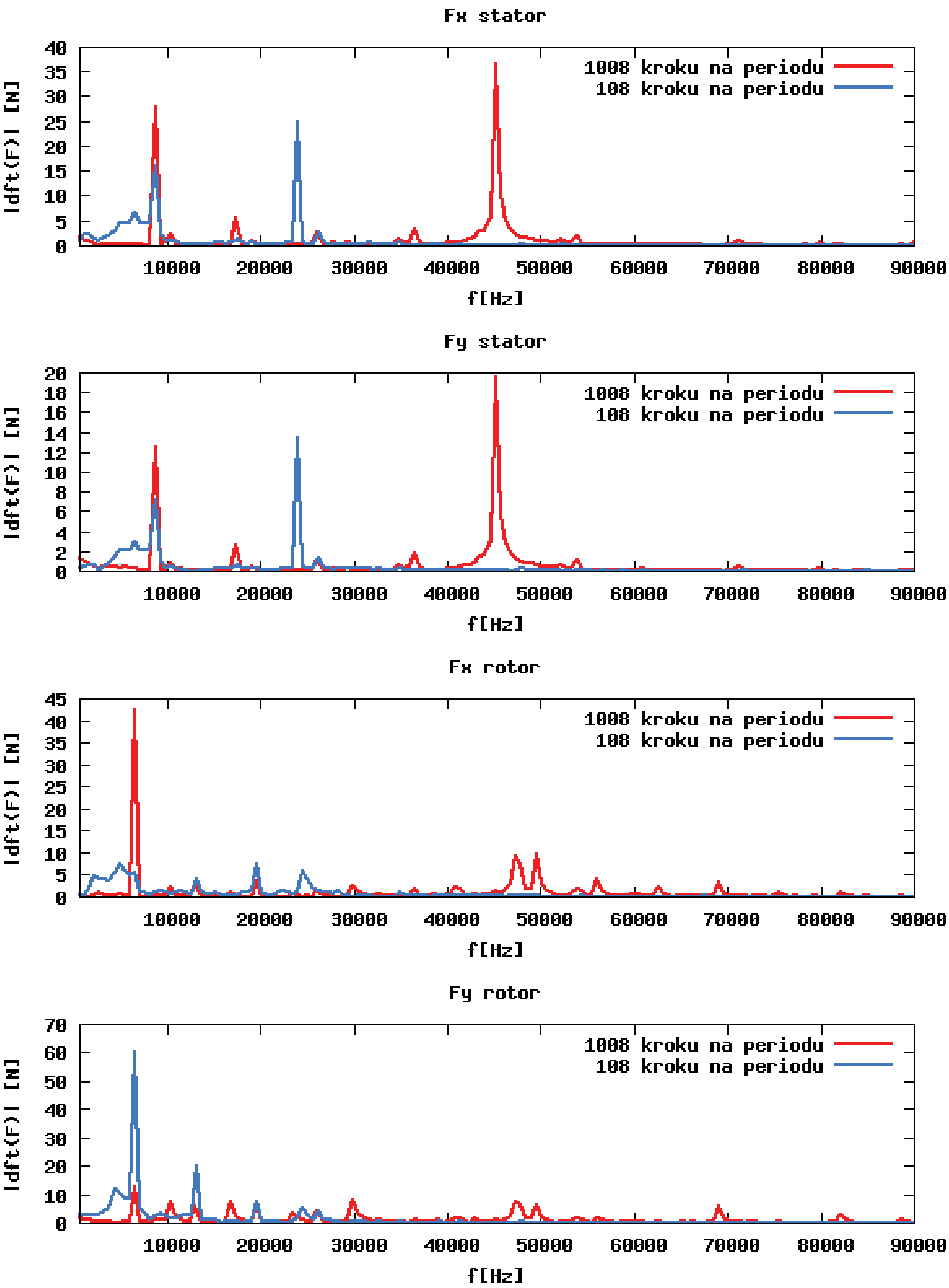
Obr. 8 Časový průběh sil – vliv volby časového kroku pro zpětné Eulerovo schema



Obr. 9 Spektrum silových účinků – vliv volby časového kroku pro zpětné Eulerovo schema



Obr. 10 Časový průběh sil – vliv volby časového kroku - Crankovo-Nicholsonovo schema



Obr. 11 Spektrum silových účinků – vliv volby časového kroku - Crankovo-Nicholsonovo schema

<table>
<tr><th colspan="4" rowspan="2">Model</th><th colspan="2">Stator</th><th colspan="2">Rotor</th></tr>
<tr><th>Fx [N]</th><th>Fy [N]</th><th>Fx [N]</th><th>Fy [N]</th></tr>
<tr><td colspan="4">turbulentní (1008 kroků na periodu, Euler, Van Albada)</td><td>1086,9</td><td>851,1</td><td>549,0</td><td>-787,4</td></tr>
<tr><td rowspan="5">nevazké</td><td rowspan="3">1008 kroků na periodu</td><td rowspan="2">Euler</td><td>Van Albada</td><td>1078,9</td><td>853,2</td><td>553,0</td><td>-787,9</td></tr>
<tr><td>Van Leer</td><td>1060,9</td><td>852,5</td><td>549,7</td><td>-814,9</td></tr>
<tr><td colspan="2">Crank-Nicholson (Van Albada)</td><td>1080,3</td><td>854,7</td><td>552,4</td><td>-789,4</td></tr>
<tr><td rowspan="2">108 kroků na periodu</td><td colspan="2">Euler (Van Albada)</td><td>1082,5</td><td>857,3</td><td>551,6</td><td>-793,2</td></tr>
<tr><td colspan="2">Crank-Nicholson (Van Albada)</td><td>1074,3</td><td>858,0</td><td>556,7</td><td>-795,0</td></tr>
</table>

Tab. 1 Časově střední hodnoty silových účinků

Závěr

Výpočty nestacionární interakce mezi statorem a rotorem turbiny JT100 zaměřené na stanovení silových účinků ukazují, že použití nevazkého modelu vede k odchylkám pro vyšší frekvence oproti turbulentnímu modelu, nižší frekvence jsou pro oba modely zachyceny téměř stejné.

Nepatrná změna prostorové diskretizace – změna limiteru při lineární rekonstrukci pro zvýšení řádu přesnosti v prostoru vede k překvapivě znatelným odchylkám časového průběhu sil, naproti tomu ke změně spektra sil v podstatě nedochází.

Dále bylo zjištěno, že zpětné Eulerovo schema druhého řádu přesnosti v čase dává téměř totožné výsledky jako Crankovo-Nicholsonovo schema. U obou schemat dochází ke značnému snížení přesnosti výpočtu při zmenšení počtu prostorových kroků na periodu (a tím zvětšení časového kroku) z 1008 na 108.

Poděkování

Práce byla realizována za finanční podpory z prostředků státního rozpočtu prostřednictvím projektu Ministerstva průmyslu a obchodu ČR FT-TA5/067.

Literatura:

[1] Straka P.: *Vývoj software pro výpočet 2D stlačitelného vazkého turbulentního proudění, k-omega model turbulence*; Zpráva VZLÚ R-4321, Praha, 2008

[2] Fořt J., Fürst J., Halama J., Kozel K., Louda P., Sváček P.: *Numerické řešení nestacionárního proudění v turbinovém stupni ST6.*; Zpráva FS ČVUT 201-08-155, Praha, 2008

[3] Feistauer M., Felcman J., Straškraba I.: *Mathematical and Computational Methods for Compressible Flow.*; Oxford University Press, 2003

[4] Straka P.: *Výpočet nestacionárního proudění v turbinovém stupni ST6 – nevazký výpočet*; Zpráva VZLÚ R-4476, Praha, 2008

Numerická simulace nestacionárního transsonického proudění s užitím ALE metody

Ing. Petr Furmánek, Doc. Ing. Jiří Fürst PhD., Prof. RNDr. Karel Kozel DrSc

Práce sumarizuje výsledky numerického modelování nestacionárního nevazkého transsonického proudění dosažené ve spolupráci ČVUT FS a VZLÚ a.s. Ve dvou rozměrech je simulováno nestacionární transsonické proudění kolem profilu NACA 0012 kmitajícího s předepsanými oscilacemi pomocí dvou různých schemat metody konečných objemů a to jednak pomocí tzv. Modifikovaného Causonova schematu a pak pomocí tzv. WLSQR schematu. Oscilační pohyb je simulován pomocí *Arbitrary Lagrangian-Eulerian* (ALE) metody (tj. pomocí pohyblivých sítí), pro kterou jsou zmíněná schemata modifikována. Proudění je modelováno jednak jako nevazké a jednak jako vazké turbulentní (je použit Kokův TNT model turbulence). Získané výsledky jsou srovnány s experimentem přičemž je dosaženo velice dobré shody. Modifikované Causonovo schema je dále rozšířeno pro proudění ve třech rozměrech. Jako testovací případ je modelováno obtékání kmitajícího křídla ONERA M6. Výsledky jsou uspokojivé, jejich srovnání s experimentem však bohužel není dosud možné.

Úvod

Nestacionární jevy hrají při proudění vzduchu kolem letadel velmi důležitou roli. Jejich výzkum lze realizovat buď pomocí analytických metod, které jsou nicméně použitelné pouze v některých specifických případech, nebo pomocí numerických simulací. Jeden z možných přístupů představuje tzv. ALE metoda, kombinující Lagrangeův a Eulerův přistup ke zkoumání pohybu kapaliny. V našem případě jsou nestacionarity představovány vynucenými oscilacemi profilu (křídla), kolem pevně daného bodu (osy). Proudění je uvažováno jak jako nevazké a stlačitelné tak jako turbulentní (pouze ve 2D).

Matematický model

Výchozí systém rovnic

Proudění vazké stlačitelné tekutiny je popsáno systémem Navier-Stokesových rovnic, jejichž tvar je v 3D případě následující

$$W_t + F_x + G_y + H_z = 0$$

Přičemž vektory W, F, G, H mají význam:

$$W = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e)^T$$

$$F = F_n - \frac{1}{\mathrm{Re}} F_v, G = G_n - \frac{1}{\mathrm{Re}} G_v, H = H_n - \frac{1}{\mathrm{Re}} H_v,$$

$$F_n = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho uw, (e+p)u)^T,$$

$$F_v = (0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + \frac{\kappa}{\mathrm{Pr}} \lambda u_x)^T,$$

$$G_n = (\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, \rho vw, (e+p)v)^T,$$

$$G_v = (0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, \tau_{yz}, u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + \frac{\kappa}{\mathrm{Pr}} \lambda v_y)^T,$$

$$H_n = (\rho v, \rho uv, \rho vw, \rho v^2 + p, (e+p)w)^T,$$

$$H_v = (0, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{zz}, u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} + \frac{\kappa}{\mathrm{Pr}} \lambda w_z)^T,$$

kde ρ je hustota, (u, v, w) jsou složky vektoru rychlosti, e je celková energie v jednotce objemu, τ je tenzor vazkých napětí, Re je Reynoldsovo číslo, Pr je Prandtlovo číslo a λ je součinitel tepelné vodivosti. V případě nevazkého proudění je tvar výchozího systému rovnic formálně stejný, ale zanedbávají se vazké části vektorů F, G, H tj. $F_{v,} G_v, H_v$. Výchozí systém rovnic tak přejde na systém Eulerových rovnic popisující proudění nevazké stlačitelné kapaliny.

Výchozí systém rovnic v ALE formulaci

Při řešení výchozího systému rovnic pro případ nestacionániho proudění pomocí metody konečných objemů v dané výpočetní oblasti $\Omega = \bigcup_i D_i$ je výchozí systém rovnic uvažován v následující integrální formě (kontrolní objem-buňka $D_i(t)$ závisí na čase)

$$\iint_{D_i(t)} W_t(t) dxdy + \iint (F(W(t))_x + G(W(t))_y) dxdy =$$
$$= \iint_{D_i(t)} W_t(t) dxdy + \oint_{\partial D_i(t)} F(W(t)) dy - G(W(t)) dx =$$
$$= \iint_{D_i(t)} W_t(t) dxdy + \oint_{\partial D_i(t)} (F(W(t)), G(W(t))) \cdot \vec{n} dS = 0$$

přičemž jsme použili Gaussovu-Ostrogradského větu. $\vec{n}$ značí normálový vektor ke stěně buňky. Označíme-li dále $W_i(t)$ střední hodnotu vektoru W v buňce $D_i(t)$, pak s použitím věty o střední hodnotě a následující identity

$$\frac{d}{dt} \iint_{D_i(t)} W(t) dxdy = \iint_{D_i(t)} W(t) dxdy + \oint_{\partial D_i(t)} W(t) \dot{x} \cdot \vec{n} dS$$

kde $\dot{x} = (\dot{x}_1, \dot{x}_2)$ udává rychlost bodu x na hranici $\partial D_i(t)$, výsledný integrální tvar výchozího systému rovnic pro ALE metodu

$$\frac{d}{dt}\left(|D_i(t)|W_i(t)\right)+\oint_{\partial D_i(t)}\left[(F(W(t)),G(W(t)))-W(t)\dot{x}\right]\cdot\vec{n}dS=$$
$$=\frac{d}{dt}\left(|D_i(t)|W_i(t)\right)+\oint_{\partial D_i(t)}(F^*(W(t)),G^*(W(t)))\cdot\vec{n}dS=0,$$

přičemž $|D_i(t)|$ značí objem dané buňky a

$$F^*(W(t))=F(W(t))-W(t)\dot{x}_1,\quad G^*(W(t))=G(W(t))-W(t)\dot{x}_2$$

Numerická schemata

Obě níže uvedená schemata byla modifikována pro použití s ALE metodou (viz. [7, 13]), tj. řešení nestacionarit za pomoci pohyblivé sítě.

