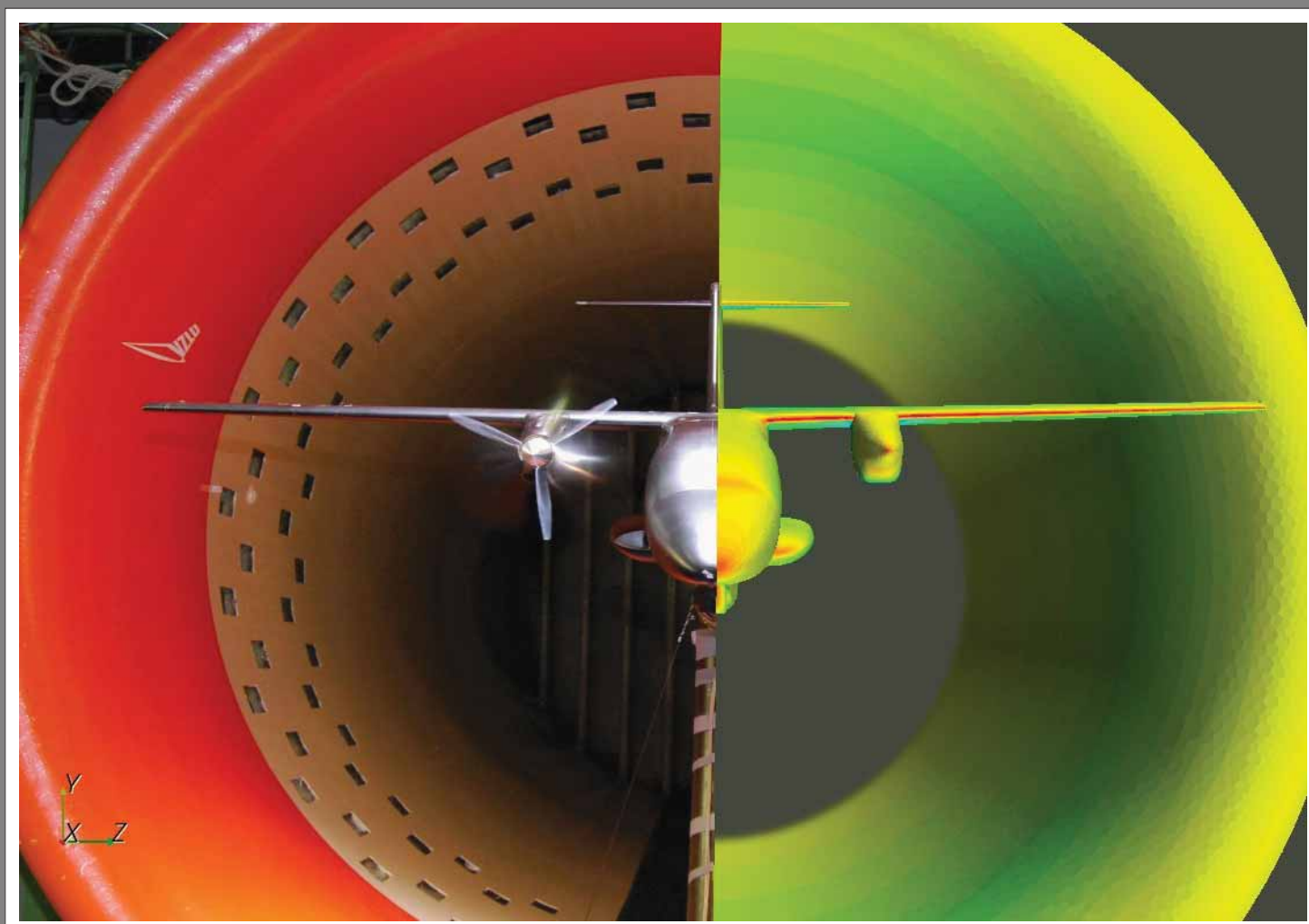


# TRANSFER

Výzkum a vývoj pro letecký průmysl

č. 8 / 2008



Toto číslo elektronického sborníku obsahuje příspěvky přednesené na VII. semináři VZLÚ - Věda, výzkum a vývoj v českém leteckém průmyslu, jehož téma bylo "Modelování proudění v leteckých a průmyslových aplikacích".

ISSN 1801 - 9315

## **TRANSFER**

Výzkum a vývoj pro letecký průmysl

Elektronický sborník VZLÚ, a.s.

Číslo 8, říjen 2008, 3. ročník

Adresa redakce:

Výzkumný a zkušební letecký ústav, a.s.

Beranových 130, 199 05 Praha 9, Letňany

Tel.: 225 115 223, fax: 286 920 518

Šéfredaktor:

Ing Ladislav Vymětal (e-mail: [vymetal@vzlu.cz](mailto:vymetal@vzlu.cz))

Technický redaktor, výroba:

Stanislav Dudek ([dudek@vzlu.cz](mailto:dudek@vzlu.cz))

Vydavatel: Výzkumný a zkušební letecký ústav, a.s.

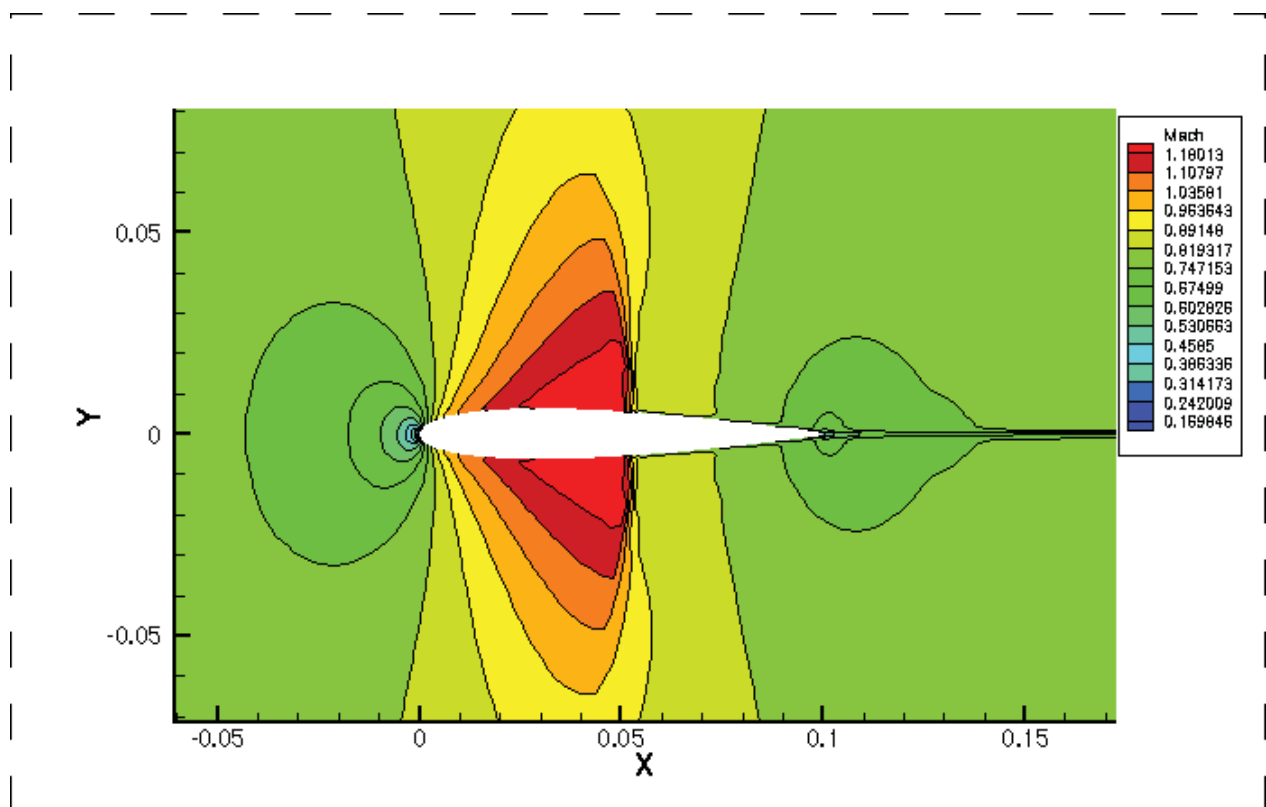
© 2008 VZLÚ, a.s.

Vychází nepravidelně na webových stránkách [www.vzlu.cz](http://www.vzlu.cz) u příležitosti seminářů pořádaných VZLÚ. Veškerá práva vyhrazena.

## 7. vědeckotechnický seminář

Dne 7. října 2008 se ve VZLÚ, a.s., Praha uskutečnil 7. vědecko-technický seminář, už potřetí specializovaný na problematiku proudění, nazvaný "Modelování proudění v leteckých a průmyslových aplikacích". Pravidelný seminář navazuje na tradici kolokvií o aplikované aerodynamice, přičemž kromě letectví se stále častěji zaměřuje také na další aplikace, jako jsou například lopatkové stroje, vozidla, větrné inženýrství, textilní průmysl apod. Svým záběrem seminář pokrývá především problematiku matematického modelování proudění (CFD), ale i zde využívá srovnání výsledků s experimentálním výzkumem. Během jednodenního semináře byla přednesena řada příspěvků, jejichž převážnou část touto cestou publikujeme.

\* \* \*



## Obsah sborníku

- 5**     **Technické řešení pohonu vrtulí modelu FOREMADE**  
*J. Červinka*
- 13**    **Aplikace Navier-Stokesových rovnic pro 3D vazké stlačitelné laminární a turbulentní proudění v osově symetrických problémech**  
*J. Pelant, M. Kyncl*
- 21**    **Interakce v regulačních ventilech parních turbin**  
*L. Tajč, L. Bednář*
- 31**    **Vliv manipulátoru na charakteristiky letounu**  
*N. Žižkovský*
- 36**    **Experimentální model automobilu pro měření se simulovanou blízkostí země**  
*Š. Zdobinský*
- 46**    **Studium půdorysných tvarů křídla**  
*P. Vrchota, K. Jandová*
- 52**    **Řešení inverzní úlohy obtékání leteckého profilu pomocí kontraktivního operátoru pro vazké proudění**  
*J. Šimák, J. Pelant*
- 57**    **Metoda semiGLS pro stabilizaci MKP v analýze nestlačitelného proudění**  
*J. Šístek, P. Burda, J. Novotný*
- 66**    **Výpočet aerodynamických charakteristik vrtule pomocí CFD**  
*P. Klínek*
- 76**    **Numerický výpočet přízemního efektu působícího na letoun typu samokřídlo**  
*A. Drábek, Z. Hrnčíř*
- 81**    **Inženýrská metoda výpočtu 2D TMV**  
*K. Filakovský*
- 91**    **Numerické řešení 3D stacionárního obtékání křídla**  
*P. Furmánek, J. Fürst, M. Kladubský, K. Kozel*

# Technické řešení pohonu vrtulí modelu FOREMADE

**Ing. Bc. Jan Červinka**

V rámci výzkumného projektu FOREMADE – vytvoření integrovaného výzkumného prostředí s posílením analytických přístupů virtuálního modelování jako nástrojů efektivní stavby moderních letadel, resp. v rámci dílčího tématu T1 – Aerodynamický výzkum malých obchodních a dopravních letounů – bylo zkonstruováno a odzkoušeno experimentální zařízení simulující účinky vrtulí a vrtulového proudu na model letounu.

## Prvotní návrh

V této části projektu FOREMADE bylo zapotřebí na stávajícím modelu malého dopravního letounu v měřítku 1:8, používaného v aerodynamickém tunelu VZLÚ o průměru 3 m ke zjištění aerodynamických charakteristik a závěsových momentů kormidel, uvést do chodu poháněné modelové vrtule. Z předběžných výpočtů, na základě informací v literatuře [1], [2] a ze zkušeností s tunelovým měřením modelu letounu Ae 270 vyplynulo, že je potřeba počítat se jmenovitým výkonem 5 kW při otáčkách cca 10 000 ot. min.<sup>-1</sup> pro každou z obou pohonných jednotek. Vzhledem k přítomnosti rozvodu stlačeného vzduchu v měřicím prostoru tunelu a díky pozitivním zkušenostem ze zahraničí se nejprve uvažovalo o použití pneumatického pohonu vrtulí.

Po delším poptávkovém řízení nebyl nalezen žádný vhodný motor, který by byl, vzhledem k omezeným rozměrům a danému tvaru motorové gondoly, rozměrově vhodný. Současná technologie pneumatických motorů se sice těmito rozměry při daném výkonu blíží, nicméně ještě zbývalo několik konstrukčních otázek týkajících se armatury apod. Velkou nevýhodou stlačeného vzduchu byla dále nutnost přívodu (případně odvodu<sup>1</sup>) k motoru hadicemi o nezanedbatelném průřezu, která by mohla silově ovlivnit zavěšení modelu na tenzometrické váze v aerodynamickém tunelu, což je zásadní problém. Bylo tudíž nutné myšlenku pneumatických motorů opustit.

Od počátku byla snaha vyhnout se elektrickému pohonu, především z důvodů elektromagnetického rušení - v měřicím prostoru a okolí je několik zařízení, která by k tomuto rušení mohla být náchylná. Dalším důvodem byly zkušenosti s modelem Ae 270, kde motor o jmenovitém výkonu 12 kW vycházel relativně rozměrný,

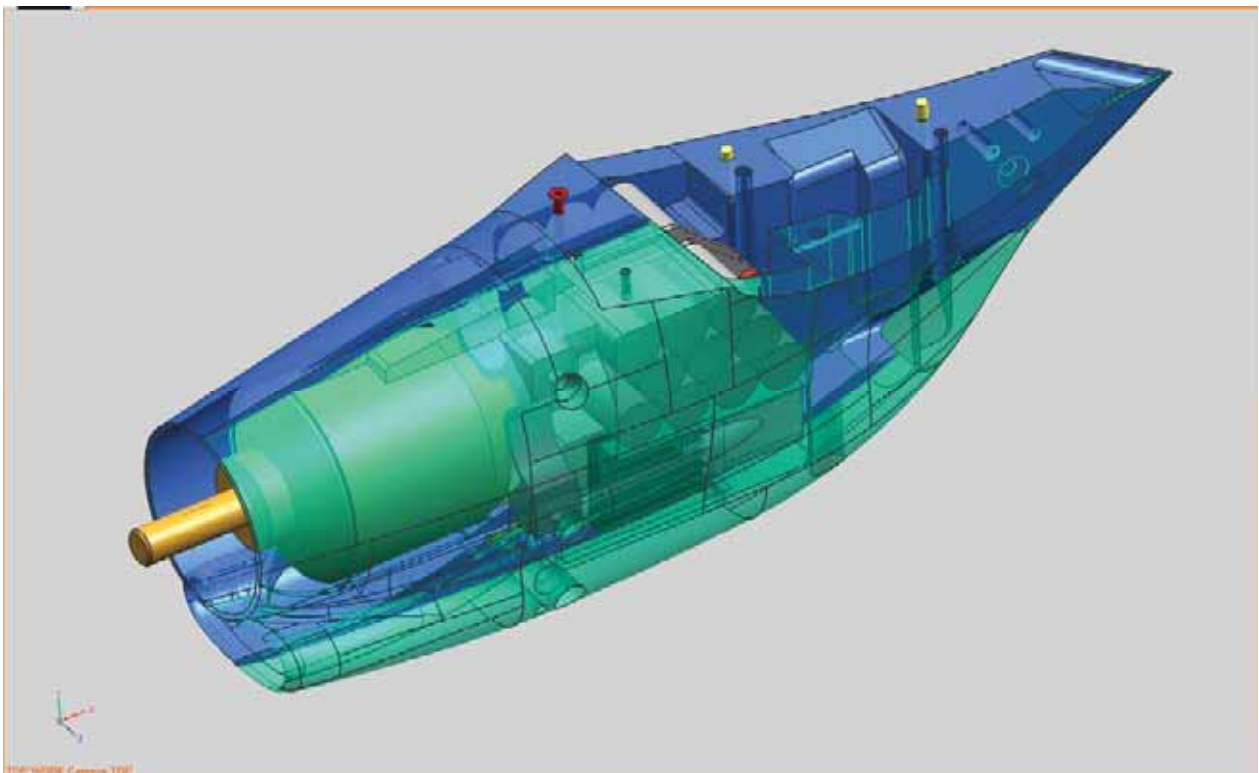
<sup>1</sup> Jednou z možností by bylo odvádět vzduch na výstupu z motoru ven z motorové gondoly, což by mohlo simulovat zbytkový reaktivní tah turbovrtulové pohonné jednotky, toto se nicméně ukázalo jako příliš komplikované

a navíc musel být chlazen vodou, což by v těchto souvislostech byla další zásadní komplikace. Naštěstí vývoj elektroniky za posledních pět let poskočil o velký krok kupředu a dokonce (nebo především) modeláři mají dnes k dispozici relativně malé motory o velkém výkonu. Nezbyvalo tedy, než se vydat cestou elektromotorů s důrazem na dostatečné chlazení a ochranu okolí před rušením.

## Technické řešení

### Motorová gondola

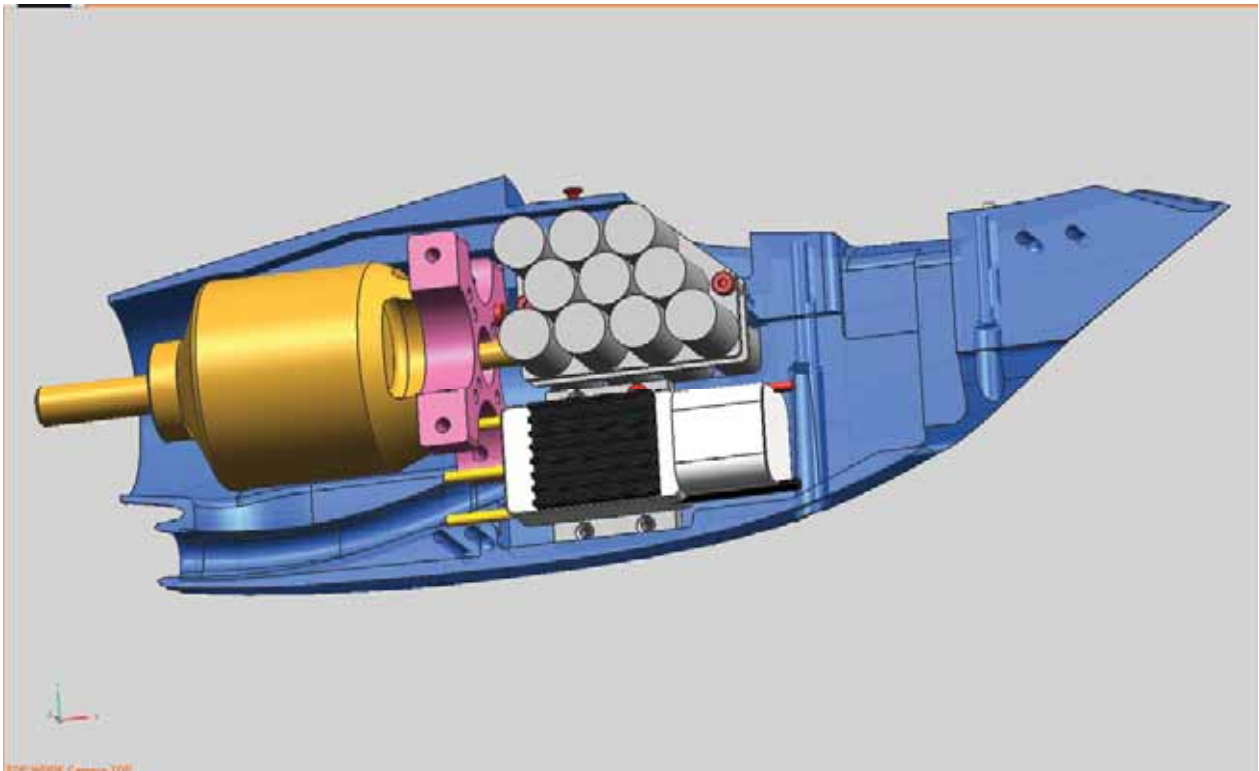
Motorová gondola je duralová, podélně dělitelná z důvodu přístupu k jednotlivým komponentům, skládající se ze čtyř hlavních částí. Na letounu je zavěšena přímo k duralovému nosníku křídla. Vnější tvar plně odpovídá teoretickému obrysu. Dural jako výrobní materiál byl zvolen z několika důvodů - pro dobrou tepelnou vodivost, z důvodu pevnosti a tuhosti pro uložení všech komponentů, a dále se předpokládalo, že vnější kovový obal bude sloužit jako stínění ke snížení elektromagnetického rušení.



Obr. 1 – Návrh motorové gondoly v NX4

Protože se předpokládalo velké zahřívání elektromotoru, regulátoru a případně baterie kondenzátorů za provozu, bylo vnitřní uspořádání navrženo tak, aby veškeré komponenty byly upevněné s dostatečnou styčnou plochou k tělu gondoly pro zajištění přestupu tepla. Povrch gondoly je pak z vnější strany ochlazován proudem vzduchu navíc urychlovaného vrtulí. Pro ještě lepší chlazení je gondola opatřena

funkčním vstupem vzduchu a soustavou vnitřních kanálů, která chladicí vzduch rozvádějí k jednotlivým komponentům - gondola je tedy částečně průchozí. K regulátoru motoru je navíc připevněn vlastní chladič. Tělo motorové gondoly je ještě vybaveno kanálem, sloužícím k případnému dodatečnému přívodu stlačeného vzduchu k motoru, pokud by výše uvedené chlazení nebylo dostatečné – riziko nadměrného ohřevu bylo možné dopředu jen stěží odhadnout a v úvahu je zapotřebí vzít stísněnost zástavby.



Obr. 2 – Vnitřní uspořádání motorové gondoly (NX4)

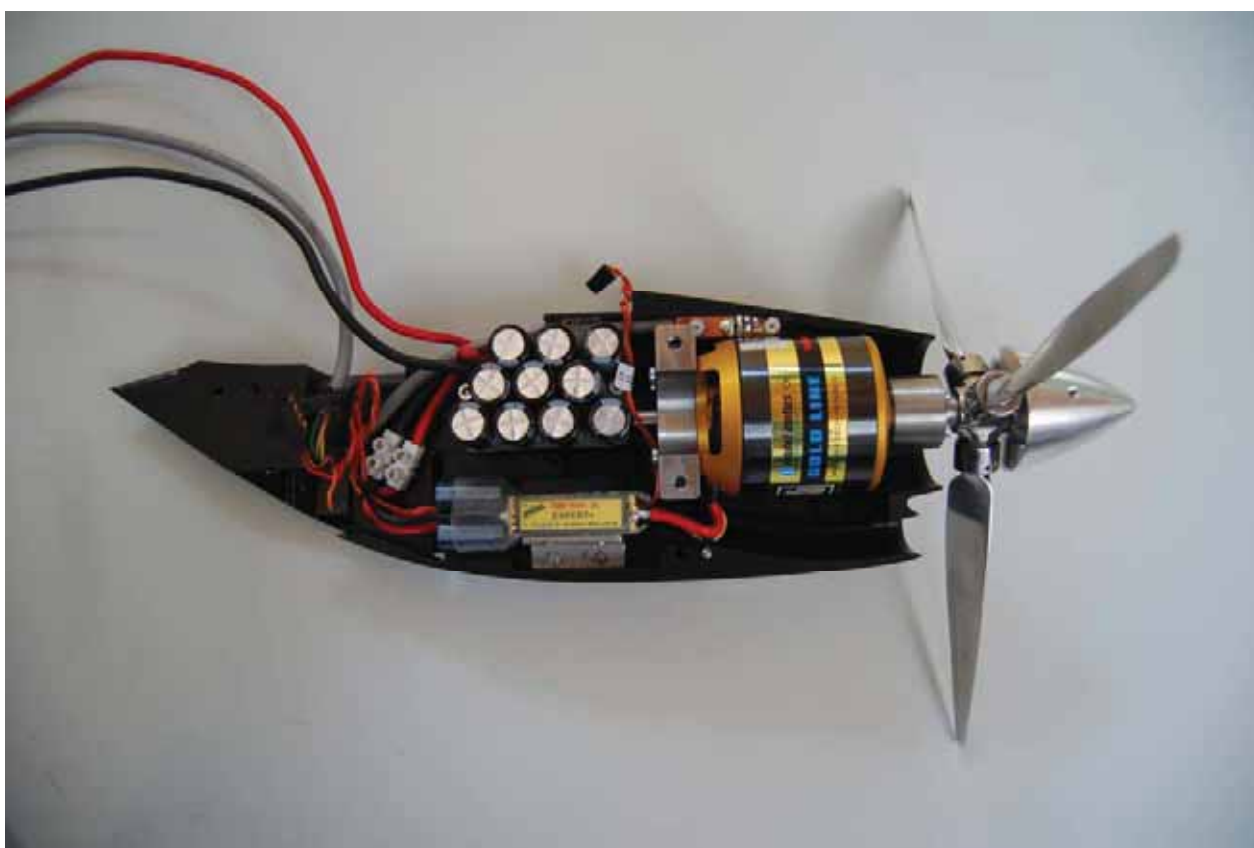
## Pohon

Jako pohon je použit synchronní střídavý 14-pólový motor s permanentními magnety a vnějším rotačním pláštěm. Výhodou střídavých synchronních motorů je absence mechanického komutátoru, což výrazně prodlužuje životnost a dovoluje i při velmi malých rozměrech motoru používat velké proudy. Tyto motory tak dosahují vysokého poměru výkon/rozměr (specifikace motoru viz. Tab. 1).

Pro řízení otáček motoru je použit modelářský regulátor. Jeho velikost je vzhledem k protékajícím proudům (až 100 A) opět velmi malá. To umožnilo integrovat celý pohon přímo do motorové gondoly modelu. Výhodou použitého regulátoru je možnost spojení s diagnostickým zařízením, které zaznamenává s frekvencí 10 Hz a zpětně reprodukuje provozní údaje, jako např. napětí zdroje, napětí při zatížení, proud, otáčky, kroutící moment, polohu přípusti, teplotu regulátoru a motoru apod.

|                           |         |           |
|---------------------------|---------|-----------|
| Napětí - počet článků     | 8 - 12  | Li-Pol    |
| Otáčky na Volt            | 225     | RPM/V     |
| Maximální účinnost        | 93      | %         |
| Maximální efektivní proud | 36 - 84 | A (> 85%) |
| Proud bez zátěže          | 2.6     | A (30 V)  |
| Proudová kapacita         | 110     | A (20 s)  |
| Vnitřní odpor             | 27      | mΩ        |
| Rozměry (průměr x délka)  | 63 x 79 | mm        |

*Tab. 1 – Charakteristika elektromotoru*



*Obr. 3 – Vnitřní uspořádání motorové gondoly*

Jediným úskalím tohoto řešení je dostatečně dimenzovaný zdroj napájení pohonu. Nabízí se použití modelářských akumulátorů. Toto řešení, které dobře funguje u modelářů, není pro dlouhodobá měření v aerodynamickém tunelu vhodné. Baterie mají při extrémních zátěžových proudech malou životnost. Použití dostatečně dimenzované sady Li-Pol akumulátorů vyžaduje speciální výkonnou nabíječku a i její cena je vysoká. Zdroj napětí 60 V 160 A je velmi drahý. To nás vedlo k jednoduchému řešení - jako zdroj byly použity NiCd baterie vysokozdvíhného vozíku. Ten pochopitelně nemůže být umístěn ihned u modelu, takže do gondoly



bylo nutné také integrovat baterii kondenzátorů s nízkým vnitřním odporem. To zajistilo jednak snížení rušení od regulátoru (pracuje v pulzním režimu) a také pokles napětí na regulátoru v proudových špičkách.



*Obr. 4 – Odkrytovaná motorová gondola na modelu FOREMADE*

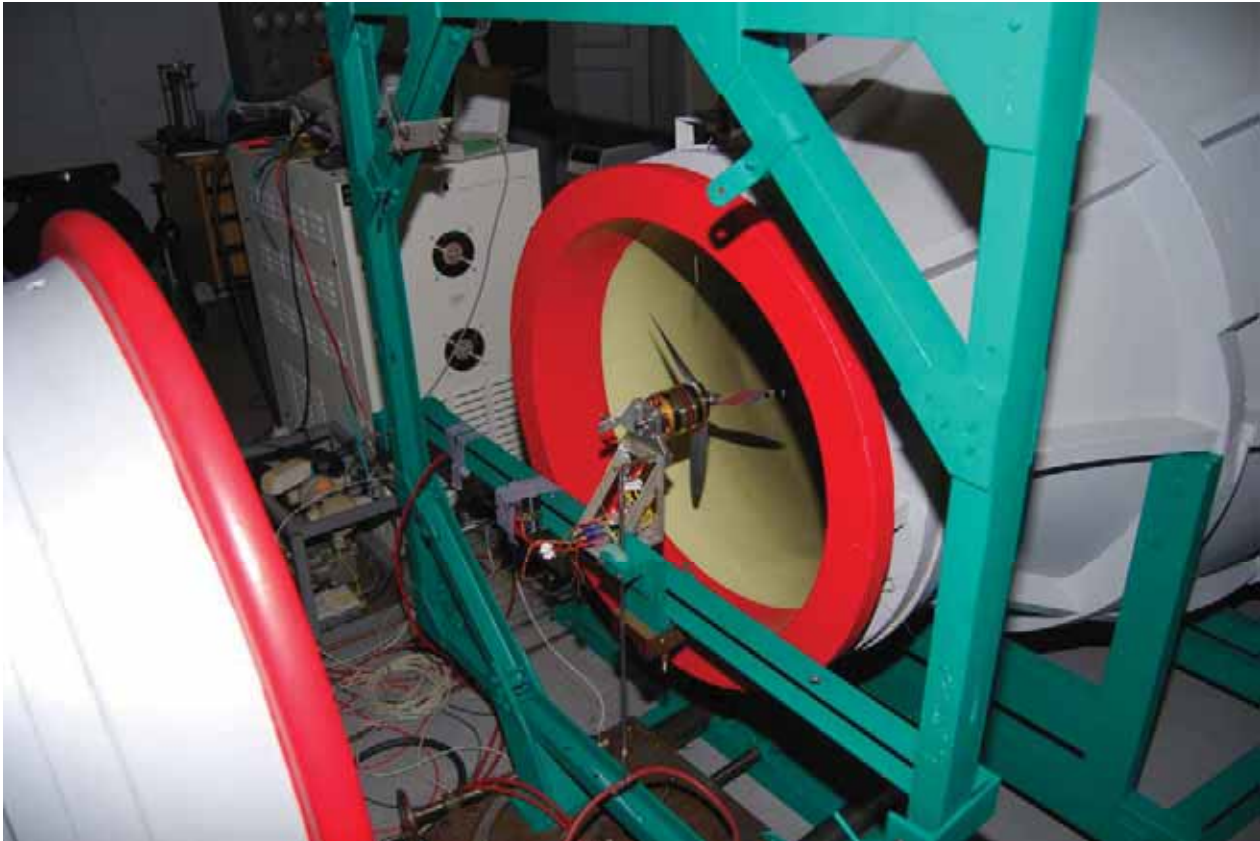
### **Řízení otáček**

Řídicí signál jsou kladné pulsy  $1.5 \text{ ms} \pm 0.8 \text{ ms}$  s opakovací periodou 10 až 30 ms. Tímto signálem je dána žádaná rychlost otáčení motoru. Vzhledem k tomu, že jde o diskretní signál, je tento způsob řízení mnohem odolnější vůči rušení než při řízení analogovým signálem. Regulátory účinně maskují rušení a výpadky signálu až do 1.5 s. Při delších výpadcích nebo rušení pomalu sníží otáčky motoru (až na nulu). Řídicí signál generuje program v prostředí LabView a je prozatím společný pro oba motory. Otáčky motoru jsou navíc (nezávisle na výše zmíněné diagnostice regulátorů) snímány optickým snímačem uvnitř gondoly.

### **Závěr**

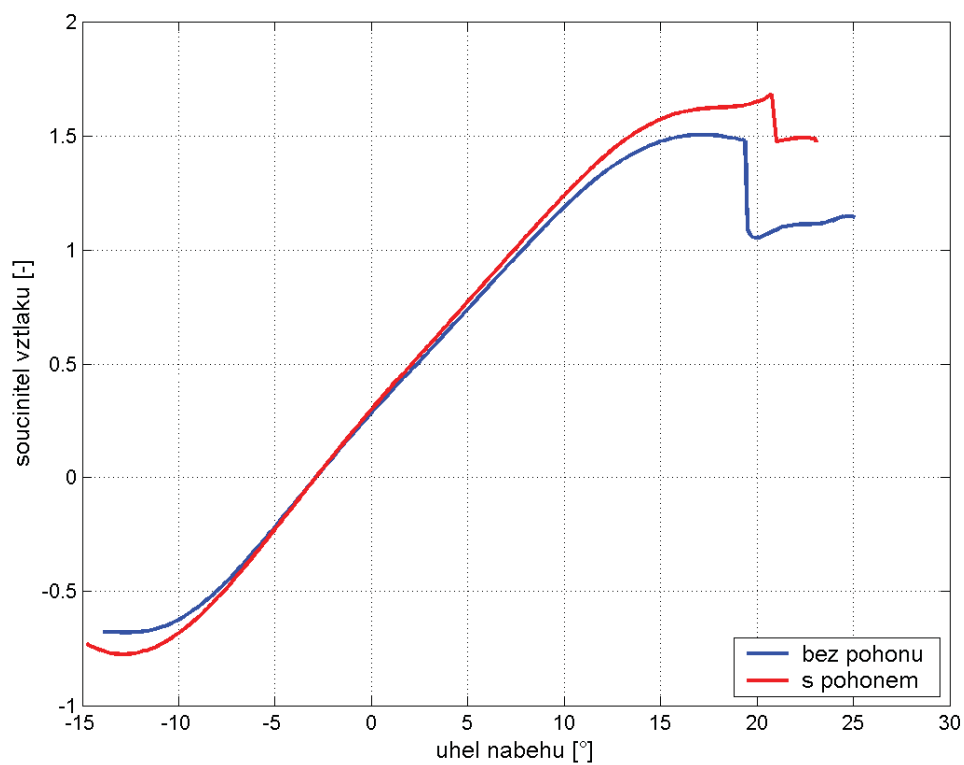
Celé zařízení bylo po sérii statických testů odzkoušeno v aerodynamickém tunelu o průměru 0.6 m, čímž byla ověřena jeho funkčnost. Pohonná jednotka pracovala

s několika vzorky zkušebních vrtulí, převážně dvou a třílistých, tak, aby byla celá soustava optimálně nastavena. K tomuto účelu bylo užitečné využít právě služeb menšího tunelu, načež následovalo měření již na modelu letounu v tunelu o průměru 3 m. Na grafech 1 a 2 je uvedeno několik naměřených aerodynamických charakteristik modelu letounu s funkčním pohonem a bez pohonu, které odpovídají hodnotám vypočteným.

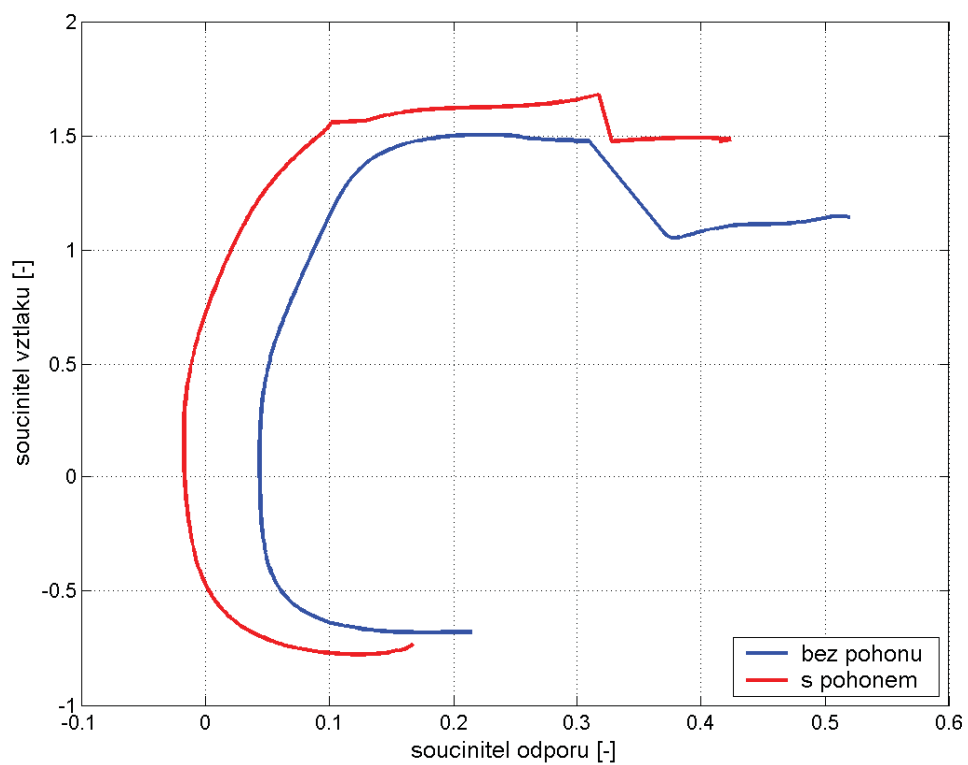


*Obr. 5 – Pohonná jednotka v 0.6mLSWT VZLÚ*

Na závěr je možné konstatovat, že oba hlavní provozní požadavky, tzn. zajistit dostatečné chlazení a zajistit ochranu okolních přístrojů před rušením, se podařilo splnit – rušení nebylo zaznamenáno žádné a ohřev motoru je v přijatelných mezích.



Graf 1



Graf 2



*Obr. 6 – Model FOREMADE s pohonem vrtulí v 3mLSWT VZLÚ*

## **Literatura:**

- [1] Barlow B. J., Rae W. H., Pope A.: Low-Speed Wind Tunnel Testing, third edition; John Wiley & Sons, New York, 1999
- [2] Marek J., Hanzl M.: Tunelová měření modelu letounu L 410 s některými úpravami trupu a ocasních ploch a poháněnými vrtulemi; Report No. V-1258/76, Výzkumný a zkušební letecký ústav, Praha, 1974

# Aplikace Navier-Stokesových rovnic pro 3D vazké stlačitelné laminární a turbulentní proudění v osově symetrických problémech

**RNDr. Jaroslav Pelant, CSc., RNDr. Martin Kyncl**

Příspěvek se zabývá 3D symetrickým prouděním vazké stlačitelné tekutiny. Ukazuje tvar rovnic v cylindrickém systému. Byla použita explicitní metoda konečných objemů s duální sítí pro výpočet vazkých členů. K výpočtu numerických toků přes hranici byla použita modifikace Riemannova problému s preferencí celkového tlaku a teploty na vstupu, na výstupu pak modifikace s preferencí tlaku, teploty, nebo průtočného množství. Ke zvýšení přesnosti bylo využito schémat Van Leer, Van Albada. Použitou metodu lze použít k simulaci proudění v osově symetrických kanálech a přístrojích. Navrhovaná metoda byla naprogramována a využití ukázáno na příkladech.