Modifikované Causonovo schema

Schema vychází z 3D MacCormackova schematu (*cell-centered*) ve formě prediktor-korektor. Přidaná umělá vazkost je založena na TVD vazkosti uvedené Causonem, ale její vliv je podstatně snížen [9]. Schema tak sice postrádá TVD vlastnost, výsledky jsou nicméně kvalitativně mnohem lepší než u původního Causonova schematu – srovnatelné s plnou TVD verzí MacCormackova schematu, ovšem s úsporou nejméně jedné třetiny výpočetního času.

WLSQR schema

Weighted Least Square Reconstruction schema využívá pro výpočet nevazkých toků (F, G, H) skrze hranici mezi dvěma sousedícími výpočetními buňkami AUSMPW+ numerický tok. Hodnoty zachovávaných proměnných pro jeho výpočet jsou získávány pomocí vážené metody nejmenších čtverců [8]. Schema bylo imlementováno v imlicitní verzi, což umožňuje podstatně zvětšit hodnotu časového kroku. Časová diskretizace byla provedena zpěnou Eulerovou metodou druhého řádu s vnitřními iteracemi v duálním čase. Výsledný systém lineárních rovnic byl nakonec řešen pomocí metody GMRES s ILU(0) předpodmíněním. Dimenze Krylovova podprostoru byla vybrána z itervalu <10, 40> a maximální počet iterací je roven 10 – 50. Jestliže pro daný počet iterací není nalezeno řešení, postupuje se k dalšímu časovému kroku. Turbulentní jevy byly modelovány pomocí Kokova TNT modelu turbulence.

Výpočetní sítě

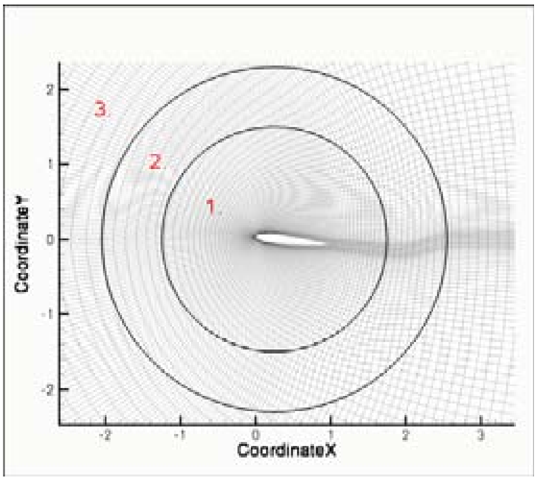
Výpočetní sítě byly následující:

- ve 2D:

1) pro Modifikované Causonovo schema: strukturovaná síť typu C o velikosti 15096 výpočetních buněk (čtyřúhelníky) se 124 buňkami kolem profilu.

2) pro WLSQR schema: pro nevazké proudění nestrukturovaná síť se 6720 buňkami (trojúhelníky), 120 buněk kolem profilu, pro vazké proudění nestrukturovaná prismatická síť s 8563 buňkami.

- ve 3D: pro Modifikované Causonovo schema: strukturovaná C síť se 467313 buňkami (šestistěny).



Obr. 1 Modifikace sítě pro nestacionární 2D výpočet

Modifikace sítě

Jelikož se výpočetní sítě během výpočtu pohybovaly, bylo nutno odvodit algoritmus pro jejich modifikaci. Ve všech případech (2D i 3D) byl uplatněn následující postup. Výpočetní oblast byla rozdělena na tři podoblasti (obr. 1). První z nich (kruh se středem v referenčním bodě x_{ref} a poloměrem r_1) se pohybovala podle předpisu pro úhel náklonu jako pevné těleso. Vnější oblast druhého kruhu o poloměru $r_2 > r_1$ zůstávala nehybná. V mezikruží byl pohyb tlumen pomocí tlumící funkce f_D. Aktuální poloha každého bodu sítě byla tedy dána jako

$$\vec{x} = Q\left[\phi\left(t, \left\|\vec{x}(0) - \vec{x}_{ref}\right\|\right)\right]\left(\vec{x}(0) - \vec{x}_{ref}\right) + \vec{x}_{ref}\,,$$

kde

$$Q = \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix}$$

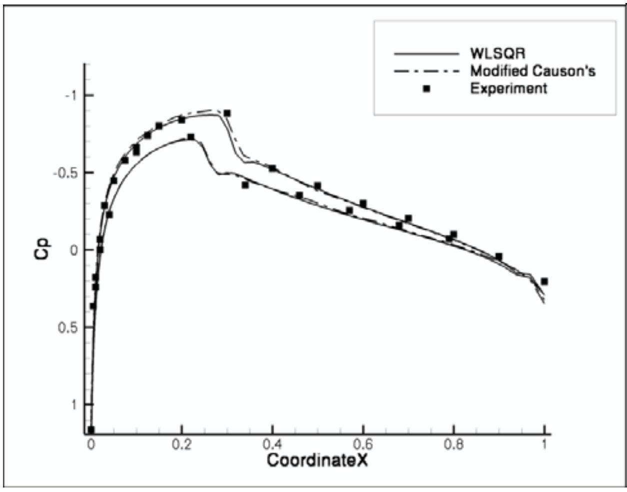
a

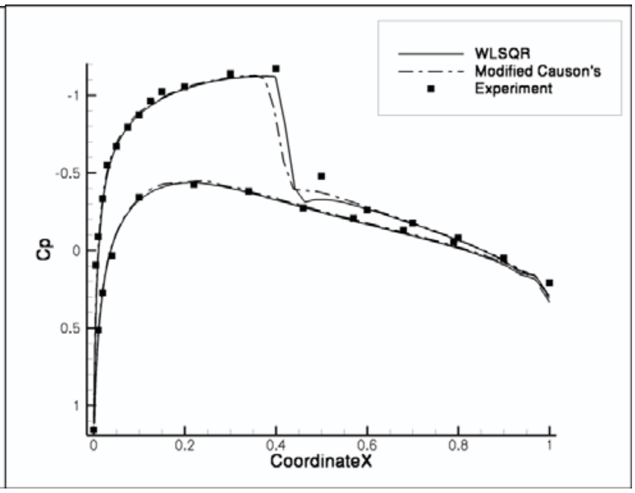
$$\phi(t,r) = \begin{cases} -\alpha_1(t) & pro \quad r < r_1 \\ -\alpha_1(t) f_D(r) & pro \quad r_1 < r < r_2 \\ 0 & pro \quad r_2 < r \end{cases}$$

Tlumicí funkce byla volena jako

$$f_D(r) = 2\left(\frac{r - r_1}{r_2 - r_1}\right)^3 - 3\left(\frac{r - r_1}{r_2 - r_1}\right)^2 + 1$$

Ve 3D byl pohyb sítě zadán podobně. Rozdělení výpočetní oblasti bylo v tomto případě však provedeno pomocí polokoulí.





Obr. 2 c_p koeficient, NACA 0012, $\alpha_1 = 1.09°$ *Obr. 3 c_p koeficient, NACA 0012,* $\alpha_1 = 2.34°$

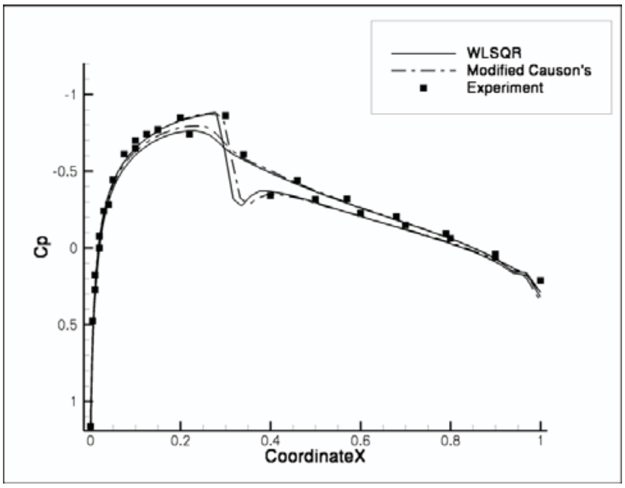
Numerické výsledky

2D nestacionární nevazké proudění

Jako testovací případ bylo zvoleno nestacionární transonické obtékání profilu NACA 0012. Pohyb profilu byl dán vynucenými oscilacemi určenými následující rovnicí pro úhel náklonu

$$\alpha_1(t) = 0.016° + 2.51° \sin(\omega t)$$

kolem referenčního bodu $x_{ref} = [0.25, 0.00]$



Obr. 4 c_p koeficient,NACA 0012, $\alpha_1 = -1.25°$

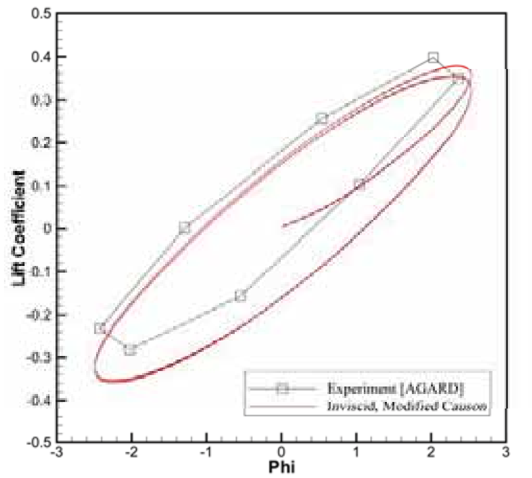
kde úhlová rychlost je dána jako

$$\omega = 2k\pi \frac{U_{ref}}{c}$$

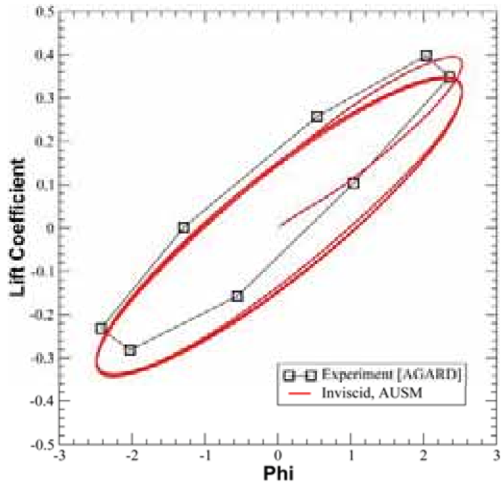
přičemž U_{ref} značí rychlost v nerozrušeném proudu, c je délka tětivy profilu, t je čas a redukovaná frekvence k=0,0814 Hz. Průběh nestacionárního proudění byl sledován na chování koeficientu vztlaku daném jako

$$c_n = \frac{\oint P dx}{\frac{1}{2} U_{ref}^2 \rho_{ref}^2}$$

kde P je statický tlak a ρ_{ref} je hustota v nerozrušením proudu.