## Formulace 3D Navier-Stokesových rovnic pro turbulentní proudění

Budeme uvažovat Navier-Stokesovy rovnice v konzervativním tvaru s dimenzemi. Aplikujeme zákony zachování hmotnosti, hybnosti a energie pro dané prvky, přes které proudí uvažovaná tekutina. Ve třídímním případě mají Navier-Stokesovy rovnice následující tvar

$$\frac{\partial}{\partial t} q + \frac{\partial}{\partial x} f(q) + \frac{\partial}{\partial y} g(q) + \frac{\partial}{\partial z} h(q) - \left( \frac{\partial}{\partial x} r(q) + \frac{\partial}{\partial y} s(q) + \frac{\partial}{\partial z} d(q) \right) = 0 \quad (1)$$

kde

$$q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e)$$

$$f(q) = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho uw, (e + p)u)$$

$$g(q) = (\rho v, \rho vu, \rho v^2 + p, \rho vw, (e + p)v)$$

$$h(q) = (\rho w, \rho wu, \rho wv, \rho w^2 + p, (e + p)w)$$

$$r(q) = \left( 0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + \left( \frac{\mu}{P_r} + \frac{\mu_T}{P_{r_T}} \right) \frac{\kappa \partial \varepsilon}{\partial x} \right)$$

$$s(q) = \left( 0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, \tau_{yz}, u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + \left( \frac{\mu}{P_r} + \frac{\mu_T}{P_{r_T}} \right) \frac{\kappa \partial \varepsilon}{\partial y} \right)$$

$$d(q) = \left( 0, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{zz}, u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} + \left( \frac{\mu}{P_r} + \frac{\mu_T}{P_{r_T}} \right) \frac{\kappa \partial \varepsilon}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{xx} = \left( \mu + \mu_T \right) \left( \frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{2\rho k}{3}$$

$$\tau_{yy} = \left( \mu + \mu_T \right) \left( -\frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{2\rho k}{3}$$

$$\tau_{zz} = \left( \mu + \mu_T \right) \left( -\frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{4}{3} \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{2\rho k}{3}$$

a

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \left( \mu + \mu_T \right) \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \left( \mu + \mu_T \right) \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \left( \mu + \mu_T \right) \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right),$$

Zde  $p$  značí tlak,  $\rho$  hustotu,  $(u, v, w)$  průměrnou hodnotu vektoru rychlosti, a  $x, y, z$  prostorové souřadnice, a  $t$  čas. Dále  $k$  je turbulentní kinetická energie,  $\omega$  turbulentní disipace.  $P_r$  je laminární a  $P_{r_T}$  turbulentní Prandtlova konstanta,  $\mu$  je dynamický koeficient viskozity závislý na teplotě,  $\mu_T = \rho k / \omega$  je vírový-vazký koeficient. V rovnici pro energii,  $e$  značí celkovou energii.

$$e = \rho \varepsilon + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2),$$

Zde  $\varepsilon = p / \rho (\kappa - 1)$  je vnitřní energie jednotky hmotnosti tekutiny, kde konstanta  $\kappa > 1$ .

Systém rovnic (1) je otevřený systém pro turbulentní proudění. Pokud kinetická turbulentní energie  $k = 0$ , pak systém rovnic (1) představuje uzavřený systém Navier-Stokesových rovnic pro laminární proudění. Pokud  $k = 0$  a  $\mu = 0$ , pak o systému (1) mluvíme jako o Eulerových rovnicích. Systém (1) můžeme psát v diferenciální symbolické podobě

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + \frac{\partial \beta_i}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_i}{\partial y} + \frac{\partial \delta_i}{\partial z} = 0$$

a v integrálním tvaru

$$\int_{\Delta t} dt \int_{\partial\Omega} ((\beta_i, \gamma_i, \delta_i), n) ds = - \int_{\Delta t} dt \int_{\Omega} \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} dx dy dz,$$

zde  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ,  $\Omega$  je z prostoru  $R^3(x, y, z)$ .  $(, )$  značí skalární součin.  $n$  je normálový vektor k ploše  $\partial\Omega$ . Kladná orientace je dána vnějším směrem. Tady  $s$  je integrální míra v ploše  $\partial\Omega$ . S použitím integrální formy můžeme studovat obecné proudění s rázovými vlnami. Například můžeme použít jedno-dimenzionální systém rovnic jako prediktor k numerické metodě ve vybraných bodech sítě aproximující oblast  $\Omega$ .

## Formulace rovnic pro obecné osově symetrické proudění

Pro symetrické tří-dimenzionální proudění používáme převedení rovnic do cylindrického systému  $(t, x, y, z \rightarrow t, x, r, \varphi)$ , kde  $y = r \cos \varphi$  a  $z = r \sin \varphi$ . Vzorce pro komponenty rychlosti mají tvar

$$v = v_r \cos \varphi - w_\varphi \sin \varphi$$

$$w = v_r \sin \varphi + w_\varphi \cos \varphi$$

Zde uvažujeme osu rotace  $x$ , rádius  $r$ , a úhel rotace  $\varphi$ . Složky  $v_r, w_\varphi$  jsou radiální a kruhová souřadnice. Nyní zaměníme  $r \rightarrow y, \varphi \rightarrow z, v_r \rightarrow v$ , a  $w_\varphi \rightarrow w$ . Nový systém rovnic má tvar

$$\frac{\partial}{\partial t} q + \frac{\partial}{\partial x} f(q) + \frac{\partial}{\partial y} g(q) - \left( \frac{\partial}{\partial x} r(q) + \frac{\partial}{\partial y} s(q) \right) = -\frac{1}{y} F(q) + \frac{1}{y} G(q) \quad (2)$$

kde

$$q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e)$$

$$f(q) = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho uw, (e + p)u)$$

$$g(q) = (\rho v, \rho vu, \rho v^2 + p, \rho vw, (e + p)v)$$

$$r(q) = \left( 0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + \kappa \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right)$$

$$s(q) = \left( 0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, \tau_{zy}, u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{zy} + \kappa \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right)$$

$$F(q) = (\rho v, \rho uv, \rho(v^2 - w^2), 2\rho vw, (e + p)v)$$

$$G(q) = \left( 0, (\mu + \mu_T) \left( \frac{1}{3} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right), (\mu + \mu_T) \frac{4}{3} \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v}{y} \right), (\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{w}{y} \right), \right. \\ \left. (\mu + \mu_T) \left( -\frac{4}{3} v \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{3} u \frac{\partial v}{\partial x} + u \frac{\partial u}{\partial y} - w \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \kappa \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} - \frac{2\rho k}{3} v \right)$$

zde

$$\tau_{xx} = \left( +\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \right) (\mu + \mu_T) - \frac{2\rho k}{3}, \tau_{yy} = \left( -\frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \right) (\mu + \mu_T) - \frac{2\rho k}{3}, \\ \tau_{xy} = \tau_{yx} = \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) (\mu + \mu_T), \tau_{xz} = \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) (\mu + \mu_T), \tau_{yz} = \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right) (\mu + \mu_T).$$

Systém (2) můžeme psát v diferenciálním tvaru

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + \frac{\partial \beta_i}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_i}{\partial y} = f_i$$

A ve tvaru integrálním

$$\iint_{\partial\Omega} ((\alpha_i, \beta_i, \tau_i), n) ds = \iiint_{\Omega} f_i(x, y, t) dx dy dt, \quad (3)$$

kde  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ,  $\Omega$  je v  $\mathbb{R}^3(x, y, z)$ .  $(, )$  značí skalární součin.  $n$  je normálový vektor k hranici  $\partial\Omega$ . Pozitivní orientace je dána vnějším směrem.  $s$  je integrální míra v povrchu  $\partial\Omega$ . Při použití integrálního tvaru rovnic můžeme studovat proudění s rázovými vlnami.

## Modifikace k- $\omega$ standardního modelu turbulence pro osově symetrické proudění

Turbulentní model proudění budeme popisovat následujícími rovnicemi

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u}{\partial x} + \frac{\partial \rho k v}{\partial y} = P_k - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x} \left( (\mu + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left( (\mu + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{1}{y} \left( (\mu + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k}{\partial y} - \rho k v \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho \omega u}{\partial x} + \frac{\partial \rho \omega v}{\partial y} = P_\omega - \beta^* \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x} \left( (\mu + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left( (\mu + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) + \frac{1}{y} \left( (\mu + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial y} - \rho \omega v \right) \quad (5)$$

kde turbulentní kinetická energie  $k$  a turbulentní disipace  $\omega$  jsou funkcemi času  $t$  a prostorových souřadnic  $x, y$ . Produkční členy  $P_k$  a  $P_\omega$  jsou dány vzorci

$$P_k = \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{yx} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} +$$



$$+ \mu_T \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - \frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \frac{v}{y} - 2 \frac{\partial w}{\partial y} \frac{w}{y} + \frac{4}{3} \left( \frac{v}{y} \right)^2 + \left( \frac{w}{y} \right)^2 - \frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{v}{y} + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] - \frac{2\rho kv}{3y}$$

Kde členy  $\tau$  získáme z dřívější definice pro  $\mu = 0$ .

$$P_\omega = \frac{\alpha_\omega \omega P_k}{k}, \text{ kde } \alpha_\omega = \frac{\beta}{\beta^*} \frac{\sigma_\omega K^2}{\sqrt{\beta^*}} \text{ a } \sigma_k, \beta^*, \beta, \sigma_\omega, \kappa \text{ jsou konstanty. Viz [5].}$$

Systém rovnic (4), (5) společně s rovnicemi (2) představuje uzavřený systém rovnic.

## Numerická metoda

Uvažujme čtyřúhelníkovou síť danou body  $(x_{j,k}, y_{j,k})$ ,  $j = 1, \dots, J$  a  $k = 1, \dots, K$  v meridiální rovině v obecném symetrickém tří-dimenzionálním kanále. Tato síť nechť nezávisí na čase  $t$ . K ukázání principu naší metody zvolme libovolnou buňku (čtyřúhelník) sítě. Pro zjednodušení, nechť je dána buňka

$$\Omega_d = ((x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4))$$

Tato buňka tvoří stranu příslušné buňky  $\Omega$  z prostoru  $R^3(t, x, y)$ . Buňka  $\Omega$  je definována přes časový interval  $\tau$ . Nyní použijeme rovnic (3) pro tuto buňku  $\Omega$ . Bez újmy na obecnosti buď  $\Omega_d$  spodní strana  $\Omega$  v čase  $t$ ,  $\Omega_u$  buď horní strana v čase  $t + \tau$ , a  $\Omega_f, \Omega_r, \Omega_l, \Omega_h$  nechť jsou boční stěny buňky  $\Omega$ . Integrální soustavu rovnic (3) na buňce  $\Omega$  aproximujeme soustavou rovnic

$$\alpha_i^u P \Omega_u P - \alpha_i^d P \Omega_d P + Q_f + Q_r + Q_l + Q_h = \mathcal{F}_i^d \iint_{\Omega_d} \frac{dx dy}{y} \quad (6)$$

kde

$$P \Omega_u P = P \Omega_d P = \frac{1}{2} ((x_3 - x_1)(y_4 - y_2) - (x_4 - x_2)(y_3 - y_1))$$

$$Q_r = \beta_i^r \tau (y_2 - y_1) - \gamma_i^r \tau (x_2 - x_1)$$

$$Q_f = \beta_i^f \tau (y_1 - y_4) - \gamma_i^f \tau (x_1 - x_4)$$

$$Q_h = \beta_i^h \tau (y_3 - y_2) - \gamma_i^h \tau (x_3 - x_2)$$

$$Q_l = \beta_i^l \tau (y_4 - y_3) - \gamma_i^l \tau (x_4 - x_3)$$

Horní index ve značení  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  znamená hodnoty na stěnách buňky se stejným značením. Řešení soustavy rovnic (6) s neznámými  $\alpha_i^u$  nám určí konstantní aproximaci stavových veličin  $p, \rho, u, v$  na stěně  $\Omega_u$ . Takto můžeme postupovat, pokud známe hodnoty veličin (aproximace konstantami) na zbylých stěnách buňky  $\Omega$ . Stavové veličiny na stěně  $\Omega_d$  jsou známy. Jedná se o počáteční podmínku pro

další časový krok metody. Zjevným problémem je tedy získat hodnoty veličin na stěnách  $\Omega_f, \Omega_r, \Omega_l, \Omega_h$  na základě známých hodnot v čase  $t$ . Pokud je stěna uvnitř výpočetní sítě, můžeme hodnotu aproximovat konstantou pomocí jedno-dimenzionálních postupů zmíněných např. ve [4], Kapitole 2. Pokud se jedná o buňku na okraji oblasti, používáme některé z technik konstrukce okrajových podmínek, zmíněné v [3]. Takto můžeme postupovat díky vlastnostem uvažovaných rovnic v  $R^3(x, y, z)$ , které jsou invariantní vůči rotaci. Pro 3D osově symetrické proudění je pak dostačující použití 2D sítě.

Časový krok  $\tau$  je omezen elementárními rázovými a expanzními vlnami, přicházejícími z vzájemně protějšších stran buňky. Tyto rychlosti určíme během procesu, popsáno v [4], Kapitola 2., nebo [3], Kapitoly 4.-8.

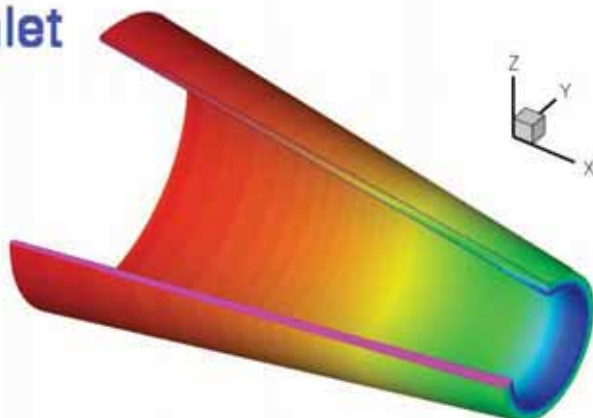
Jeden z problémů je nízký řád aproximace počáteční podmínky každého časového kroku - stavových veličin v čase  $t$ , které jsou v této metodě hledány jako konstanty na jednotlivých buňkách. Používáme různá schémata s omezeními, která vedou ke zvýšení přesnosti, např. schémata dle Van Leer, Van Albada.

## Příklady

V příkladě ukážeme výpočetní simulaci 3D osově symetrického turbulentního proudění. Prostorová osa  $x$  představuje osu symetrie, konstanty  $\kappa = 1.4$ ,  $R = 287.04 [Jkg^{-1}K^{-1}]$ ,  $\mu = 0.1697 \cdot 10^{-4} [kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]$ ,  $k = 0.0211 [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$ . Koeficienty turbulentního modelu  $\sigma_k, \beta^*, \beta, \sigma_\omega$  byly zadány podle [5]. Geometrie dle Obr.1, tekutina proudí zleva doprava. Obr.2,3 ukazují geometrii v meridiálním řezu. Spodní hranice z Obr.2,3 se pohybovala kolem osy  $x$  úhlovou rychlostí  $960 [Rad \cdot s^{-1}]$ . Na vstupu (Obr.2,3 vlevo) jsme zvolili  $T_o = 293.00 [K]$ ,  $p_o = 105000 [Pa]$ . Na výstupu (Obr.2,3 vpravo) byl volen průměrný tlak  $p = 100000 [Pa]$ . Síť byla složena z 88x45 buňek, proběhlo 1 000 000 iterací. Výsledky na obrázcích jsou normovány na kritické hodnoty na vstupu: rychlost normována na kritickou rychlost zvuku  $c_{\dot{a}} = 302.444163441783 [m \cdot s^{-1}]$ , tlak normován na  $c_{\dot{a}}^2 \rho_{\dot{a}} = 74939.4129966198 [Pa]$ , hustota k  $\rho_{\dot{a}} = 0.819256453423711 [kg \cdot m^{-3}]$ .

# nonbladeturbineur

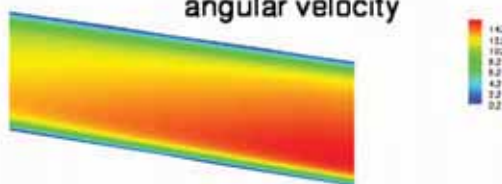
Inlet



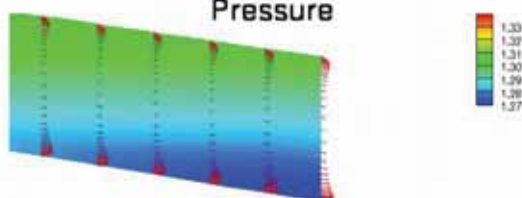
Outlet

press: 1.27375 1.30446 1.33517

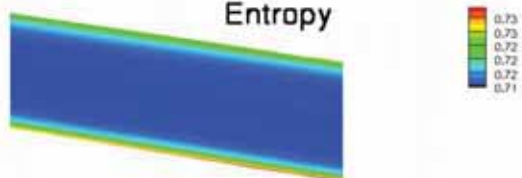
angular velocity



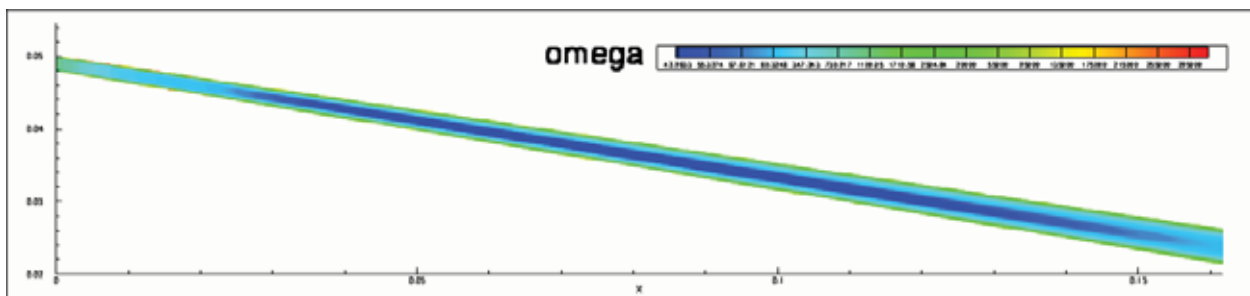
Pressure



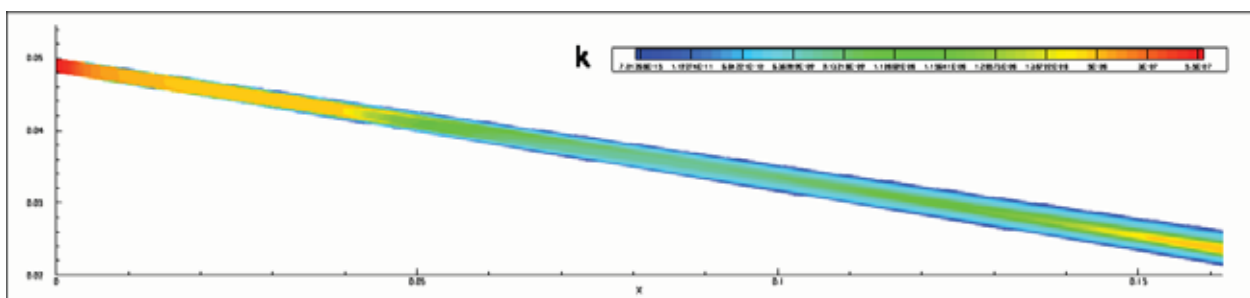
Entropy



Obr. 1 Turbulentní proudění, 3D geometrie, výsledky výpočtu ve zvoleném řezu



Obr. 2 Výsledek výpočtu v meridiálním řezu, isočáry  $\omega$



Obr. 3 Výsledek výpočtu v meridiálním řezu, isočáry  $k$

## Závěr

Ukázali jsme možný postup při simulování 3D stlačitelného turbulentního osově symetrického proudění. Postup jsme naprogramovali a předvedli na výpočtu.

## Poděkování.

Práce byla realizována za finanční podpory z prostředků státního rozpočtu prostřednictvím projektu Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy MSM 0001066902.

## Literatura:

- [1] M. Feistauer and J. Felcman and I. Straškraba: *Mathematical and Computational Methods for Compressible Flow*; Oxford University Press, Oxford, 2003
- [2] J. Pelant: ARTI Reports VZLÚ, Z-65, Z-67 to Z-73. Prague, 1996-2000.
- [3] J. Pelant, M. Kyncl: *Applications of the Navier-Stokes Equations for 3d Viscous Laminar Flow for Symmetric Inlet and Outlet Parts of Turbine Engines with the Use of Various Boundary Conditions*; Report VZLÚ R3998, Prague, 2006 (in English).
- [4] J. Pelant, M.Kyncl: *Applications of the Navier-Stokes Equations for 2d Viscous, Compressible Turbulent Flow on Steady Grids with the (EARSM) Turbulent Model*; Report VZLÚ R4300, Prague, 2008 (in English).
- [5] J. Pelant, M. Kyncl: *Applications of the Navier-Stokes Equations for 3D Viscous, Compressible Laminar and Turbulent Flow in the Axis--symmetrical Channels as Parts of Turbine Engines with Steady or Moving Walls*; Report VZLÚ R4301, Prague, 2008 ( in English).

# Interakce v regulačních ventilech parních turbin

**Ing. Ladislav Tajč, Ing. Lukáš Bednář, ŠKODA POWER a. s., Plzeň**

Uvádí se popis standardních provedení regulačních ventilů a souhrn poznatků o charakteristických aerodynamických jevech na ventilech. Popisuje se vznik tlakových pulsací v potrubí a vibrací regulačního systému. Porovnávají se informace z akcelerometrů na kuželce s údaji z tenzometrů na vřetenech ventilů. Uvažuje se dynamické namáhání částí ventilů od mechanického buzení a aerodynamické buzení tlakových rozruchů.

## Kmitání kuželek regulačních ventilů

### Úvod

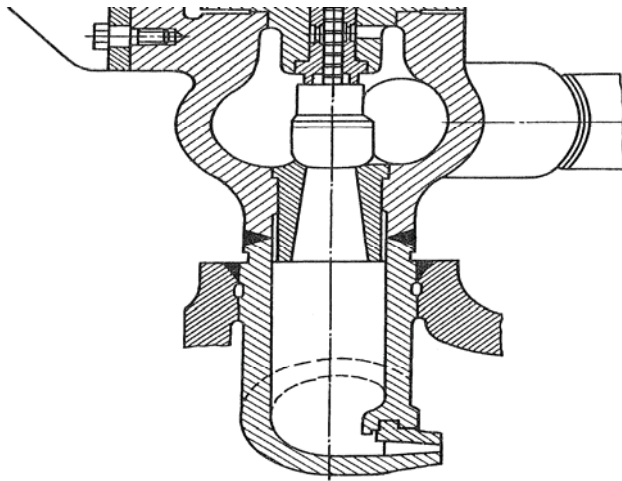
Konstrukce regulačních ventilů, jejich počet a pořadí otvírání je dáno typem turbíny, vstupními parametry páry a objemovým průtokem. Zpravidla nelze navrhnout typový ventil, který by v plném rozsahu vyhovoval požadavkům na spolehlivý provoz při všech režimech turbíny s minimální tlakovou ztrátou, požadovaných rozměrech a umístění ventilů. Hledá se taková koncepce provedení ventilů, která se daným požadavkům co nejvíce přiblíží.

Ventily zajišťují regulaci výkonu turbíny od 0 do 100 %. Proudové poměry na ventilech se tudíž mění od supersonických přes transsonické k subsonickým. Při malém výkonu turbíny se zpracovávají velké tlakové spády se silně omezeným hmotnostním tokem. Při jmenovitých provozních stavech turbíny se jedná o minimální rozdíly tlaků na ventilu při dosažení potřebného hmotnostního toku.

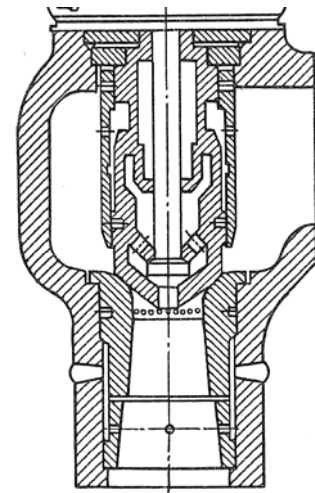
V difuzoru za kuželkou ventilu lze očekávat složitý komplex rychlostních polí, včetně rázových vln, odtržení proudu od stěn a vznik zpětného proudění, jakož i tlakové pulsace v širokém pásmu frekvencí. V určitém rozsahu výkonu turbíny můžeme kuželky ventil považovat za špatně obtékaná tělesa.

## Regulační ventily parních turbin

Bez ohledu na konstrukční rozmanitost regulačních ventilů všechny typy mají obdobné části se stejnou pracovní funkcí. U všech ventilů najdeme, jak je naznačeno na obr. 1, přívodní potrubí s ventilovou komorou, vlastní regulační orgány, tj. kuželku se sedlem a difuzorem. Přesouvání kuželky umožňuje vřeteno. Pokud silové poměry na ventilu překročí možnosti servopohonu je nutno použít ventil s odlehčenou kuželkou. Příklad jejího provedení je na obr. 2.



Obr. 1: Neodlehčený ventil



Obr. 2. Ventil s odlehčenou kuželkou

Ventily mohou mít samostatný pohon nebo společné ovládání. Ventily traverzového systému regulace jsou volně zavěšené na společné traverze a jsou postupně podle zdvihu traverzy, uváděny do funkce.

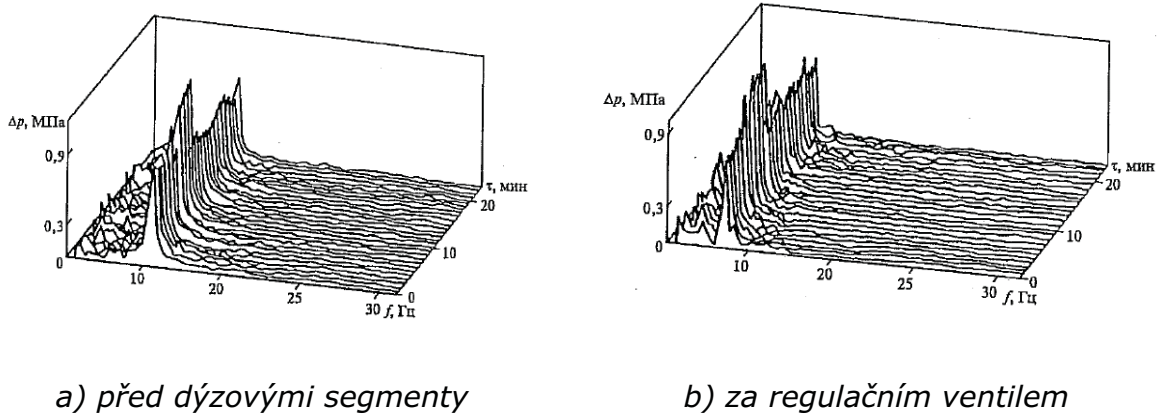
Regulační ventily mohou být samostatné nebo kombinované s rychlozavěrnými ventily. Aerodynamické vlastnosti ventilů může v mnoha směrech ovlivnit provedení kuželky. Rozlišujeme různě profilované kuželky, kuželky kulového, pístového i zvonového tvaru. Často se uplatňují kuželky s rovným dnem a podpíchnutím. Proudění ve ventilech může v mnoha směrech ovlivnit i provedení sedla difuzoru, aplikace žebra ve ventilové komoře či použití síta ve vstupní části ventilu.

## Tlakové pulsace v potrubí a vibrace systému

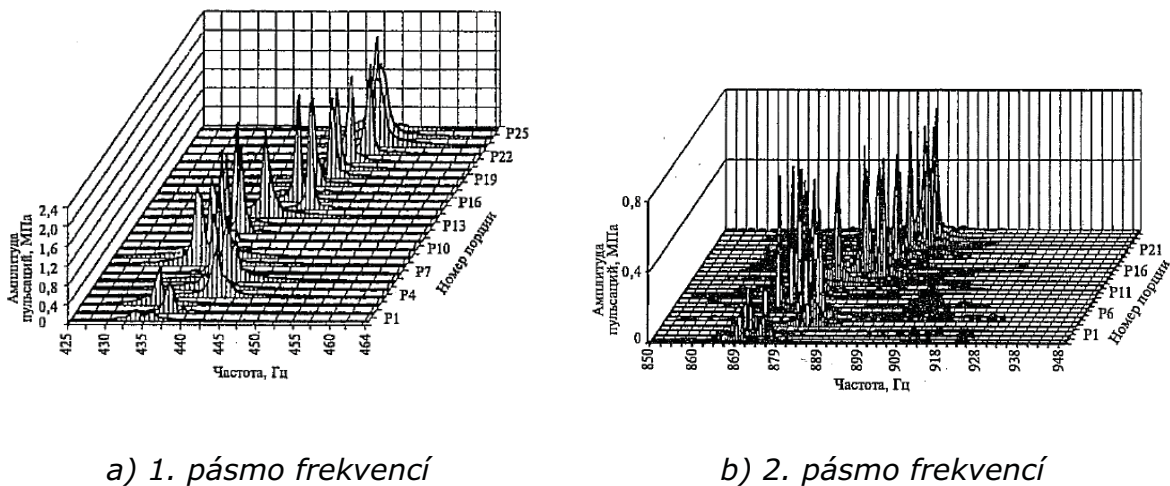
Výtok plynu s potrubí je provázen intenzivním hlukem. Měření prokazovala existenci širokopásmového frekvenčního spektra, které se vyskytuje v celém rozsahu slyšitelných frekvencí. Tomu odpovídá výskyt příslušných tlakových pulsací. Proudění ve ventilech představuj podobný příklad pohybu plynu. V parním potrubí za ventily se musí vyskytovat tlakové pulsace v širokém frekvenčním spektru. Specifický charakter proudění ve ventilech však může napomáhat ke vzniku diskrétních složek, které mohou způsobit únavové lomy částí ventilu, přívodních potrubí nebo lopatek regulačního stupně. Tlakové změny v okolí kuželky mohou vyvolat její posuv, což se zpětně promítne do rozložení tlaku na povrchu kuželky ventilu. Vzájemná interakce tekutiny a tuhého tělesa se nejvíce uplatní u volně zavěšované odlehčené kuželky traverzového systému regulace. U kuželky vedené v masivní objímce se potlačuje ohybové namáhání. Dominantní namáhání vřetena je pak čistě tahového charakteru.

Ukazuje se, že provedení kuželky může ovlivnit intenzitu tlakových pulsací, neovlivňuje však rozsah frekvencí. Uskutečnilo se měření v parním potrubí na elektrárnách za ventily různé koncepce. V jednom případě se použil ventil LMZ s rovným dnem [1]. V prostoru mezi ventily a dýzovými komorami se vyskytují

nízkofrekvenční i vysokofrekvenční tlakové pulsace. Záznam frekvenčních spekter je uveden na obr. 3. a 4.

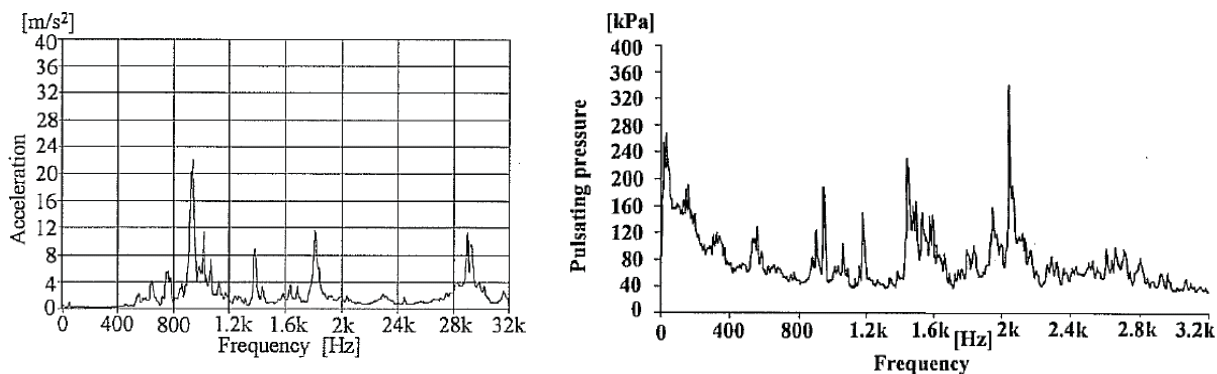


Obr. 3: Spektrum nízkofrekvenčních tlakových pulsací



Obr. 4: Spektrum vysokofrekvenčních tlakových pulsací

Pulsace dosahují až 10 % střední hodnoty vstupního tlaku. Jak nebezpečné jsou vysokofrekvenční pulsace se ukázalo při zprovoznění turbíny 1 000 MW na sytou páru. V tomto případě se použila profilovaná kuželka ventilu s centrálním odlehčovacím otvorem. Při relativně nízkém admisním tlaku 60 bar a velkém objemovém průtoku se potrubí s relativně tenkou stěnou chová jako skořepina. Intenzivní vysokofrekvenční pulsace při volnoběhu způsobily praskání potrubí i poruchy servomotoru. K lomům relativně tenkého vřetena však nikdy nedošlo. Bylo možné sledovat tlakové změny v parním potrubí za ventilem i akcelerace na servopohonu. Údaje z měření jsou uvedeny na obr. 5. Frekvenční spektrum z akcelerometru se liší od frekvenčního spektra z tlakových snímačů. Intenzita tlakových pulsací dosahuje 7 ÷ 10 % vstupního tlaku.



Obr. 5: Akcelerace vřetena a tlakové pulsace na ventilu s částečně profilovanou kuželkou

Příčina nízkofrekvenčních vibrací souvisí s odtržením proudu a vznikem vírových struktur pod kuželkou. Podpíchnutí kuželky stabilizuje linii odtržení proudu od kuželky při přijatelných rychlostech. V oblasti zavířené zóny pod kuželkou se vytvářejí diskrétní víry, které se periodicky přesouvají do základního proudu. Jednotlivé víry se pohybují jinou rychlostí než je střední rychlost hlavního proudu páry. Výsledkem jsou silné tlakové pulsace. Frekvence pulsací je dána mírou rozdílů rychlosti diskrétních vírů a základního proudu. Rozdíl rychlostí je určen rozměry vírů. Čím větší je průměr vírů, tím nižší je frekvence tlakových pulsací. Při malém otevření ventilu vznikají víry malých rozměrů, tlakové pulsace jsou malé a jejich frekvence vysoká.

Vysokofrekvenční vibrace vznikají při malých zdvizích kuželky a velkých tlakových spádech. Tlakové rozruchy se šíří potrubím za regulačními ventily, přičemž potrubí se chová jako zvukovod. Jelikož se v potrubním systému vyskytují nadzvukové rychlosti s nadměrnou kinetickou energií páry, dochází k jejímu maření v soustavě rázových vln. Interakce rázových vln s vírovými oblastmi je spojena s tzv. transsonickou nestacionaritou a ta je zdrojem vysokofrekvenčních tlakových pulsací.

Rovněž průtok páry centrálním odlehčovacím ventilem narušuje rychlostní pole v difuzoru, což přispívá k nárůstu tlakových rozruchů pod kuželkou ventilu.

Frekvence vírů odplouvajících za překážkou a tím i frekvence vibrací obtékaného tělesa se modelují pomocí Strouhalova čísla

$$Sh = \frac{u}{c_\infty}$$

$u$  ..... rychlost periodických změn,  $u = \frac{d}{T}$

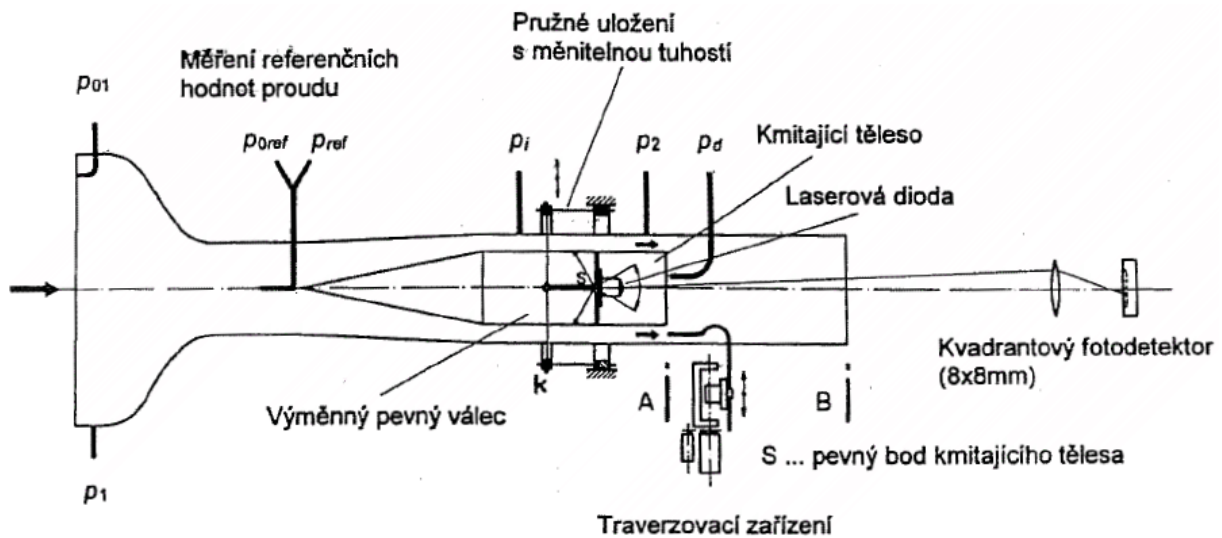
$c_\infty$  ..... rychlost volného proudu

$$f = \frac{1}{T} = \frac{c_\infty Sh}{d}$$

Jelikož Strouhalovo číslo je pro určité proudové podmínky konstanta, pak při volbě charakteristického rozměru  $d$  je frekvence vibrací tělesa přímo úměrná rychlosti  $c_\infty$ .

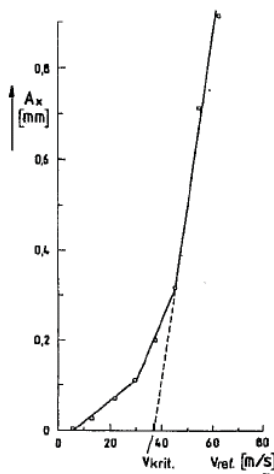


Pro proudění v okolí kuželky ventilu však tento předpoklad neplatí. Obtékání kuželky ventilu je složitější proces než obtékání válce.

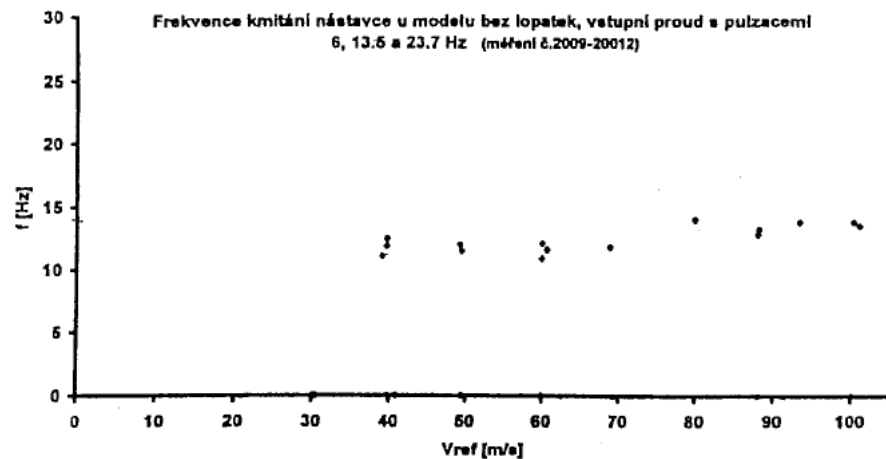


Obr. 6: Schema měřicí trati

K objasnění proudění v okolí kuželky ventilu přispěly některé experimenty. V ÚT AV České republiky byla postavena měřicí trať, která umožnila sledovat některé aerodynamické parametry u obtékaného tělesa [2]. Schéma trati je uvedeno na obr. 6. Na modelu bylo možné pomocí drátků měnit poddajnost uložení a tím i vlastní frekvenci obtékaného válce. S růstem rychlosti roste amplituda kmitů. Ukazuje to obr. 7. Pro soustavu existuje kritická rychlost proudu, při které začíná kmitání tělesa. Vlastní frekvence s rychlostí nepatrně roste. Výsledek je na obr. 8.

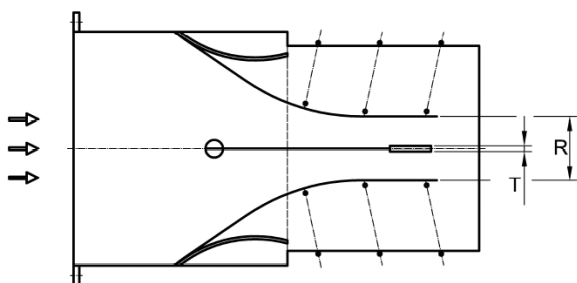


Obr. 7: Maximální amplituda v závislosti na rychlosti proudu

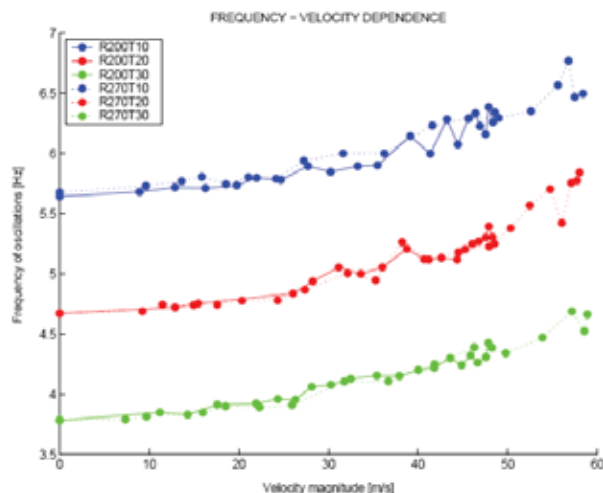


Obr. 8: Frekvence kmitání modelu

Jiný experiment na ZČU Plzeň se zaměřil na sledování dobřehové frekvence uchyce-  
ného tělesa v proudu vzduchu [3]. Model tělesa a měřící prostor je zobrazen na obr.  
9. Dobřehová frekvence pro náhodnou výchylku bloku s různou šířkou  $T$  a tudíž  
i hmotností je vynesena na obr. 10. Se zvětšující se rychlostí dobřehová frekvence  
roste. Čím je hmotnější, tím menší je základní frekvence. Na dobřehovou frekvenci  
má vliv vychylování planžety a dynamický tlak proudu na planžetu. Poměrný útlum  
systému s rychlostí proudu roste.



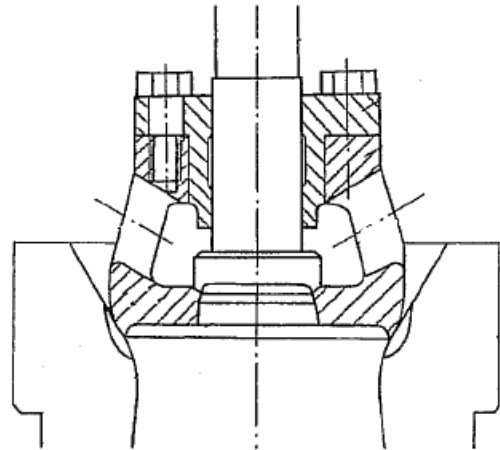
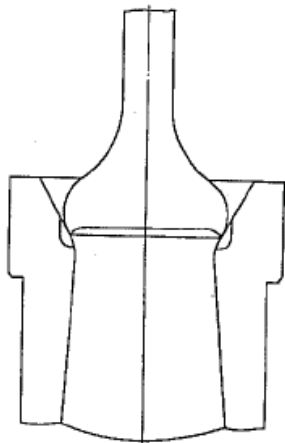
Obr. 9: Model tělesa měřící prostor



Obr. 10: Závislost frekvence tlumené soustavy na rychlosti proudu

Nejlepší představu o aerodynamickém namáhání ventilů však umožní experimenty s reálným prouděním ve ventilu. Četné testy a měření se uskutečnily ve ŠKODA POWER a. s. [4]. Pozornost se zaměřila především na volně zavěšené kuželky trámcového systému regulace.

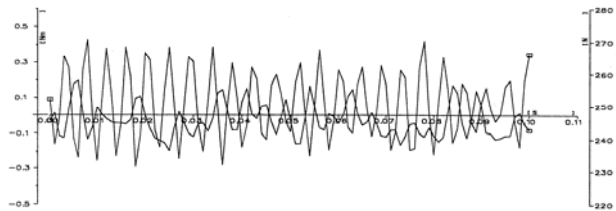
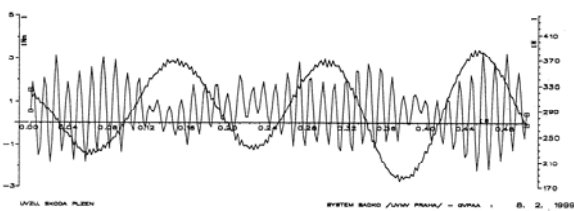
Příklad neodlehčené a odlehčené kuželky se nachází na obr. 11. Veškeré údaje o namáhání kuželky se zaznamenávají pomocí tenzometrů nalepených na siloměrném členu. Dalším zdrojem informací jsou údaje z akcelerometru umístěném přímo na kuželce a záznamy tlakových změn v hrdle difuzoru. Volně zavěšená kuželka se může v závěsu uvolnit a proklouznout. Z tohoto důvodu se samostatně kontroloval i posuv kuželky.



Obr. 11: Kuželky trámcového systému regulace

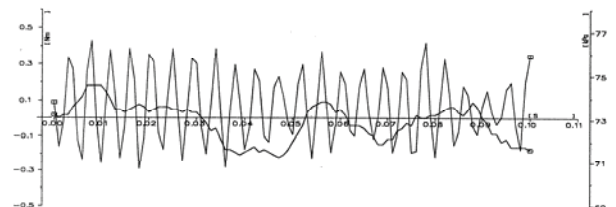
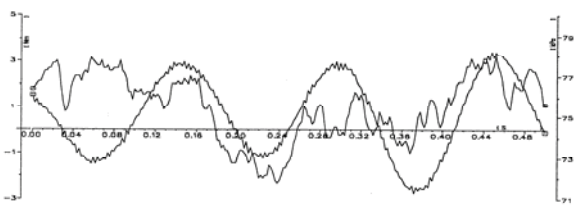
Volná kuželka

Vedená kuželka



Ohyb vs. Tah

Ohyb vs. tah



Ohyb vs. Tlak

Ohyb vs. tlak

Obr. 12: Porovnání stop v intervalu  
0,5 s,  $h/D = 0,25$ ,  $\varepsilon_2 = 0,85$

Obr. 13: Porovnání stop v intervalu  
0,1 s,  $h/D = 0,25$ ,  $\varepsilon_2 = 0,85$

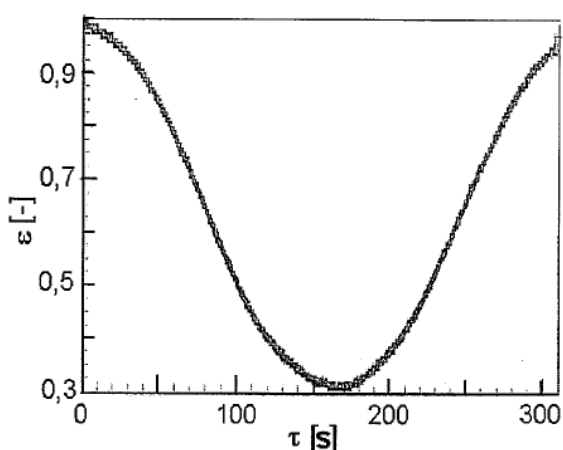
Na obr. 12 se nachází porovnání vibračních stop v intervalu 0,5 s pro odlehčený ventil s podpíchnutou kuželkou. Vibrace v ohybu mají jinou frekvenci než vibrace v tahu. Na základě poklepových zkoušek [5, 6] se ukazuje, že v tahu se projevuje vlastní frekvence systému a její vyšší harmonické složky, kdežto v ohybu se uplatňuje poloviční i celá vlastní frekvence. Tahová síla se mění v rozsahu  $\pm 15\%$  středního namáhání. Při provozu v rezonanci vlastních a budících frekvencí je to až  $\pm 50\%$ . Ze záznamu je zřejmé, že změny tlaku pod volně zavěšenou kuželkou

zachycují ohybovou frekvenci kuželky na kterou je nabalena řada dalších rozruchů o vyšší frekvenci. Možnosti zaznamenávat vysoké hodnoty frekvencí jsou však u použité měřicí techniky a schématu měření omezené.

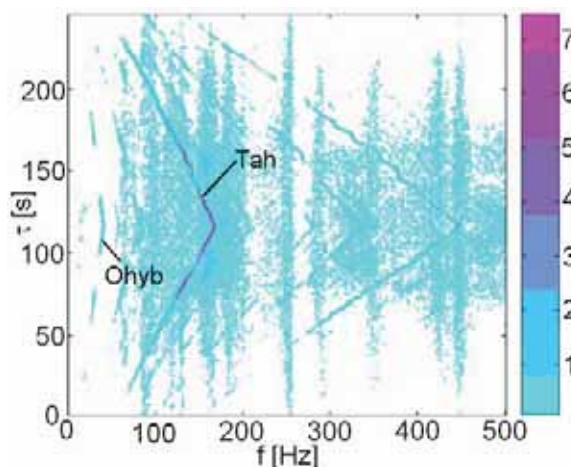
Při použití vodící objímky dochází k zásadním změnám vibračních charakteristik. Ty jsou zachyceny pro interval 0,1 s na obr. 13. Ohybová frekvence vyrostla z původních 11 Hz na 235 Hz. Stejnou frekvencí kmitá ventil i v osové směru, tj. v tahu. Základní frekvence tlakových změn již nesleduje vliv ohybu ani tlaku.

Pomocí akcelerometru na kuželce ventilu se stanoví zrychlení kuželky způsobené aerodynamickými silami i silami přenášenými přes potrubní systém a siloměrný člen.

Tenzometry na siloměrném členu zachycují jen změny napětí mezi kuželkou a nosnou konstrukcí. Při experimentech uskutečněných ve spolupráci se ŠKODA VÝZKUM [7, 8] se plynule měnil tlak pod kuželkou. Postupně se snižoval na nejnižší dosažitelnou hodnotu a pak se zase plynule zvětšoval. Ukázka změny tlakového poměru v čase je uvedena na obr. 14.



Obr. 14: Změna tlakového poměru v čase



Obr. 15: Amplitudy zrychlení vřetena ve směru jeho osy v závislosti na čase při zdvihu  $\bar{h} = 0,05$

Záznam frekvenčního spektra je na obr. 15. V grafu průměrovaných frekvenčních spekter jsou patrné dva typy linií. Jeden typ linií je rovnoběžný s osou času a tím i s osou tlakového poměru. Tyto čáry označují vlastní frekvence systému, které jsou na parametrech proudění kolem kuželky prakticky nezávislé. Jejich hodnoty se mění se změnou fázového poměru jen nepatrně. Pro velmi vysoké vstupní tlaky však změna vlastní frekvence při změně zatížení ventilu nebude zanedbatelná. Tyto frekvence jsou buzeny širokopásmovými budícími silami, které vznikají prouděním tekutiny kolem kuželky ventilu. Druhým typem linií jsou šikmé čáry zvětšených amplitud kmitání, jejichž frekvence se s klesajícím tlakovým poměrem zvyšuje. Tyto frekvence souvisí s otáčkami kompresoru a jeho pohonu. Při shodě vlastní a vybuzečné frekvence dochází k nárůstu amplitud kmitání. Na díle se vyskytují

budicí frekvence od otáček 50 a 100 Hz. Je-li jedna z vlastních frekvencí části ventilu rovněž 50 či 100 Hz dochází k rezonanci s možnou destrukcí namáhaných částí.

Při transsonickém proudění se v prostoru pod kuželkou vyskytují rázové vlny se skokovou změnou tlaku. Ze záznamu na obr. 15 je zřejmé, že na kuželce ventilu se při tomto režimu nějaké výraznější změny neprojeví. Změny tlaku způsobují dynamické namáhání potrubního systému. Zvukové vlny se šíří potrubím, kde dochází k jejich odrazu od stěn, k případnému zesílení či tlumení jejich účinku.

O charakteru proudění v částech ventilu a pod kuželkou v difuzoru může v mnoha směrech pomáhat i výpočtová studie. Zejména 3D výpočty nestacionárního proudění umožní vytvořit reálný obraz rychlostního a tlakového pole.

## Závěry

- V prostoru pod kuželkou se vykytují nízkofrekvenční i vysokofrekvenční tlakové pulsace. Jejich vznik souvisí s proudovými poměry na ventilu. Vyskytují se pod tvarovanou kuželkou i pod kuželkou s rovným dnem.
- U tvarované kuželky dochází při transsonickém a supersonickém proudění ke skokovým změnám tlaku při nižším tlakovém poměru než u kuželky s rovným dnem a podpíchnutím.
- Frekvence vibrací kuželky ventilu neodpovídá modelům popsaných pomocí Strouhalova čísla pro obtékání válce.
- Amplituda výchylek obtékaných těles závisí na rychlosti vstupního proudu.
- U ventilů je třeba rozlišit ohybové a tahové namáhání. Frekvence výchylek v ohybu se liší od frekvencí změn v tahu. Při vedení kuželky v objímce se na vřetenu projevuje jen namáhání v tahu.
- O spolehlivosti ventilu rozhodují vedle aerodynamických sil též budicí síly celého mechanického systému.

## Použitá literatura

- [1] A. Э. Зарянкин, Б. М. Симонов: *Регулирующие и стопорно-регулирующие клапаны паровых турбин*, Издательство МЭИ, 2005
- [2] V. Vlček, K. Kleinberg, M. Lucz, P. Procházka, J. Veselý: *Úvodní experimenty s obtékáním těles v kanále kruhového průřezu*, ÚTAV Praha, 1997
- [3] A. Pacák, K. Matoušková, L. Tajč, J. Linhart: *Poměrný útlum jednoduchého tělesa v proudu vzduchu*, Colloquium Fluid Dynamics, 2007
- [4] L. Tajč, L. Bednář: *Regulační ventily parních turbin*, Výzkumná zpráva VZTP 0974, 2005
- [5] J. Václavík, J. Fremund: *Analýza namáhání ventilů traverzové regulace – varianty 8 až 17*, Výzkumná zpráva VÝZ 0289/99

- [6] J. Václavík, J. Fremund: *Analýza namáhání ventilů traverzové regulace – varianta 18*, Výzkumná zpráva VÝZ 0384/99
- [7] R. Pašek: *Vibrační charakteristiky čtyř variant ventilů s kuželkou a rovným dnem*, Výzkumná zpráva VÝZ 56/138/2006

# Vliv manipulátoru na charakteristiky letounu

**Ing. Nikola Žižkovský, VZLÚ, a.s., Praha**

Práce se zabývá řešením vlivu manipulátoru v aerodynamickém tunelu na aerodynamické charakteristiky. Porovnávány jsou aerodynamické charakteristiky modelu s manipulátorem v tunelu, modelu bez manipulátoru v tunelu a modelu ve volném prostředí.

## Značení

|           |   |
|-----------|---|
| $C_L$     | součinitel vztlaku  |
| $C_D$     | součinitel odporu   |
| $C_S$     | součinitel boční síly                                     |
| $C_{mX}$  | součinitel momentu k ose X v souřadnicovém systému tunelu |
| $C_{mY}$  | součinitel momentu k ose Y v souřadnicovém systému tunelu |
| $C_{mZ}$  | součinitel momentu k ose Z v souřadnicovém systému tunelu |
| $C_{MAC}$ | střední aerodynamická těživa                              |
| CAD       | Computer Aided Design                                     |

## Úvod

V minulosti probíhalo měření aerodynamických charakteristik modelu letounu zavěšeného na strunách. V současnosti je měření prováděno pomocí manipulátoru (stingu), který bývá zaveden do zadní části modelu. Z tohoto důvodu je prováděno porovnání mezi jednotlivými výpočty a následně s experimentem.

## Souřadnicový systém a vztažný bod

Použitý souřadnicový systém je pravoúhlý, pravotočivý a je v souladu s CAD souřadnicovým systémem. Tento souřadnicový systém není v souladu s ISO-1151. Podélná osa letounu je rovnoběžná s osou X, která míří dozadu, příčná osa s osou Z a svislá osa s osou Y mířící nahoru. Střed váhy, kolem kterého se model v tunelu natáčí, leží v rovině symetrie.

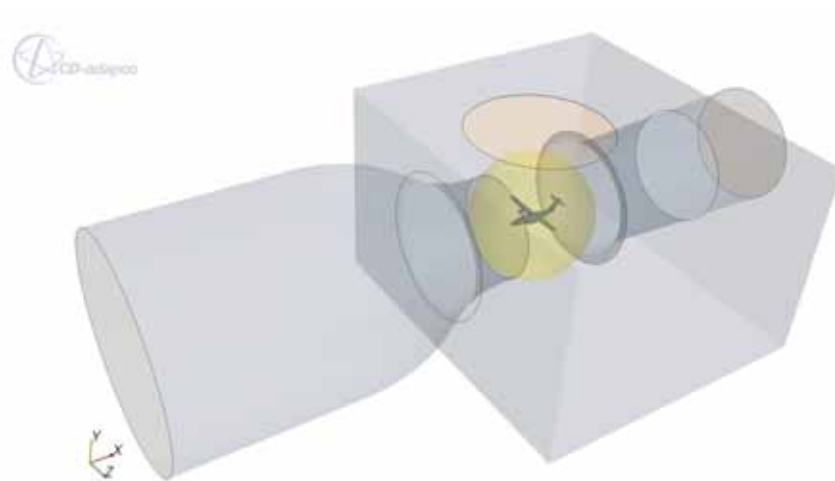
Počátek souřadnicového systému tunelu je definován osou dýzy (X) a rovinou vstupu do měřicího prostoru. Osy mají opačný smysl než u souřadnicového systému letounu.

Vztažný bod pro výpočet aerodynamických charakteristik leží v  $\frac{1}{4} C_{MAC}$ , v rovině symetrie letounu.

Vypočtené charakteristiky jsou stanoveny ve specifické aerodynamické souřadnicové soustavě, která je v tomto případě pevně spojena s tunelem. Odpor je definován ve směru proudu vzduchu, vztlak je definován nahoru a bočná síla je doplňková osa pravotočivého specifického aerodynamického souřadnicového systému.

## CAD model

Model je řešen jako sestava samotného tunelu, modelu letounu a manipulátoru, tak aby bylo možné libovolně měnit konfiguraci výpočetního modelu.



*Obr. 1: Schema výpočetních domén v aerodynamickém tunelu a os specifického souřadnicového systému*

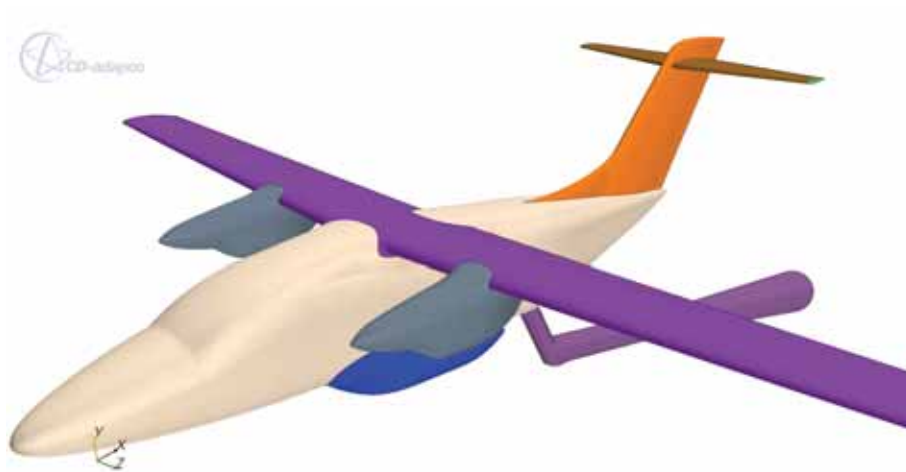
## Zjednodušený model

Model referenčního letounu byl upraven tak, aby neobsahoval drobné výstupky (závěsy klapek, výfuky). Dále bylo provedeno zjednodušení motorových gondol, zejména vstup do motoru a utěsnění štěrbin na křídlech a nosných plochách.

Model letounu je umístěn v kouli jejíž střed je umístěn ve středu váhy. Průměr koule je zvolen tak, aby mezi dýzou a povrchem koule zůstal volný prostor.

Model manipulátoru je zkrácen a na konci zaoblen, tak aby mezi koncem manipulátoru a koulí byla dostatečně velká mezera s ohledem na růst buněk od manipulátoru.





*Obr. 2: Schéma dělení ploch modelu a jeho zjednodušení*

### **Model v aerodynamickém tunelu VZLÚ 3m**

Model aerodynamického tunelu je uvažován s kompletní dýzou před a difuzorem za měřicím prostorem. U měřicího prostoru je uvažováno odvětrání v prostoru gravitačních vah.

### **Model ve volném proudu**

Model stingu, je-li uvažován, je zkrácen do prostoru koule a není tedy kompletní. To má sice nevýhodu, že není možné stanovit integrální charakteristiku manipulátoru (stingu), ale pro vyhodnocení vlivu stingu by mělo být toto zjednodušení přijatelné.



*Obr. 3: Schéma modelu ve volném proudu*

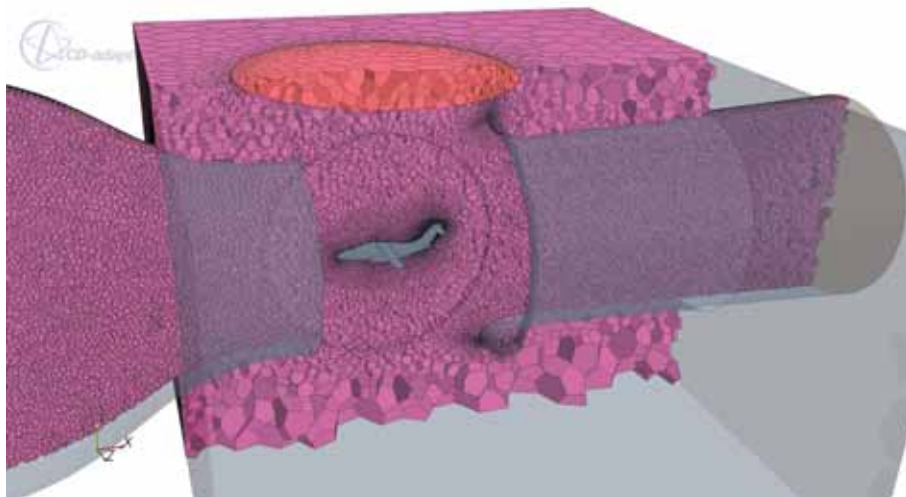
### **Generování sítě**

Výpočetní síť je tvořena polyhedrally(mnohostěny) s prismatickou podvrstvou. Síť byla vytvářena v programu Star-ccm+. Jsou uvažovány dvě výpočetní domény,

Tunel a Letoun. Z důvodu řešení nesymetrických případů je uvažován kompletní model. Tyto domény jsou spojeny kulovou plochou typu Internal Interface, která umožňuje generovat síť pro tunel a pro letoun nezávisle. Takto vytvořené sítě je pak možno vůči sobě libovolně natáčet.

Prismatická podvrstva je pouze v doméně s letounem. Důvodem je snaha o zmenšení počtu buněk v modelu. Síť obsahuje v tomto případě  $\sim 1,4 \times 10^6$  buněk.

V případě modelu ve volném proudu je tunel nahrazen koulí. Vygenerovaná síť v těchto případech obsahuje  $\sim 1,2 \times 10^6$  buněk.



Obr. 4: Vygenerovaná síť

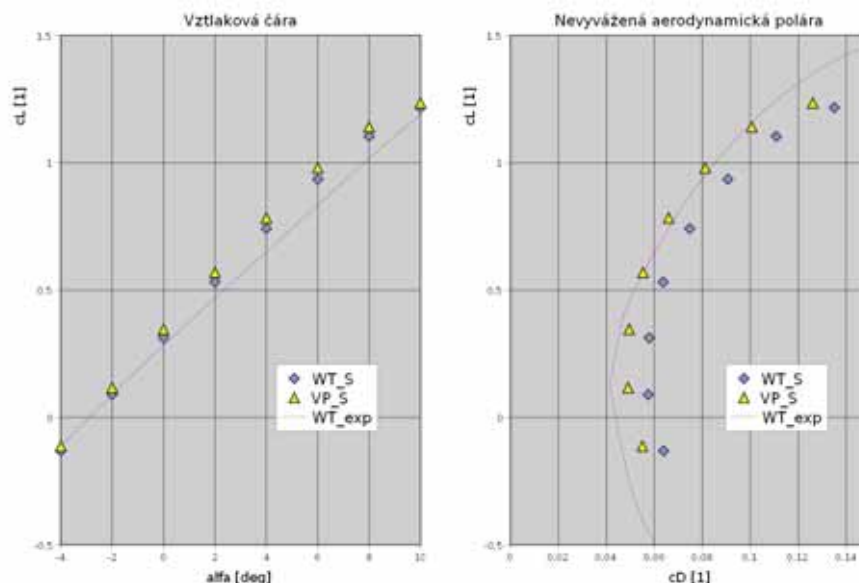
## Výpočet

Použitý fyzikální model byl pro všechny případy shodný. Byl použit stacionární časově ustálený model ideálního plynu. Z důvodu stabilnějšího řešení byl použit model turbulence  $k-\omega$  SST, rovnice byly řešeny jako Segregated Flow.

Po dokončení aktuální konfigurace je model letounu natočen o úhel  $\alpha$ , popř.  $\beta$  a je počítána další konfigurace s identickým nastavením.

Počet iterací byl ukončen po 1100 a v některých případech až po 1770. Výpočet probíhal na 4 CPU AMD Opteron 2,8GHz se 16GB RAM. Výpočet jedné konfigurace zabral cca 100hodin pro rozsah úhlů  $\alpha$  ( $-4$  až  $18$ ) $^\circ$  s krokem  $2^\circ$  a  $\beta=0^\circ$ . Model umožňuje výpočet nesymetrických případů jako lety s vybočením.

Na Obr. 5 jsou zobrazeny naměřené charakteristiky (WT\_exp), vypočtené charakteristiky v aerodynamickém tunelu s manipulátorem (WT\_S) a ve volném proudu s manipulátorem (VP\_S).



Obr. 5: Aerodynamické charakteristiky

## Závěr

Cílem výpočtu je porovnat aerodynamické charakteristiky:

- modelu letounu 1:5
  - v tunelu / volném proudu
  - s manipulátorem / bez manipulátoru
- modelu letounu v měřítku 1:1

U těchto charakteristik je sledován zejména vliv aktuální konfigurace na stoupání vztlakové čáry. V současnosti jsou vypočteny charakteristiky dvou konfigurací a současně probíhá výpočet dalších konfigurací. Souběžně pokračují práce na optimalizaci výpočetní sítě.

## Poděkování

Tato práce vznikla za podpory Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR v rámci výzkumného záměru MSM0001066901 Rozvoj aplikované vnější aerodynamiky.

## Literatura:

- [1] Hoření B.: *Aerodynamika letounu – Aerodynamika a hydromechanika II*; Vojenská Akademie Antonína Zápotockého, S-2349/II; Brno 1975
- [2] Letecké názvosloví; ČSN 31 0001
- [3] Hora A., Mráz. V.: *Metodika měření v tunelu Ø3m*; VZLÚ a.s., ZP-ANR-02; Praha 1998

# Experimentální model automobilu pro měření se simulovanou blízkostí země

**Ing. Štěpán Zdobinský**

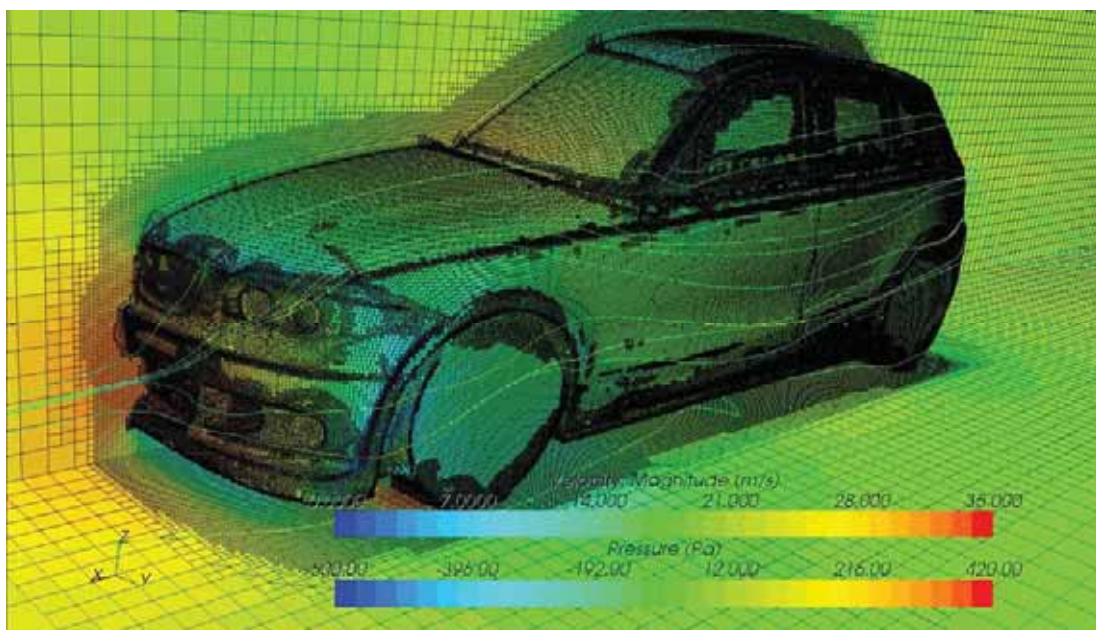
Experimentální model automobilu byl vytvořen pro měření se simulovanou blízkostí země v 3D pomocí programu Unigraphics. Na modelu byla provedena numerická simulace proudění pomocí řešiče STAR CD. Na základě výpočtů byly prováděny jednotlivé úpravy se zaměřením na tvar podvozku a přítlačného křídla. Cílem bylo získat maximální přítlak při minimálním odporu. Vybrané varianty budou později ověřeny měřeními v aerodynamickém tunelu.

## Numerický výpočet

Numerický výpočet byl proveden softwarem STAR CD, který obsahuje preprocesor pro generaci výpočetní sítě i procesor pro samostatný výpočet.

Výpočetní síť v 3D je nestrukturovaná, tvořená buňkami typu Trimmer. Pro přesnější postihnoutí mezní vrstvy bylo použito 10 vrstev buněk typu Prism layer s celkovou tloušťkou 0,04 m. Při menší celkové tloušťce buněk typu Prism layer řešení nekonvergovalo. Celkový počet buněk v objemu se pohyboval od 5.106 do 8. 106 dle složitosti modelu.

Model turbulence pro výpočet byl zvolen K- $\epsilon$  All y+ Wall Treatment. Vstupní rychlost je  $25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  a odpovídá jí celkový tlak o hodnotě přibližně 400 Pa.



Obr. 1

## Analýza výsledků

Popis modelů s příslušnými úpravami je uveden v Tab. 1. Počítáno bylo celkem 19 variant, ale v tabulce jsou uvedeny jen případy s výrazným vlivem na obtékání automobilu.

B-01 - Odpovídá sériovému provedení automobilu typu hatchback. Členitost podvozku musela být ale částečně snížena z důvodu pozdější vyrobitelnosti modelu a také z důvodu snížení počtu výpočetních buněk.

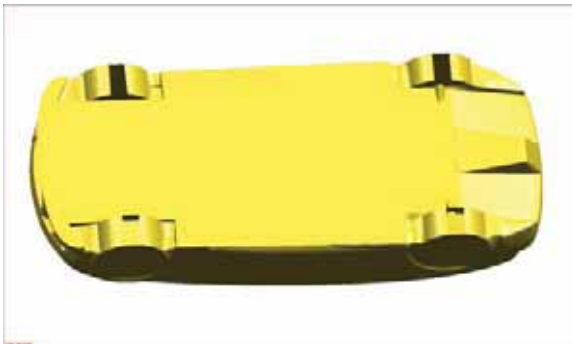


Obr. 2

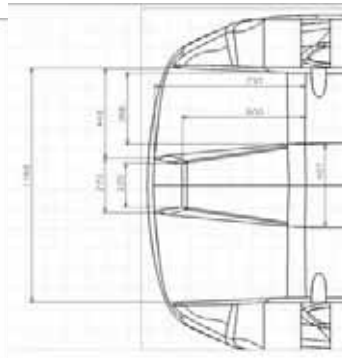


Obr. 3

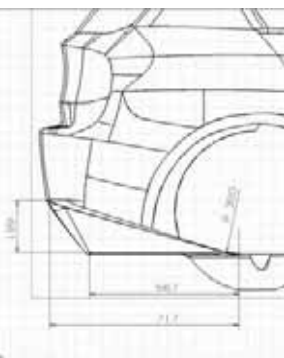
B-025 - Vytvořen zakrytý podvozek a je zakončen difuzorem, který se u závodních automobilů nejčastěji vyskytuje. Jeho sklon je  $17^\circ$ . Při zakrytí podvozku byl kladen důraz, aby se světlost pod automobilem změnila co nejméně. Tomu se muselo zakrytí podvozku přizpůsobit zejména v oblasti motoru.



Obr. 4

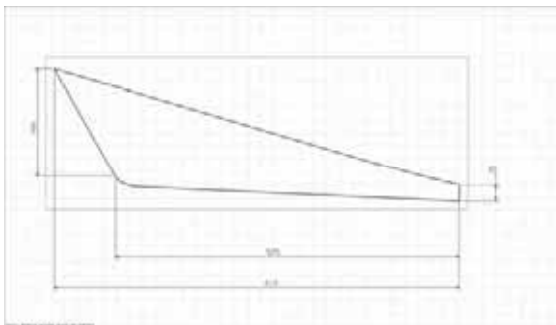


Obr. 5



Obr. 6

B-03 - Přidány pouze žebra do difuzoru, která mají za úkol omezit prostorové odtržení v rozšiřujícím se kanále.

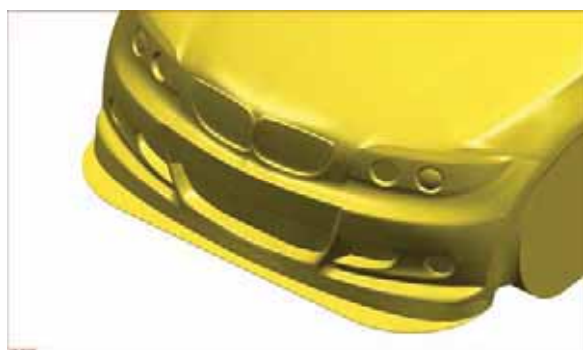


Obr. 7

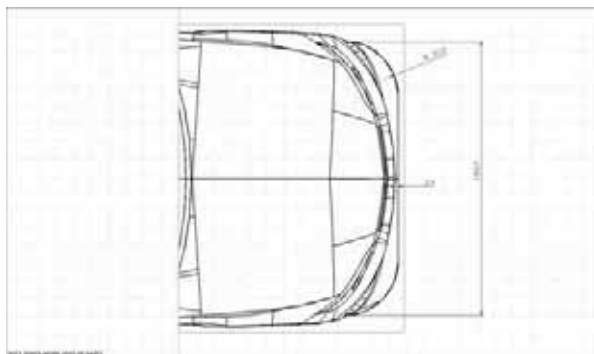


Obr. 8

B-035 - Liší se od předchozí varianty B-03 přidáním spoileru.



Obr. 9

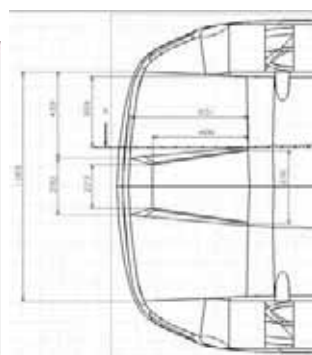


Obr. 10

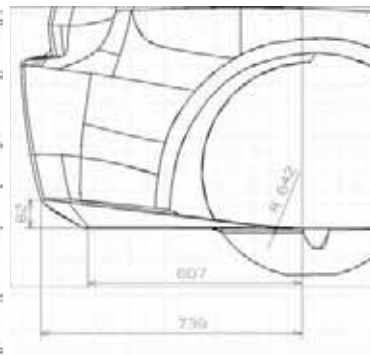
B-04 - Vytvořen nový tvar difuzoru se sklonem 7°. Zakrytování podvozku je shodné s variantou B-025.



Obr. 13



Obr. 14

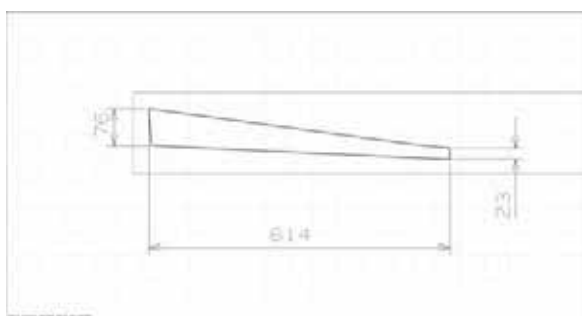


Obr. 15

B-045 - Liší se od předchozí varianty B-04 přidáním žeber.

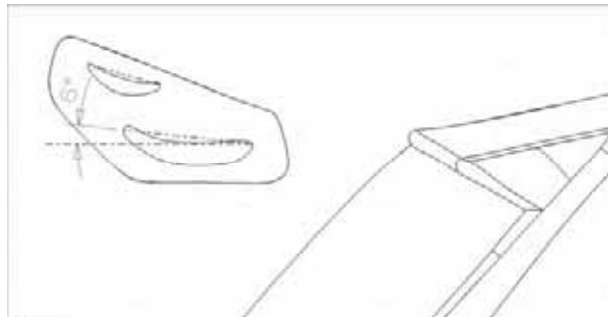


Obr. 16



Obr. 17

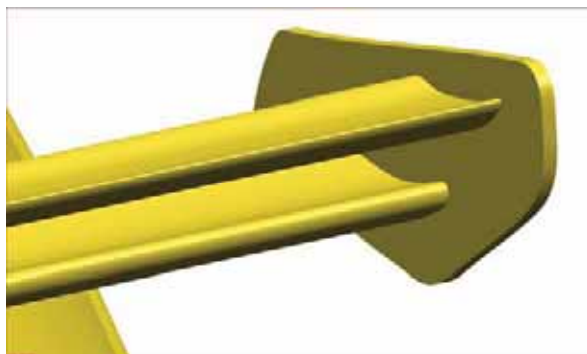
B-09 - Má totožné zakrytí podvozku jako varianta B-025. Navíc bylo přidáno typické přitlačné křídlo, které se často u závodních automobilů vyskytuje. Tvar profilů křídla není ale příliš vhodný, protože jeho odtoková hrana je oblá a příliš tlustá, což způsobuje velký odpor. Tětiva profilu hlavního přitlačného křídla je nastavena vzhledem k vodorovné rovině na  $+6^\circ$ . Relativní tloušťka profilu křídla je 18%.



Obr. 18

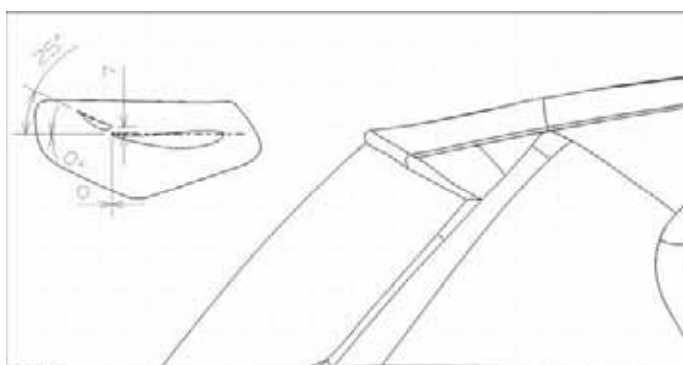


Obr. 19



Obr. 20

B-17 - Vytvořeno nové přitlačné křídlo s profilem Wortman FX 63-137 a s šterbinovou klapkou, nastavenou na úhel  $25^\circ$  vzhledem k tětivě křídla. Tětiva profilu hlavního přitlačného křídla je nastavena vzhledem k vodorovné rovině na  $0^\circ$ . Relativní tloušťka profilu křídla je 13,7%.