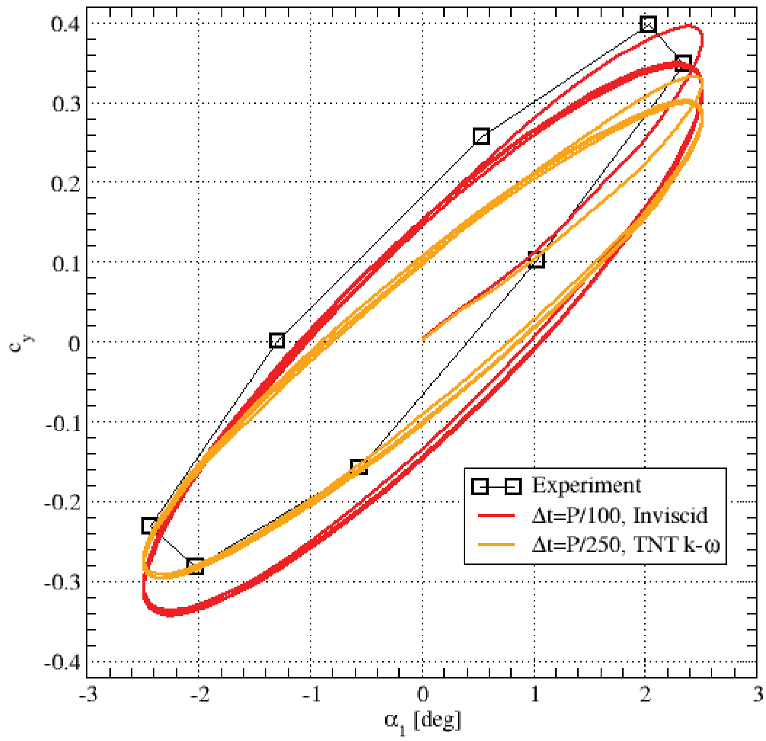
Obr. 5 koeficient vztlaku, NACA 0012,
Modfikované Causonovo schema.
Nevazký výpočet



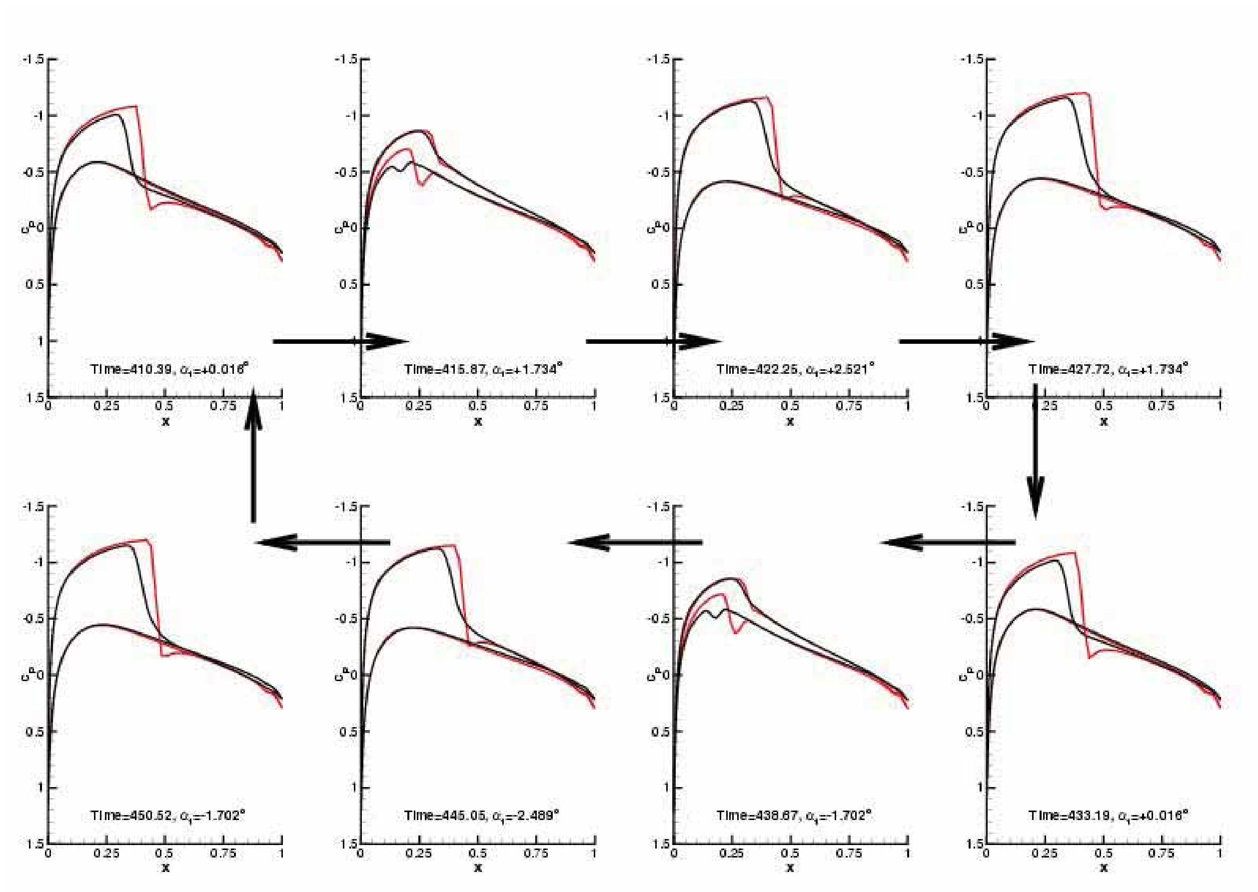
Obr. 6 koeficient vztlaku, NACA 0012,
WLSQR schema.
Nevazký výpočet

2D nestacionární vazké proudění

Jedná se o stejný režim proudění jako v předchozím případě. Výpočet je proveden WLSQR schematem s AUSMPW+ numerickým tokem a TNT modelem turbulence.



Obr. 7 Koeficient vztlaku, NACA 0012, turbuletní výpočet, WLSQR schema



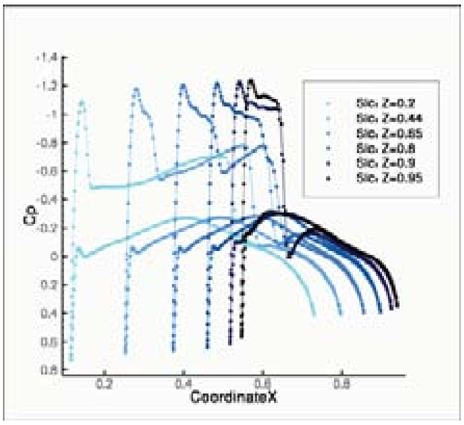
Obr. 8 c_p koeficient během jedné periody, srovnání nevazkého (červená čára) a turbulentního (černá čára) výpočtu, WLSQR schema.

3D nestacionární proudění

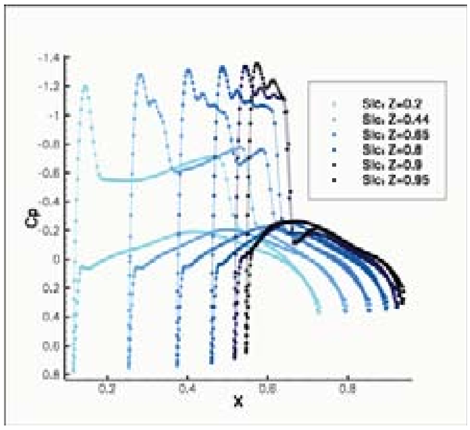
Pro první simulaci nestacionárních jevů ve 3 rozměrech byl zvolen režim vycházející z počátečních podmínek pro stacionární výpočty uvedených ve zprávě [9], tj. vstupní Machovo číslo M_∞ = 0.8395 , úhel náběhu α =3.06°. Nestacionární pohyb byl opět zadán rovnicí pro úhel náklonu

$$\alpha_1(t) = 1.5° \sin(\omega t)$$

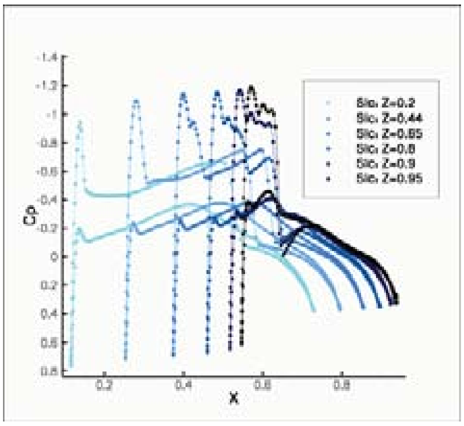
frekvence však nyní byla rovna ω = 10 Hz.



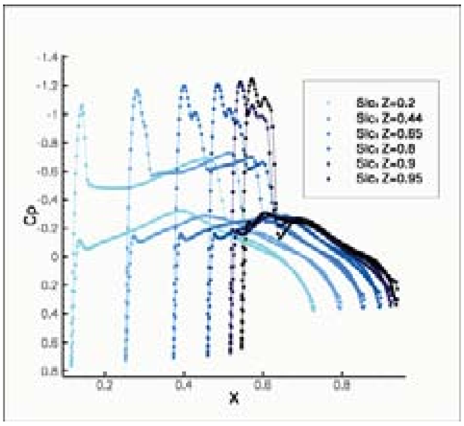
a) t=10 π



b) t=0.5 π+ 10 π

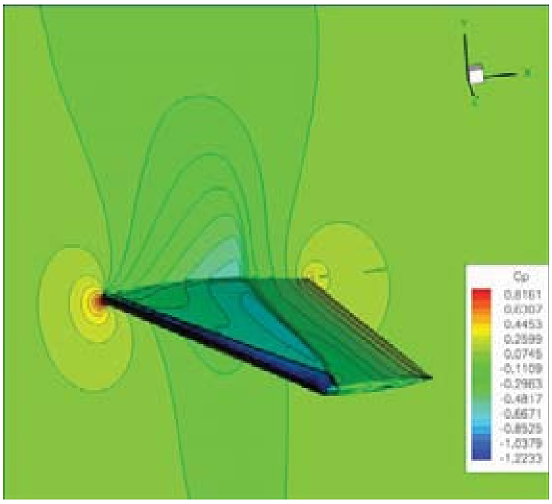


a) t=1.5 π +10 π

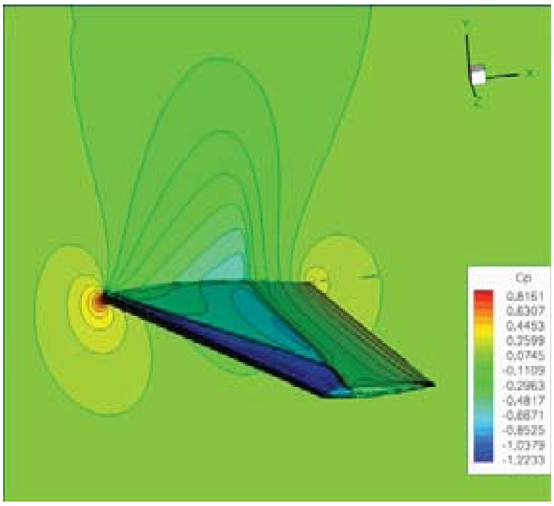


b) t=2π+ 10 π

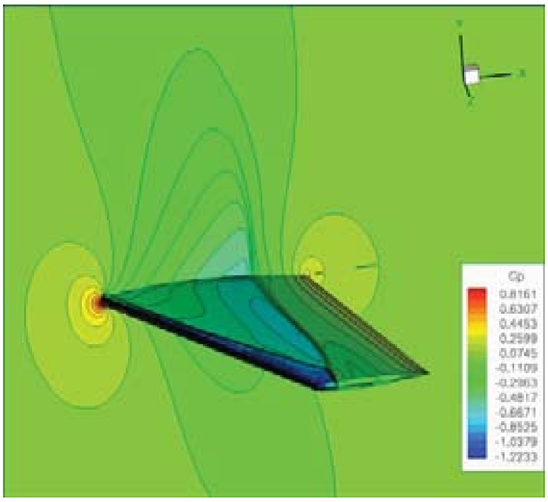
Obr. 9 c_p koeficient v řezech v průběhu 10. periody nestacionárního výpočtu, ONERA M6, nevazké proudění, Modifikované Causonovo schema



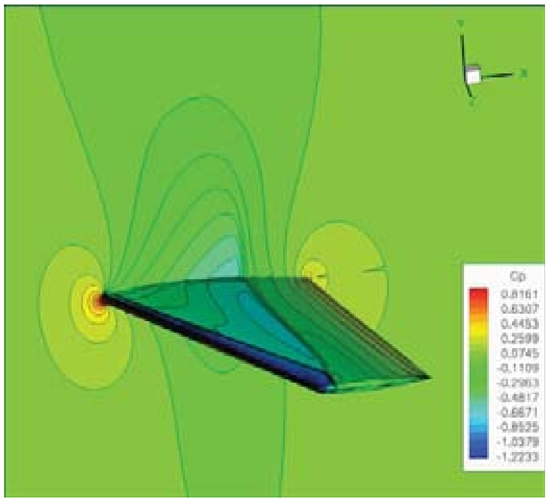
a) t=10 π



b) t=0.5 π+ 10 π



a) t=1.5 π +10 π



b) t=2π+ 10 π

Obr. 10 Rozložení c_p koeficientu na křídle v průběhu 10. periody nestacionárního výpočtu, ONERA M6, nevazké proudění, Modifikované Causonovo schema

Hodnocení výsledků

Z obrázků č. 1 až 6 je patrné, že výsledky získané oběma schematy jsou ve velmi dobré kvalitativní shodě s experimentálními daty (minimální a maximální hodnoty koeficientu tlaku, pozice a síla rázové vlny). Vypočtené hodnoty koeficientu vztlaku jsou nicméně výšší, než hodnoty naměřené. Uvážíme-li však, že jak profil tak jeho pohyb jsou symetrické, pak by tuto vlastnost měl vykazovat i koeficient vztlaku a to sice s centrem symetrie v bodě [0, 0]. Tuto podmínku nicméně experimentální data nesplňují a tudíž je možno pochybovat o jejich systematické správnosti. V případě turbulentního výpočtu (obr. 7 a 8) vychází srovnání výpočtu a experimentu bohužel podstatně hůře, z čehož vyplývá, že zvolený model turbulence není pro daný režim proudění vhodný. Je tedy nutné volit model jiný – např SST či EARSM.

Pro uvažovaný režim 3D proudění (obr. 9 a 10) nejsou bohužel experimentální data dostupná. Numerické výsledky však vykazují všechny vlastnosti, které byly očekávány, tj. při vyšším úhlu náběhu se sníží koeficient tlaku a obě rázové vlny se posunou blíže k odtokové hraně křídla, zatímco při snížení úhlu náběhu je tomu právě naopak.