Obr. 21

## Součinitel odporu $c_D$

Porovnání jednotlivých úprav je provedeno vzhledem k referenční variantě B-01 a součinitele jsou vztaženy na čelní plochu automobilu.

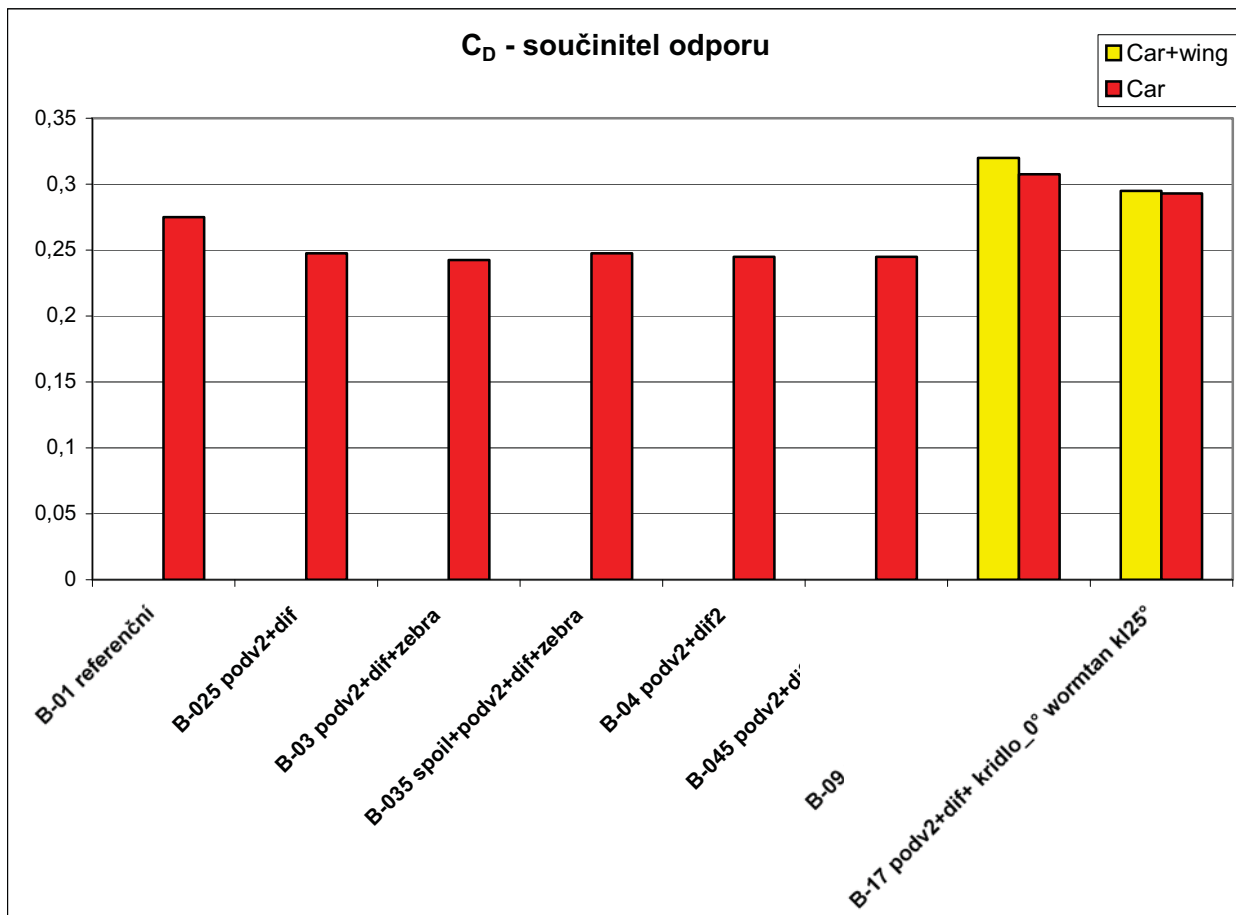
Výrazné změny v snížení součinitele odporu o 0,028 bylo dosaženo u varianty B-025 rovným zakrytím podvozku.

Vliv žeber, která mají za úkol zmírnit prostorové odtržení mezní vrstvy v rozšiřujícím se kanále, se projevilo snížením součinitele odporu o 0,005 pouze u původního difuzoru, u kterého je prostorové odtržení mezní vrstvy s úhlem  $17^\circ$  mnohem výraznější (varianta B-03 vzhledem k B-025).

Nový difuzor s úhlem sklonu  $7^\circ$  snížil součinitel odporu o 0,0025 vzhledem k variantě B-025.

Spoiler součinitel odporu naopak odpor zvýšil o 0,005.

Použití profilu Wortman FX 63-137 (varianta B-17) snížilo součinitel odporu o 0,025 se štěrbinovou klapkou nastavenou na  $25^\circ$  vzhledem k variantě B-09.



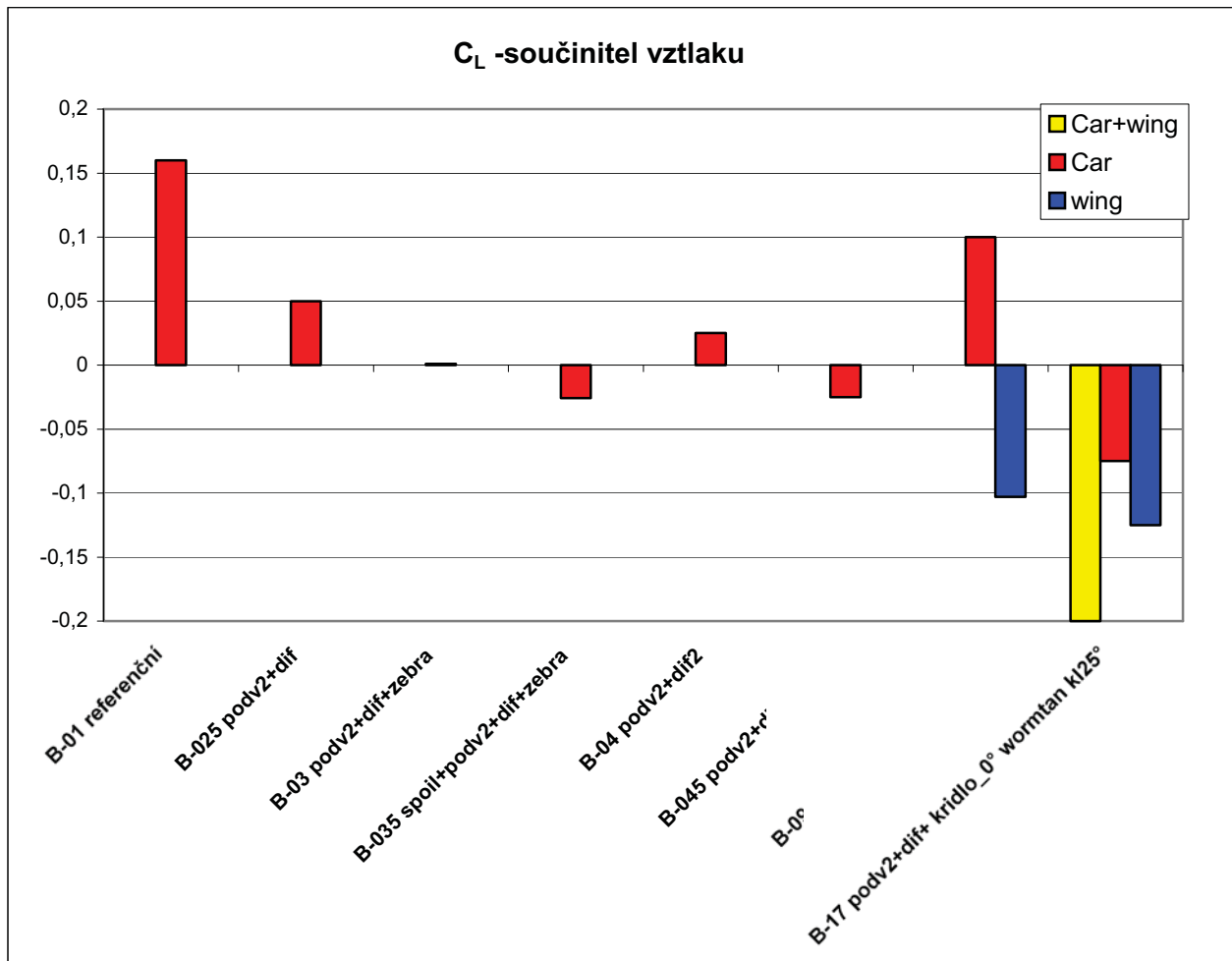
Graf. 1



## Součinitel vztlaku $c_L$

Výrazný vliv na snížení součinitele vztlaku o 0,11 má rovné zakrytí podvozku u varianty B-025. Žebra u obou difuzorů, varianty B-03 a B-045, snižují součinitel vztlaku o 0,05. Spoiler snižuje součinitel vztlaku o 0,25.

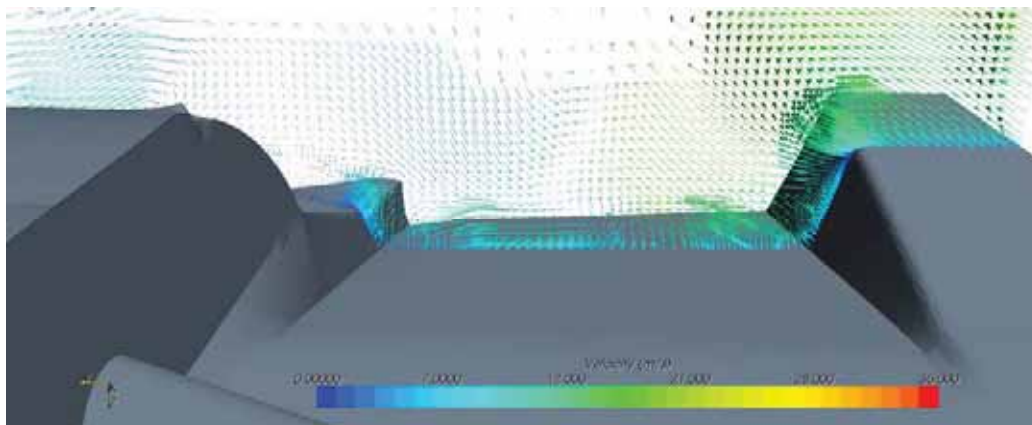
Další výrazné snížení součinitele vztlaku o 0,3 umožňuje dosáhnout profil Wortman FX 63-137 (varianta B-17) se štěbinovou klapkou nastavenou na 25°, vzhledem k variantě B-09 při zachování nízkého součinitele odporu.



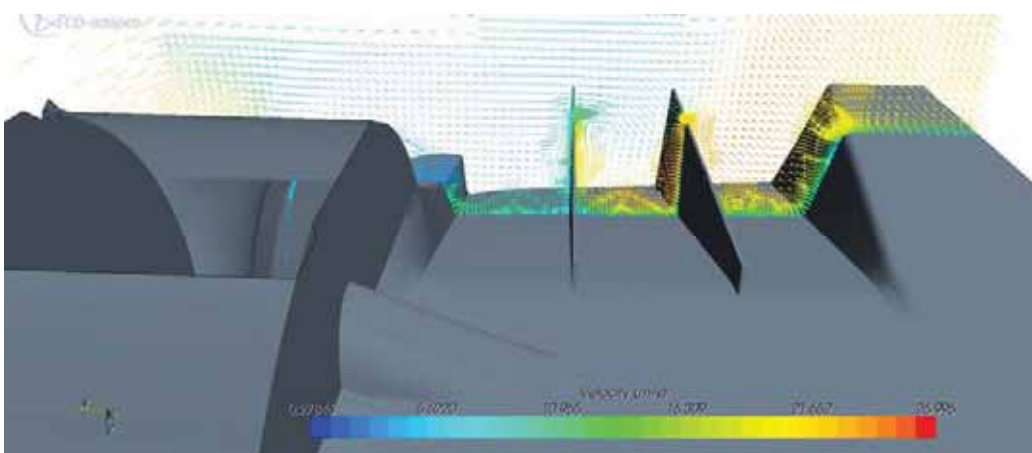
Graf. 2

## Diskuze

Vliv žebek v původním difuzoru je porovnán na obr. 24 a 25 u variant B-025 a B-03. Z rozložení rychlostí v rovině kolmé k ose symetrie automobilu na obr. 24 lze pozorovat v mezní vrstvě nežádoucí příčné sekundární proudění. V případě s žebry na obr. 25 je vidět výrazné urychlení mezní vrstvy. Vzniklý vír na konci žebra je sice rovněž nežádoucí, ale do mezní vrstvy již nezasahuje a funkci difuzoru nijak výrazně nesnižuje. Přítomnost žebek u nového difuzoru s nižším úhlem sklonu 7° výraznou změnu v proudovém poli nepřináší.

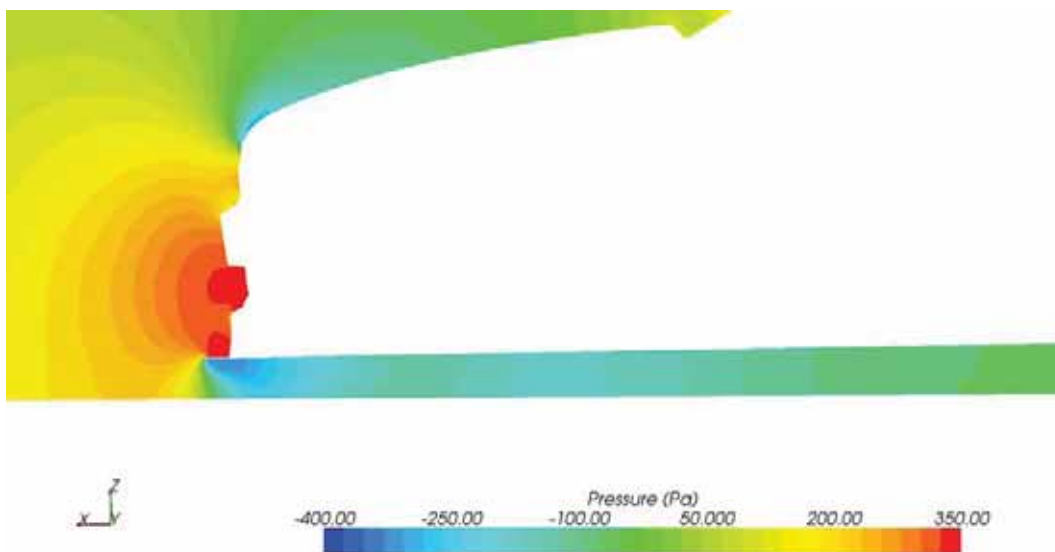


Obr. 24 Varianta B-025 – Vektory rychlosti, detail původního difuzoru

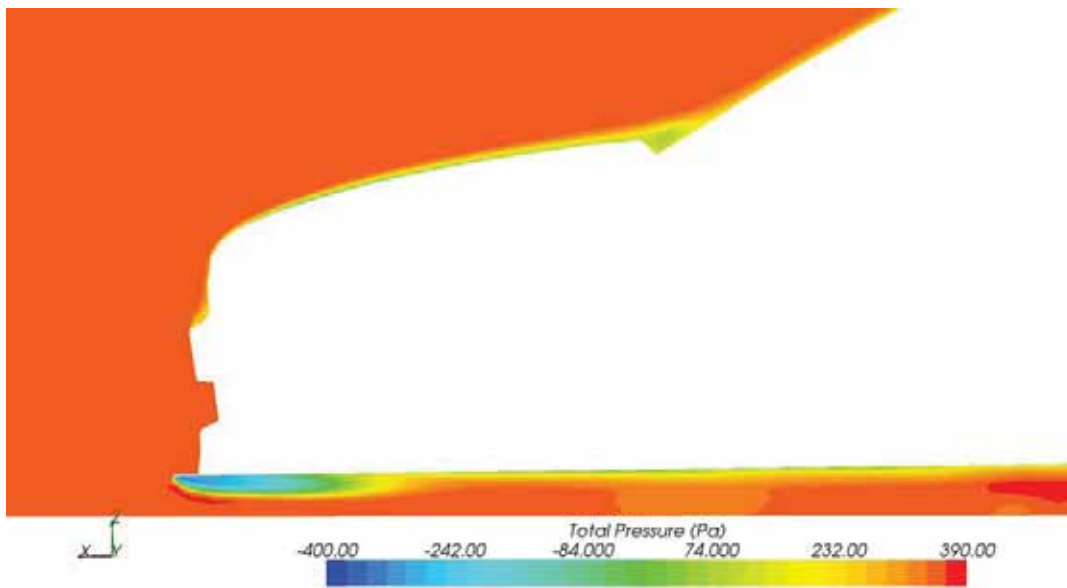


Obr. 25 Varianta B-03 – Vektory rychlosti, detail původního difuzoru

Spoiler u varianty viz. obr. 22 a 23 v oblasti sání do motoru zvyšuje přetlak, což je příznivé na chlazení motoru, a zároveň se výrazně sníží tloušťka mezní vrstvy na podvozku a s tím i spojené energetické ztráty v obtékání.

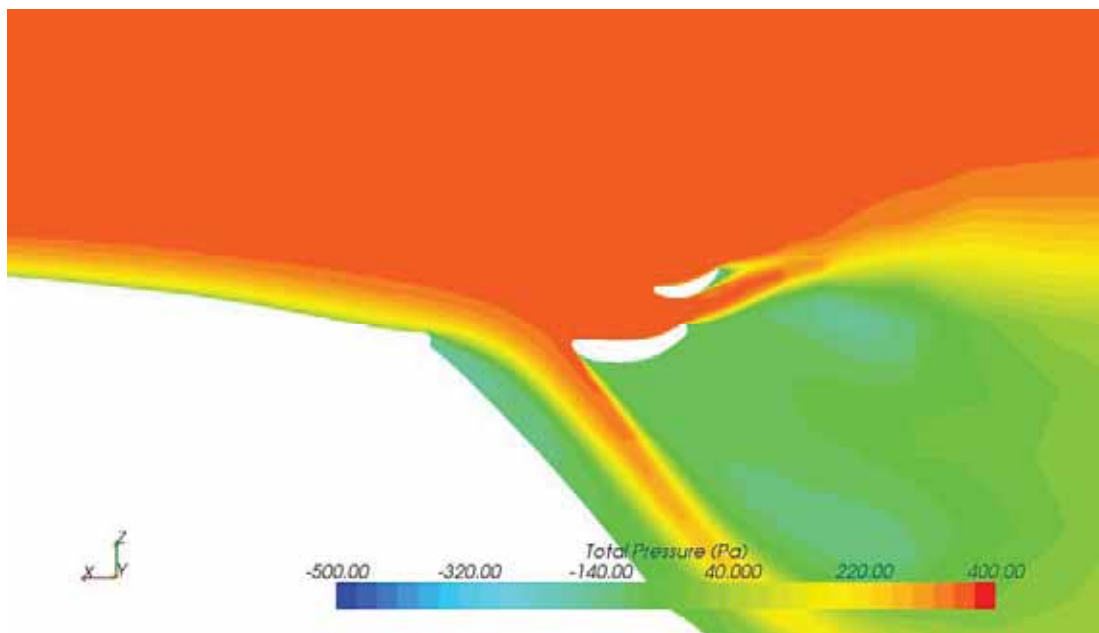


Obr. 22 Varianta B-035 – Statický tlak, detail spoileru

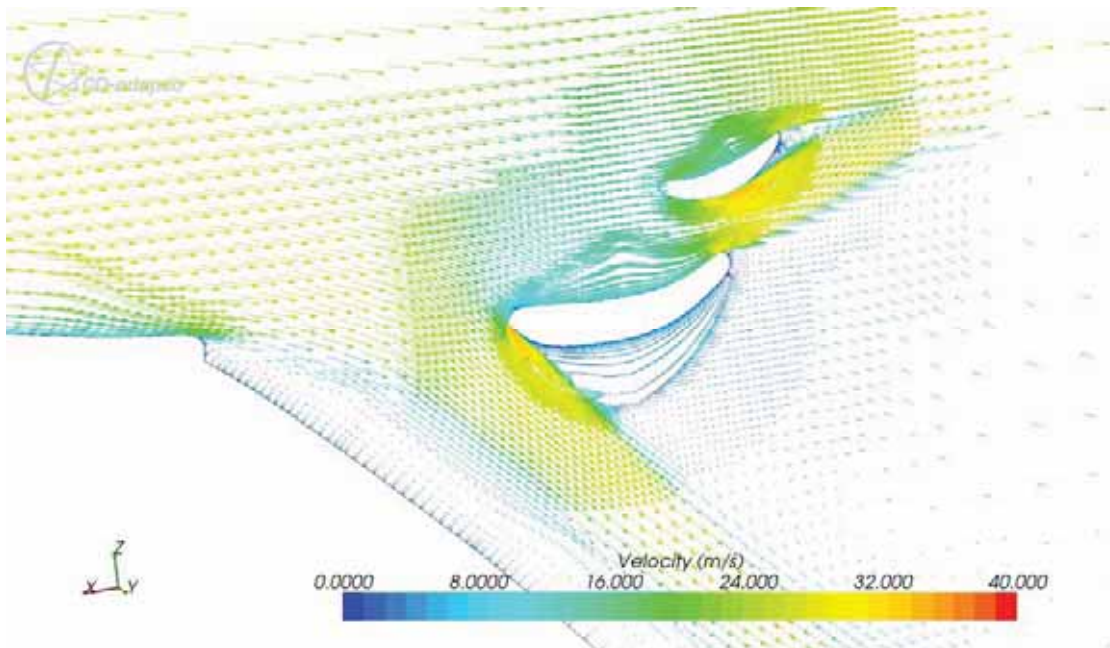


*Obr. 23 Varianta B-035 – Celkový tlak, detail spoileru*

U původního přitlačného křídla varianty B-09 na obr. 26 a 27 dochází k mohutnému odtržení proudění, které neumožňuje vznik přitlaku a způsobuje vznik nadměrného odporu, jak je vidět na obr. 26 z rozložení celkového tlaku.

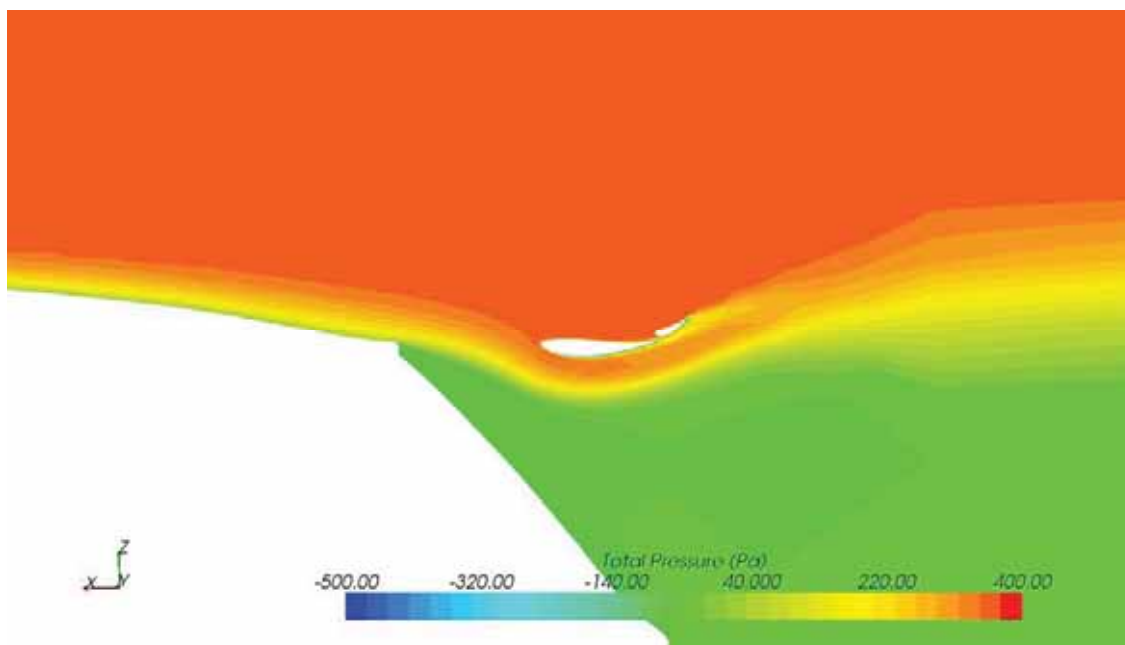


*Obr. 26 Varianta B-09 – Celkový tlak, detail původního přitlačného křídla*

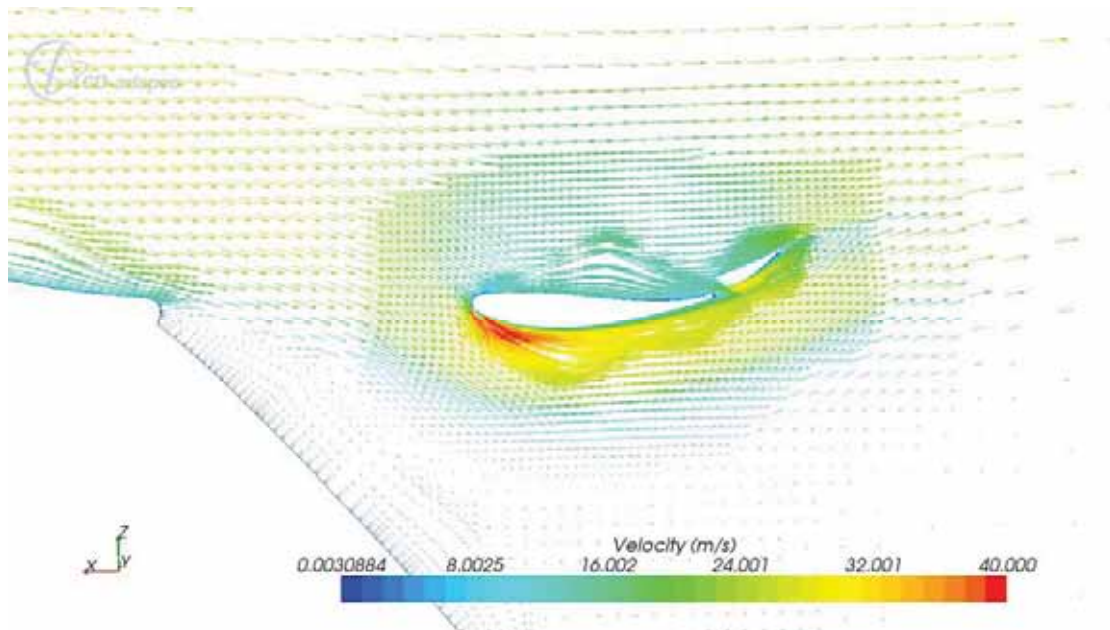


*Obr. 27 Varianta B-09 – Vektory rychlosti, detail původního přitlačného křídla*

Optimálních výsledků dosahuje přitlačné křídlo varianty B-17 na obr. 28 a 29. Křídlo je opatřeno štěrbinovou klapkou s vychýlením  $25^\circ$  a dosahuje vysokého přitlaku při nízkém odporu. Z rozložení celkového tlaku je zřejmé, že úplav za křídlem je mnohem menší ve srovnání s původní variantou B-09 na obr. 26.



*Obr. 28 Varianta B-17 – Celkový tlak, detail nového přitlačného křídla*



Obr. 29 Varianta B-17 – Vektory rychlosti, detail nového přitlačného křídla

## Závěr

Z úprav podvozku je optimální konfigurace varianty B-045, tedy spoiler, zakrytý podvozek a difuzor s úhlem  $7^\circ$  bez žeber. Eventuálně by byla ještě přijatelná varianta B-035, která se liší difuzorem s úhlem  $17^\circ$  a s žebry. Úprava podvozku (B-045) snižuje vztlak o 100%, tedy o 360 N při  $150 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  a 840 N při  $230 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  vzhledem k variantě B-01. Odpor je snížen o 10%, tedy o 55 N při  $150 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  a 130 N při  $230 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ .

Optimální konfigurací přitlačného křídla je varianta B-17, tedy s profilem Wortman FX 63-137 a s šterbinovou klapkou vychýlenou na  $25^\circ$  a snižuje vztlak o 225 % (změna z kladné hodnoty na zápornou), tedy o 800 N při rychlosti  $150 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  a o 1890 N při  $230 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  vzhledem k variantě B-01. Odpor naopak se zvýší o 6 %, tedy o 45 N při rychlosti  $150 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  a o 105 N při  $230 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ .

Další snížení vztlaku by bylo možné přidáním spoileru ke stávající konfiguraci B-17 a výměnou za difuzor s úhlem  $7^\circ$ .

Tento úkol byl řešen v rámci výzkumného projektu Rozvoj aplikované vnější aerodynamiky, podporovaného Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

## Literatura:

- [1] McBeath S.: Competition Car Aerodynamics; Racecar Engineering, January 2006
- [2] Hucho W. H.: Aerodynamics of Road Vehicles; No. R-177, Society of Automotive Engineers, 1998
- [3] Zdobinský Š.: Experimentální model automobilu pro měření se simulovanou blízkostí země; R-4337, VZLÚ, červen 2008

# Studium půdorysných tvarů křídla

**Ing. Petr Vrchota, Ing. Kateřina Jandová, VZLÚ a.s., Praha**

Tato zpráva popisuje výsledky práce zabývající se studiem půdorysných tvarů křídla v rámci výzkumného záměru: Rozvoj vnější aplikované aerodynamiky. Aerodynamické charakteristiky jednotlivých geometrických variant křídla byly počítány programem EDGE. Jako hodnotící kritérium sloužil Oswaldův koeficient.

## Úvod

Tato práce se snaží navázat na předchozí práce v oblasti vlivu nástavců na konci křídla na indukovaný odpor a pokusit se v rámci časových možností najít z uvažovaných variant optimální půdorysný tvar z hlediska vlivu na indukovaný odpor. Byl zejména zkoumán vliv polohy koncového profilu v podélném směru na aerodynamické charakteristiky křídla pomocí CFD výpočtu programem EDGE.

## Geometrické varianty

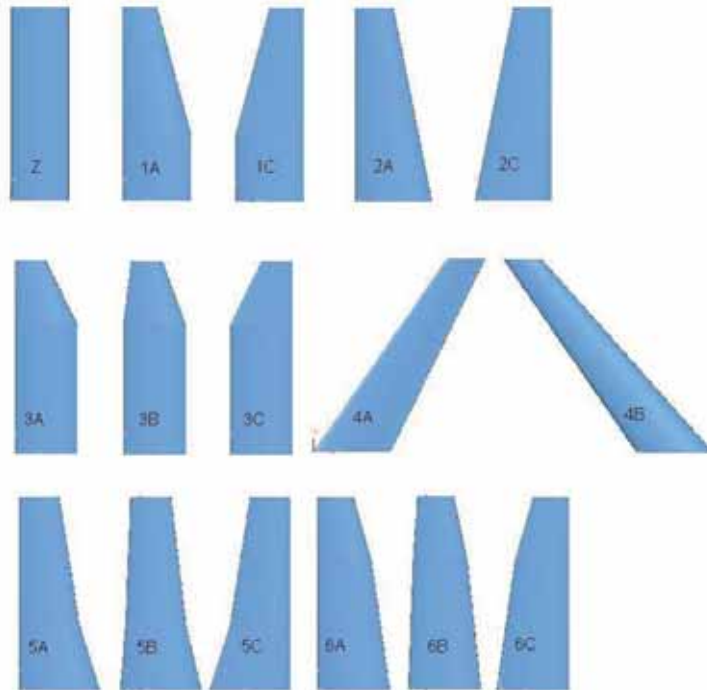
V rámci tohoto projektu byly navržena základní geometrie křídla, která byla následně upravována, a tím byly získány zbylé varianty. Základním tvarem bylo křídlo obdélníkového tvaru s profilem MS0313 o ploše 13 m<sup>2</sup> a štíhlosti 8. Jednotlivé varianty nebyly ani geometricky ani aerodynamicky krouceny. Všechny varianty měly z důvodů porovnání výsledků stejnou štíhlost, plochu i profiláž.

Z časových důvodů bylo vytvořeno pouze 6 variant plus základní obdélníkové křídlo. Až na dvě varianty, u kterých byly vytvořeny 2 podvarianty, byly u každé varianty vytvořeny tři podvarianty, což dohromady bylo 17 geometrických tvarů. Tyto podvarianty se od sebe lišily polohou koncového profilu v podélném směru. Podvarianta označená písmenem A měla rovnou náběžnou hranu, podvarianta B měla jednotlivé řezy zarovnané na čtvrtinové body a podvarianta C měla rovnou odtokovou hranu. V obrázku 1 jsou zobrazeny jednotlivé varianty i s označením. Veškeré geometrické úpravy, včetně vytvoření výpočtové oblasti, byly prováděny v programu UNIGRAPHICS.

## Výpočtová oblast a síť

Výpočtová oblast byla standardních rozměrů a jednotlivé hranice byly v dostatečné vzdálenosti od zkoumaného objektu aby neovlivňovaly proudění kolem něj. K vytvoření sítě byl použit program ICEM CFD. Ačkoli byly výpočty prováděny jako nevazké, výpočtová síť byla, z důvodu zachycení úplavu a koncového víru za křídlem tvořena ze šestistěnných elementů. Na nestrukturované síti tvořené čtyřstěnnými elementy

nebyl úplav z důvodu vyšší disipace znatelný již několik tětív za křídlem, zatím co na "strukturované síti" je úplav znatelný do značné vzdálenosti.



Obr. 1 Jednotlivé geometrické varianty

## Výpočet

Výpočty byly provedeny v CFD programu EDGE, který k řešení rovnic proudění využívá metodu konečných objemů. Vlastní výpočty byly prováděny jako 3D, stacionární, nevazké proudění (řešení Eulerových rovnic). Na vstupní hranici nebylo pro jednotlivé případy nastaveno konstantní Reynoldsovo číslo, ale konstantní rychlost nabíhajícího vzduchu ( $v_\infty = 60\text{m/s}$ ).

Na vstupní hranici byla nastavena okrajová podmínka typu "Far Field" a na výstupní hranici podmínky typu "Pressure Outlet". Na křídle byla nastavena okrajová podmínka typu "Wall" se skluzovou podmínkou.

## Vyhodnocení výsledků

K vyhodnocování výsledků sloužil Oswaldův koeficient  $e$ , který je definovaný vztahem

$$e = \lambda / \lambda_{ef}$$

kde efektivní štíhlost  $\lambda_{ef}$  je definovaná vztahem

$$\lambda_{ef} = (C_L^2) / (\pi \cdot C_{Di})$$

Odpor je možné stanovit podle věty o změně hybnosti definované vztahem

$$D = -\rho \cdot \int_S U_\infty (U_\infty + u) dy dz - \rho \cdot \int_S (U_\infty + u) (u dy dz + v dx dz + w dx dy) + \rho \cdot \int_S u U_\infty dy dz + \frac{\rho}{2} \cdot \int_S (u^2 + v^2 + w^2) dy dz$$

Druhý integrál je díky rovnici kontinuity roven nule, první a třetí se vzájemně vyruší a integrál přejde do následujícího tvaru. Za předpokladu nevazkého proudu je možno rovinu S nazývat Trefftzovou rovinou a odpor získaný integrací tohoto integrálu je indukovaný odpor  $D_i$ . V Trefftzově rovině platí, že složka rychlosti v podélném směru  $u$  je mnohem menší než zbývající složky  $v$  a  $w$  a tudíž je možno ji zanedbat. Protože rovina za křídlem byla umístěna relativně blízko křídla (řádově několik rozpětí), nebylo pro stanovení indukovaného odporu použito Trefftzovi roviny, ale pro stanovení indukovaného odporu se integrovaly všechny složky rychlostí v rovinách před i za křídlem.

$$D_i = \frac{\rho}{2} \cdot \int_S (u^2 + v^2 + w^2) dy dz$$

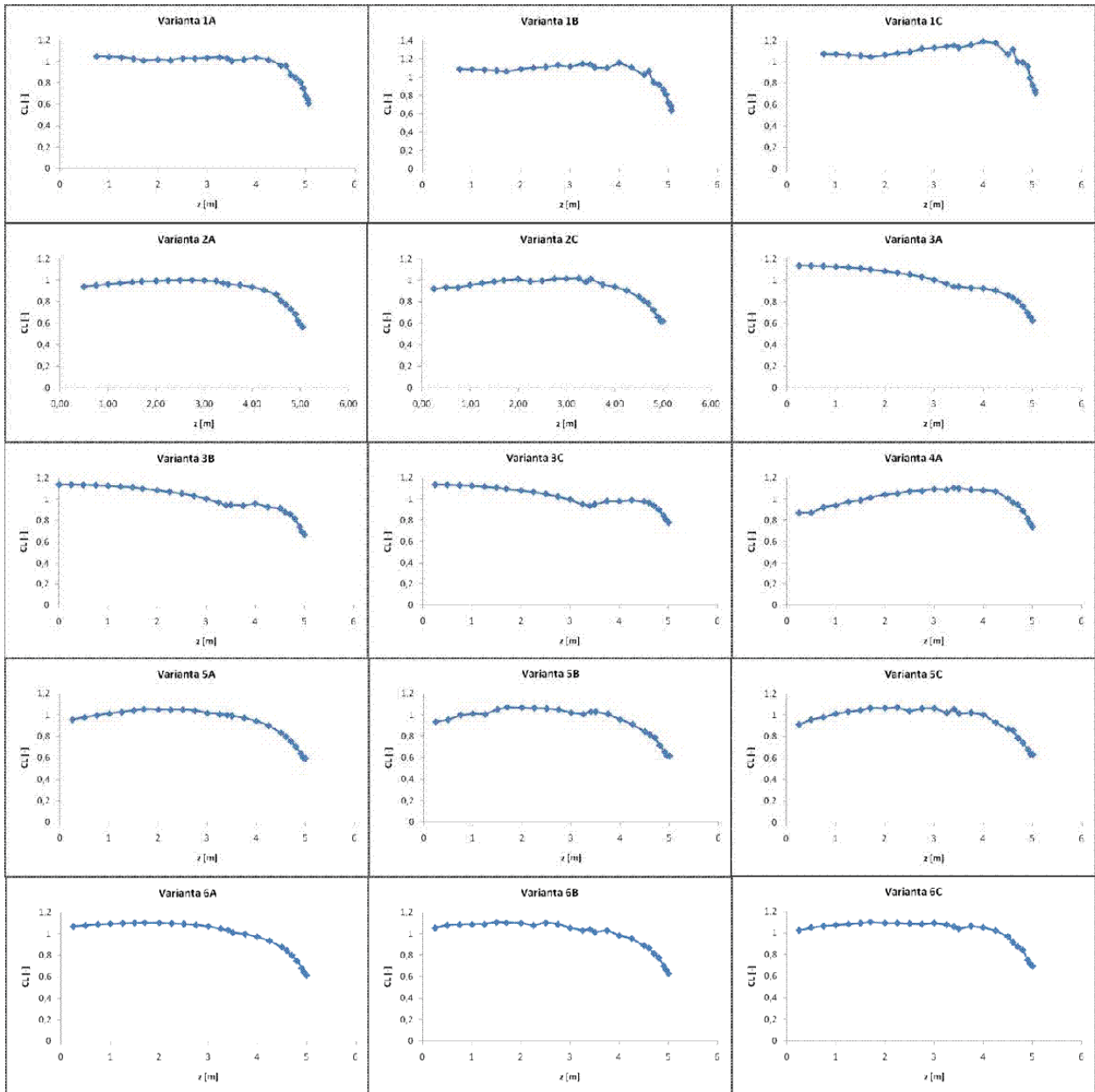
Roviny byly umístěny v blízkosti hranic výpočtové oblasti (rovina  $yz$ ). Z tohoto důvodu byly jednotlivé složky rychlosti přepočteny do rovin kolmých k nabíhajícímu proudu vzduchu.