Závěr

Byla modifikována dvě schemata metody konečných objemů pro případ nestacionárního proudění. Jimi získané výsledky vykazují jak ve dvou tak ve třech dimenzích velmi dobré vlastnosti ve srovnání s experimentálními daty. Cílem další práce bude přirozené rozšíření těchto schemat pro vazké turbulentní proudění (resp. použití jiného modelu turbulence).

Poděkování

Výsledky byly získány s podporou VZ MSM 6840770010, VZ MSM 0001066902 a grantů GACR 101/07/1508 a AV ČR IAA 200760801.

Literatura:

[1] Roe P. L.: *Approximate Riemann Solvers, Parameter Vector and Difference Schemes*; J. Comput. Phys. Vol. 43, pp 357-372. 1981

[2] Halama J.: *Numerical Solution of Flow in Turbine Cascades and Stages*; PhD thesis, Czech Technical University in Prague, Faculty of Mechanical Engineering, Praha, 2003

[3] Barth T. J. and Jesperson D. C.: *The Design of Upwind Schemes on Unstructured Meshes*; AIAA Paper 89–0366, 1989

[4] Bruno Koobus and Charbel Fahrat: *Second-order Time-accurate and Geometrically Conservative Implicit Schemes for Flow Computations on Unstructured Dynamic Meshes*; Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 170:103–129, 1997

[5] Dobeš, J., Fořt, J., Furst J., Furmánek P., Kladrubský, M., Kozel, K., Louda, P.: *Numerical Solution of Transonical Flow around a Profile and a Wing II*; Výzkumná zpráva V-1850/05, VZLÚ, a.s., 2005

[6] *Compendium of Unsteady Aerodynamic Measurements*; AGARD Advisory Report No. 702, 1982

[7] J.Donea: *An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for transient fluidstructure interactions*; Comput. Methods Apll. Mech. Eng., (1982), 33:689-723

[8] J. Fürst: *A Weighted Least Square Scheme for Compressible Flows*; Submitted to ”Flow, Turbulence and Combustion“, (2005)

[9] Dobeš, J., Fořt, J., Fürst J., Furmánek P., Kladrubský, M., Kozel, K., Louda, P.: *Numerical Solution of Transonical Flow around a Profile and a Wing II*; Research Report V-1850/05, VZLÚ, a.s., 2005

[10] Furmanek, P., Furst, J., Kozel, K.: *High Order Finite Volume Schemes for Numerical Solution of 2D and 3D Transonic Flows*; in Kybernetika, Vol. 45, No. 4, ISSN 0023-5954, 2009

[12] Furst J., Janda M., Kozel K.,: *Finite Volume Solution of 2D and 3D Euler and Navier-Stokes Equations*; in Mathematical Fluid Dynamics, ed. J. Neustupa, P. Penel, pp.173 – 195, Birkhauser Verlag, Basel, Switzerland, 2001

[13] Honzátko, R.: *Numerical Solution of Incompressible Flow with Dynamical and Aeroelastic Effects*; Dissertation Thesis, CTU in Prague, Prague, 2007

Vývoj PSP ve Výzkumném a zkušebním leteckém ústavu, a.s.

Veronika Schmidtová, VZLÚ, a.s., Praha

Pressure sensitive paint (PSP) je neinvazivní měřicí metoda opticko-chemického charakteru. Patří mezi poměrně mladé metody měření tlaku a její výhoda spočívá například ve snadném způsobu přípravy modelu k měření oproti klasickému systému s tlakovými odběry pomocí hladiček. Základ PSP tvoří nátěr, obsahující prvky či sloučeniny se silnými luminiscenčními vlastnostmi. Pro měření se využívá výrazného jevu nazvaného „kyslíkové zhášení“ emitovaného záření. Tento jev se v aerodynamické praxi používá dvěma způsoby. Ve Výzkumném a zkušebním leteckém ústavu, a.s., divizi Aerodynamika, je v současné době uváděna do provozu metoda sledování délky trvání luminiscence nátěru, závislé na tlaku. V loňském roce se na Palmovku dovezlo zařízení z holandského DNW, čímž se završila roční příprava jednoho z projektů v rámci *European Windtunnel Association* (EWA). Zařízení bylo nutno rekonstruovat a přizpůsobit odlišným provozním podmínkám. Nyní se testuje tlakové měření v aerodynamickém tunelu na vrtulovém profilu. Dosavadnímu vývoji na pracovišti Palmovka je věnován následující příspěvek.

Úvod

V rámci spolupráce Asociace evropských aerodynamických tunelů (EWA – *European Windtunnel Association*) bylo na Palmovku v únoru 2008 dovezeno zařízení vyvinuté původně v nizozemském DNW. Sestava, určená pro měření tzv. času decay (dohasínání luminiscence), zvaná také lifetime metoda, procházela už v Nizozemí podstatnými změnami. Po převozu do ČR už například neobsahovala původní zdroj záření – laser, ale LED diodu, s níž zařízení absolvovalo teprve zkušební provoz. Navíc se na Palmovku nepodařilo získat vzorek původně testovaného nátěru. Celé zařízení proto muselo v roce 2008 projít kompletní rekonstrukcí a ze všech dovezených komponent se dnes trvale používá pouze nákladná a rychlá měřicí karta a balík software, naprogramovaný v DNW v prostředí LabView.

Zařízení

Princip PSP

Metoda zvaná *Pressure sensitive paint* (PSP) je chemicko-optická metoda, využívaná ve vnitřní i vnější aerodynamice pro spojité měření tlaků na povrchu modelů. V současné době je ve světě s úspěchem testovaná pro nestacionární měření, rázové vlny, turbulentní proudění či pro měření při nízkých rychlostech nebo v mikroturbinách a mikrotryskách. Její výhoda spočívá v tom, že model před měřením je potřeba pouze nastříkat příslušným nátěrem, čímž se procedura úpravy modelu pro účely měření značně zkrátí a zjednoduší. Nátěr lze po měření snadno odstranit. Dále lze proměřit celé tlakové pole na povrchu modelu, nikoli pouze diskrétní body.

Základní součástí PSP je již zmiňovaný nátěr, obsahující sloučeniny s výraznou schopností luminiscence. Nastříkaný model se ozáří světlem patřičné vlnové délky a záření, které posléze vydají excitované molekuly nátěru, se zachycuje fotocitlivými přístroji. V podstatě se dá zjednodušeně říci, že pro určení tlaku se využije vlastnosti zvané „kyslíkové zhášení", kdy je intenzita luminiscence a délka jejího pohasínání ovlivněna přítomností kyslíku v okolním prostředí a je na něm závislá nepřímo úměrně.

Existují dva základní přístupy k PSP: jeden využívá intenzity záření („intensity" metoda), druhý doby zhášení (decay, lifetime metoda). Divize Aerodynamika, pracoviště Palmovka Výzkumného a zkušebního ústavu, a.s., využívá druhého způsobu. Proběhla už převážná část testů na tlakovou kalibraci nátěrů, nyní se dokončuje teplotní měření (některé nátěry jsou citlivé i teplotně). Uskutečnilo se několik testů na vrtulovém profilu v aerodynamickém tunelu.

Existuje velká řada tlakově sensitivních nátěrů. Hlavní tři skupiny zahrnují PSP obsahující porphyrinové sloučeniny s těžkými kovy (kupř. platina, paladium), rutheniové deriváty, pyrenové & perylenové deriváty. Mají různé typy luminiscence a s tím související řádově rozdílné časy odezvy na excitaci i odlišné excitační a emisní délky. Výrazně se liší rovněž v tlakové a teplotní citlivosti, ceně, náročnosti přípravy, rychlosti degradace. To jsou všechno faktory, na které je potřeba brát ohled při výběru nátěru pro daný účel.

Základní vztah

V tomto koncentrátu se nelze věnovat všem aspektům PSP detailně, takže z celé kinetiky procesu luminiscence uveďme pouze nejdůležitější vztah: Stern-Volmerovu nepřímou úměrou mezi intenzitou luminiscence a tlakem kyslíku na povrch opatřený nátěrem s luminoforem (a časem zhášení a tlakem)

$$\frac{I_{ref}(T,p)}{I} = A_{ref}(T) + B_{ref}(T)\frac{p}{p_{ref}} = \frac{\tau_{p=0}}{\tau}.$$

Indexové označení ref náleží referenční intenzitě a referenčnímu tlaku, zpravidla se tyto údaje získají při atmosférickém tlaku.

A, B jsou teplotně závislé materiálové konstanty získávané kalibrací. Při práci metodou intensity se Stern-Volmerova vztahu využívá přímo - intenzita emisního záření je zachycována CCD kamerou. (Nevýhodou této metody při zkoušce v aerodynamickém tunelu je, že je potřeba získat snímek během běhu tunelu a mimo provoz, přičemž intenzita excitačního záření musí zůstat konstantní).

U decay metody na intenzitě vyzařovaného světla nezáleží jako v prvním případě (pouze musíme disponovat vhodným detekčním zařízením).

Hodnoty kupř. z fotonásobiče jsou jednoduše počty fotonů (výstupem z fotonásobiče jsou pulsy) během časového úseku. Čas decay, stmívání, se získává proměřením jistých dvou až čtyř částí křivky. Používanému principu se říká časově synchronizovaná detekce. (Lifetime metoda je instrumentálně jednodušší, její velkou nevýhodou na druhou stranu je, že se musí model v aerodynamickém tunelu skenovat bod po bodu, což trvá nepoměrně déle než u metody intensity, kdy nám pro vyhodnocení v ideálním případě stačí jeden snímek z měření.)

Nátěr

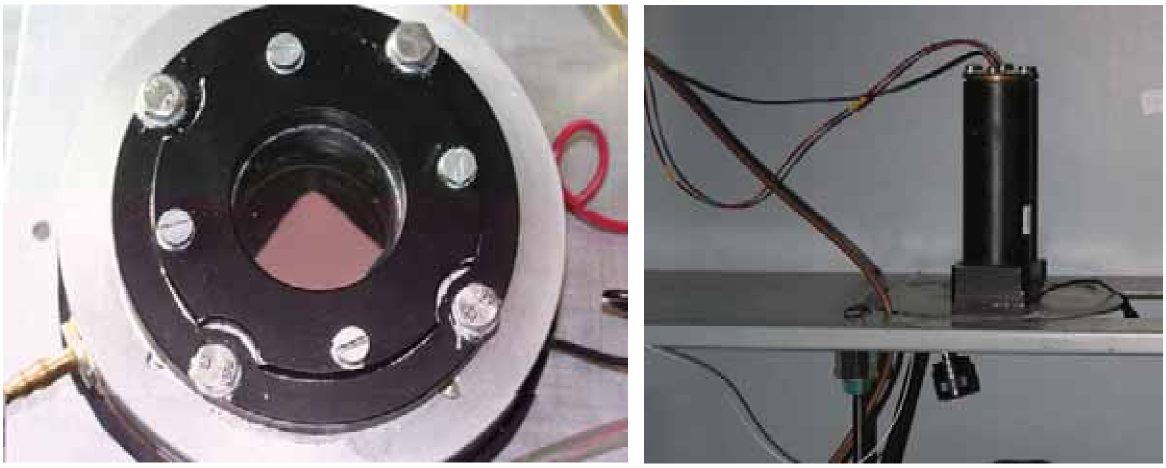
V případě zařízení importovaného na Palmovku se původně pracovalo s nátěrem obsahujícím ruthenium. Vzhledem ke snadnější dostupnosti komponentů pro vlastní výrobu nátěru s platinovým porphyrinem jsme prozatím ustoupili od experimentů s rutheniovým nátěrem a po uzpůsobení optiky – došlo k výměně LED a optického filtru – jsme začali používat platinový porphyrin. Jeho excitační vlnová délka je 390 nm (fialové záření) a 510 a 540 nm (zelené záření); molekuly nátěru excitované fialovým nebo zeleným světlem vyzáří fotony v červeném spektru.

Pro prvotní experimenty jsme také získali vzorky s nátěrem z německého DLR, rovněž obsahující platinový porphyrin.

Měřicí řetězec

Měřicí řetězec pro kalibraci nátěru obsahuje následující součásti:

1) duralový vzorek s podkladovou barvou a nátěrem citlivým na tlak;
2) tlaková komora vyrobená na Palmovce s optickým sklem BK7 opatřená teplotními snímači Pt100, černě natřená; napojená na vývěvu odčerpávající do hodnoty 85kPa podtlaku; pro účely teplotní kalibrace vybavená Peltierovým článkem a ventilátorem;
3) zelená LED s optickým vláknem zakončeným kolimátorem paprsků;
4) fotonásobič zn. Hamamatsu H7360-03, schopný zaznamenávat jednotlivé fotony a výraznou citlivostí na světlo o vlnové délce okolo 650nm, s předřazeným pásmovým filtrem, jenž na fotokatodu fotonásobiče propustí světlo o vlnové délce pouze (650±10)nm; fotonásobič je umístěn v tlakové komoře s ventilem pro měření v tunelu;
5) OptoDriver vlastní výroby obsahující veškeré zdroje, zařízení pro spouštění měření, obvody pro termoregulaci atd.;
6) PC s měřicí kartou MSA300;
7) Software dvojího druhu: původní software DNW vytvořený v LabView upravený pro potřeby našeho měření a originální software doporučený výrobcem karty.