Z důvodu závislosti indukovaného odporu na vztlakové síle byly výsledky vyhodnocovány pro součinitel vztlaku rovný jedné.

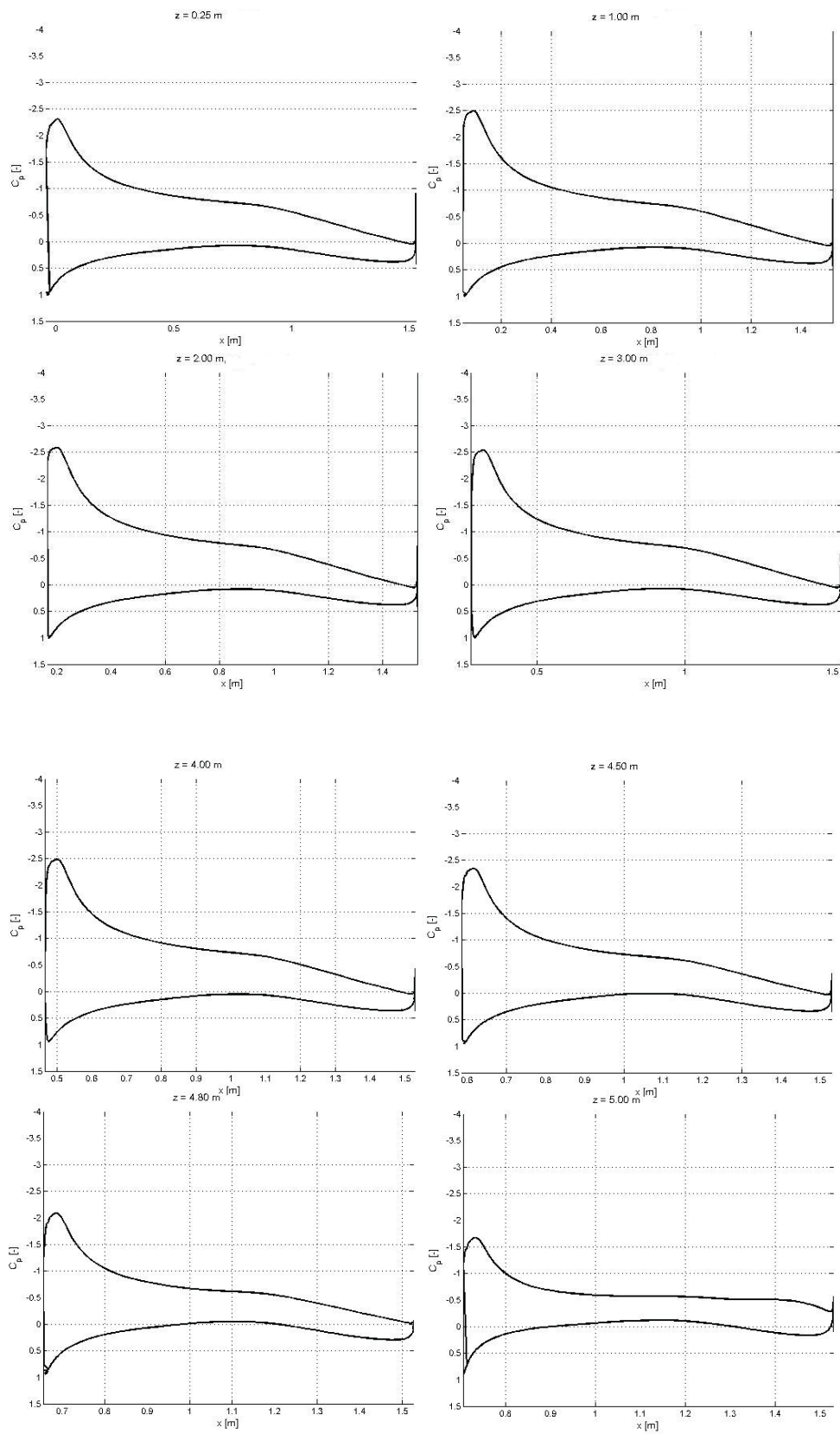
Veškeré výsledky byly zpracovávány v programu TECPLOT a výpočty jednotlivých proměnných vstupujících do vztahu pro výpočet Oswaldova koeficientu byly počítány pomocí programu MATLAB. Stejný způsob zpracování výsledků byl použit i pro stanovení rozložení vztlaku po rozpětí, který byl získán z tlakového rozložení. Na obrázku 2 jsou znázorněna rozložení vztlaku po rozpětí pro jednotlivé půdorysné tvary křídla a pro součinitel vztlaku křídla rovný 1. Pro vybranou variantu jsou na obrázku 3 znázorněna i tlaková rozložení.

Celkový odpor byl získán sečtením indukovaného odporu získaného integrací (viz výše) a třecího odporu, který byl získán z programu MATLAB. Třecí odpor byl vypočten na základě omočené plochy a Reynoldsova čísla. Tento postup je možné použít za předpokladu, že je profilový odpor zanedbán, což je pro nižší úhly náběhu přijatelné. V tabulce 1 jsou znázorněny aerodynamické součinitele pro jednotlivé varianty.





Obr. 2 Rozložení vzlaku po rozpětí v závislosti na geometrii křídla



Obr. 3 Tlaková rozložení po rozpětí křídla pro variantu 6C

| Varianta | $CL [-]$ | $CD [-]$ | $Cdi [-]$ | $\lambda_{ef} [-]$ | $e [-]$  |
|----------|----------|----------|-----------|--------------------|----------|
| Z        | 1,1019   | 0,063437 | 0,043898  | 8,804237           | 1,10053  |
| 1A       | 0,99739  | 0,034364 | 0,034364  | 9,214674           | 1,151834 |
| 1B       | 1,0562   | 0,034332 | 0,034332  | 10,34307           | 1,292883 |
| 1C       | 1,0631   | 0,033645 | 0,033645  | 10,69246           | 1,336558 |
| 2A       | 0,9595   | 0,032499 | 0,032499  | 9,017166           | 1,127146 |
| 2C       | 0,96859  | 0,028802 | 0,028802  | 10,3683            | 1,296037 |
| 3A       | 1,0441   | 0,031286 | 0,031286  | 11,09135           | 1,386418 |
| 3B       | 1,05     | 0,030863 | 0,030863  | 11,37079           | 1,421349 |
| 3C       | 1,0585   | 0,031025 | 0,031025  | 11,49529           | 1,436912 |
| 4A       | 1,007    | 0,029232 | 0,029232  | 11,04207           | 1,380259 |
| 4B       | 1,0552   | 0,039731 | 0,039731  | 8,920521           | 1,115065 |
| 5A       | 0,99426  | 0,034357 | 0,034357  | 9,158721           | 1,14484  |
| 5B       | 0,99876  | 0,034308 | 0,034308  | 9,255012           | 1,156877 |
| 5C       | 1,0059   | 0,034884 | 0,034884  | 9,232801           | 1,1541   |
| 6A       | 1,0566   | 0,034384 | 0,034384  | 10,33511           | 1,291888 |
| 6B       | 1,061    | 0,039267 | 0,039267  | 9,125427           | 1,140678 |
| 6C       | 1,10672  | 0,033599 | 0,033599  | 11,60377           | 1,450472 |

Tab. 1 Aerodynamické charakteristiky jednotlivých variant

## Závěr

Z tabulky 1 je patrné, že pro většinu počítaných případů vychází jako lepší varianta ta s rovnou odtokovou hranou. Toto může být způsobeno potlačením příčného proudění v oblasti odtokové hrany v důsledku tlakového rozložení v jednotlivých řezech a tím i menší ztrátou energie oproti variantě B, kde byly jednotlivé řezy zarovnané na čtvrtinové body.

Podařilo se prokázat vhodnost použití CFD nevázkého výpočtu pro porovnávací výpočet jednotlivých variant křídel a ve srovnání s výpočtem pomocí RANS je časová náročnost mnohem nižší.

Tato práce bude pokračovat uvažováním dalších půdorysných tvarů křídel a vlivu polohy jednotlivých řezů (nejenom koncového) na aerodynamické charakteristiky.

## Poděkování

Tato práce vznikla v rámci výzkumného záměru MSM0001066901: Rozvoj vnější aplikované aerodynamiky.

## Literatura:

- [1] Katz J., Plotkin A.: *Low-Speed Aerodynamics*; McGraw Hill, Inc. New York 1991
- [2] Berák P., Vrchota P.: *Výpočet indukovaného odporu křídla s nástavci na koncích programem CMARC*; Výzkumná zpráva VZLÚ a.s. V-1857/05, Praha

# Řešení inverzní úlohy obtékání leteckého profilu pomocí kontraktivního operátoru pro vazké proudění

*Mgr. Jan Šimák, RNDr. Jaroslav Pelant, CSc., VZLÚ, a.s., Praha*

Tato práce se zabývá numerickou metodou pro řešení inverzní úlohy obtékání leteckého profilu. K zadanému rozložení tlaku na horní a dolní straně profilu je nalezen tvar profilu, jenž tomuto rozložení odpovídá. V každém kroku metody je řešena přímá úloha obtékání profilu a poté je aplikován inverzní operátor. Model proudění kolem profilu je popsán pomocí Navierových-Stokesových rovnic doplněných  $k$ - $\omega$  modelem turbulence. Soustava těchto rovnic je řešena implicitní metodou konečných objemů. Přibližný inverzní operátor vychází z teorie tenkých profilů, výsledný tvar profilu je získán složením střední čáry a tloušťky profilu. Metodu lze použít pro subsonické proudění, zadané rozložení tlaku musí splňovat určité podmínky. Na závěr jsou uvedeny numerické výsledky.

## Úvod

Metoda popsaná v tomto textu je určena pro nalezení tvaru leteckého profilu ze zadaného rozložení tlaku na stěnách profilu. Toho lze využít například k modifikacím tvaru existujících profilů. Tato metoda je rozšířením stávající metody pro nevazké proudění, nyní pro laminární i turbulentní vazké proudění.

## Základní myšlenka

Základní myšlenkou je kombinace přímého operátoru (obtékání profilu) a přibližné inverze. Jejich vzájemnou kombinaci lze využít k nalezení hledaného řešení.

Formálně zapsáno

$$P(Lu) = f,$$

kde  $f$  je zadané rozložení a  $u$  je jakési fiktivní rozložení. Symboly  $P$  a  $L$  značí přímý a inverzní operátor. Řešení této rovnice je získáno metodou postupných iterací, kdy hledáme pevný bod jistého operátoru. Ten je limitou posloupnosti

$$\{u_k\}_{k=0}^{\infty}, \quad u_{k+1} = u_k + \alpha(f - PLu_k).$$

Uvedený parametr  $\alpha \in (0,1)$  je zvolen tak, aby zmíněná posloupnost konvergovala.

# Úloha obtékání profilu

## Matematický popis proudění

V úloze uvažujeme vazké laminární, případně turbulentní proudění popsané Navierovými-Stokesovými rovnicemi, v druhém případě doplněné o k- $\omega$  model turbulence. Kromě stavových veličin  $P, \rho, v_1, v_2$  představující tlak, hustotu a složky rychlosti zavádíme nové veličiny popisující turbulentní kinetickou energii  $k$  a specifickou turbulentní disipaci  $\omega$ . Rovnice lze zapsat ve tvaru

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \sum_{i=1}^2 \frac{\partial F_i(w)}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial R_i(w, \nabla w)}{\partial x_i} + S(w, \nabla w),$$

kde vektor  $w$  a funkce  $F_i, R_i, S$  jsou definovány následovně:

$$\begin{aligned} w &= (\rho, \rho v_1, \rho v_2, E, \rho k, \rho \omega)^T, \\ F_i(w) &= (\rho v_i, \rho v_1 v_i + \delta_{i1} p, \rho v_2 v_i + \delta_{i2} p, (E + p)v_i, \rho k v_i, \rho \omega v_i)^T, \\ R_i(w, \nabla w) &= \left( 0, \tau_{i1}, \tau_{i2}, \tau_{i1} v_1 + \tau_{i2} v_2 + \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_T}{Pr_T} \right) \gamma \frac{\partial e}{\partial x_i}, (\mu + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x_i}, (\mu + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right)^T, \\ S(w, \nabla w) &= (0, 0, 0, 0, P_k - \beta^* \rho \omega k, P_\omega - \beta \rho \omega^2 + C_D)^T. \end{aligned}$$

Symbolem  $E$  je značena celková energie,  $e$  vnitřní energie,  $\mu$  vazkost,  $\gamma$

Poissonova adiabatická konstanta,  $Pr$  Prandtlovo číslo,  $\tau_{ij}$  složky tenzoru napětí a  $\delta_{ij}$  představuje Kroneckerův symbol. Dolním indexem  $T$  jsou označeny turbulentní Prandtlovo číslo a vazkost. Dále jsou zde produkční členy  $P_k, P_\omega$  a člen vyjadřující příčnou difuzi  $C_D$ , ostatní parametry jsou uzavírací koeficienty modelu turbulence [2]. K soustavě je přidána stavová rovnice pro dokonalý plyn.

Systém je dále doplněn okrajovými podmínkami, na vnější vstupní hranici předepisujeme vektor rychlosti a hustotu, na výstupní hranici předepisujeme tlak. Na vnější hranici předepisujeme také intenzitu turbulence a turbulentní Reynoldsovo číslo. Na stěně je předepsána nulová rychlost, statická teplota a nulová turbulentní kinetická energie. Ostatní potřebné veličiny jsou vypočítány z hodnot uvnitř oblasti.

Pokud položíme  $k = 0$ , tedy turbulentní kinetická energie je nulová, pak se soustava rozpadne na dvě samostatné části. Model turbulence nezasahuje do modelu proudění a ten lze využít pro řešení úlohy laminárního proudění.

## Numerické řešení

Výše uvedená soustava rovnic je řešena pomocí implicitní metody konečných objemů. Veličiny jsou normovány pomocí kritických hodnot, bezrozměrná soustava zachovává stejný tvar. Výpočtová oblast je diskretizována pomocí strukturované čtyřúhelníkové C-sítě.

Soustava rovnic není řešena jako celek, ale jako dvě samostatné soustavy. První soustava (rovnice kontinuity, pohybové rovnice a rovnice energie) popisuje proudění a druhá soustava popisuje turbulenci. V první soustavě jsou neznámé veličiny  $\rho, \nu_1, \nu_2, E$  a veličiny  $k, \omega$  jsou uvažovány konstantní s hodnotami v aktuální časové vrstvě. Ve druhé soustavě je tomu naopak. Tento způsob postupného řešení zjednodušuje výpočet i implementaci, kdy je možno relativně snadno modifikovat laminární řešič, na druhou stranu rychlost konvergence může být nižší než při řešení soustavy jako celku.

## Úloha inverze

Zadané rozložení tlaku je uvažováno na těživě profilu podél střední čáry. Toto rozložení musí splňovat podmínku, že stagnační bod na náběžné hraně je v počátku tětivy. Tím je určen úhel náběhu hledaného profilu, který tak nemůže být určen předem, ale je jedním z výsledků metody.

Jak již bylo uvedeno dříve, v každém kroku výpočtu je řešena úloha obtékání a úloha nalezení korekce tvaru. Získáváme tak kontrolu správnosti řešení. Na úlohu obtékání lze nahlížet jako na postup, kdy po dosažení stacionárního stavu je provedena modifikace výpočtové oblasti a sítě a pokračuje se ve výpočtu.

Tvar profilu je skládán ze střední čáry  $s(x)$  a tloušťkové funkce  $t(x)$ , vyjádřeno vzorci, souřadnice bodů profilu na horní a dolní straně (horní, resp. dolní znaménko) jsou

$$\psi_1 = x \pm t(x) \frac{s'(x)}{\sqrt{1+s'(x)^2}},$$

$$\psi_2 = x \mp t(x) \frac{1}{\sqrt{1+s'(x)^2}}, \quad x \in \langle 0,1 \rangle.$$

Obě funkce jsou odvozeny za pomoci teorie tenkých profilů. Jejich tvar je následující:

$$s(x) = \frac{x}{2\pi} \int_0^1 (u_h(\xi) - u_d(\xi)) \ln \left| \frac{1-\xi}{\xi} \right| d\xi - \frac{1}{2\pi} \int_0^1 (u_h(\xi) - u_d(\xi)) \ln \left| \frac{x-\xi}{\xi} \right| d\xi,$$

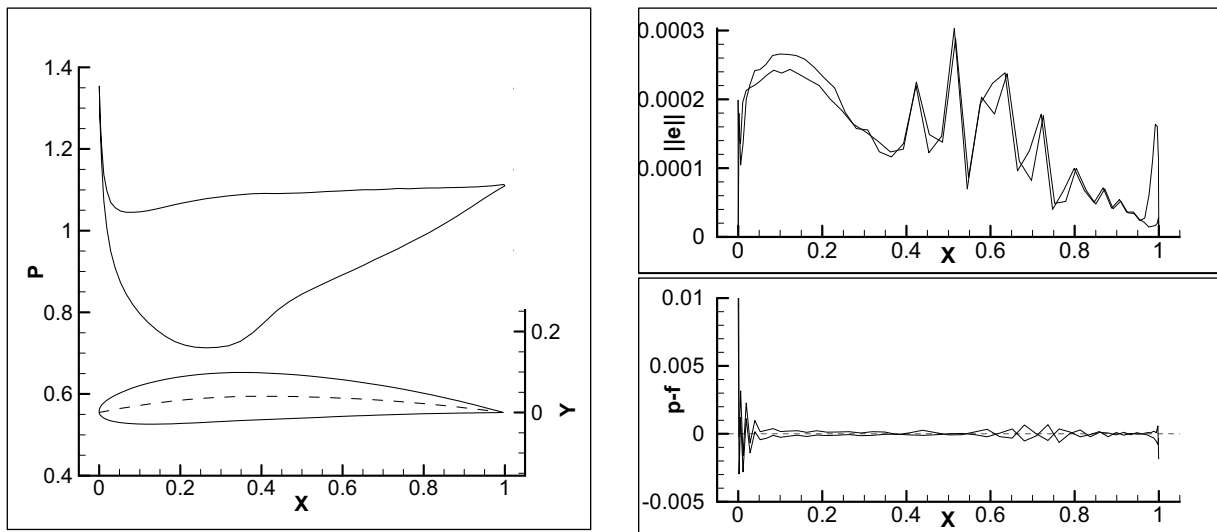
$$t(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \left( \frac{u_h(\xi) + u_d(\xi)}{2} - 1 \right) \ln \left| \frac{1 + \sqrt{\xi/(1-\xi)} \sqrt{(1-x)/x}}{1 - \sqrt{\xi/(1-\xi)} \sqrt{(1-x)/x}} \right| d\xi.$$

Symboly  $u_h, u_d$  značí fiktivní rozložení rychlosti (získané přepočtem z rozložení tlaku) na horní a dolní straně profilu. Vzhledem k uvažované vazkosti proudění je nutno vzít v úvahu vliv mezní vrstvy, zvláště pro nízká Reynoldsova čísla, a pro zlepšení konvergence provést korekci na základě tloušťky mezní vrstvy.

## Numerické výsledky

### Příklad 1

Jedná se o příklad obtékání profilu NACA4412. Zadané rozložení tlaku je získáno vypočtením proudění okolo daného profilu při parametrech  $M_\infty = 0,6$ ,  $\alpha_\infty = 1,57^\circ$  a  $Re = 6 \cdot 10^6$ . K tomuto rozložení je nalezen tvar profilu a ten je porovnán s originálním. Výsledky jsou zobrazeny v Obr. 1. Relativní chyba v rozložení tlaku vyjádřená v  $L^2$ -normě je po 40 iteracích  $8,32 \cdot 10^{-4}$ .



Obr. 1 Rozložení tlaku a výsledný tvar profilu, chyba vypočteného profilu

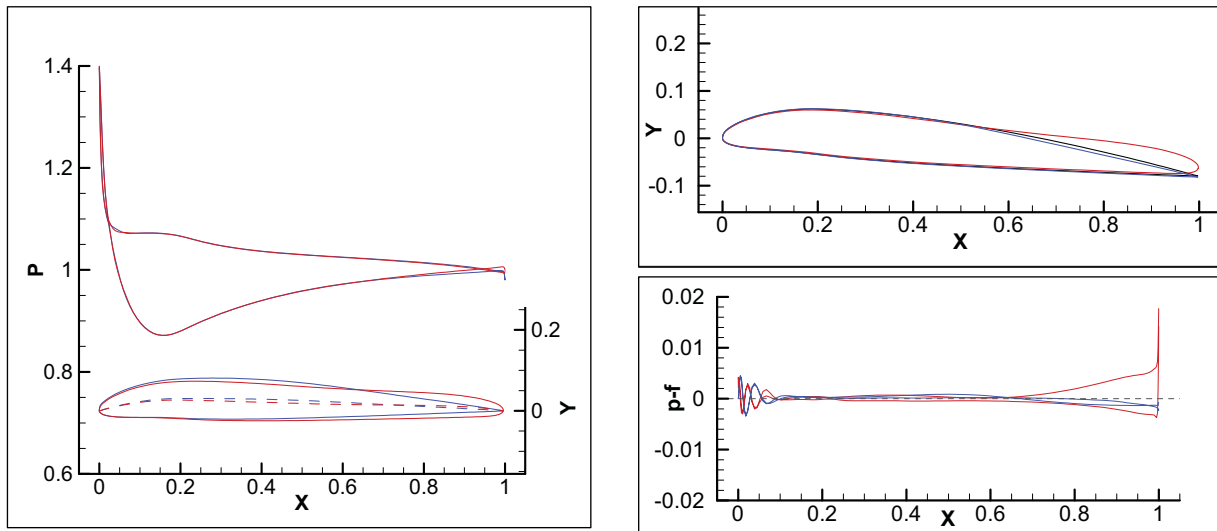
$\|e\| = \|\psi_{\text{vysl}} - \psi_{\text{NACA4412}}\|_2$ , rozdíl zadaného a vypočteného tlaku podél tělivity (normované hodnoty)

### Příklad 2

Jedná se o laminární proudění s malým Reynoldsovým číslem  $Re = 1000$ ,  $M_\infty = 0,6$ . Výchozí rozložení získáno obtékáním profilu NACA3210 (úhel náběhu  $4,56^\circ$ ). Úloha je počítána nejprve bez korekce vazkosti a poté s korekcí založené na Pohlhausenově metodě pro výpočet tloušťky mezní vrstvy [5]. Z výsledků (Obr. 2) je patrné, že pro nízká Reynoldsova čísla korekce velmi napomáhá řešení.

## Závěr

Bylo popsáno rozšíření metody pro nalezení tvaru profilu na základě zadaného rozložení tlaku pomocí kontraktivního operátoru, nově i pro vazké turbulentní proudění.



Obr. 2 Rozložení tlaku a výsledný tvar profilu, výchozí a vypočtené profily (červený – bez korekce, modrý – s korekcí, černý – NACA3210), rozdíl zadaného a vypočteného tlaku podél tělvy (normované hodnoty)

Práce byla napsána za podpory grantu MSM 0001066902 Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy České republiky.

## Literatura:

- [1] Feistauer M., Felcman J., Straškraba I.: *Mathematical and Computational Methods for Compressible Flow*; Clarendon Press, Oxford, 2003
- [2] Kok J. C.: *Resolving the Dependence on Freestream Values for the  $k-\omega$  Turbulence Model*; AIAA Journal Vol. 38, No. 7, July 2000
- [3] Pelant J.: *Inverse Problem for Two-dimensional Flow around a Profile*; Report No. Z-69, VZLÚ, Prague, 1998
- [4] Saad Y.: *Iterative Methods for Sparse Linear Systems, 2nd ed.*; SIAM, 2003
- [5] Šimák J., Pelant J.: *Solution of an Airfoil Design Problem With Respect to a Given Pressure Distribution for a Viscous Laminar Flow*; Report No. R-4186, VZLÚ, Prague, 2007
- [6] Wilcox D. C.: *Turbulence Modeling for CFD, 2nd ed.*; DCW Industries Inc., 1998



# Metoda semiGLS pro stabilizaci MKP v analýze nestlačitelného proudění

**Ing. Jakub Šístek, Prof. RNDr. Pavel Burda, CSc., RNDr. Jaroslav Novotný, Ph.D.**

V práci se zabýváme řešením nestlačitelného vazkého proudění popsaného systémem Navierových-Stokesových rovnic metodou konečných prvků. Ta může trpět nestabilitou řešení při zvýšení Reynoldsova čísla a tedy zhroucením výpočtu. V práci je představena metoda stabilizace semiGLS, která rozšiřuje aplikovatelnost MKP pro vyšší Reynoldsova čísla, než která je možné řešit prostou Galerkinovou metodou. Metoda je aplikována na 2D analýzu proudu v okolí profilu NACA 0012 při vysokém úhlu náběhu.

## Úvod

Pro analýzu vazkého nestlačitelného proudění se dobře hodí metoda konečných prvků (MKP). Použijeme-li však standardní MKP na nestlačitelné Navierovy-Stokesovy rovnice, diskretizovaná úloha může trpět ztrátou stability, která se projeví zhroucením výpočtu. Zdroje nestabilit mohou být dva:

- použití konečných prvků s nevhodnou kombinací stupně aproximace pro rychlosti a tlaky
- vysoké Reynoldsovo číslo

V prvním případě se jedná o porušení tzv. Babuškovy-Brezziho (BB) podmínky stability, která vylučuje nevhodné kombinace aproximace rychlosti a tlaku. V naší práci používáme Taylorovy-Hoodovy konečné prvky, které tuto podmínku splňují, a zaměříme se na ztrátu stability při vyšších Reynoldsových číslech, která jsou však zajímavá z praktického hlediska.

Pro řešení obou zmíněných problémů lze užít nějakou formu tzv. stabilizace MKP. Mezi dnes nejznámější metody pro proudění patří metoda Streamline-Upwind Petrov Galerkin (SUPG) a metoda Galerkin/Least Squares (GLS) představené v článku [8]. Vedle výhod, které užití stabilizace přináší, má její užití i nevýhody v podobě určité ztráty přesnosti výpočtu.

V článku je představena metoda semiGLS, která vznikla modifikací metody GLS pro použití konečných prvků splňujících BB podmínku stability. Metoda je aplikována na analýzu proudového pole v okolí profilu NACA 0012 při vysokém úhlu náběhu. Nepřesnost, kterou do úlohy stabilizace vnáší, je analyzována pomocí a posteriorních odhadů chyby.

## Matematický model

Uvažujeme proudění viskózní nestlačitelné tekutiny ve dvourozměrné oblasti  $\Omega$ . Toto proudění je popsáno systémem Navierových-Stokesových parciálních diferenciálních rovnic doplněných rovnicí kontinuity ve tvaru

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nu \Delta \mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{f} \quad \text{v } \Omega \times [0, T], \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{v } \Omega \times [0, T], \quad (2)$$

kde

- $\mathbf{u}$  je vektor rychlosti proudu,
- $t$  je čas,
- $p$  je tlak normovaný konstantní hustotou,
- $\nu$  je kinematická viskozita tekutiny,
- $\mathbf{f}$  je vektor intenzity vnějších sil na jednotku hmoty.

Systém rovnic (1)-(2) je doplněn dvěma typy okrajových podmínek:

Dirichletovu okrajovou podmínkou

$$\mathbf{u} = \mathbf{g} \quad \text{na } \partial\Omega_g \times [0, T], \quad (3)$$

pro předepsání rychlosti na vstupu a na stěně, a tzv. "do nothing" okrajovou podmínkou

$$-\nu(\nabla \mathbf{u})\mathbf{n} + p\mathbf{n} = \mathbf{0} \quad \text{na } \partial\Omega_{dn} \times [0, T], \quad (4)$$

na výstupu. Zde  $\mathbf{g}$  je předepsaná hodnota rychlosti. Pro nestacionární úlohu je dále uvažována počáteční podmínka

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \quad \text{v } \Omega, \quad t = 0, \quad (5)$$

kde  $\mathbf{u}_0$  je počáteční rychlostní pole. V případě stacionární úlohy zmizí z uvedených rovnic závislost na čase a časová derivace.

Pro odvození slabé formulace nejprve zavedeme následující prostory funkcí

$$V_g = \left\{ \mathbf{v} = (v_1, v_2)^T \mid \mathbf{v} \in [H^1(\Omega)]^2; \mathbf{Tr} v_i = g_i, i = 1, 2 \right\},$$

$$V = \left\{ \mathbf{v} = (v_1, v_2)^T \mid \mathbf{v} \in [H_0^1(\Omega)]^2 \right\},$$

kde  $H^1(\Omega)$  a  $H_0^1(\Omega)$  jsou obvyklé Sobolevovy prostory funkcí (popsané např. v [1]).

Smíšenou slabou formulaci úlohy získáme přenásobením rovnice (1) testovací funkcí  $\mathbf{v}$  z  $V$  a rovnice (2) testovací funkcí  $\psi$  z  $L_2(\Omega)$ , integrací rovnic přes oblast  $\Omega$  a aplikací Greenovy věty na třetí a čtvrtý člen rovnice (1) a na rovnici (2). Zde  $L_2(\Omega)$  je Lebesgueův prostor s kvadrátem integrovatelných funkcí.

Slabá formulace Navierova-Stokesova problému tedy zní nalézt řešení  $\mathbf{u}$  z  $V_g$  a  $p$  z  $L_2(\Omega)$ , které vyhovuje integrálním vztahům

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} d\Omega + \nu \int_{\Omega} \nabla \mathbf{u} : \nabla \mathbf{v} d\Omega - \int_{\Omega} p \nabla \cdot \mathbf{v} d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} d\Omega, \quad (6)$$

$$\int_{\Omega} \psi \nabla \cdot \mathbf{u} d\Omega = 0, \quad (7)$$

$$\mathbf{u} - \mathbf{u}_g \in V, \quad (8)$$

pro všechna  $\mathbf{v}$  z  $V$  a  $\psi$  z  $L_2(\Omega)$ .

## Taylorovy-Hoodovy konečné prvky

Úlohu (6)-(8) diskretizujeme pomocí tzv. metody přímek, tedy nejprve v prostoru a následně v čase. Pro prostorovou diskretizaci uijeme Taylorových-Hoodových konečných prvků, které aproximují rychlost na každém prvku polynomem druhého stupně a tlak lineárním polynomem. O této kombinaci je známo, že splňuje Babuškovu-Breziho podmínku stability. Výsledné funkce jsou spojité na  $\Omega$ .

Prostorovou diskretizací pomocí konečných prvků tedy dostáváme semi-diskrétní úlohu (diskrétní v prostoru, spojitou v čase)

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{u}_h}{\partial t} \cdot \mathbf{v}_h d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{u}_h \cdot \nabla) \mathbf{u}_h \cdot \mathbf{v}_h d\Omega + \nu \int_{\Omega} \nabla \mathbf{u}_h : \nabla \mathbf{v}_h d\Omega - \int_{\Omega} p_h \nabla \cdot \mathbf{v}_h d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}_h d\Omega, \quad \forall \mathbf{v}_h \in V_h, \quad (9)$$

$$\int_{\Omega} \psi_h \nabla \cdot \mathbf{u}_h d\Omega = 0, \quad \forall \psi_h \in Q_h, \quad (10)$$

$$\mathbf{u}_h - \mathbf{u}_{gh} \in V_h. \quad (11)$$

kde

$$\mathbf{u}_h \in V_{gh} \subset V_g, \mathbf{v}_h \in V_h \subset V, p_h, \psi_h \in Q_h \subset L_2(\Omega).$$

V případě časově závislé úlohy dále uvažujeme diskretizaci časové derivace pomocí Eulerovy zpětné diference, což vede na soustavu nelineárních rovnic v každé časové vrstvě. Pro řešení této soustavy je použita Newtonova metoda.

## Stabilizovaná metoda semiGLS

Metoda stabilizace semiGLS byla odvozena v článku [3] a dále analyzována v článku [4]. Jak název napovídá, jejím základem je metoda Galerkin/Least Squares, jejíž rozšíření na problémy nestlačitelného proudění bylo uvedeno v článku [5]. Oproti tomuto článku však není uvažována stabilizace rovnice kontinuity.

Podstatou stabilizované metody semiGLS je namísto problému (9)-(11) řešit modifikovaný problém

$$B_{sGLS}(\mathbf{u}_h, p_h; \mathbf{v}_h, \psi_h) = L_{sGLS}(\mathbf{v}_h, \psi_h), \quad \forall \mathbf{v}_h \in V_h, \quad \forall \psi_h \in Q_h, \quad (12)$$

$$\mathbf{u}_h - \mathbf{u}_{gh} \in V_h, \quad (13)$$

kde

$$\begin{aligned} B_{sGLS}(\mathbf{u}_h, p_h; \mathbf{v}_h, \psi_h) &\equiv \int_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{u}_h}{\partial t} \cdot \mathbf{v}_h d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{u}_h \cdot \nabla) \mathbf{u}_h \cdot \mathbf{v}_h d\Omega + \\ &+ \nu \int_{\Omega} \nabla \mathbf{u}_h : \nabla \mathbf{v}_h d\Omega - \int_{\Omega} p_h \nabla \cdot \mathbf{v}_h d\Omega + \int_{\Omega} \psi_h \nabla \cdot \mathbf{u}_h d\Omega + \\ &+ \sum_{K=1}^N \int_{T_K} \left[ \frac{\partial \mathbf{u}_h}{\partial t} + (\mathbf{u}_h \cdot \nabla) \mathbf{u}_h - \nu \Delta \mathbf{u}_h + \nabla p_h \right] \cdot \tau [(\mathbf{u}_h \cdot \nabla) \mathbf{v}_h - \nu \Delta \mathbf{v}_h + \nabla \psi_h] d\Omega, \end{aligned}$$

$$L_{sGLS}(\mathbf{v}_h, \psi_h) \equiv \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}_h d\Omega + \sum_{K=1}^N \int_{T_K} \mathbf{f} \cdot \tau [(\mathbf{u}_h \cdot \nabla) \mathbf{v}_h - \nu \Delta \mathbf{v}_h + \nabla \psi_h] d\Omega.$$

Zde jsou k formulaci (9)-(11) přidány stabilizační členy (součty přes všechny prvky), které napomáhají stabilitě řešení. Vyskytuje se v nich residuál klasické formulace rovnice (1), který pro přesné řešení vymizí. Zde  $\tau$  je tzv. stabilizační parametr určený na základě článku [6] jako

$$\tau = \frac{\xi(\text{Re}_K(\mathbf{x}))}{\sqrt{\lambda_K} |\mathbf{u}(\mathbf{x})|_2}, \quad (14)$$

kde

$$\begin{aligned} \text{Re}_K(\mathbf{x}) &= \frac{|\mathbf{u}(\mathbf{x})|_2}{4\sqrt{\lambda_K}\nu}, \\ \xi(\text{Re}_K(\mathbf{x})) &= \begin{cases} \text{Re}_K(\mathbf{x}), & 0 \leq \text{Re}_K(\mathbf{x}) < 1 \\ 1, & \text{Re}_K(\mathbf{x}) \geq 1 \end{cases}, \\ \lambda_K &= \max_{0 \neq \mathbf{v} \in (R_2(T_K)/\mathbb{R})^2} \frac{\|\Delta \mathbf{v}\|_{0,T_K}^2}{\|\nabla \mathbf{v}\|_{0,T_K}^2}, \\ |\mathbf{u}(\mathbf{x})|_2 &= \left( \sum_{i=1}^2 |u_i(\mathbf{x})|^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Parametr  $\lambda_K$  je na každém prvku určen jako nejvyšší vlastní číslo problému

$$(\Delta \mathbf{w}, \Delta \mathbf{v}) = \lambda_K (\nabla \mathbf{w}, \nabla \mathbf{v}), \quad \forall \mathbf{v} \in (R_2(T_K)/\mathbb{R})^2. \quad (15)$$

Při použití stabilizace platíme za možnost získat řešení sníženou přesností výpočtu. Abychom mohli alespoň kvantifikovat tuto ztrátu, využíváme a posteriorních odhadů chyby MKP popsané v [2] a [4].

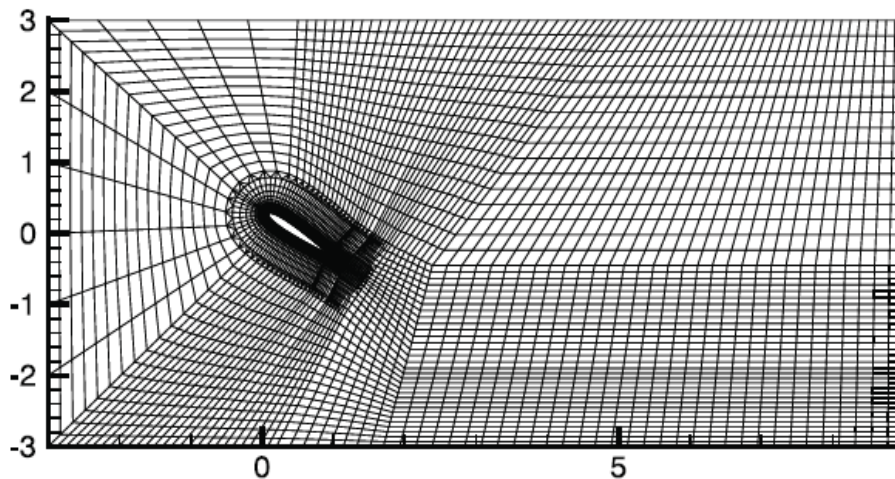
## Numerické výsledky

Metoda semiGLS byla aplikována na analýzu proudového pole v okolí profilu NACA 0012 při úhlu náběhu  $34^\circ$ . Výpočtová síť je zobrazena na obrázcích 1 a 2.

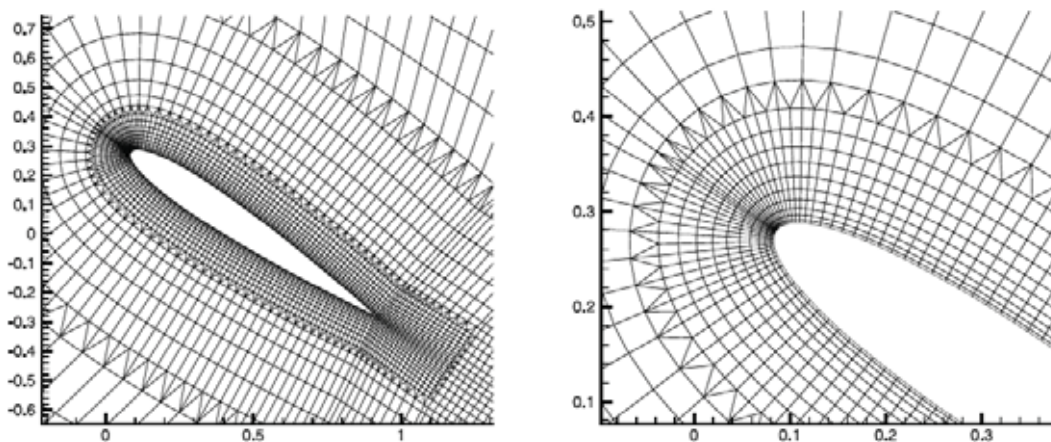
Nejprve byla řešena stacionární úloha, u které bylo sníženo Reynoldsovo číslo na hodnotu 100 z důvodu existence fyzikálně stabilního řešení. Na obrázku 3 jsou zobrazeny proudnice a izolinie tlaku. Z obrázku 4 je pak patrné rozšíření oblasti se zvýšenou chybou v porovnání s metodou bez stabilizace. Stupnice odpovídá relativní odchylce řešení na prvku v procentech. Toto zvýšení bylo v obrázku zvýrazněno, ve skutečnosti však je přijatelné.