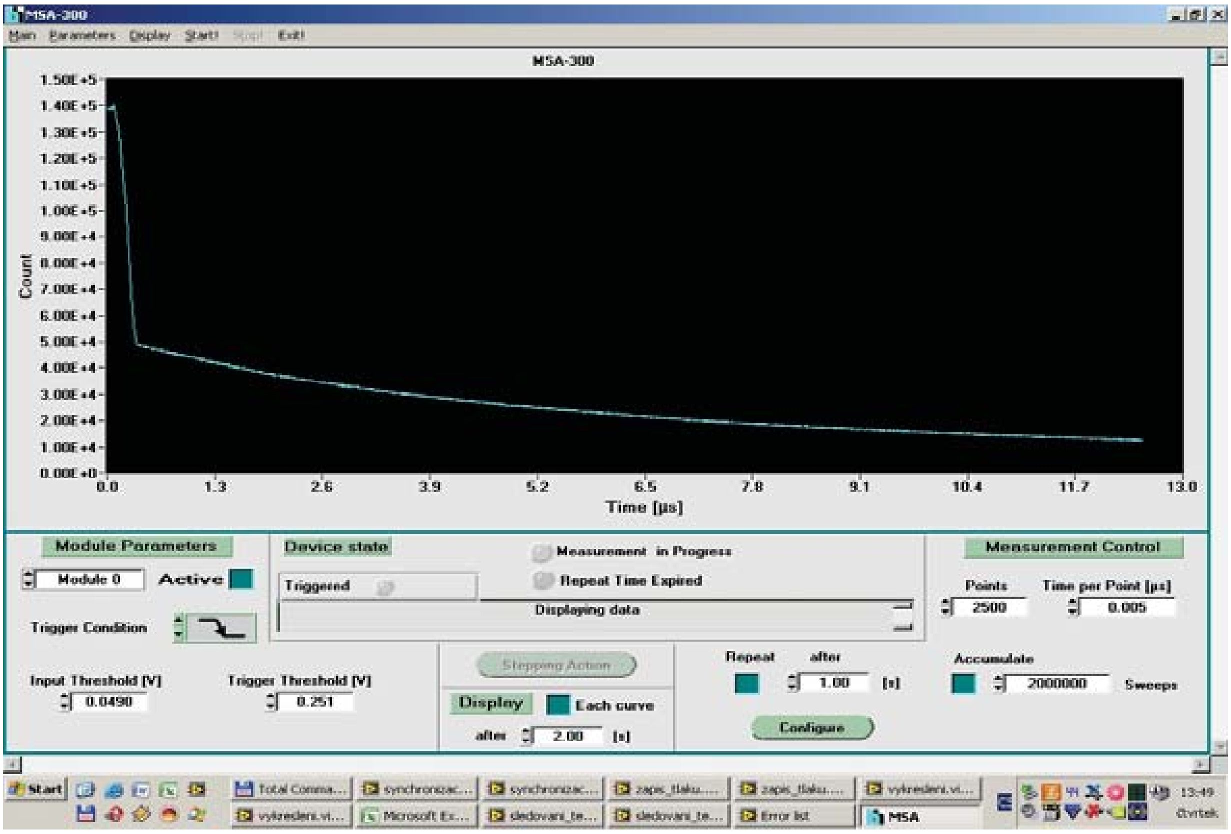


Obr. 1, 2 – zleva: tlaková komora a fotonásobič

Obr. 3 – OptoDriver obsahující veškeré zdroje, obvody pro trigger, termoregulaci

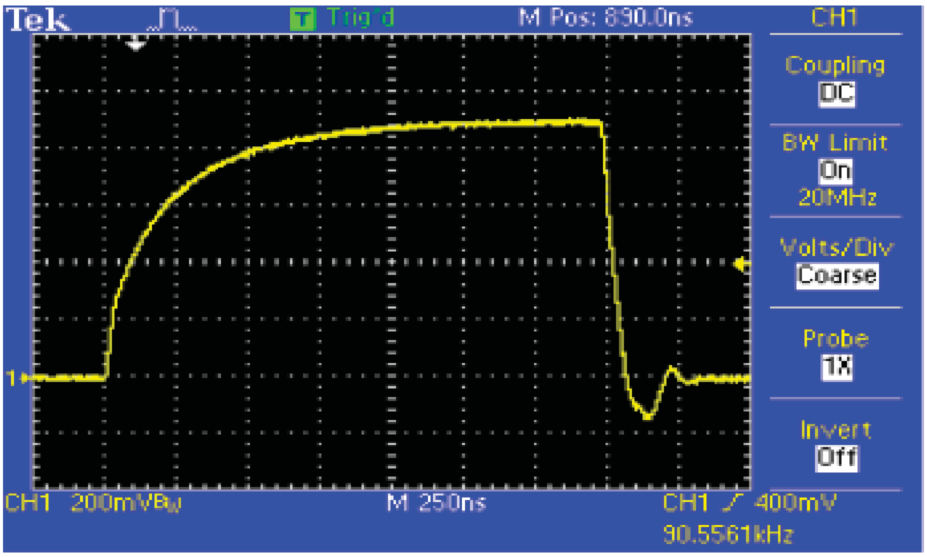
Sběr dat, spouštěcí puls

Sběr dat je proveden, jak již bylo uvedeno, kartou MSA300 schopnou zaznamenávat napěťové pulsy o velmi vysokých frekvencích. Obvykle při měření nastavujeme časové rozlišení 5 nanosekund a sbíráme data pro úsek zhasínání luminiscence okolo 15 mikrosekund. Konkrétně zaznamenáváme proces tzv. zpožděné fluorescence, jež může trvat i několikrát déle, nicméně pokusy ukázaly, že další úseky křivky už vykazují malý odstup signálu od šumu a jejich záznam je proto nevýhodný.



Obr. 4 – Časový průběh decay křivky od okamžiku sběru dat

Spouštěcí impuls sběru je odvozen od zdroje napájení LED: ta svítí na nátěr určitý časový okamžik (zpravidla 2 mikrosekundy) a při zhasínání a dosažení jistého triggrovacího prahu (obvykle okolo 0,3 voltu) se spouští záznam kartou. Frekvenci spínání LED nastavujeme podle potřeby na 50-80kHz. Triggrovací puls vypadá následovně:



TDS 2014 - 12:42:46 15.5.2009

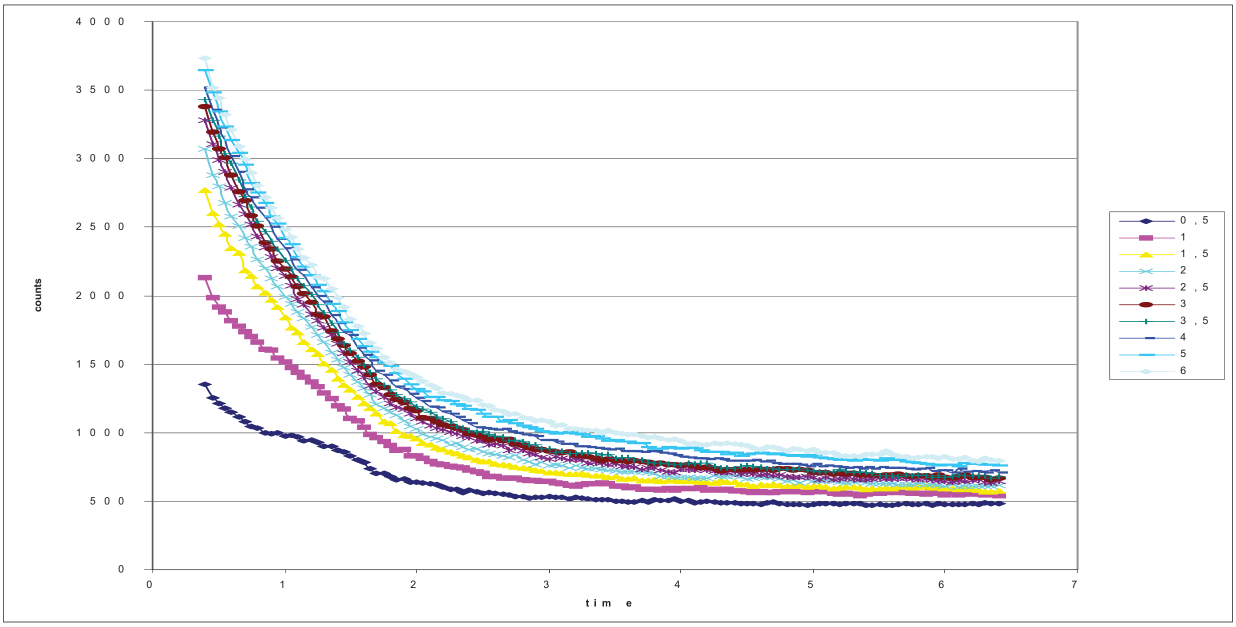
Obr. 5 – časový průběh triggrovacího pulsu

Tlaková kalibrace

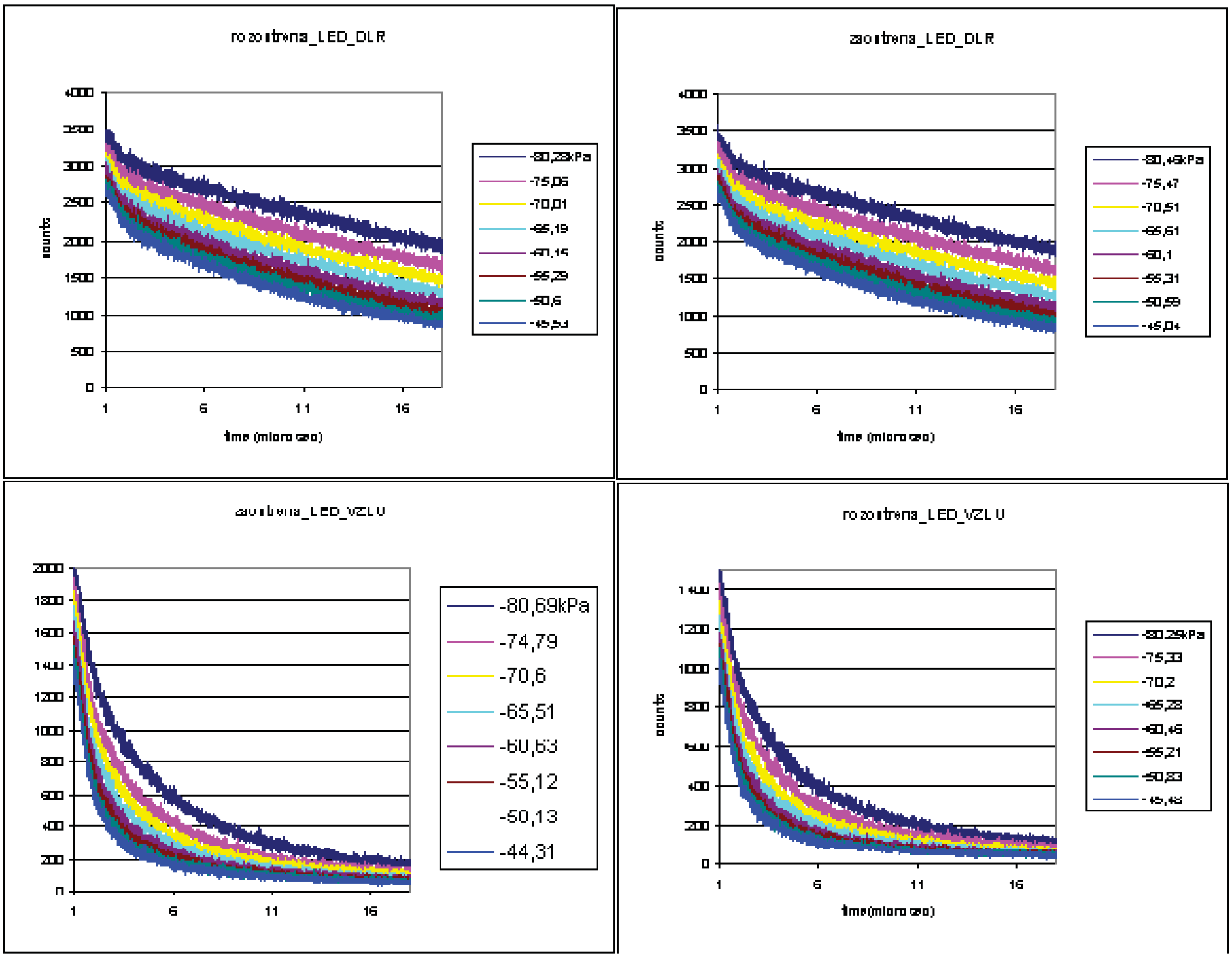
V první fázi experimentů jsme hledali nejvhodnější triggrovací puls; obvyklý čas pro námi používané nátěry se pohybuje okolo 2 mikrosekund, takže jsme se pohybovali řádově kolem této hodnoty. Testovali jsme nátěr DLR při atmosférickém tlaku pro různé délky svitu LED v časech 0,5÷6 mikrosekund. Na obr. 6 je zřejmé, že 2 mikrosekundy můžeme používat i v tomto případě (nátěr VZLÚ posléze dopadl stejně).