Dále byla řešena úloha nestacionární při Reynoldsově čísle 1.000, pro které jsou získané výsledky pro několik časů porovnány s článkem [7] v několika časových vrstvách na obrázcích 5-8. Z obrázků je patrná velmi dobrá shoda.

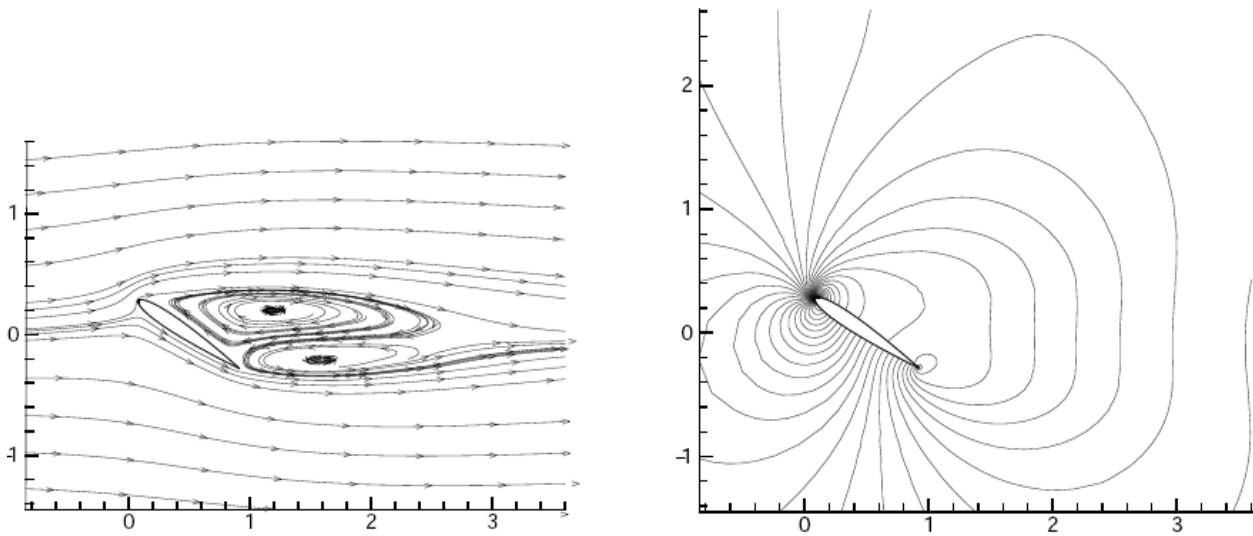
Nakonec bylo Reynoldsovo číslo zvýšeno na 100.000. Výsledky této analýzy v několika časových vrstvách jsou prezentovány na obrázcích 9-11.



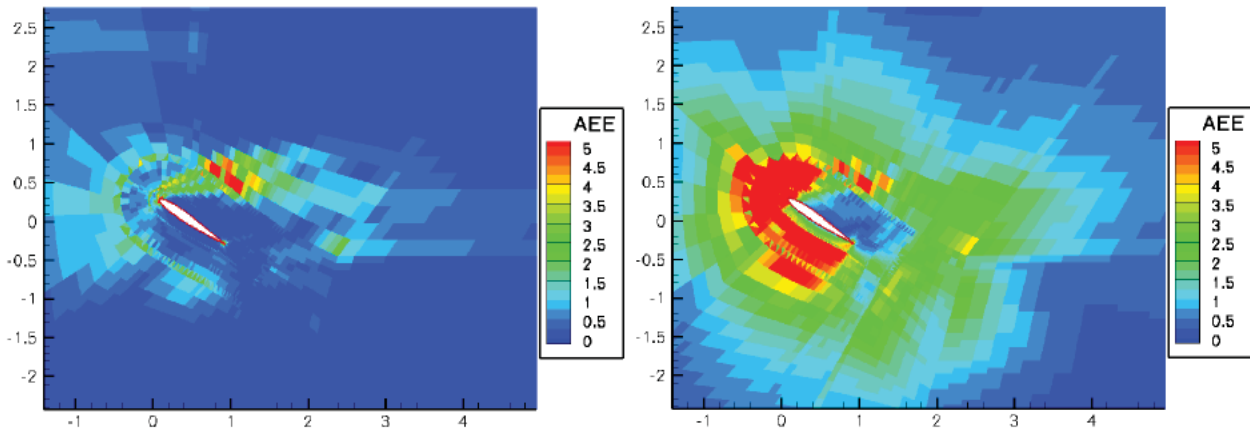
Obrázek 1: Výpočtová síť okolo profilu NACA 0012, úhel náběhu  $34^\circ$



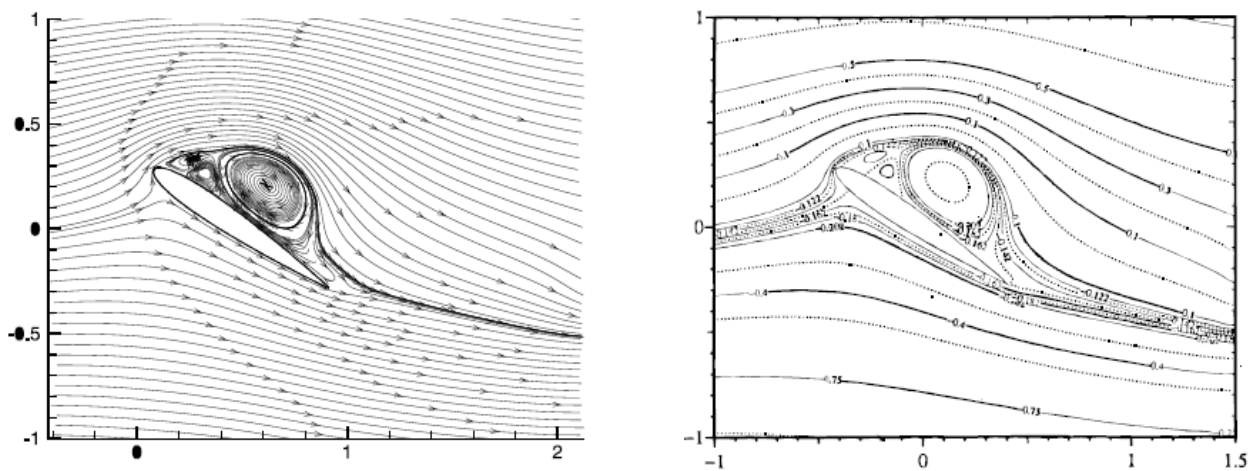
Obrázek 2: Výpočtová síť okolo profilu NACA 0012 – detail



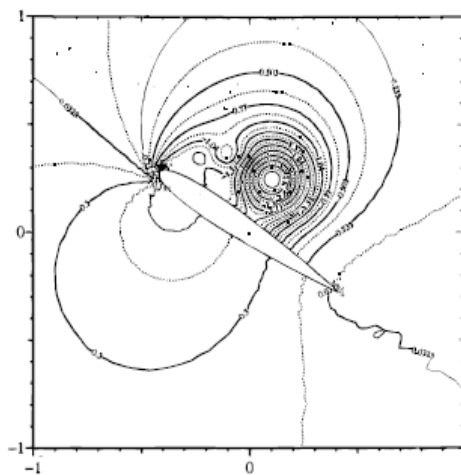
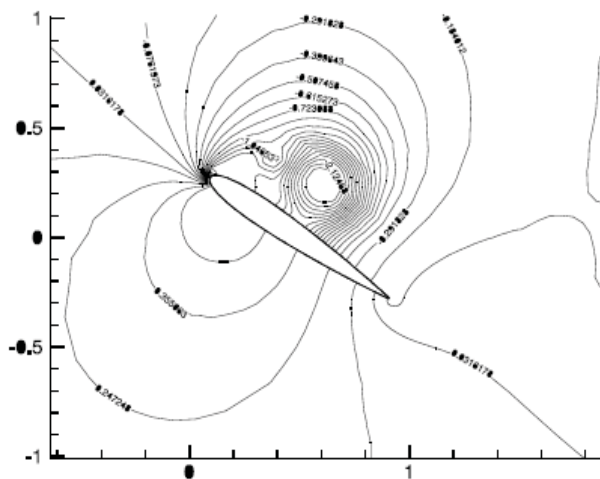
Obrázek 3: Proudnice (vlevo) a kontury tlaku (vpravo),  $Re = 100$



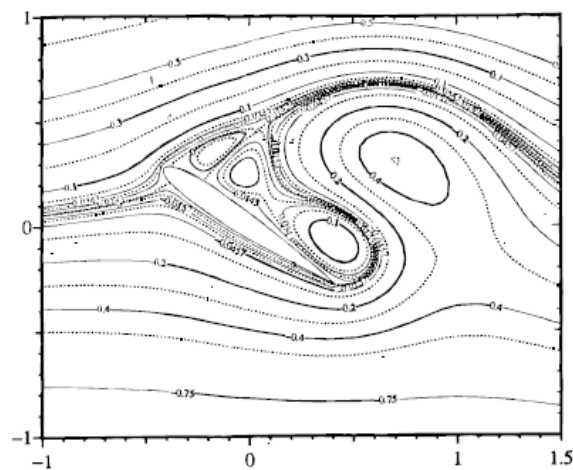
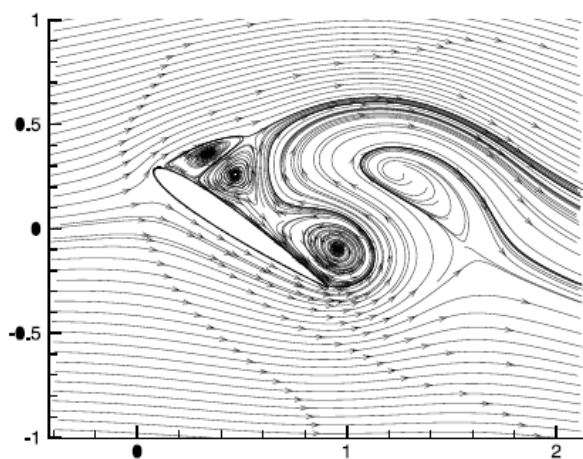
Obrázek 4: A posteriorní odhad chyby na prvcích bez stabilizace (vlevo) a metodou semiGLS (vpravo),  $Re = 100$



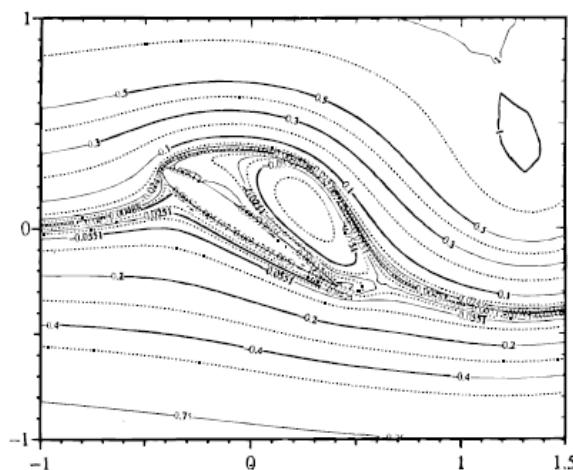
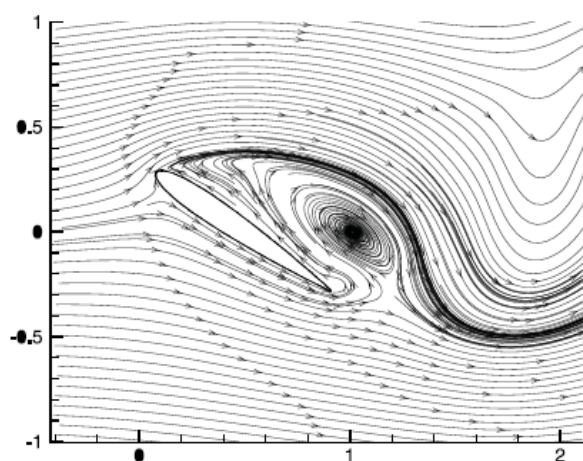
Obrázek 5: Proudnice semiGLS (vlevo) a podle [7] (vpravo), čas 1,6 s,  $Re = 1.000$



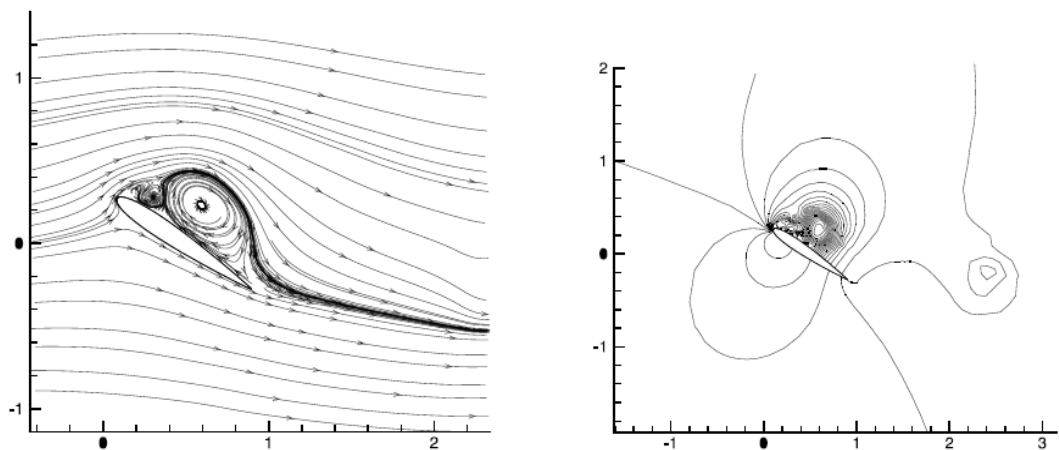
Obrázek 6: Izolinie tlaku semiGLS (vlevo) a podle [7] (vpravo), čas 1,6 s,  $Re = 1.000$



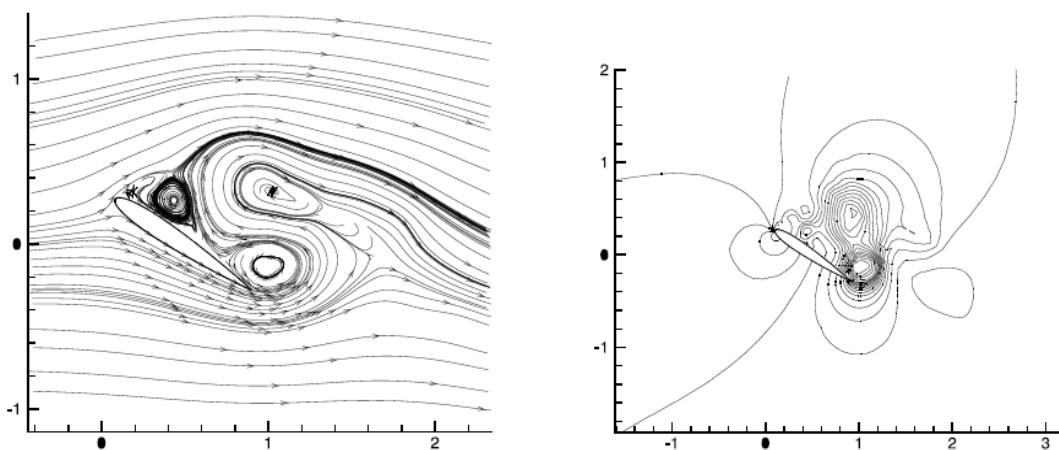
Obrázek 7: Proudnice semiGLS (vlevo) a podle [7] (vpravo), čas 3,6 s,  $Re = 1.000$



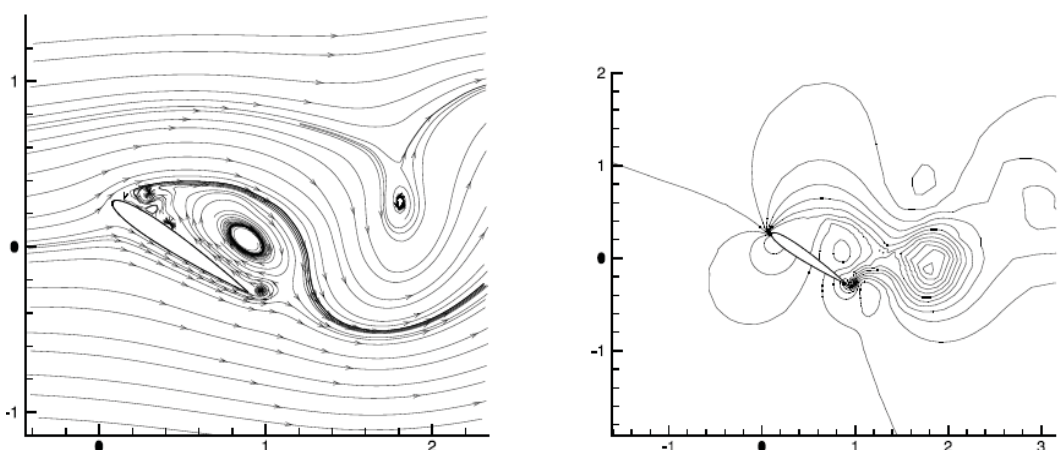
Obrázek 8: Proudnice semiGLS (vlevo) a podle [7] (vpravo), čas 6 s,  $Re = 1.000$



Obrázek 9: Proudnice (vlevo) a izolinie tlaku (vpravo) metódou semiGLS, čas 1,6 s,  $Re = 100.000$



Obrázek 10: Proudnice (vlevo) a izolinie tlaku (vpravo) metódou semiGLS, čas 3,6 s,  $Re = 100.000$



Obrázek 11: Proudnice (vlevo) a izolinie tlaku (vpravo) metódou semiGLS, čas 6 s,  $Re = 100.000$



## Závěr

V článku jsme představili metodu semiGLS, modifikaci metody GLS pro stabilizaci MKP. Její použitelnost byla ověřena na řadě úloh a zde demonstrována na úloze obtékání profilu NACA 0012 ve dvou dimenzích. U všech výpočtů bylo pro dané síť dosaženo s metodou semiGLS výrazně vyššího Reynoldsova čísla, které u většiny úloh odpovídá asi dvojnásobku v porovnání s metodou bez stabilizace.

Nepřesnost, kterou do výpočtu stabilizace zanášela byla pro nižší Reynoldsovo číslo analyzována pomocí a posteriorních odhadů chyby. Ukazuje se, že rozdíl proudových polí v porovnání s metodou bez stabilizace je přijatelný.

Metoda semiGLS je nadějnou cestou pro zvýšení Reynoldsových čísel u výpočtů vazkého nestlačitelného proudění MKP pro danou síť. Přitom je výhodné stabilizaci kombinovat se zjemňováním sítě, které konvergenci metody rovněž napomáhá.

## Poděkování

Práce byla podpořena Grantovou agenturou České republiky grantem 106/08/0403, Grantovou agenturou Akademie věd České republiky grantem IAA200600801 a výzkumným záměrem MSMT6840770001.

## Literatura

- [1] Brenner, S.C., Scott, L.R.: *The mathematical theory of finite element methods*, volume 15 of *Texts in Applied Mathematics*. Springer-Verlag, New York, second edition, 2002.
- [2] Burda, P., Novotný, J., Sousedík, B.: A posteriori error estimates applied to flow in a channel with corners. *Math. Comput. Simulation*, 61(3-6):375-383, 2003. MODELLING 2001 (Pilsen).
- [3] Burda, P., Novotný, J., Šístek, J.: On a modification of GLS stabilized FEM for solving incompressible viscous flows. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 51(9-10):1001-1016, 2006.
- [4] Burda, P., Novotný, J., Šístek, J.: Accuracy of SemiGLS stabilization of FEM for solving Navier-Stokes equations and a posteriori error estimates. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 56(8):1167-1173, 2008.
- [5] Franca, L.P., Frey, S.L.: Stabilized finite element methods. II. The incompressible Navier-Stokes equations. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 99(2-3):209-233, 1992.
- [6] Franca, L.P., Madureira, A.L.: Element diameter free stability parameters for stabilized methods applied to fluids. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 105(3):395-403, 1993.

# Výpočet aerodynamických charakteristik vrtule pomocí CFD

**Ing. Pavel Klínek**

Cílem výpočtů aerodynamiky vrtule pomocí CFD je ověřit možnost predikce aerodynamických charakteristik vrtulí a určit rozsah a velikost odchylek od tunelových měření, aby bylo možné v budoucnu využívat efektivněji možnosti CFD simulací a výpočtů. Všechny tyto snahy vedou ke snížení časových i finančních nákladů na vývoj nebo úpravy vrtulí a celkově efektivnějšího využívání možností CFD softwarů.

## Aerodynamická analýza vrtulového listu větrné elektrárny

### Větrná elektrárna VZLÚ

Větrná elektrárna má dvoulistou větrnou turbínu, s průměrem rotoru 11,568m. Pracovní režim větrné elektrárny je při rychlosti větru 9 m/s, kdy rotor dosahuje 87 ot/min.

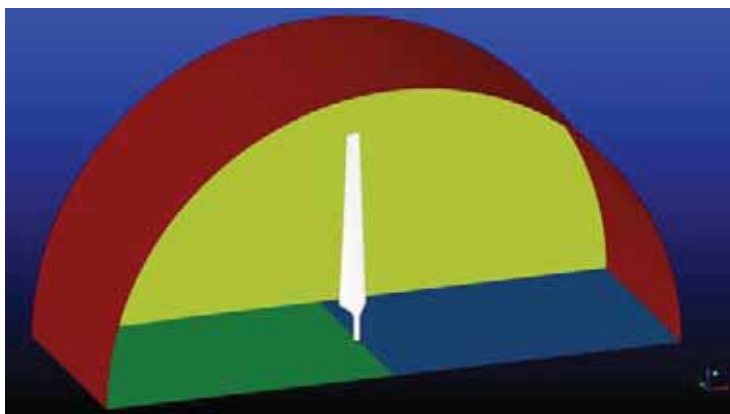
### 3D model listu vrtule

Geometrie modelu je definována deseti řezy vrtulového listu, přičemž každý řez obsahuje kolem 60 souřadnic, které definují jeho tvar. 3D model vrtulového listu byl vytvořen v CADu CATIA V4 R16. Při vytváření modelu byly zjištěny imperfekce v oblasti přechodu kruhového kořenového profilu na profil listu. Imperfekce se projeví zvlněním ploch, které byly vytvořeny v souladu s řezy listu. Z tohoto důvodu byly provedeny v této oblasti úpravy, aby bylo docíleno hladšího průběhu ploch a jejich vzájemných návazností.

Dalším zjednodušením bylo odstranění vrtulového krytu a náboje. Z hlediska aerodynamiky vrtule by bylo vhodnější zachovat tyto prvky konstrukce, ale protože primárním cílem bylo ověření možnosti spuštění výpočtu za co nejkratší možný čas, bylo od těchto dodatečných ploch upuštěno. V případě preciznějšího výpočtu by byly tyto plochy samozřejmě zachovány.

### Výpočtový prostor

Vzhledem k poměrně velikým rozměrům celého listu, byl zvolen kompromis mezi velikostí vhodné výpočtové oblasti a celkovým počtem elementů, kterými měl být výpočtový prostor vyplněn. Protože se jedná o dvoulistou vrtuli, byla využita možnost vytvoření sítě pro jednu polovinu vrtule, tedy jednoho listu, a tudíž vytvoření výpočetního prostoru v podobě půlválce.



*Obr. 1 Výpočtová doména*

Další úvahy vedly k vytvoření dostatečného prostoru kolem vrtulového listu, aby bylo možné zviditelnit pokud možno co největší prostor, který je ovlivněn rotací vrtulového listu a také aby omezený rozměr výpočtového prostoru co nejméně ovlivnil propagaci šíření změn proudění kolem listu do volného prostoru.

Aby bylo možné dodržet výše uvedené požadavky, bylo by nutné vytvořit prostor o minimálním poloměru, který by se rovnal dvojnásobku délky vrtulového listu. V reálném provedení by to znamenalo vytvořit prostor o minimálním poloměru 12 m a celkové délce půlválcové oblasti 12 m.

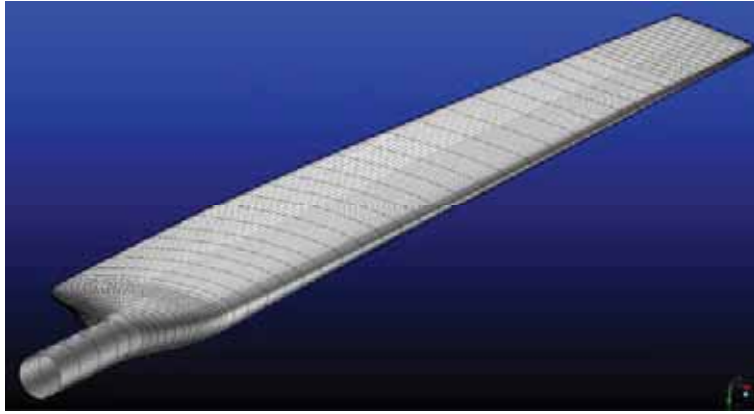
Výpočtový prostor o této velikosti by bylo nutné vyplnit poměrně velkým množstvím buněk. Z tohoto důvodu bylo přistoupeno ke zmenšení výpočtového prostoru na přijatelnou velikost. Nově zvolený poloměr výpočtového prostoru zajistil nad špičkou listu vrtule minimální velikost volného prostoru o délce 2,2 m. Celková šířka půlválcového výpočtového prostoru byla stanovena na 6 m.

### **Výpočtová síť**

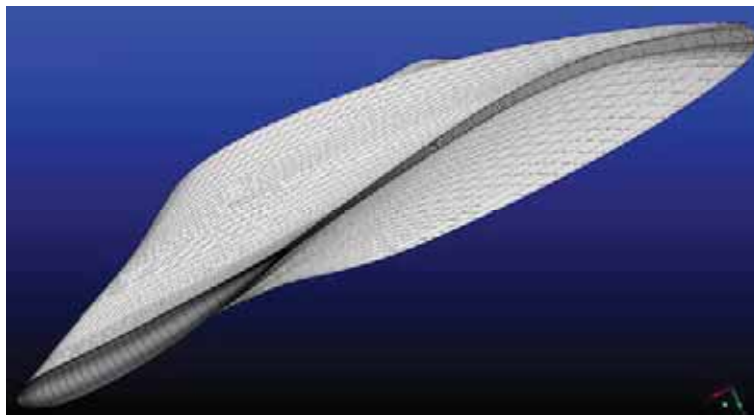
Síť je nestrukturovaná, hexahedrální. Koncepce sítě je založena na vnitřní síti, která obklopuje blízké okolí vrtulového listu a je tvořena bloky, které vytvářejí kolem listu deformovaný šestihranný hranol. Deformace hranolu kopíruje zkroucení listu. Veškeré deformace sítě, spojené s natáčením jednotlivých řezů vrtulového listu, jsou uzavřeny v této oblasti a do volného prostoru pak již vstupují více méně pravidelné hexahedrální elementy, které plynule navazují na šestiboký hranol, který obklopuje samotný vrtulový list. Uvnitř tohoto bloku je vytvořena síť v těsné blízkosti povrchu listu, která je řešena s ohledem na mezní vrstvu.

Problematické partie v oblasti špičky byly řešeny pomocí několika O-GRIDŮ, kterými bylo docíleno plynulé návaznosti sítě v oblasti koncového oblouku špičky vrtulového listu a přechodu tohoto oblouku na tupou odtokovou hranu.

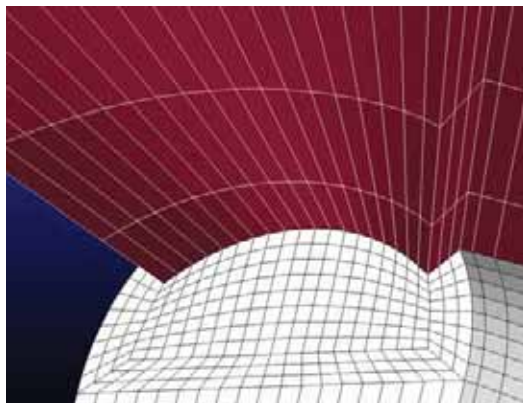
Celkový počet buněk se ustálil na hodnotě 1 039 590 elementů. Při vytváření sítě byly uplatněny periodické podmínky v rovině řezu půlválce. Síť byla vytvořena v programu ANSYS ICEM 10.0.



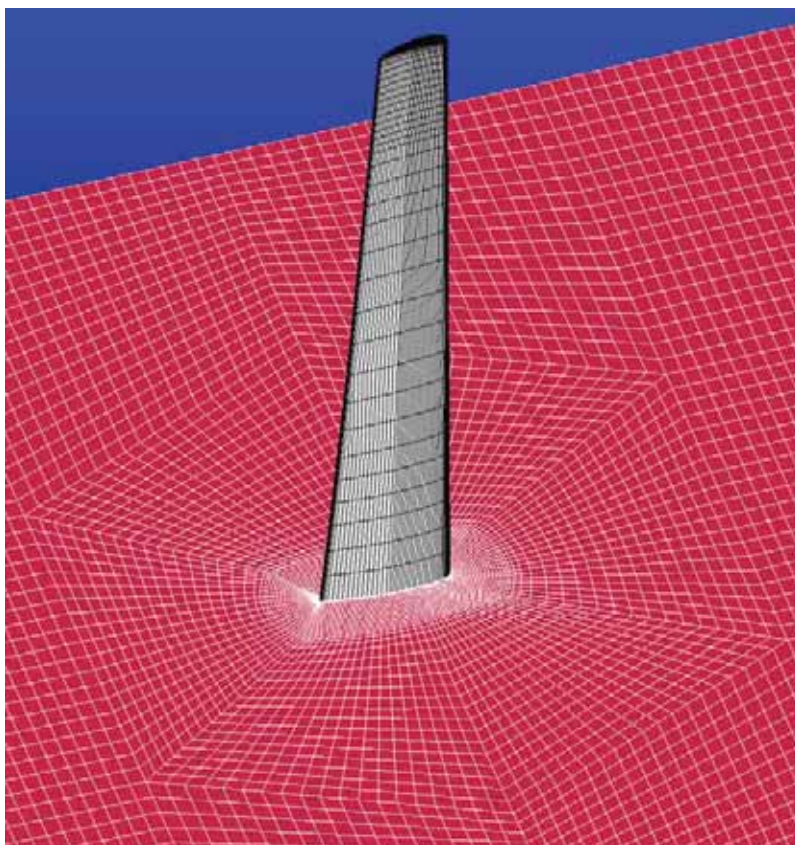
*Obr. 2 Síť na sací straně vrtulového listu*



*Obr. 3 Síť na špičce vrtulového listu*



*Obr. 4 Síť na odtokové hraně špičky vrtule*



*Obr. 5 Síť kolem vrtulového listu v obecném řezu*

### **Nastavení parametrů a okrajových podmínek**

Plocha, kterou vstupuje proud vzduchu (směr větru) a plocha oblouku půlválce je charakterizována jako Velocity Inlet, plochy v rovině řezu jsou definovány jako Periodicity a plocha, kudy vychází proud vzduchu ven z oblasti, je definována jako Pressure Outlet.

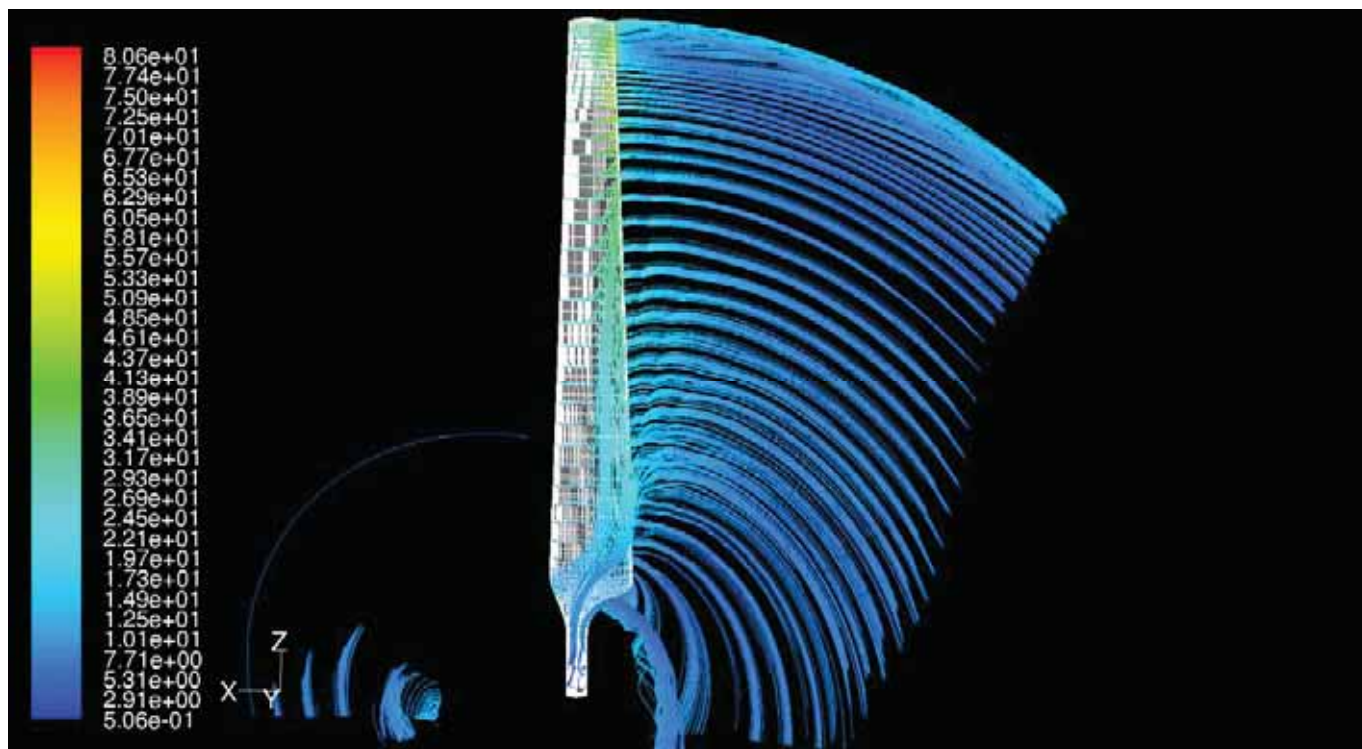
Výpočet byl proveden stacionárně, pro nestlačitelné proudění a pro standardní pracovní podmínky větrné turbíny, tedy rychlost proudu odpovídala rychlosti větru 9 m/s. Rychlost otáček 87 ot/min odpovídala pracovním otáčkám při dané rychlosti proudu vzduchu. Model turbulence K-Epsilon, Standard Wall Function. K výpočtu byl využit program FLUENT 6.1.22

### **Výsledky výpočtu a zhodnocení**

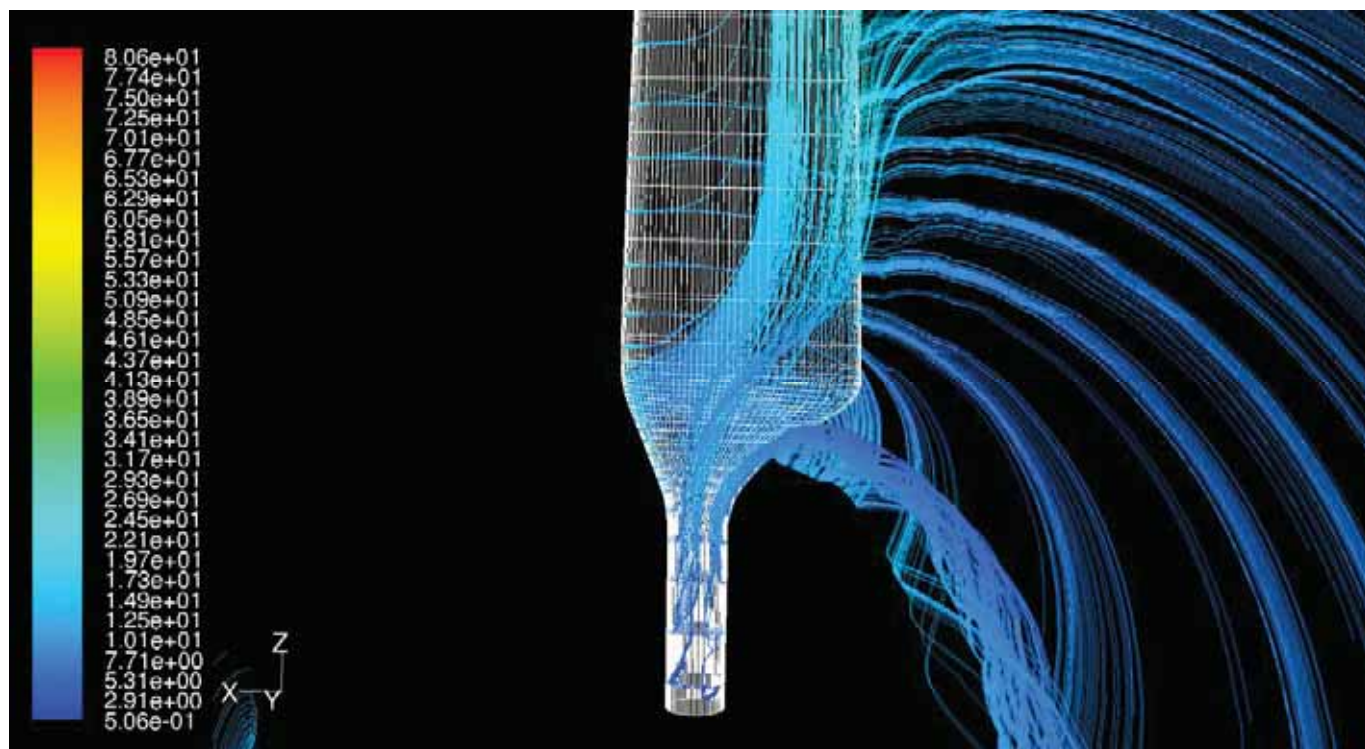
Získané výsledky mají spíše informativní charakter. Byla provedena kontrola chování proudu kolem vrtulového listu (tvar proudnic) a rozložení tlaku a vektorů rychlosti kolem vybraných řezů vrtulového listu.

Výsledné proudové pole kolem listu a za listem bylo konfrontováno s výsledky výpočtů jiného výpočtářského týmu (viz prezentace Aerodynamic Study, GE Wind Energy Aerodynamics, str. 7) a bylo s uspokojením konstatováno, že bylo dosaženo

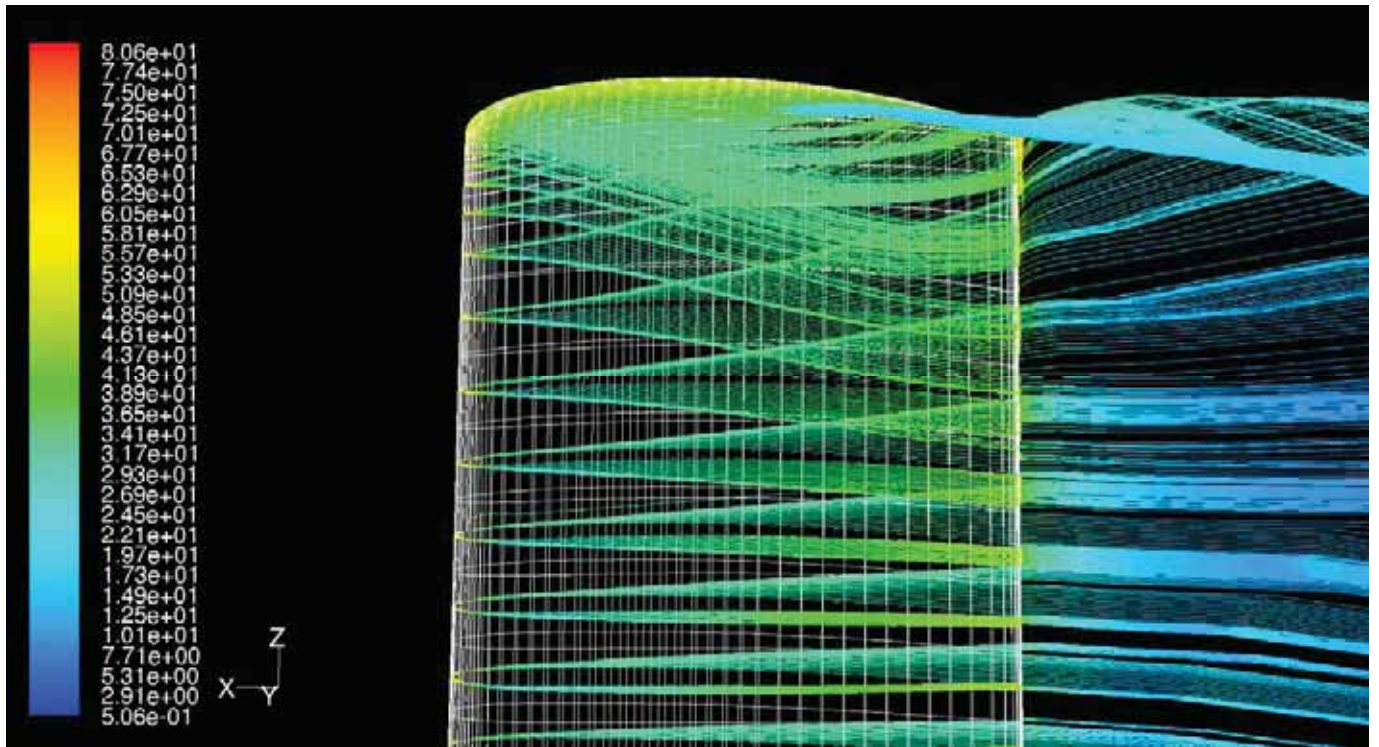
obdobných výsledků. Dále byl tento projekt pozastaven a úsilí bylo zaměřeno na následující projekt.



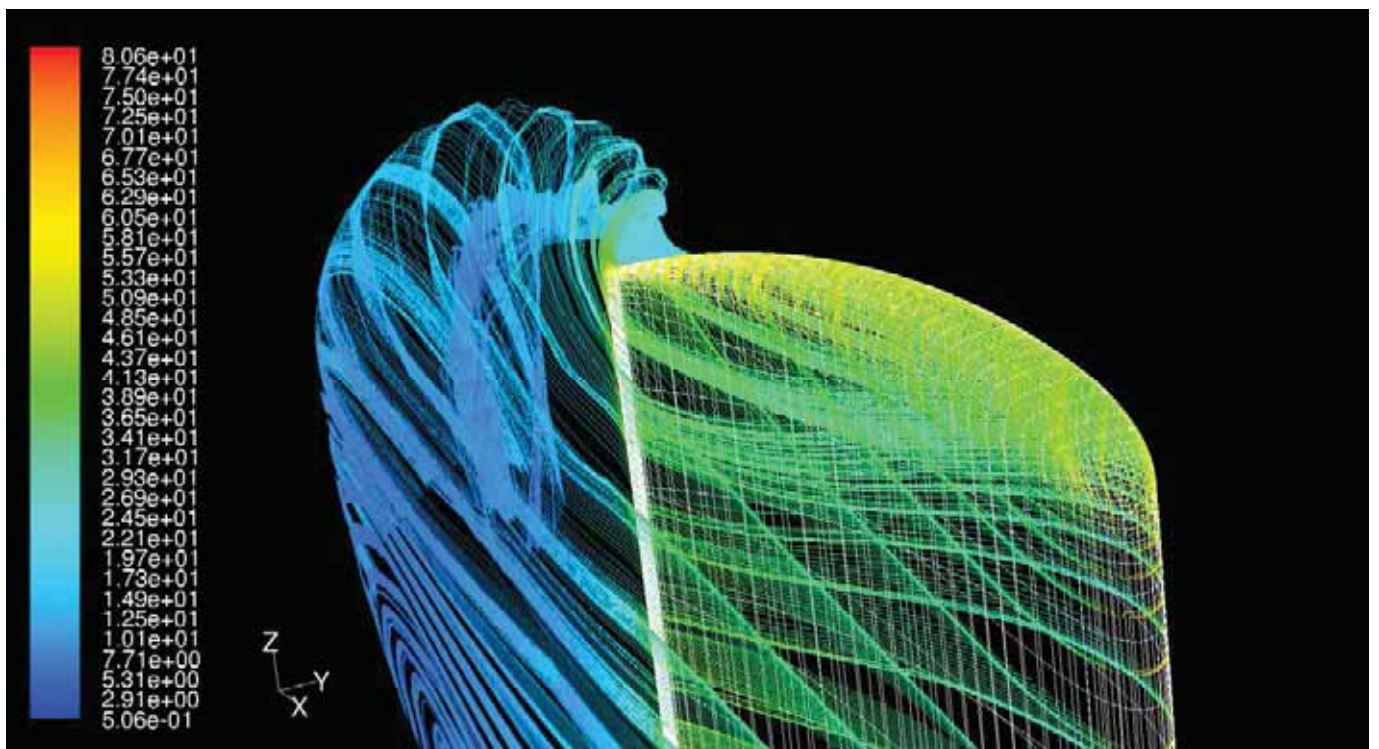
Obr. 6 Proudnice kolem listu z pohledu sací strany



Obr. 7 Detail proudnic u kořene listu z pohledu sací strany



Obr. 8 Detail proudnic na špičce listu z pohledu sací strany



Obr. 9 Detail proudnic na špičce listu z pohledu tlakové strany

# Aerodynamická analýza vrtulového listu vrtule V48model

## Vrtule V48model

Vrtule s označením V48model, je zmenšeninou vrtule V48. Tato zmenšenina, nebo-li model, je využit pro měření aerodynamických charakteristik vrtule na dynamometru v aerodynamickém tunelu VZLÚ, a.s.

Koncepčně se jedná o šestilistou vrtuli, která byla optimalizována z hlediska hlučnosti a výkonu pro pohon dvoumotorového letounu.

## 3D model listu vrtule

Kompletní model pro výpočet se skládá z kompletní vrtule umístěné na dynamometru. Model listu vrtule byl vytvořen pomocí deseti řezů listu. Tvar listu nemusel být výrazněji upravován. Vrtulový kryt a dynamometr byly vytvořeny rotační tvůrčí křivky kolem osy souměrnosti.

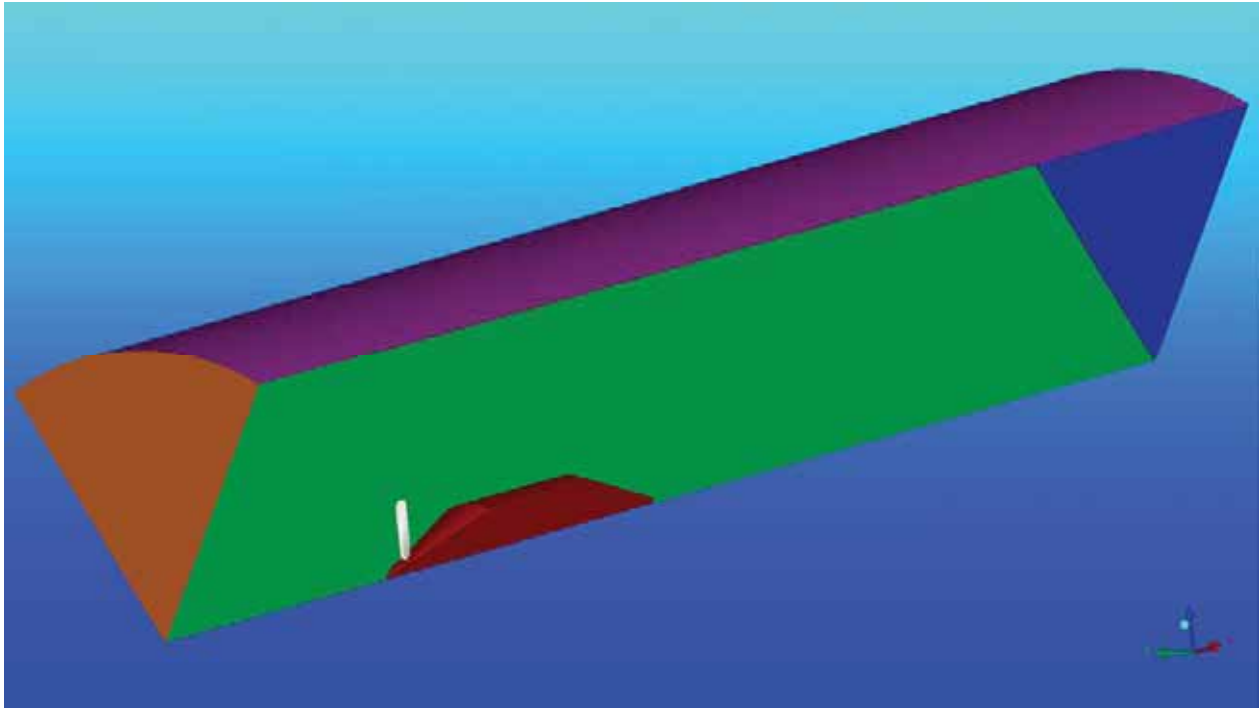
Opět byla využita možnost použití periodických podmínek a proto byl celkový model zjednodušen na jednu šestinu kruhové výseče. Výseč prošla úpravou v místě osy rotace. Důvodem jsou problémy spojené s vytvořením hexahedrální sítě v místech, které tvoří trojúhelníkové klíny nebo tvary, blížící se trojúhelníkovým tvarům. Z tohoto důvodu byla vytvořena válcová plocha o malém poloměru respektující osu rotace vrtule a touto plochou byla kruhová výseč oříznuta.

## Výpočtový prostor

Celková délka modelu, tedy od špičky vrtulového krytu až po koncovou část dynamometru, činí 3,2 m. Délka volného prostoru před špičkou vrtulového krytu je 2,6 m a délka volného prostoru za dynamometrem je 6,1 m.

Poloměr domény je 2 m, měřeno od osy rotace. Volný prostor nad špičkou vrtule je tedy 1,5 m, což je trojnásobek délky listu vrtule.





Obr. 10 Výpočtová doména

### Výpočtová síť

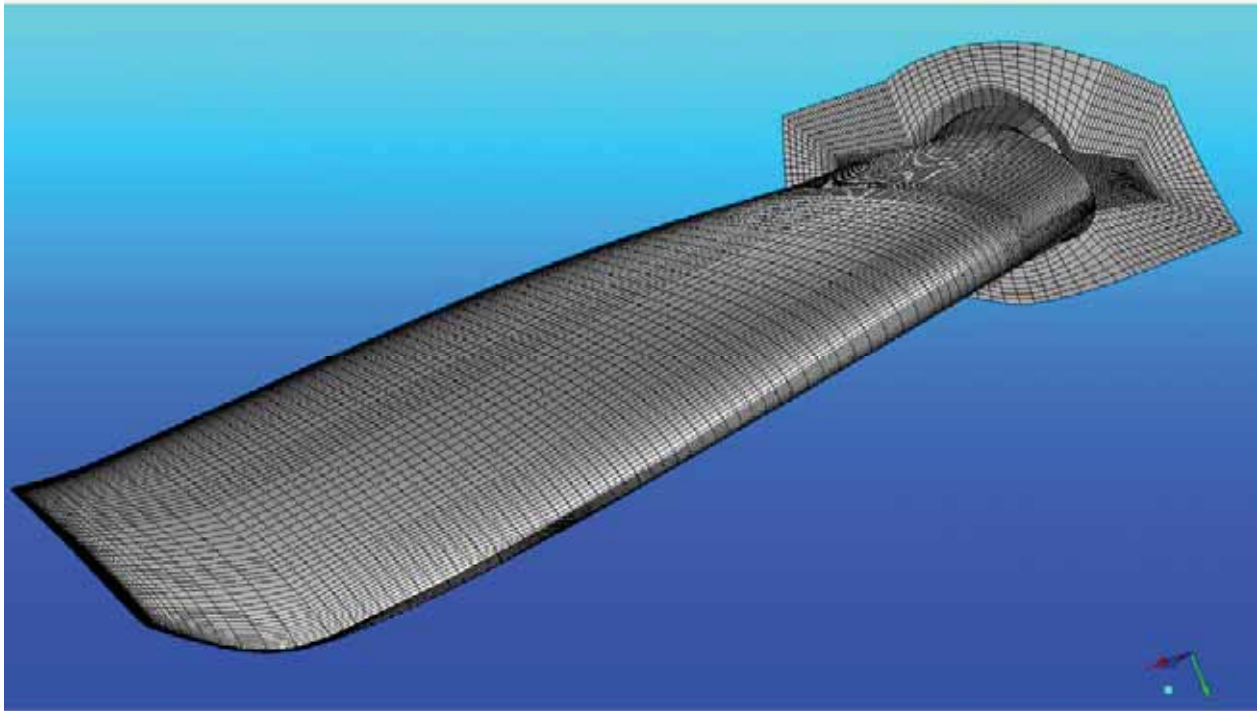
Řešení sítě je obdobné jako u předchozího případu. Rozdíl je ale v tom, že list větrné elektrárny není tolik zkroucený jako list vrtule V48model. Dalším podstatným rozdílem je natočení samotného listu vůči nabíhajícímu proudu.

U větrné elektrárny byl list natočen prakticky kolmo vůči nabíhajícímu proudu vzduchu a díky mírnému zkroucení jednotlivých řezů celého listu nedocházelo k velikým deformacím elementů sítě.

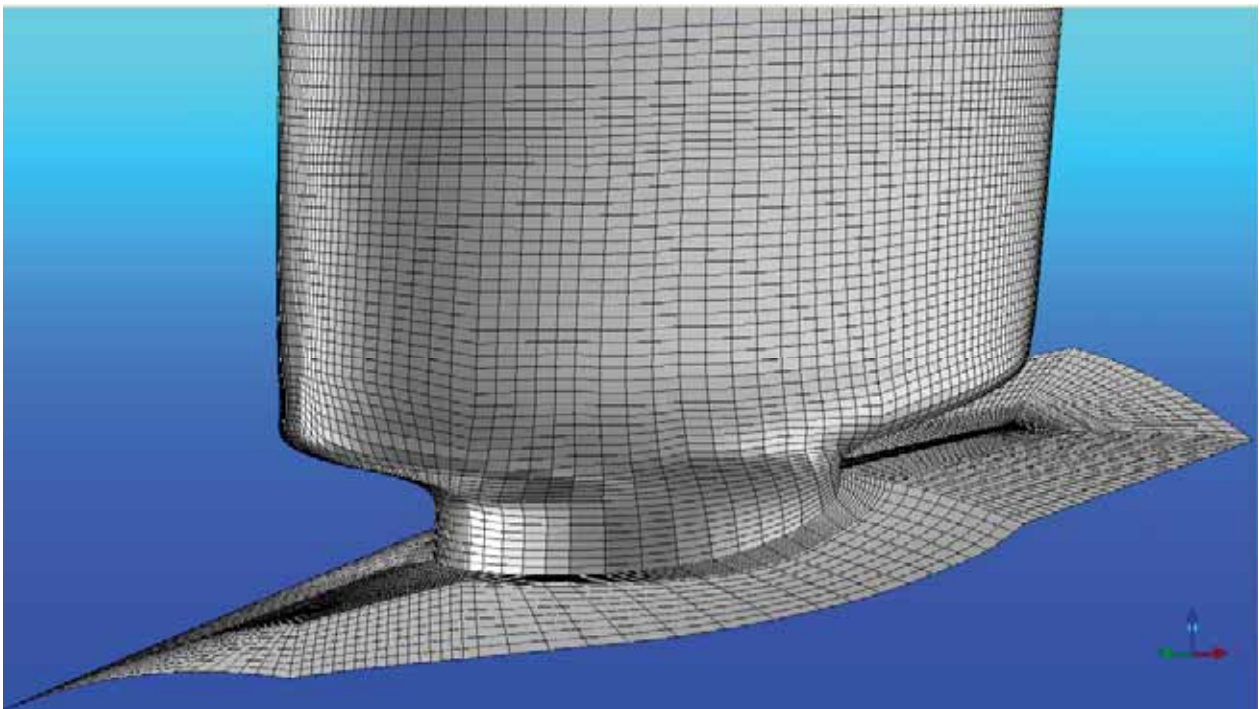
U vrtulového listu vrtule V48model je zkroucení listů natolik výrazné, že bylo nutné vytvořit kolem listu několik vrstev bloků, jejichž úpravou bylo možné snížit deformace elementů na přijatelnou úroveň.

Kromě výše uvedeného rozdílu, je celková koncepce vytvořené sítě velmi podobná koncepci, která byla použita při síťování modelu vrtulového listu větrné elektrárny. Stručně shrnuto, byl využit blok, který tvoří šestihranný hranol, kopírující list vrtule. Na tento blok je napojena síť celé výpočtové domény a tento blok slouží k oddělení výrazně deformované sítě v blízkosti vrtulového listu a sítě, která vyplňuje zbývající výpočtový prostor domény.

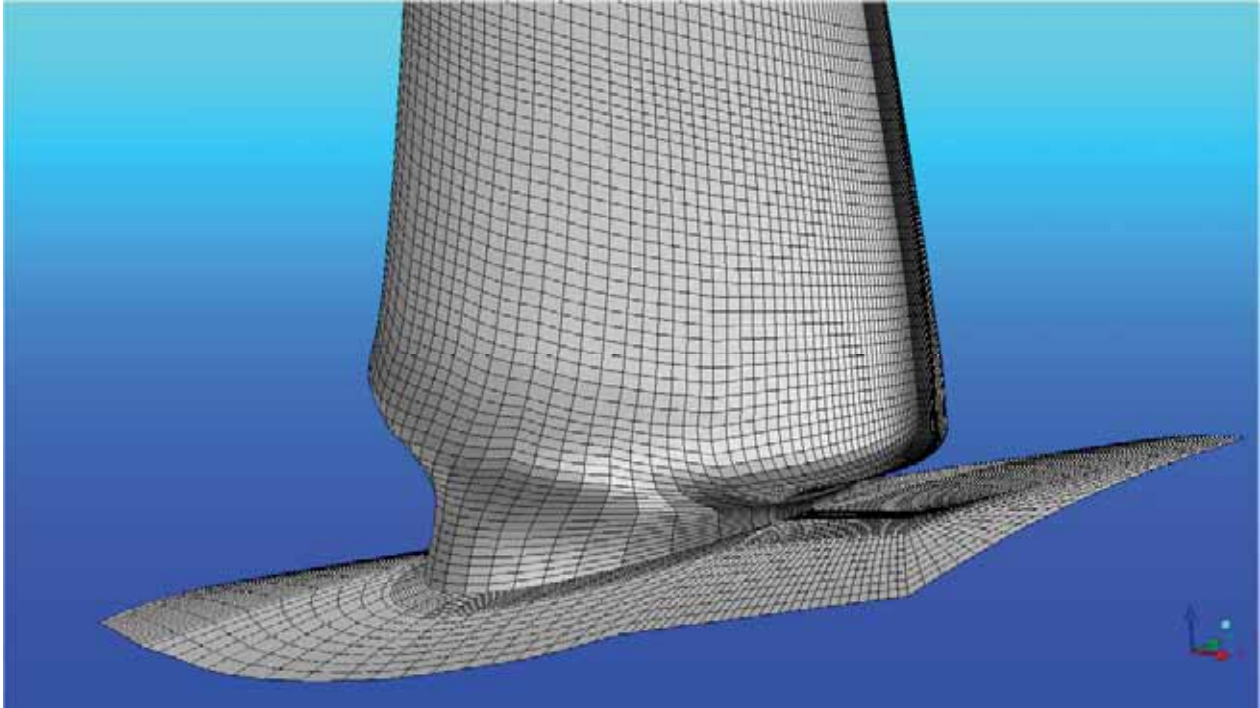
Uvnitř tohoto šestibokého bloku bylo využito několika O-GRIDŮ, které pomáhají lépe kontrolovat a řešit rozložení sítě v těsné blízkosti listu a zvláště pak na konci špičky. Snahou bylo udržet počet elementů sítě kolem hodnoty 1 000 000. V současné době je síť připravena k výpočtům a připravuje se výpočet.



*Obr. 11 Pohled ze sací strany listu*



*Obr. 12 Pohled na kořen listu na sací straně*



*Obr. 13 Pohled na odtokovou hranu kořene listu*

## **Závěr**

V souvislosti s dosaženými dílčími úspěchy, v rámci výpočtů aerodynamických charakteristik větrné elektrárny, jsou očekávány obdobné výsledky i u CFD výpočtů vrtule V48model. V toto směru bude ale kladen mnohem více důraz na konečné výsledky, tedy aby bylo možné porovnat vypočítané a naměřené aerodynamické charakteristiky. Cílem je dosáhnout co nejlepší shody CFD výpočtů s výsledky tunelových měření skutečné vrtule V48model.

## **Literatura:**

- [1] Herr S.: Aerodynamic Study, GE Wind Energy Aerodynamics,  
<http://www.sandia.gov/wind/2006BladeWorkshopPDFs/StefanHerr.pdf>

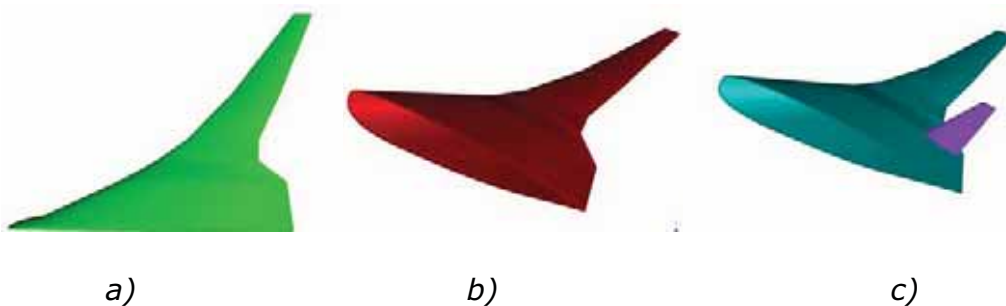
# Numerický výpočet přízemního efektu působícího na letoun typu samokřídlo

**Ing. Armand Drábek, Ing. Zbyněk Hrnčíř PhD. VZLÚ a.s.**

Jedním z řešených úkolů ve VZLÚ a.s. byl numerický výpočet přízemního efektu působícího na letoun typu samokřídlo. Cílem těchto výpočtů bylo ověřit, zdali je ve VZLÚ a.s. užívaný výpočetní program EDGE schopný tento jev postihnout. Během této analýzy byly testovány různé varianty geometrie a sítí. Pro výpočty byla použita geometrie modelu samokřídla VELA2, který je používán pro tunelové testy v DLR. Zadané případy byly počítány rovnicemi jak pro vazké (RANS-středované Navier-Stokesovy rovnice), tak nevazké proudění (Eulerovy rovnice). Vypočítané aerodynamické charakteristiky byly následně porovnány s výsledky tunelových měření z DLR. Z výsledků a porovnání vyplynulo, že ocasní plochy musí být zahrnuty v geometrickém modelu. Nejpřesnějších hodnot bylo dosaženo pomocí Navier-Stokesových rovnic. Program EDGE se ukázal být schopný zachytit tento jev.

## Úvod

Cílem výpočtů bylo ověření, zdali je užívaný výpočetní software schopný postihnout přízemní efekt. Výpočty byly aplikovány na geometrickém modelu samokřídla VELA2, které bylo proměřeno v aerodynamickém tunelu v DLR. Při výpočtech byla zkoušena různá konfigurace letounu: letoun z ocasními plochami, s kabinou a čistá konfigurace tedy bez ocasních ploch a kabiny.

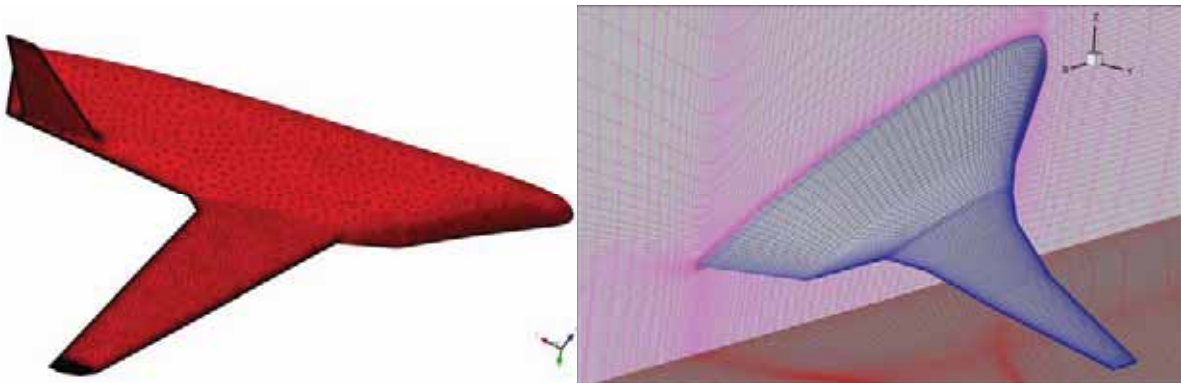


*Obr.1. testované konfigurace samokřídla a) s kabinou b) čistá konfigurace c) s ocasními plochami*

## 0026

### Tvorba sítě

Pro tvorbu sítě byl použit program ICEM CFD. Byly vytvořeny tři typy sítí, dvě pro Navier-Stokesovy a jedna síť pro Eulerovy rovnice. Pro neviskózní proudění byla vytvořena tetrahedrální síť s počtem přibližně 2.5 milionů buněk a hexahedrální s počtem kolem 5 milionů buněk.



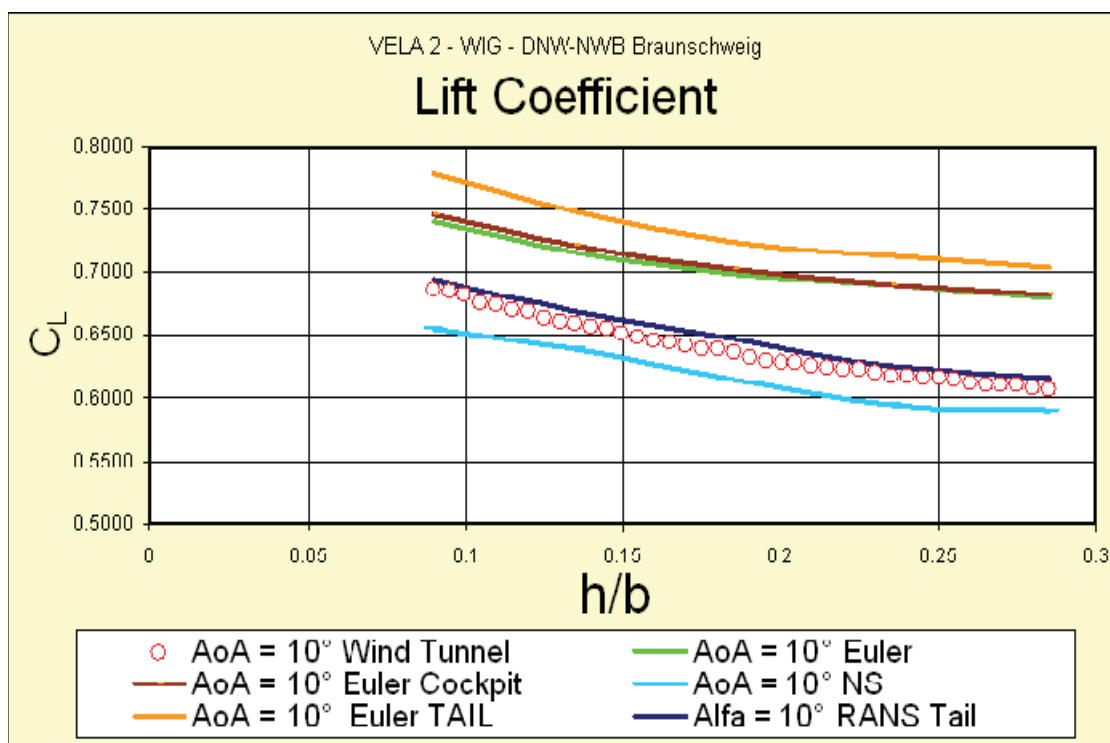
Obr. 2. Ukázka tetrahedrální (obr. vlevo) a hexahedrální (obr. vpravo) sítě vytvořené v programu ICEM CFD.

### Podmínky a nastavení výpočtu

Všechny zadané případy byly počítány pro 0 metrů mezinárodní standardní atmosféry. Výpočty byly provedeny pro 0,10,20 stupňů úhlu náběhu a pro Machovo číslo 0.2 ve volném proudu. Pro výpočet byl použit program EDGE vyvinutý ve švédském FOI. Pro řešení RANS rovnic byl použit K-omega model turbulence. Pro výpočty bylo v programu nastaveno centrální schéma prostorové diskretizace a upwind schéma druhého řádu.

## Vyhodnocení aerodynamických charakteristik

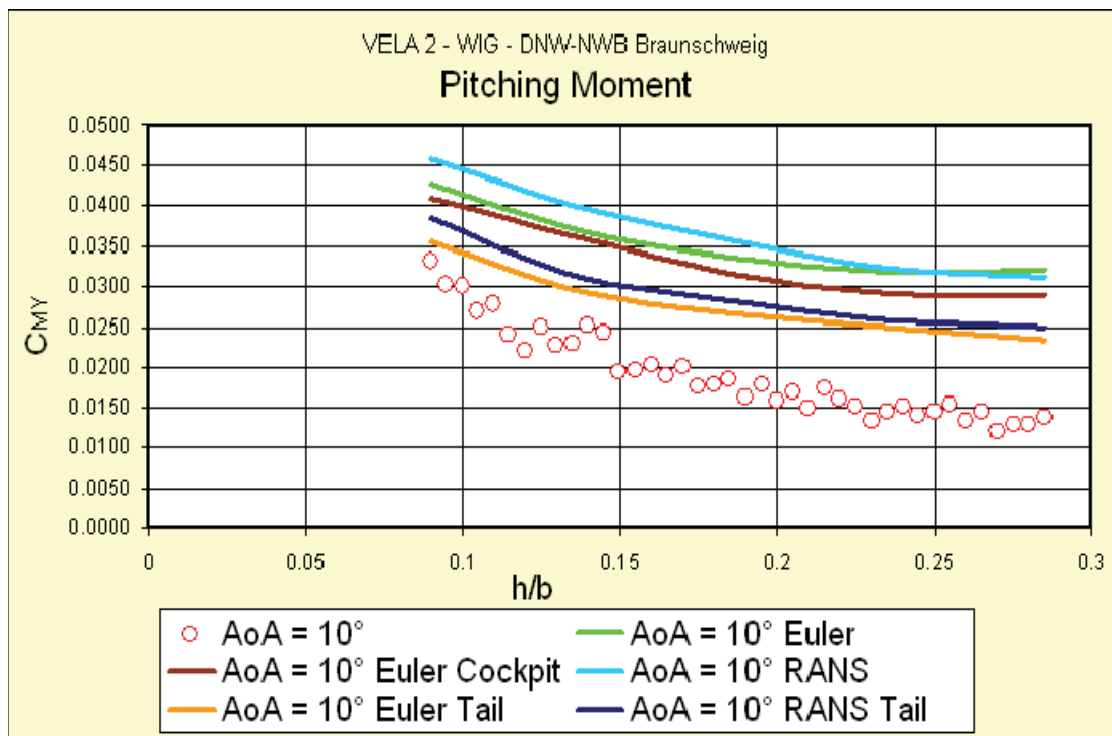
Po provedení výpočtů byly vyhodnoceny získané aerodynamické veličiny. Porovnávány byly zejména hodnoty součinitele vztlaku a klopivého momentu. U součinitele odporu nejsou u programu EDGE zatím získávány příliš kvalitní výsledky. Aerodynamické součinitele byly vztaženy k poměru aktuální výšky letounu a jeho rozpětí.



Graf. 1. Vyhodnocení součinitele vztlaku v závislosti na parametru  $h/b$

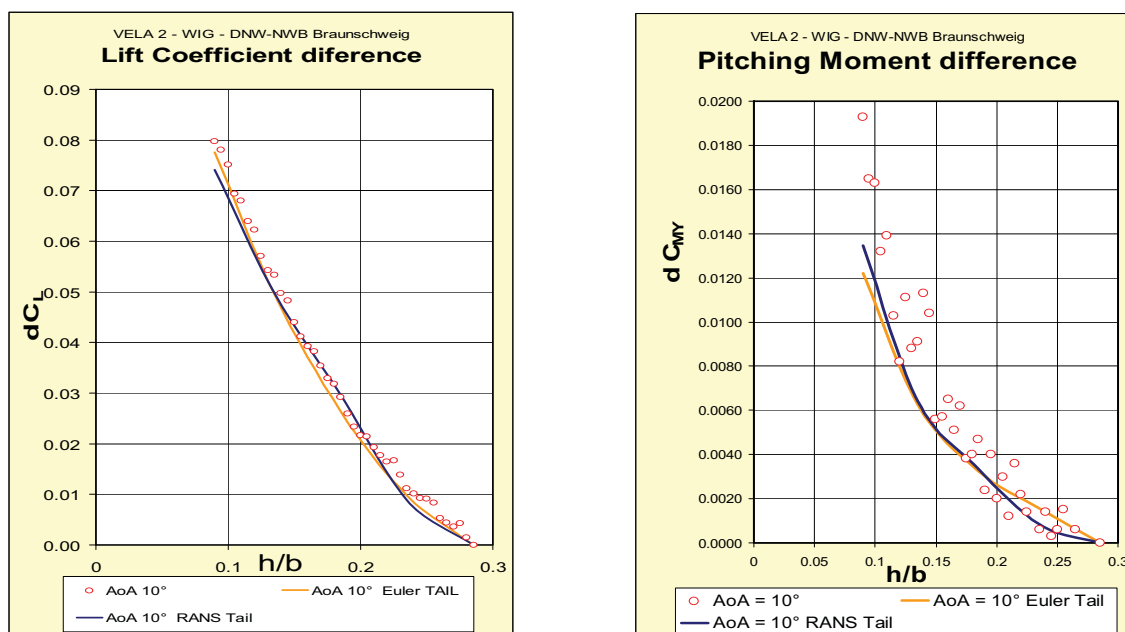
Na grafu 1 lze vidět vyhodnocení součinitele vztlaku pro úhel náběhu deset stupňů. Nejblíže k experimentálním hodnotám je křivka, která je počítána pomocí rovnic pro vazké proudění a která byla vyhodnocena pro konfiguraci s ocasními plochami.

Na grafu 2 lze vidět závislost klopivého momentu na výšce při stejném úhlu náběhu. V případě tohoto vyhodnocení již nedošlo k takové schodě jako v případě součinitele vztlaku. Model měřený v aerodynamickém tunelu byl zavěšen na stingu, který patrně ovlivnil proudění.



Graf. 2. Vyhodnocení součinitele klopivého momentu v závislosti na parametru  $h/b$

Dále byly vyhodnocovány difference součinitelů vztlaku a klopivého momentu. Diference označuje rozdíl aerodynamických součinitelů v aktuální výšce s vlivem přízemního efektu a součinitelů kde poměr  $h/b$  dosahuje 0.28. Tento poměr je dán limitní hodnotou  $h/b$  která byla měřena v tunelu. Na dalších grafech jsou vidět vyhodnocené difference součinitele vztlaku respektive klopivého momentu. V těchto případech byly získány dobré shody s experimentem.

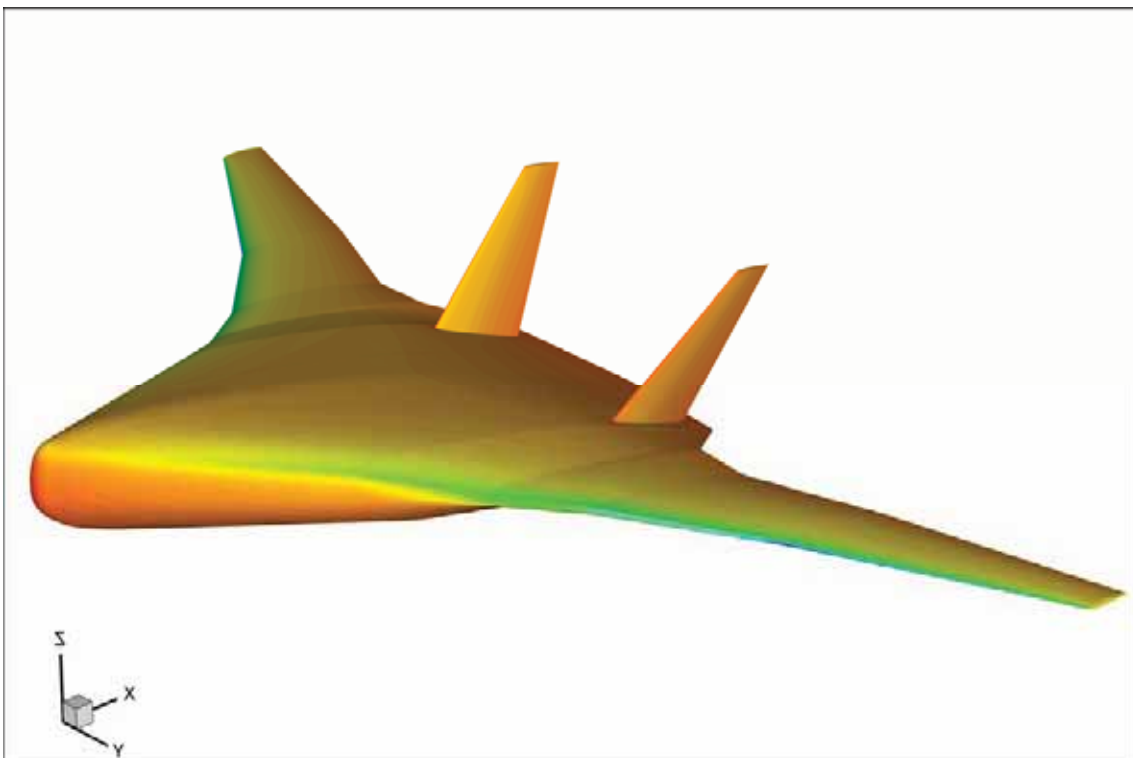


Graf. 3. vyhodnocení diferencí součinitelů vztlaku a klopivého momentu

## Závěr

Po provedení porovnání s naměřenými výsledky byly získány tyto poznatky:

- Pro výpočty musely být zahrnuty do geometrického modelu ocasní plochy, kabina nemá vliv na přízemní efekt. Vliv ocasních ploch na aerodynamické charakteristiky je dán jejich vyosením. Tvorba tetrahedrální sítě se ukázala více praktičtější, než užití hexahedrální sítě. Problémy při tvorbě hexahedrální sítě byly způsobovány geometrií kabiny a ocasních ploch.
- Analýza aerodynamických součinitelů ukázala, že při použití rovnic pro vazké proudění je dosahováno dobrých shod v případě součinitele vztlaku. Výpočet pomocí těchto rovnic je ovšem více náročnější na čas. Při vyhodnocování diferencí se dosahovalo shody v případě použití Eulerových rovnic. Větších rozdílů u součinitelů klopivého momentu mohlo být způsobeno zavěšením modelu na stingu. U výpočtů nebylo uvážováno mezní vrstvy u země. Použitý výpočetní program EDGE byl schopen postihnout vliv přízemního efektu a lze jej použít pro další výpočty týkající se tohoto jevu.