Dále jsme si potřebovali ověřit, jaký vliv má používaná optika na výsledek; v případě metody decay by neměla mít vliv na kalibrační křivky. Vyhodnocovali jsme proto citlivost obou nátěrů na intenzitu excitačního záření, a to jak pro různé hodnoty proudu napájecího LED, tak pro ostrost zacíleného paprsku (obr. 7).

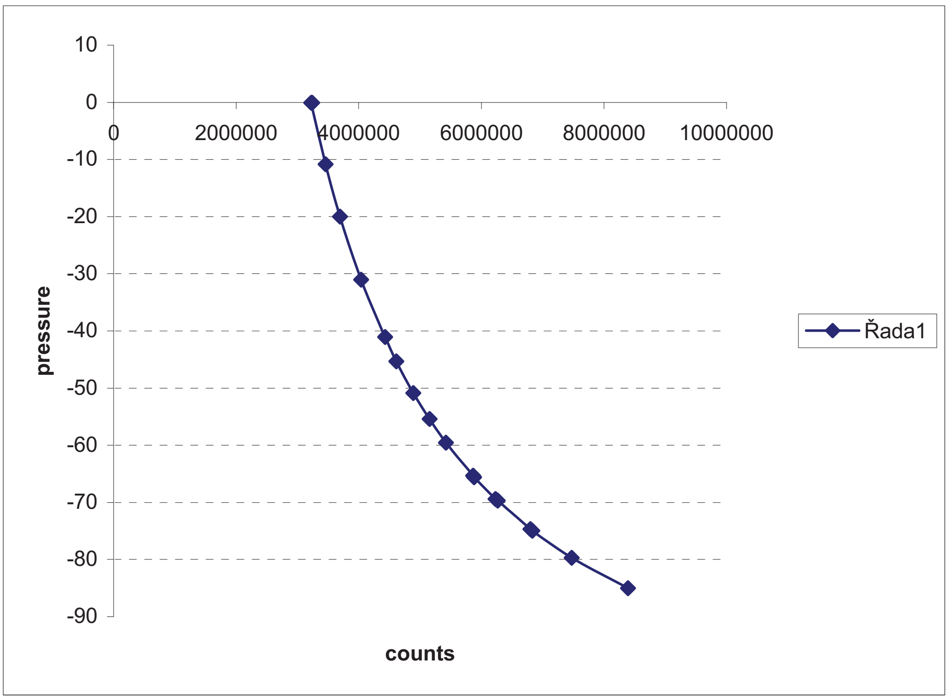
Také jsme porovnávali oba nátěry mezi sebou (citlivost) a průběžně sledujeme vliv degradace jednotlivých vzorků na výsledky (výsledky v době psaní příspěvku ještě nebyly kompletní).



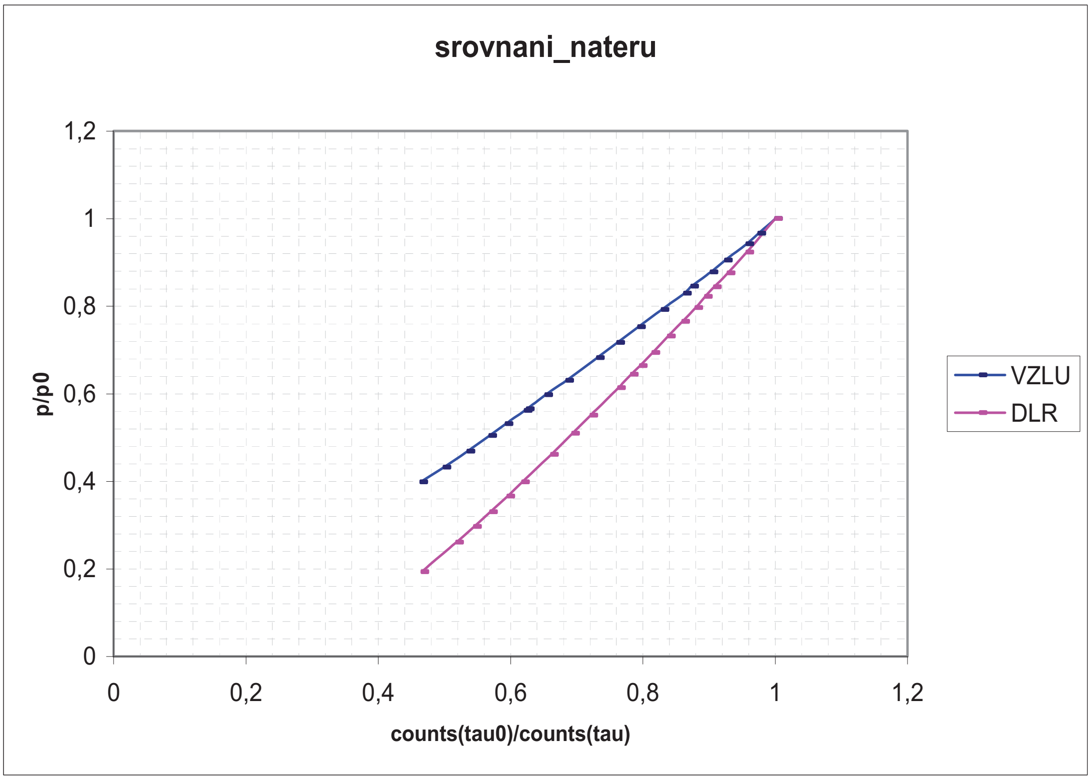
Obr. 6 – Průběh decay křivky pro různé doby osvitu při atmosférickém tlaku (časy v mikrosekundách)



Obr. 7 – Průběhy decay křivek pro různé intenzity LED a tlaky



Obr. 8 – Nátěr DLR – integrál počtu fotonů v závislosti na tlaku (kPa)



Obr. 9 – Porovnání obou nátěrů

Závěr

Kalibrace tlaku v tuto chvíli již má zaběhnutý postup. V současné době potřebujeme nátěry testovat při různých teplotách, kde se jako největším problémem ukazuje stálost teplotního pole po celou dobu trvání tlakové kalibrace (min. 5 minut). Tlaková komora prošla konstrukčními úpravami, aby bylo možno kalibrovat na teplotu s hodnověrnými výsledky.

Nadále hledáme i nejvhodnější podmínky pro experiment v aerodynamickém tunelu; problémem například je dokonalé odstínění vstupu od slunečního záření či vibrace tunelu v chodu. Zkoušky, které se dosud na modelu v tunelu uskutečnily, zatím nejsou ve shodě s měřením pomocí odběrů hadičkami.

Použité zkratky

p (Pa)	tlak (absolutní)
p0 (Pa)	tlak (atmosférický)
pref (Pa)	tlak referenční
tau (s)	decay čas
tau0 (s)	decay čas pro atmosf. Tlak
I (cd)	intenzita záření
Iref (cd)	intenzita záření referenční
counts(tau0) (-)	Σ počet fotonů pro p0
counts(tau) (-)	Σ počet fotonů pro p

Literatura:

[1] Saleh, B.E.A., Teich, M.C.: *Fundamentals of photonics*; 2nd ed., John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, USA 2007

[2] Mérienne, M.-C., Le Sant Y.: *Surface Pressure Measurements by Using Pressure-sensitive Paints*; Aerospace Science and Technology 9 (2005) 285-299; available online 19 March 2005 on www.sciencedirect.com

[3] Sullivan, J.: *Temperature and Pressure Sensitive Paint*; released in Lecture Series 2001 (Karman Institute for Fluid Dynamics), Advances Measurement Techniques, Belgium 2001

Výpočty dopadů kapek na povrch letounu při letu v námrazových podmínkách

Ing. Martin Komárek Ph.D., L. K. Engineering s.r.o, Brno
Ing. Zbyněk Hrnčíř Ph.D., Airbus-Military, Madrid

Výpočetní CFD program ANSYS CFX je využit pro 3D simulace dopadů vodních kapek na povrch letounu či jeho částí. Je aplikován vícefázový koncept založený na eulerovském přístupu označovaný jako Euler-Euler jako alternativa k tradiční lagrangeovské metodě označované jako Euler-Lagrange. Použitím tohoto konceptu je možné dosáhnout rychle přesných výsledků i v případě komplikovaného 3D proudění na velmi složitých geometriích. Tato metoda umožňuje určit během jediného výpočtu nejen množství vody dopadající v každém místě povrchu letounu, ale taktéž množství vodních kapek kdekoli ve výpočetním prostoru. Uvedená metoda byla úspěšně aplikována při identifikaci námrazou ohrožených míst a při dimenzování proti-námrazového systému nového transportního letounu. Použitá metoda byla ověřena porovnáním vypočtených výsledků s publikovanými experimentálními výsledky z NASA. Výsledky výpočtů vykazují velmi dobrou shodu s experimentem.

Úvod

Problematika letecké námrazy

Námraza vznikající za letu je závažným problémem ohrožujícím bezpečnost letecké dopravy. Vysoké požadavky na bezpečnost leteckého provozu činí z námrazové cerifikace nového letounu velmi nákladný a technicky náročný úkol. Obecně platná snaha leteckých výrobců snižovat počet zkušebních a certikačních letů je ještě více zřejmá v oblasti námraz. Tento fakt je především dán nevyhnutelnou závislosti na výskytu vhodných meteorologických podmínek. Pravděpodobnost jejich výskytu souvisí se zeměpisnou polohou a ročním období. Výrobci jsou proto často nuceni dlouhodobě dislokovat testovaný letoun spolu s celým zkušebním týmem mimo domovskou základnu. To samozřejmě zvyšuje finanční a časovou náročnost celého procesu vývoje a certifikace nového letounu. Vždy přítomné zvýšené riziko pro posádku při letech v námrazových podmínkách je dalším nepříjemným faktem podporujícím snahy o minimalizace letových testů.

Standardní alternativou k letovým testům jsou experimenty v tzv. námrazových aerodynamických tunelech např. NASA IRT (*Icing Research Tunnel*) či IWT (*Icing Wind Tunnel*) v italské CIRA. Ačkoli tato zařízení umožňují simulovat podmínky panující v námrazovém mraku, jejich praktické použití pro modelování vzniku námrazy na celém letounu je stalé provázeno těžko řešitelnými komplikacemi. Jedná se například o problém zachování Reynoldsova čísla (Re) či problém rozpadu velkých kapek při vyšších rychlostech. Experimenty v klasických "suchých" aerodynamických tunelech je možné využít pro zjištění aerodynamických charakteristik letounu se simulovanou námrazou. Tento přístup ovšem neumožňuje zjistit, která místa jsou skutečně ohrožená a jaký tvar námrazy skutečně vznikne navíc i v tomto případě přetrvává problém zachování Re čísla.

Perspektivním prostředkem pro simulace chování letadla v námrazových podmínkách jsou moderní výpočetní metody. Výpočetní modelování tohoto jevu je postaveno na tzv. CFD (*Computational Fluid Dynamics*) metodách. CFD je odvětví technických numerických výpočtů zabývající se řešením problémů mechaniky tekutin.

Fyzikální podstata vzniku námrazy

Námraza za letu (*in-flight icing*) vzniká na povrchu letounu při průletu námrazovou oblačností. Nutnými podmínkami pro vznik tohoto jevu jsou přítomnost tzv. podchlazených kapek (*super-cooled droplet*) v mraku a teplota povrchu letounu pod bodem mrazu. Podchlazenou kapkou rozumíme vodní kapku, která přetrvává v kapalném stavu ačkoli je její teplota pod bodem mrazu. V okamžiku dopadu podchlazené kapky na povrch letounu započne proces vzniku námrazy. V závislosti na mnoha parametrech (teplota, rychlost, velikost kapky atd.) kapka zmrzne při dopadu (nízká teplota, malé kapky, nízké rychlosti - námraza typu rime) či zmrzne jen část (teploty blízké 0º, vyšší rychlosti, větší kapky - námraza typu glaze) a zbytek teče po povrchu ve formě vodního filmu a postupně mrzne. V případě tzv. SLD (*Super-cooled Large Droplet*) je významný také proces rozstřiku, kdy se část kapky dostane po dopadu opět do vzduchu. Námraza typu rime má většinou mléčné zbarvení a hrubý povrch zatímco námraza typu glaze bývá hladká a tvořena průzračným ledem.

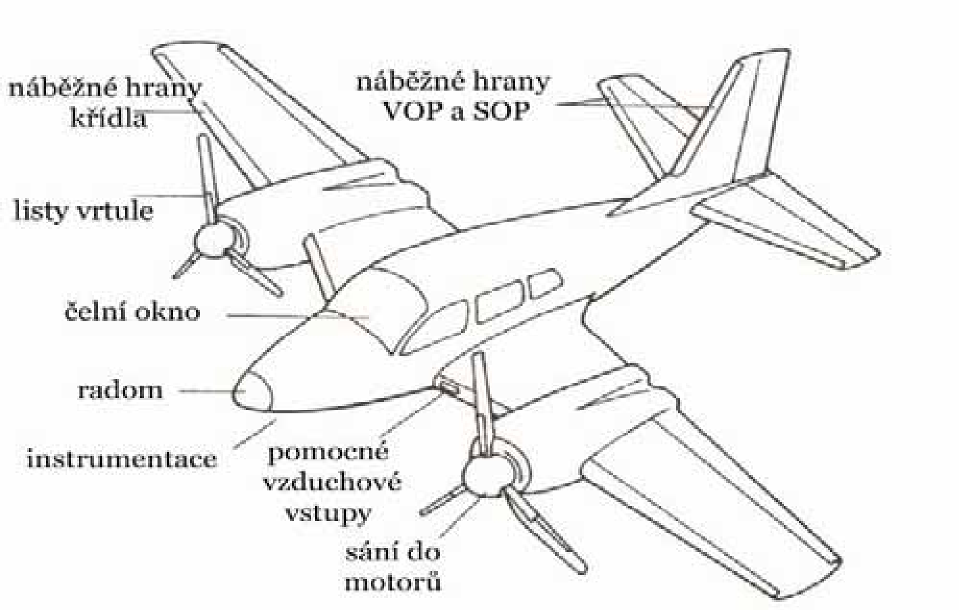
Následky námrazy

Vznikne-li na povrchu letadla námraza zákonitě dojde k degradaci jeho letových vlastností. Nejčastějšími projevy námrazy jsou:

- snížení účinnosti či reverze kormidel
- degradace aerodynamických charakteristik (ztráta vztlaku, nárůst odporu)
- vibrace
- změna těžiště
- ovlivnění funkce či úplné vyřazení instrumentace

Ochrana proti námraze

Nebezpečí pramenící z námrazy je možné eliminovat proti-námrazovými systémy. Ačkoli dnes již existují velmi sofistikované a technicky vyzrálé proti-námrazové systémy, jejich požití je vždy spojeno s energetickou ztrátou, přírůstkem hmoty a komplikací s bezvadnou funkcí senzorů upozorňujících na námrazové podmínky. Zdá se, že tuto daň za provoz v nepříznivých povětrnostních podmínkách bude nutné platit i nadále. Cestou, která může alespoň částečně eliminovat tyto ztráty, je důkladná analýza pohybu letadla v námrazových podmínkách, přesná specifikace námrazou ohrožených ploch, které je nutné chránit a optimální dimenzování proti-námrazového systému. Tendence letadla, nebo obecně jakéhokoli tělesa, strhávat na sebe kapky vody je popsána tzv. sběrnou účinností. Rozložení sběrné účinnosti po povrchu tělesa je převážně závislé na jeho tvaru, rychlosti a velikosti kapek. Známe-li rozložení sběrné účinnosti lze přesně určit kam a s jakou intenzitou kapky dopadají. Sběrnou účinnost je možno zjistit složitými a nákladnými experimenty či relativně dostupnými a překvapivě přesnými numerickými výpočty.



Obr. 1. Části letadla nejvíce ohrožené námrazou

Výpočetní simulace námraz

Výpočetní simulace námraz představuje v praxi uzavřenou sekvenci tří kroků

1) výpočet proudového pole pro čistý vzduch
2) výpočet dopadů vodních kapek
3) výpočet růstu námrazy

V dalším textu se zaměříme na výpočty dopadů vodních kapek, nicméně se stručně zmíníme také o metodě použité pro výpočet proudění čistého vzduchu.

Výpočet proudového pole pro čistý vzduch

Standardním nástrojem pro výpočty proudění v leteckých aplikací jsou v dnešní době metody založené na numerickém řešení RANS (*Reynolds Avaraged Navier-Stokes*) rovnic doplněných o nejčastější dvou-rovnicový model turbulence. Jednodušší metody jako např. panelové metody, IBL (*Interactive Boundary Layer*) či metody založené na řešení neviskózních Eulerových rovnic nachází uplatnění už jen ve speciálních aplikacích např. díky své rychlosti, v rozsáhlých optimalizačních úlohách.

V našem případě byl pro tento úkol použit CFD program ANSYS CFX ve verzi 11. Jedná se o implicitní nestrukturovaný konečně objemový řešič používající techniku duální sítě která tvoří síť kontrolních objemu kolem uzlů vstupní sítě. Diskretizace advektivních členů je provedena schématem druhého řádu přesnosti označovaným jako High-resolution schema. ANSYS CFX nabízí velký výběr turbulenčních modelů, pro uváděné úlohy byl vybrán jako nejvhodnější model SST k-ω s automatickým přepínáním mezi LowRe specifikací v případě jemné sítě u povrchu (y+ v řádu jednotek či menší) a stěnovou funkcí v případě hrubší sítě. Konvergence výpočtu je urychlována pomocí techniky zvané *Coupled Algebraic Multigrid*.

Výpočetní sítě použité v této studii byly vytvořeny programem ANSYS ICEM CFD 11 HEXA. Jená se o hexahedrální sítě (1 vrstva ve 2D) vytvořené technikou multi-blokingu a posléze byly zkvalitněny pomocí eliptického vyhlazování.

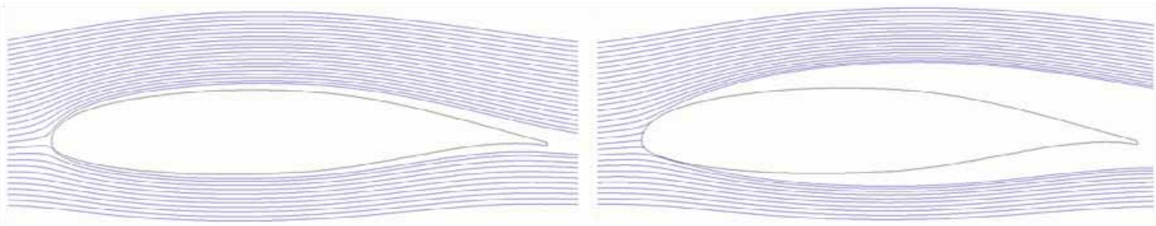
Modelování dopadů kapek

Lagrangeovský přístup

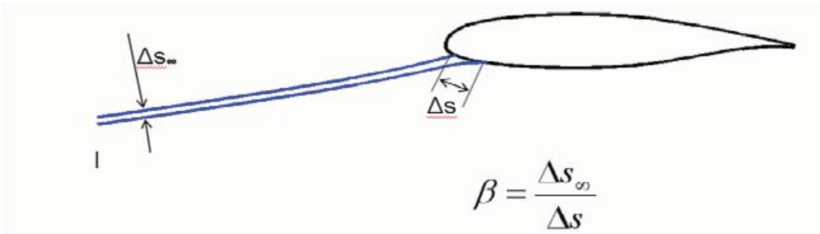
Tato metoda je založena na Lagrangeovském popisu pohybu tekutin. Proudové pole vzduchu je uvažováno jako statické a jednotlivé vodní kapky jsou unášeny prostorem. Motorem tohoto pohybu je odporová síla působící na kapku a setrvačná síla kapky. Rovnováha vnějších sil působících na kapku vede k PDR jejímž řešením získáme trajektorii kapky. Nutnou počáteční podmínkou je, aby rychlost kapky na počátku trajektoriebyla shodná s rychlostí vzduchu v daném místě. Množství vody dopadající na povrch je pak nutné vypočítat z poměru vzdáleností mezi sousedními trajektoriemi v místě jejich dopadu na povrch a jejich vzdálenosti na jejich počátku. Tento poměr se označuje jako lokální sběrná účinnost (*Local Collection Efficiency*) označovaná β. Specifický hmotnostní tok vody (vztažený na jednotku plochy) dopadající na povrch je pak vypočten

$$\dot{M}_{water} = \beta . LWC . V_{\infty}$$

kde LWC (*Liquid Water Content*) je hmotnost vody obsažené v krychlovém metru vzduchu daleko od tělesa v nerozrušeném proudu a V∞ je rychlost nerozrušeného proudu.



Obr. 2. Trajektorie kapek 10μm (vlevo) a 40μm (vpravo). Typický výsledek lagrangeovské metody. Vypočteno programem PATRICE2D [2]

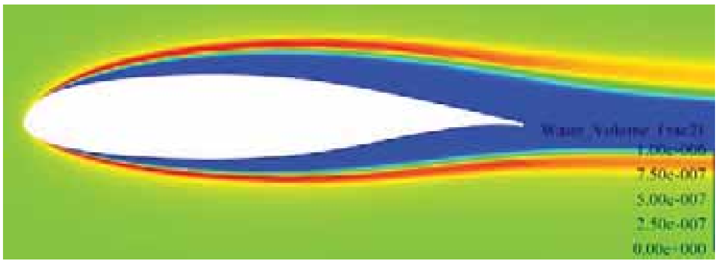


Obr.3. Definice lokální sběrné účinnosti β a způsob jejího výpočtu u lagrangeovské metody

Lagrangeovská metoda výpočtů trajektorií kapek (*Lagrangian Particle Tracking*) je původní metodou, použitou pro účely simulací námrazy poprvé v šedesátých letech v NASA. Její vznik a hlavně její široké rozšíření v námrazových výpočtech vyplývá z výpočetních metod a výpočetních kapacit dostupných v té době. Tato metoda je přesná a rychlá v případě 2D simulací. Při 3D výpočtech se stává velmi neefektivní. S ohledem na dnešní výpočetní možnosti je nutno konstatovat, že Lagranžovský přístup k výpočtům trajektorií kapek je pro účely simulací leteckých námraz na 3D konfiguracích zastaralý.

Eulerovský přístup

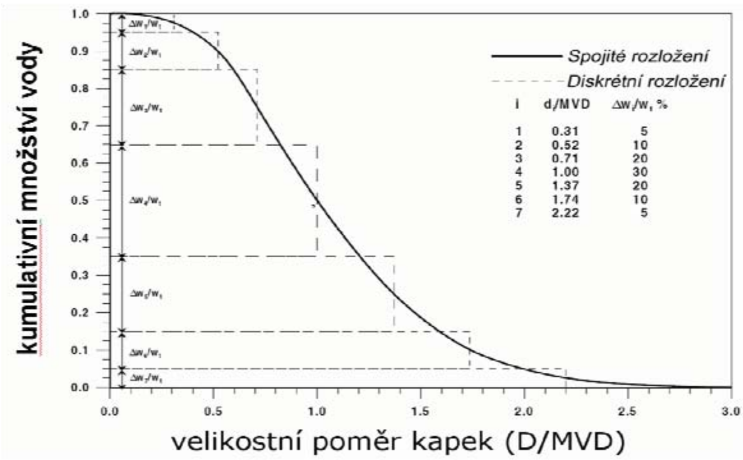
Eulerovská metoda (*Eulerian Multiphase Method*) je založena na tzv. eulerovském popisu pohybu vícefázové tekutiny, který se narozdíl od předchozí metody nesoustředí na jednotlivé částice, nýbrž vyšetřuje stav proudového pole v jednom konkrétním místě (kontrolní objem). Sepsáním základních zákonů zachování (hybnost, hmota) pro druhou fázi (kapky) v kontrolním objemu obdržíme soustavu přídavných PDR rovnic v konzervativní formě. Tedy principiálně stejná forma jakou běžně používají všechny CFD kódy. Nové rovnice je tedy možné řešit společně s RANS systémem sepsaným pro vzduch. Výsledná soustava je tedy rozšířena o další čtyři rovnice ve 3D (3 x rychlost kapek + 1 x koncentrace kapek). Rovnice pro rychlost kapek (zachování hybnosti) mají stejnou formu jako hybnostní rovnice z RANS, rovnice pro koncentraci kapek má stejnou formu jak rovnice kontinuity. Ačkoli se z matematického hlediska zachází s oběma fázemi jako s kontinuem, diskrétní podstata kapek rozptýlených v kontinuu vzduchu je zachována v jejich rovnicích pro zachování hybnosti. Jedinou externí silou působící na částici druhé fáze (kapky) je odporová síla vypočtena z rozdílu vektorů rychlosti obou fází v daném místě. Výsledkem je tedy nejen koncentrace kapek na povrchu letounu, ale také rychlostní pole kapek a koncentrace kapek v celé výpočetní doméně. Tato informace je extrémně důležitá pro vhodné umístění nejrůznějších zařízení vně letounu. Eulerovská metoda je považována za moderní a perspektivní přístup k výpočtům dopadů kapek a je také předmětem předkládané studie.



Obr. 4. Koncentrace vodních kapek o velikosti 30μm při rychlosti 78.6 m/s. Typický výsledek eulerovské metody. Vypočteno programem ANSYS CFX 11

Rozložení velikosti vodních kapek v mraku

V mracích se vyskytuje celé spektrum velikostí kapek. Toto spektrum se většinou vyjadřuje pomocí hodnoty MVD (Median Volume Droplet). MVD je definován jako průměr kapky, pro který platí, že polovina celkového objemu vody je obsažena v kapkách s menším průměrem a druhá polovina se nachází v kapkách s větším průměrem. Nejčastěji je toto spektrum popsáno tzv. rozložením Langmuir “D". Stejné rozložení velikosti kapek se předpokládá v i námrazovém tunelu IRT, který byl použit pro experimenty uváděné v této práci. Pro potřeby výpočetních simulací se toto spojité rozložení nahrazuje diskrétním rozložením o sedmi velikostech kapek s odpovídajícím podílem na celkovém objemu vody. Velikosti kapek vztažené k hodnotě MVD mraku a podíly vody, které odpovídají jednotlivým velikostem, jsou uvedeny v přiložené tabulce na obrázku 4. V praxi je tedy pro jednu velikost MVD provedeno sedm výpočtů s různě velkými kapkami a výsledná lokální sběrná účinnost je vypočtena v každém místě váženým průměrem z těchto sedmi výpočtů.



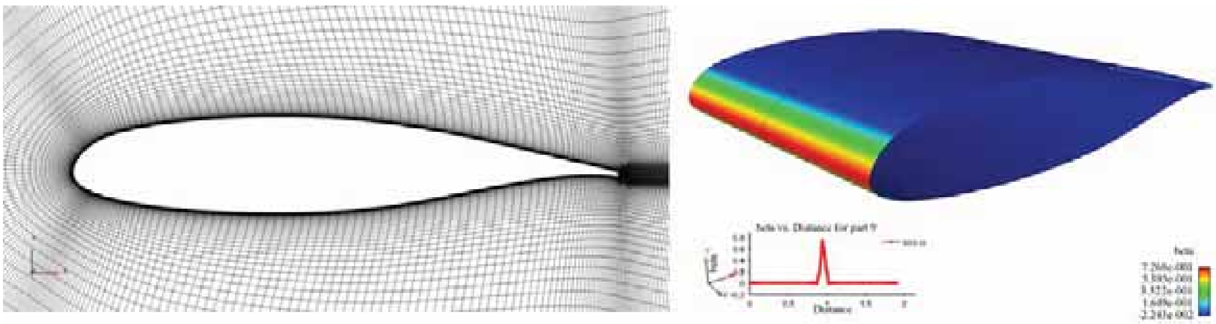
Obr.4. Langmuir "D" rozložení velikosti kapek v mraku

Validace výpočetní metody

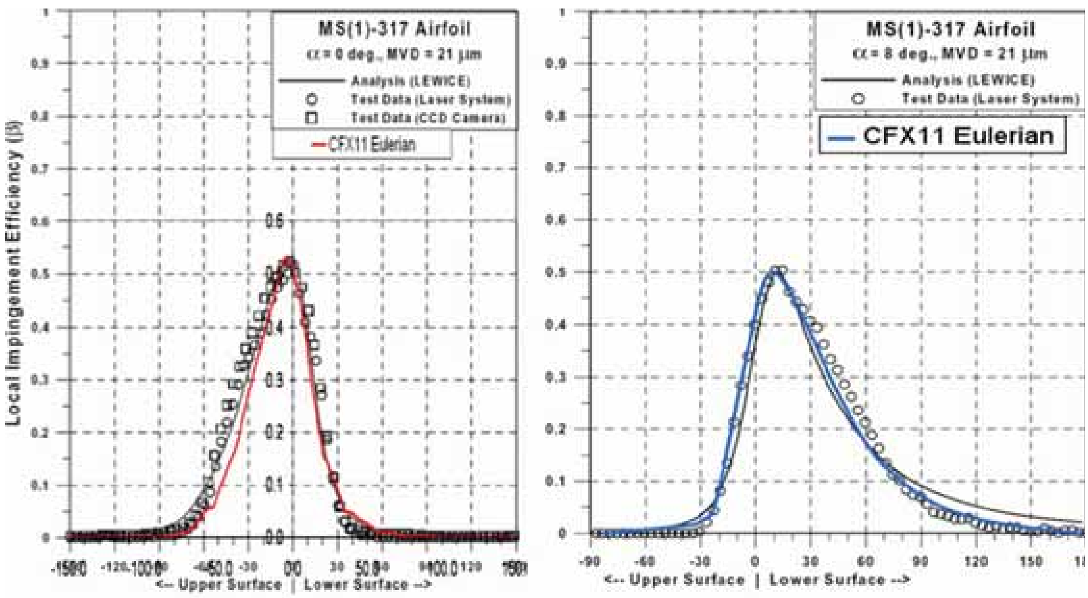
Přesnost výpočtu sběrné účinnosti pomocí eulerovské metody implementované v programu ANSYS CFX 11 byla testována porovnáním vypočtených výsledků s experimentálně naměřenými daty. Zdrojem experimentálních dat bylo měření provedené v NASA v roce 2002 publikované ve zprávě TM-2002-211700 [3]. Cílem těchto experimentů, provedených v Glenn Icing Research Tunnel, bylo vytvořit databázi použitelnou pro vývoj a validaci programů na výpočet trajektorii kapek určených pro námrazové simulace. Hlavním iniciátorem těchto měření byly společnosti Boeing a Cessna. Jako příklad 2D validační úlohy předkládáme výpočet na profilu MS(1)-0317. Pro ověření metody na 3D úloze posloužila VOP letadla kategorie business jet.

2D úloha

Profil MS(1)-0317 představuje moderní letecký profil kategorie GA pro střední rychlosti, který vyvinul R. Whitcomb v NASA. Maximální tloušťka tohoto profilu je 17% hloubky. Metoda byla testována pro jednu velikost kapek MVD=21 μm a dva úhly náběhu α=0º a α=6º.



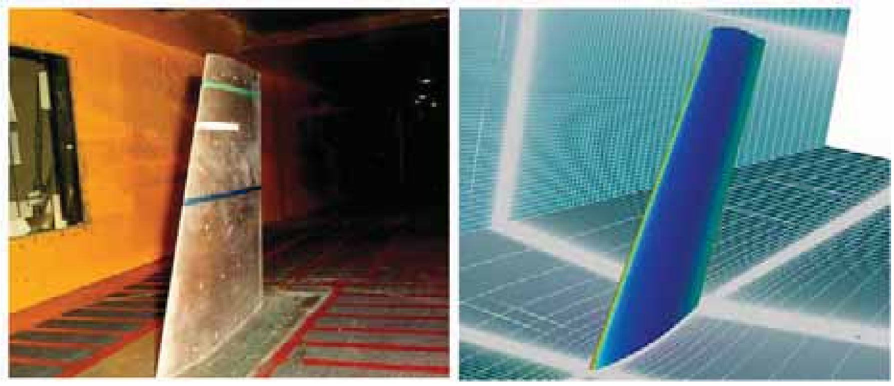
Obr. 5. Výpočetní síť a rozložení sběrné účinnosti. Profil MS(1)-0317



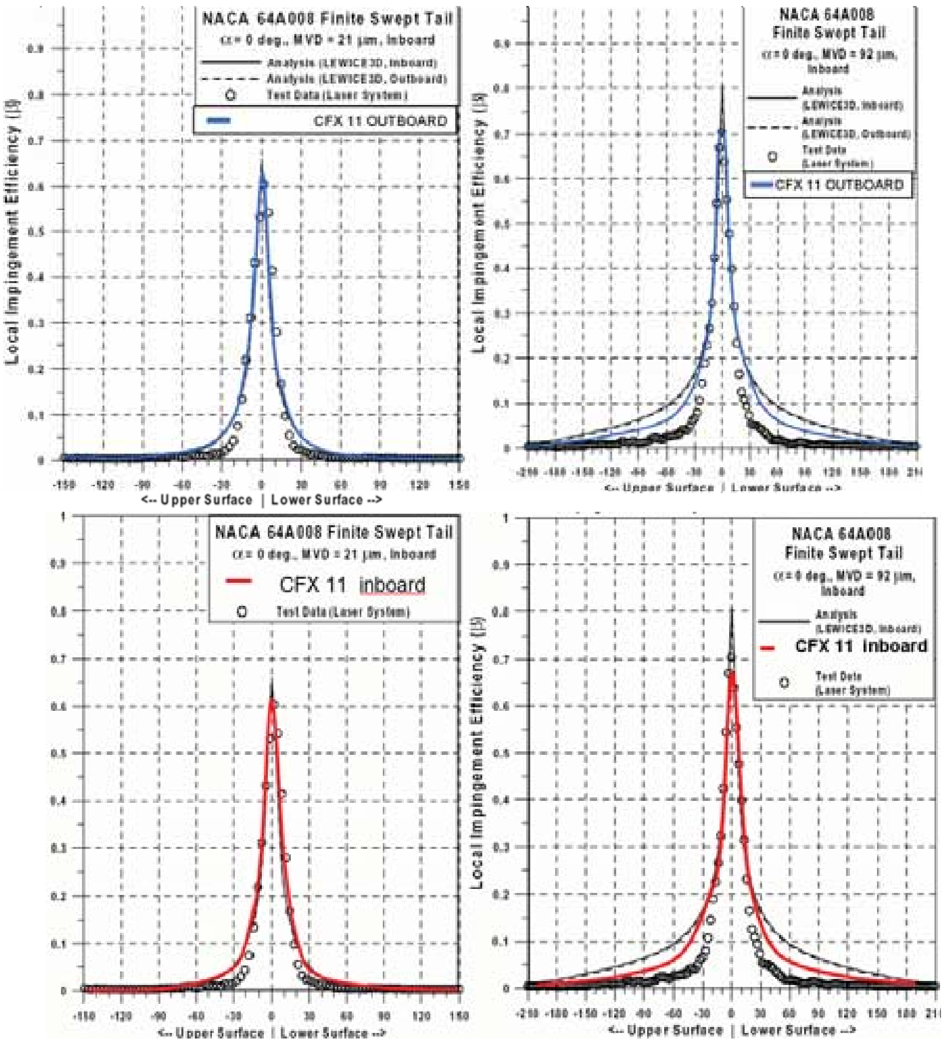
Obr. 6. Porovnání vypočteného rozložení sběrné účinnosti s výsledky experimentu

3D úloha

Jako testovací příklad ve 3D byla zvolena VOP letadla kategorie bussines jet v měřítku 1:1. VOP je tvořena konstantním profilem po celém rozpětí. Jedná se o profil NACA 64A008. Výpočet byl proveden na jediném úhlu náběhu α=0º pro dvě velikosti kapek MVD=21µm a MVD=92 µm.



Obr. 7. VOP umístěna v IRT tunelu (vlevo) a výpočetní model (vpravo)



Obr. 8. Porovnání vypočteného rozložení sběrné účinnosti s výsledky experimentu

Závěr

- Eulerovská metoda pro výpočty vícefázového proudění implementovaná v programu ANSYS CFX 11 byla použita k simulacím vodních kapek v okolí letounu pohybujícího se námrazovým mrakem.
- Pro 2D případy leteckých profilů uvedená metoda nevykazuje významné zlepšení jak v přesnosti tak ve výpočetním čase v porovnání s metodou založenou na lagrangeovském principu. Obě metody počítají rozložení parametru β (lokální sběrné účinnosti) s vynikající přesností.
- Pro 3D případy je eulerovská metoda ve všech ohledech lepší volbou. Přesnost eulerovské metody je závislá na jemnosti výpočetní sítě, která je už kvůli RANS výpočtu vzduchu dostatečně jemná. Naproti tomu přesnost lagrangeovské metody závisí na počtu sledovaných trajektorii. Dosažení přesnosti odpovídající eulerovské metodě představuje neúměrný nárůst výpočetního času.
- Jelikož objemový poměr vody obsažené v jednotce vzduchu je u těchto aplikací malý, ovlivnění proudového pole čistého vzduchu vodními kapkami je zanedbatelné. Tento fakt se příznivě projeví je-li dvou-fázový výpočet odstartován z už předpočítaného jednofázového proudového pole čistého vzduchu. Konvergence rovnic první fáze (vzduchu) není téměř vůbec rozrušena přidáním druhé fáze (vody) a rovnice druhé fáze konvergují velmi rychle.
- Při výpočtech se specifikovanou hodnotou MVD kapek není možné provést jen jeden výpočet s uniformní velikostí kapek odpovídající této hodnotě. MVD je hodnota, která specifikuje rozložení velikostí kapek v mraku. Toto rozložení není možné nahradit jednou konstantní velikostí. Korektní postup je nahrazení tohoto spojitého rozdělení konečným počtem velikostí kapek (např. 7) a výpočet sběrné účinnosti pro všechny tyto velikosti kapek. Výsledné rozložení sběrné účinnosti β je pak vypočteno váženým průměrem s ohledem na množství vody, které je obsaženo v kapkách o jednotlivých velikostech.
- Změna velikosti kapek představuje v případě lagrangeovské metody zcela nový výpočet všech trajektorií. U eulerovské metody je možné začít nový výpočet z výsledků předchozího. Výpočet pro novou velikost kapek pak jen představuje doslova několik málo iterací.

Literatura:

[1] AGARD ADVISORY REPORT: *Ice Accretion Simulation*; Report No. 344, NORTH ATLANTIC TREATY ORGANIZATION, ISBN 92-836-1067-9, 1997

[2] Z. Hrnčíř : *Vliv geometrie leteckého profilu na vlastnosti v námrazových podmínkách*; Disertační práce; VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ, 2006

[3] M. Papadakis: *Experimental Investigation of Water Droplet Impingement on Airfoils, Finite Wings, and an S-Duct Engine Inlet*; TM-2002-211700, NASA GRC, 2002