Obr 3. vizualizace součinitele tlaku na samokřídle

## Literatura:

- [1] Anderson J. A.: Computational Fluid Dynamics The basic with applications, McGraw-Hill international editions, 1995
- [2] FOI: EDGE manual <http://www.foi.se/upload/projects/edge/documentation-latest/edge-gui.pdf>



# Inženýrská metoda výpočtu 2D TMV

**Prof. Ing. Karol Filakovský, CSc., LU FME Brno**

Výpočet TMV patří obecně mezi náročné úlohy aerodynamiky. Při výpočtech CFD jsou používány složité modely s mnoha možnostmi nastavení parametrů výpočtu a turbulence, a dalších veličin ovlivňujících řešení. Integrální impulsní rovnice mezní vrstvy dává možnost celou proceduru výpočtu značně zjednodušit a urychlit. Lze odvodit a získat relativně jednoduché rovnice popisující derivaci impulsní tloušťky podél povrchu, dále pošinovací tloušťku a třecí povrchové napětí. Z údajů získaných měřeními TMV lze ověřit přesnost výpočtu 2D TMV. Modely turbulence použité pro výpočet 2D TMV jsou v prvním přiblížení nepodstatné a lze experimentovat i s velmi jednoduchými algebraickými modely, právě tak jak s modely velmi složitými. Numerická integrace rovnice pro derivaci impulsní tloušťky, což je ODR nelineární s počáteční podmínkou, umožňuje určit průběh impulsní tloušťky podél povrchu až do bodu odtržení. K integraci lze použít kteroukoliv metodu pro integraci ODR, např. metodu Runge Kutta. Průběh pošinovací tloušťky a třecího (smykového) napětí na povrchu tělesa získáme z algebraických rovnic.

## Sestavení základních rovnic pro výpočet 2D TMV

Vycházíme ze známé integrální rovnice pro 2D mezní vrstvu (MV), odvozenou Kármánem. Je uvedena v každé učebnici o MV a má platnost jak pro dvojrozměrovou (2D) laminární mezní vrstvu (LMV) tak i pro turbulentní mezní vrstvu (TMV) [1]. Základní tvar rovnice je tento:

$$\frac{d\theta}{dx} + Q \cdot R_\theta (2 + H) = \frac{\tau_w}{\rho \cdot U^2} = \overline{\tau_w}, \quad (1)$$

kde  $\theta$  je impulsní tloušťka MV,

$\delta^*$  je pošinovací tloušťka MV,

$\overline{\tau_w}$  je bezrozměrové smykové napětí na povrchu tělesa,

$U$  je rychlost na hranici MV,

$Q = \frac{dU}{dx} \frac{\nu}{U^2}$  je parametr rychlostního (tlakového) gradientu,

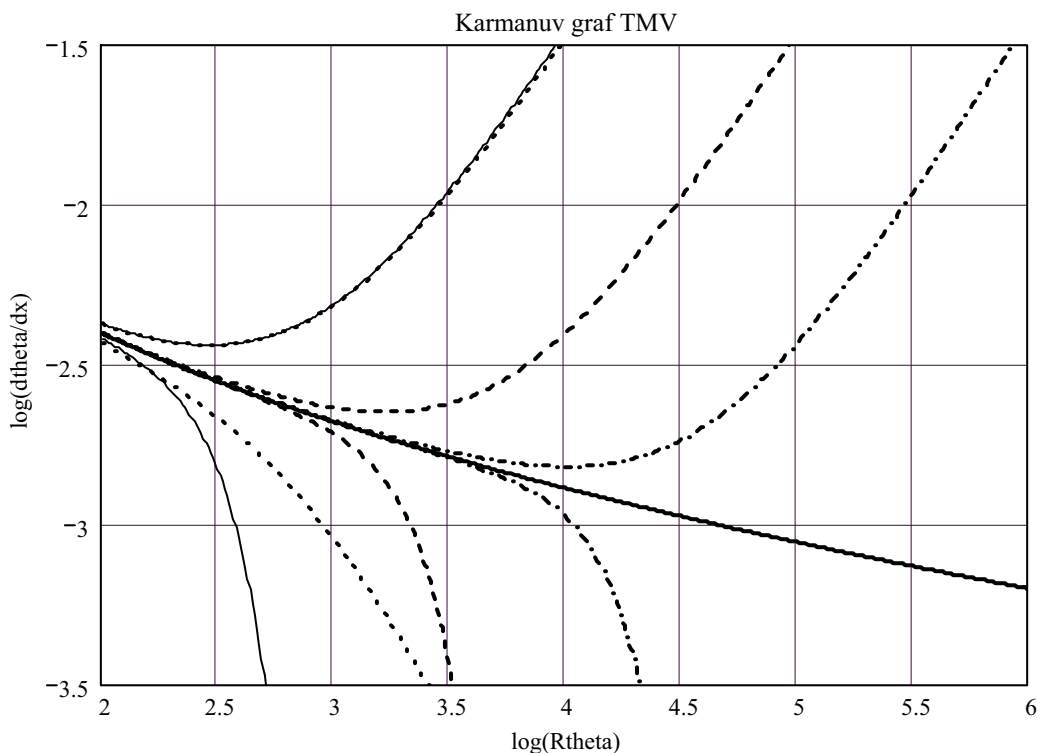
$H = \frac{\delta^*}{\theta}$  je tvarový parametr,

$R_\theta = \frac{\theta \cdot U}{\nu}$  je Reynoldsovo číslo impulsní tloušťky MV.

Rovnici (1) upravujeme a při úpravách předpokládáme, že všechny veličiny vyskytující se v rovnici jsou funkcemi  $Q$  a  $R_\theta$ , a tedy i derivace impulsní tloušťky podle  $x$  je funkcí těchto veličin

$$\frac{d\theta}{dx} = \overline{\tau_w} - Q \cdot R_\theta (2 + H) = f(R_\theta, Q) \quad (2)$$

Známe-li explicitně tvar rovnice (2) je úloha již z větší části vyřešená, rovnice je převedená na ODR a k jejímu řešení lze použít např. numerickou metodu RK. Grafy funkce  $f(R_\theta, Q)$  získáme řešením TMV libovolnou metodou, numericky vyčíslíme všechny hodnoty TMV při konstantním  $Q$  a výsledek vykreslíme. Náročné a poněkud zdlouhavé je nalezení vhodných (interpolujících) rovnic pro matematický popis křivek v rovnici (2). Graf můžeme nazvat např. Kármánův graf. Úplné vyřešení vyžaduje ještě znalost rovnice pro výpočet smykového napětí na povrchu a rovnice pro tvarový parametr  $H$ , tedy  $\overline{\tau_w} = f_\tau(R_\theta, Q)$  a  $H = f_H(R_\theta, Q)$ . Kármánův graf je na Obr. 1.

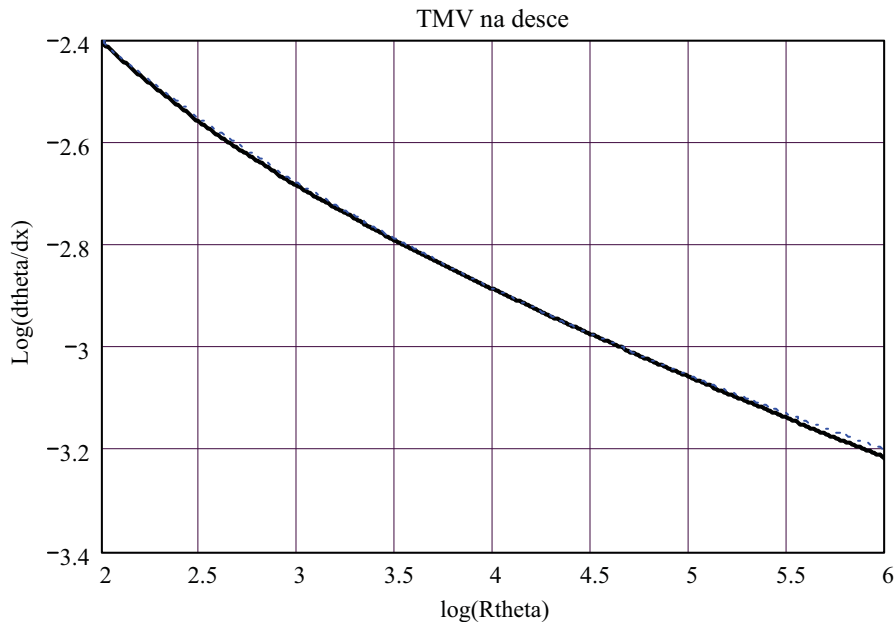


Obr. 1. Kármánův graf pro 2D TMV

Rovnice popisující křivky v grafu dostaneme součtem vzorců pro rovnou desku ( $Q=0$ ), pro nepříznivý tlakový gradient ( $Q<0$ , horní křivky v Obr. 1) a pro příznivý tlakový gradient ( $Q>0$ , dolní křivky v Obr. 1). Rovnice použitá pro rovnou desku má tvar

$$\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{Q=0} = 0.012(\log(R_\theta))^{-1.355} \cdot (R_\theta)^{-0.03756} \quad (3)$$

Průběh této funkce v logaritmických proměnných je na Obr. 2.



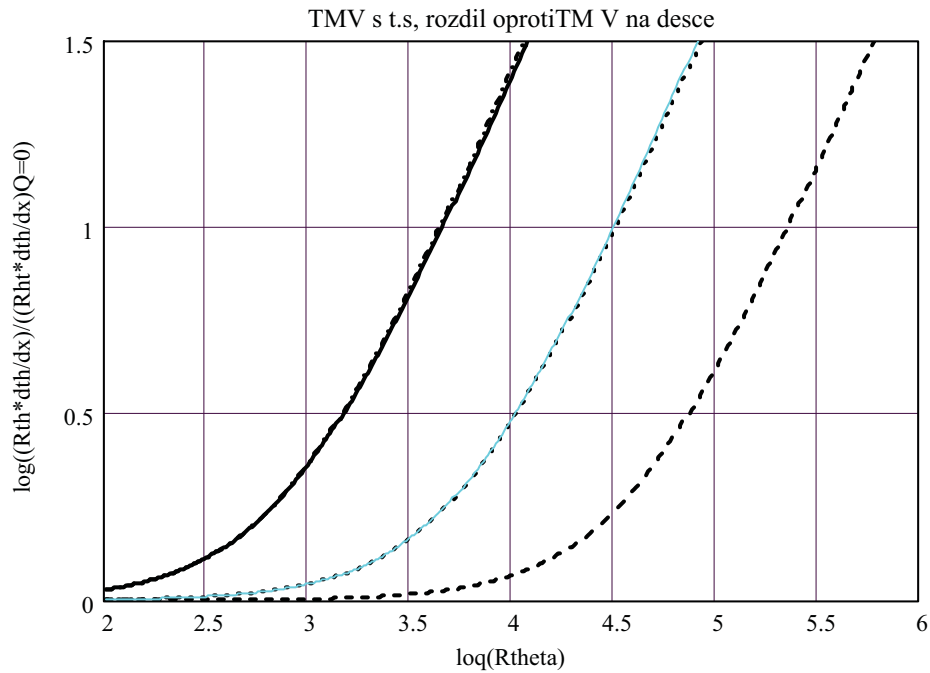
Obr. 2. 2D TMV na rovné desce  $Q=0$

Vliv kladného tlakového spádu ( $Q < 0$ ) je zahrnut v následující rovnici:

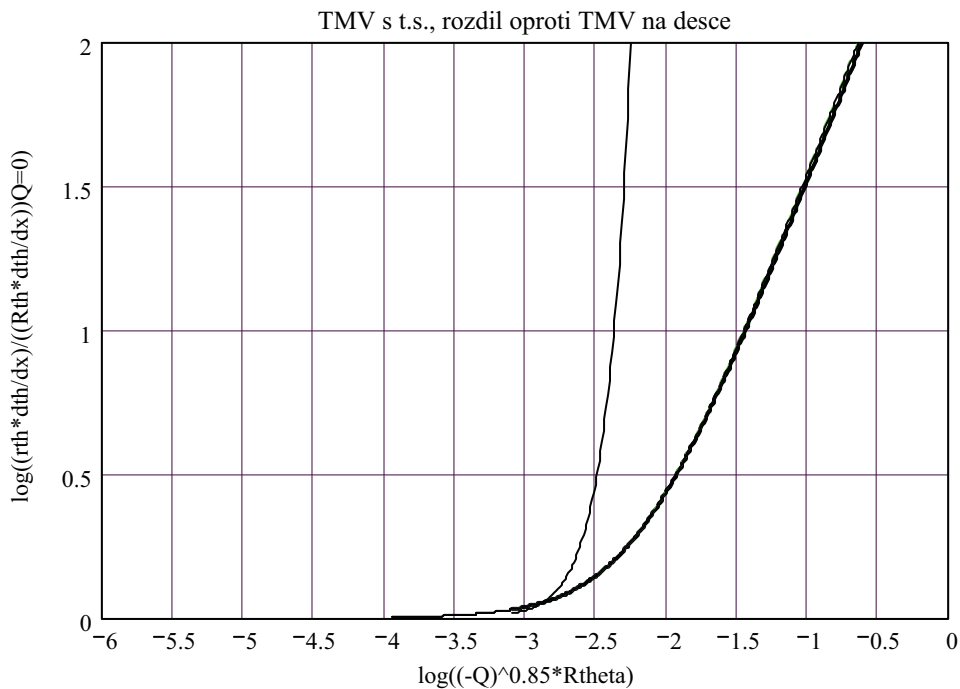
$$\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{Q \leq 0} = \left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{Q=0} * \left(1 + 664((-Q)^{0.85} \cdot R_\theta)^{1.2835}\right) \quad (4)$$

V logaritmické stupnici je rovnice (4) součet logaritmů rovnice (3) a dalšího členu.

Rozdíl logaritmů zobrazuje jen vliv tlakového spádu při  $Q < 0$  a tento vliv pro tlakové spády  $Q = -1.10^{-6}, -1.10^{-7}, -1.10^{-8}$  je znázorněn v Obr. 3. Všechny křivky z Obr. 3 se dají vykreslit v jediné křivce pokud na vodorovné ose použijeme logaritmus výrazu  $\log((-Q)^{0.85} \cdot R_\theta)$ , všechny křivky z Obr. 3 se zobrazí jako jediná čára. Toto pak umožňuje velmi jednoduše porovnat platnost modelu s experimentálními daty z [2]. Výsledky porovnání pro vybraná měření jsou v Přílohách. Na Obr. 4 je znázorněn tento postup. Pro záporný (příznivý z hlediska TMV) tlakový gradient jsou tyto křivky jiné, úloha z hlediska  $Q < 0$  a  $Q > 0$  není symetrická, zobrazuje to velmi přibližně tenká čára v Obr. 4, a i experimenty v Přílohách.



Obr. 3. Vliv tlakového spádu při 2D TMV,  $Q = -10^{-6}, -10^{-7}, -10^{-8}$



Obr. 4. 2D TMV, libovolný tlakový spád  $Q < 0$ , tenká čára pro  $Q > 0$

Úplný popis 2D TMV vyžaduje ještě nalézt funkce popisující parametr  $H(R_\theta, Q)$  a třecí napětí na povrchu. Nalezení funkcí  $f_\tau, f_H$  nemusí být obecně jednoduché, musíme hledat vhodné náhradní funkce pro více křivek, i s přihlédnutím k jejich pokud možno jednoduchému matematickému tvaru. Dá se např. postupovat tak, že

opět nejprve nalezneme náhradní křivky při hodnotě  $Q=0$  (rovná deska) a pro nenulové hodnoty tlakového gradientu  $Q$  hledáme rozdíly hodnot od křivek při nulovém tlakovém gradientu. Grafy závislostí všech vyskytujících se veličin jsou uváděny v logaritmické stupnici, jen tak lze obsáhnout velký rozsah veličin v několika řádech.

Náhradní funkce můžeme též porovnat s měřeními TMV. Rozsáhlejší výsledky měření TMV jsou uvedeny ve známém sborníku Stanfordské konference o TMV [2]. Několik výsledků porovnání měření a náhradní funkce ukazují obrázky v přílohách. Překvapuje dobrá shoda měření s náhradními funkcemi ve většině případů. V těch případech, kdy shoda měření a náhrady je horší, je v [2] uvedená poznámka, že hybnostní rovnice na levé a pravé straně nemá stejnou hodnotu a měření je méně přesné.

Měření ukazují, že tvar náhradní funkce při urychlování proudu podél povrchu, se záporným tlakovým gradientem, není stejný jako při kladném tlakovém gradientu. Jednoduché modely turbulence dávají přitom stejné průběhy funkcí, jen s opačným znaménkem, viz obrázky s  $Q>0$ . Ale i v těchto případech je vidět, že všechna měření leží přibližně na stejné křivce.

Úplné popsání TMV touto integrální metodou vyžaduje ještě nalezení funkcí  $f_\tau(R_\theta, Q)$  a  $f_H(R_\theta, Q)$ , a též ověřit i jiné složitější modely turbulence. Wilcox [3] v příloze knihy uvádí balík programů pro výpočet LMV i TMV, takže toto ověření by nemělo být extrémně složité.

Praktická metoda výpočtu 2D obtékání těles, profilů, vyžaduje též vyřešit výpočty LMV, přechod LMV do TMV přes TrMV, a též bublinou odtržení LMV s turbulizací proudu a se znovu přilnutím TMV a nakonec i odtržení TMV. Až po zvládnutí všech těchto problémů lze považovat 2D výpočet obtékání tělesa z inženýrského hlediska za vyřešený. Výpočet je iterační, nejprve vypočteme potenciální obtékání tělesa bez

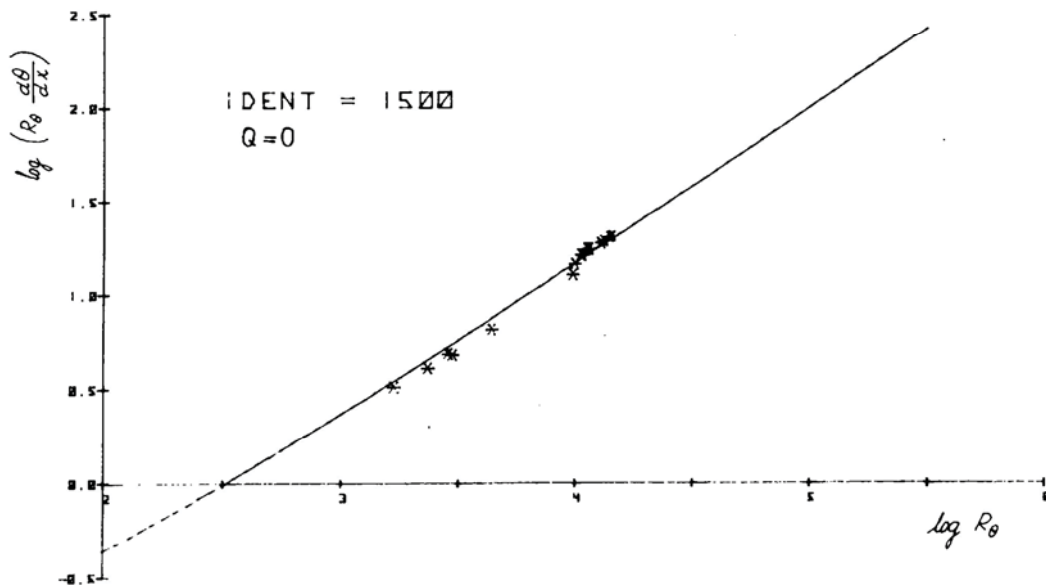
MV a z výpočtu získáme  $\frac{dU}{dx}$  podél povrchu. Numerickou integrací Kármánovy rovnice dostaneme průběhy  $\theta, \delta^*, \tau_w$  podél povrchu. Kolmo k povrchu tělesa přidáme pošinovací tloušťku a těleso prodloužíme za odtokovou hranu s nenulovou pošinovací tloušťkou. Znovu vyřešíme potenciální obtékání tohoto neuzavřeného tělesa a vyřešíme na něm MV. Postup opakujeme tak dlouho, až výsledky dvou po sobě následujících iterací jsou dostatečně přesně shodné. Oproti stávajícím používaným metodám by tento postup měl být rychlejší a (snad) konvergovat ve většině případů.

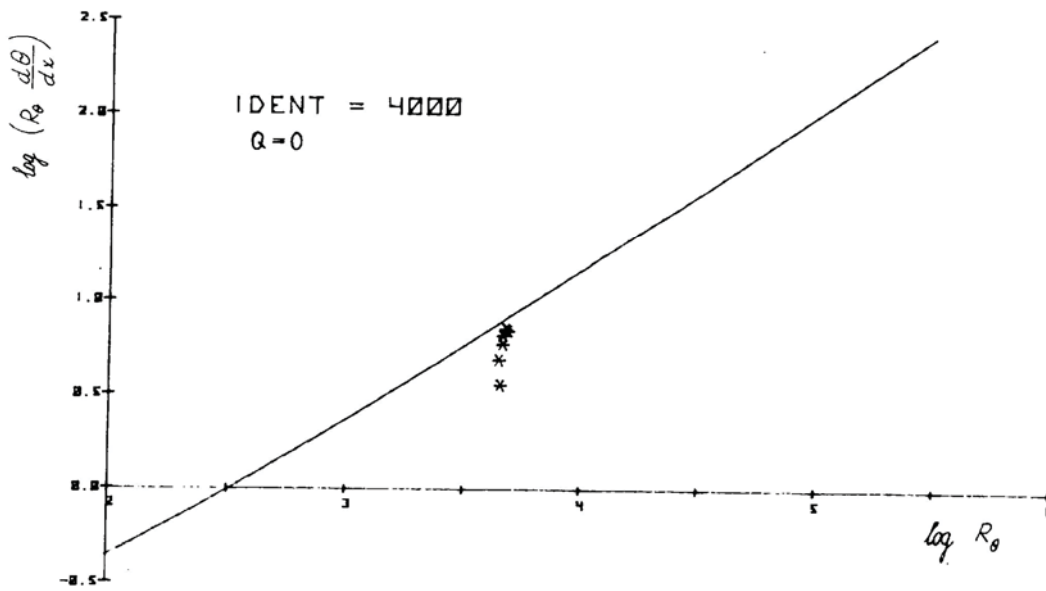
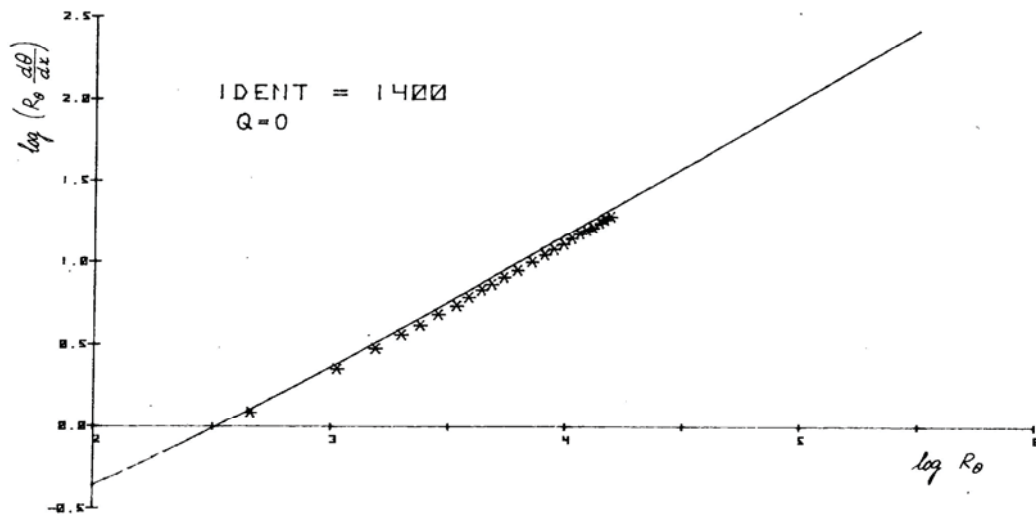
## Literatura:

- [1] Schlichting H., Gersten K.: *Boundary - Layer Theory*; 8<sup>th</sup> Edition, Springer - Verlag Berlin Heideberg 2000
- [2] *Computation of Turbulent Boundary Layer* - 1968; Proceedings AFOSR /IFR, Stanford Conference, Vol. 1, Vol. 2, 1969
- [3] Wilcox D. C.: *Turbulence modeling for CFD*; DCW Industries 1998

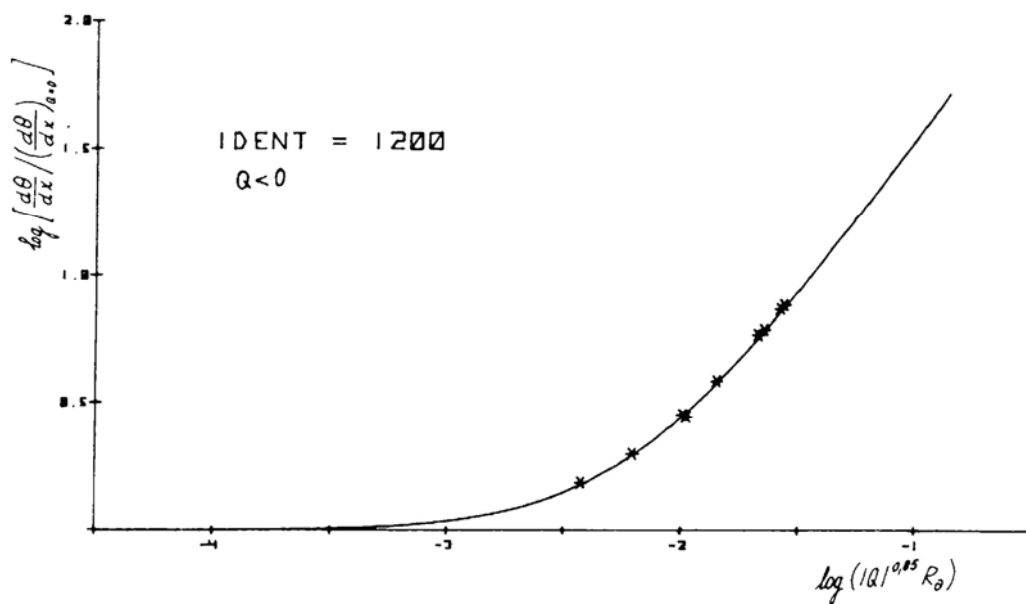
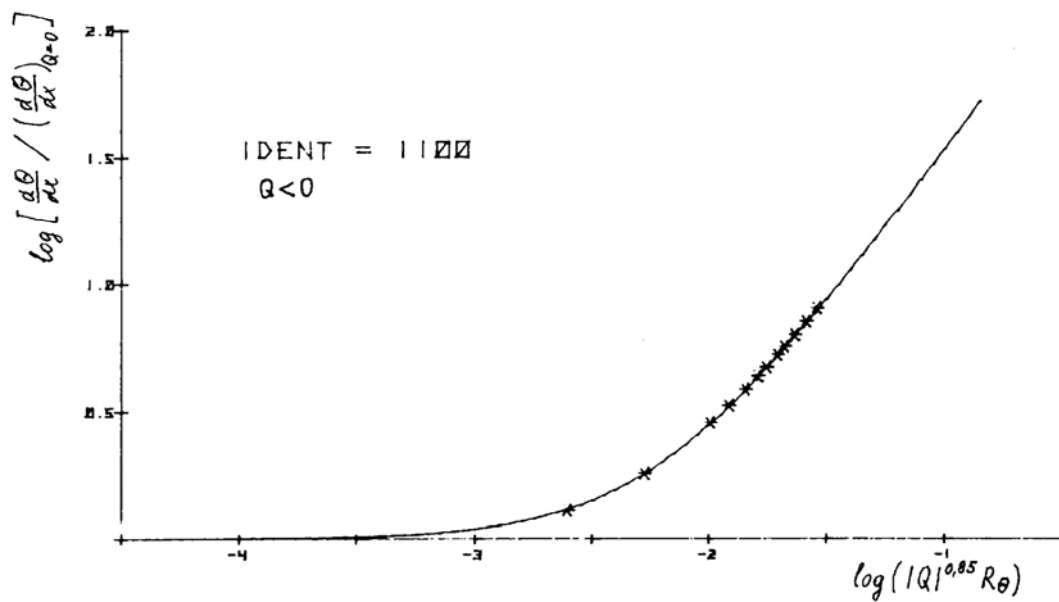
## Přílohy:

A) 2D TMV na rovné desce při  $Q=0$

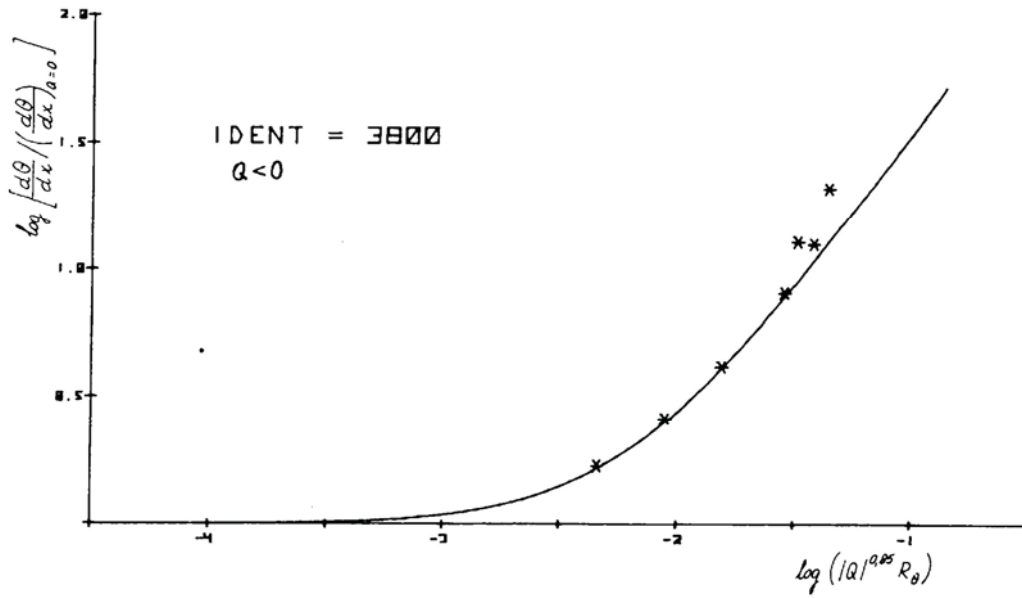




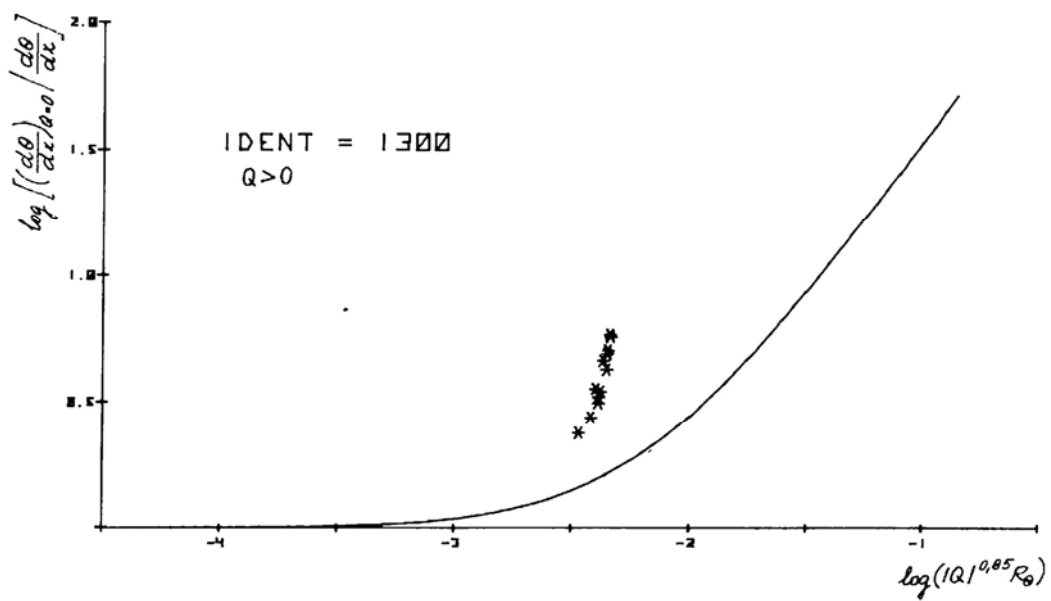
B) 2D TMV s nepříznivým tlakovým spádem,  $Q < 0$

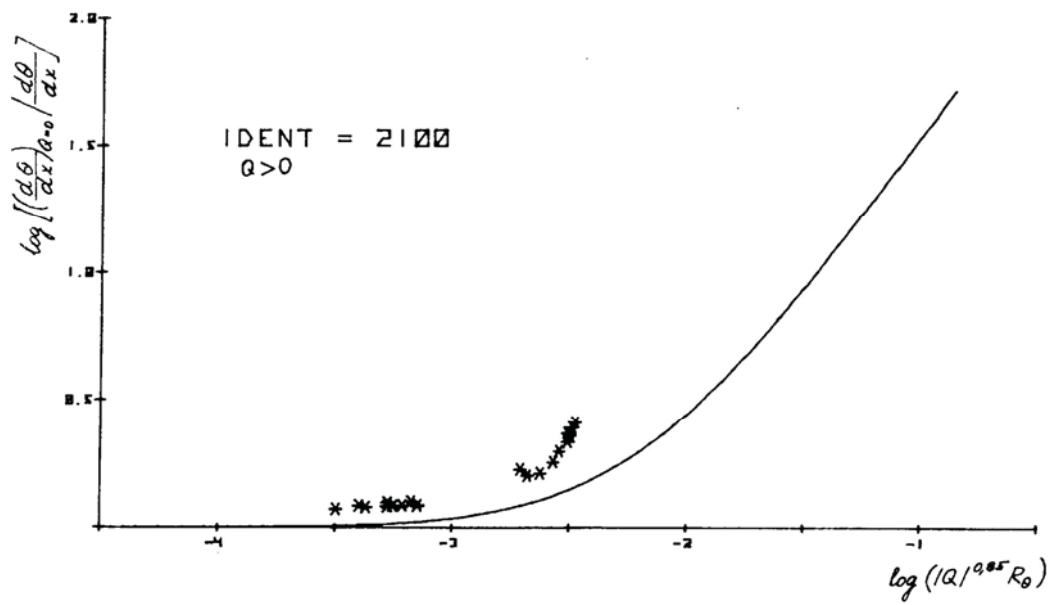
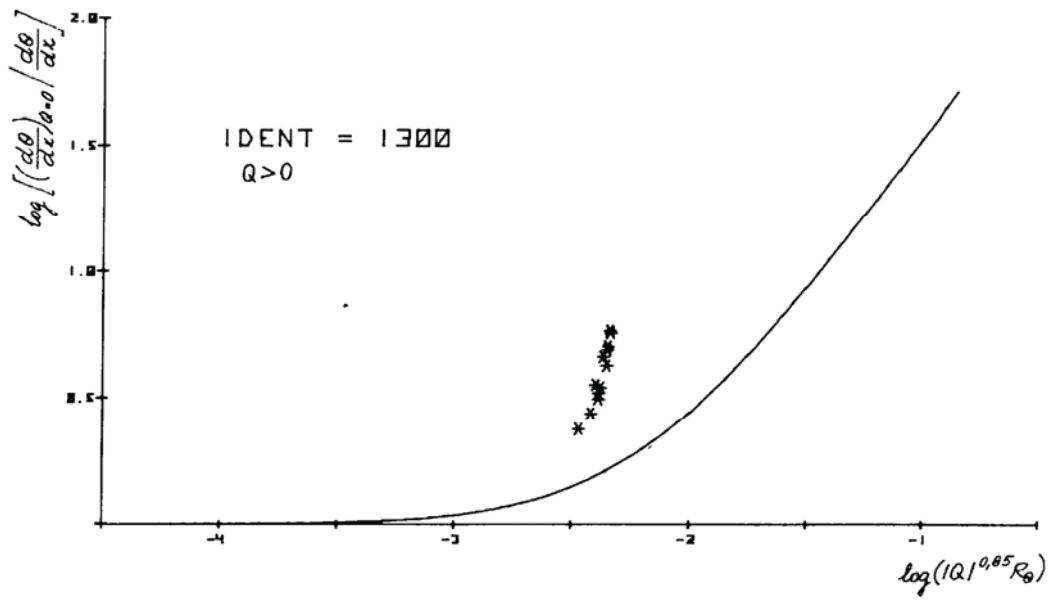






C) 2D TMV při příznivém tlakovém gradientu  $Q > 0$





# Numerické řešení 3D stacionárního obtékání křídla

**Ing. Petr Furmánek, Doc. Ing. Jiří Fürst PhD., Ing. Milan Kladrubský,  
Prof. RNDr. Karel Kozel DrSc.**

Cílem práce je poskytnout srovnání dvou různých moderních schemat metody konečných objemů pro řešení stacionárního obtékání křídla Onera M6, přičemž je uvažován jak nevazký tak vazký režim. Nevazké proudění je simulováno pomocí cell-vertex schemat, konkrétně pak tzv. Modifikovaného Causonova schematu, které vychází z TVD tvaru schematu MacCormackova a dále pomocí tzv. WLSQR schematu (lineární rekonstrukce pomocí metody nejmenších čtverců) kombinovaného s HLLC numerickým tokem. Pro vazké laminární proudění bylo zvoleno cell-centered schema typu Ron-Ho-Ni rozšířené o Jamesonovu umělou vazkost třetího řádu přičemž výpočet byl proveden pro různé hodnoty Reynoldsova čísla (500 - 500000). Výpočty pomocí těchto metod jsou srovnány jak mezi sebou tak s experimentem.

## Matematický model

### Výchozí systém rovnic

Vazké proudění stlačitelné tekutiny je popsáno systémem Navier-Stokesových rovnic, jejichž tvar je v 3D případě následující

$$W_t + F_x + G_y + H_z = 0$$

Přičemž vektory  $W, F, G, H$  mají význam:

$$W = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e)^T$$

$$F = F_n - \frac{1}{\text{Re}} F_v, G = G_n - \frac{1}{\text{Re}} G_v, H = H_n - \frac{1}{\text{Re}} H_v,$$

$$F_n = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho uw, (e + p)u)^T,$$

$$F_v = (0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + \frac{\kappa}{\text{Pr}} \lambda u_x)^T,$$

$$G_n = (\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, \rho vw, (e + p)v)^T,$$

$$G_v = (0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, \tau_{yz}, u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + \frac{\kappa}{\text{Pr}} \lambda v_y)^T,$$

$$H_n = (\rho w, \rho vw, \rho w^2 + p, \rho w^2 + p, (e + p)w)^T,$$

$$H_v = (0, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{zz}, u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} + \frac{\kappa}{\text{Pr}} \lambda w_z)^T,$$

kde  $\rho$  je hustota,  $(u, v, w)$  jsou složky vektoru rychlosti,  $e$  je celková energie v jednotce objemu,  $\tau$  je tenzor vazkých napětí,  $Re$  je Reynoldsovo číslo,  $Pr$  je Prandtlovo číslo a  $\lambda$  je součinitel tepelné vodivosti. V případě nevazkého proudění je tvar výchozího systému rovnic formálně stejný, ale zanedbávají se vazké části vektorů  $F, G, H$  tj.  $F_v, G_v, H_v$ . Výchozí systém rovnic se tak přejde na systém Eulerových rovnic popisující proudění nevazké stlačitelné kapaliny.

## Numerická schemata

### Nevazké proudění

#### Modifikované Causonovo schema

Schema vychází z 3D MacCormackova schematu (cell-centered) ve formě prediktor-korektor. Přidaná umělá vazkost je založena na TVD vazkosti uvedené Causonem, ale její vliv je podstatně snížen. Schema tak sice postrádá TVD vlastnost, výsledky jsou nicméně kvalitativně mnohem lepší než u původního Causonova schematu – srovnatelné s plnou TVD verzí MacCormackova schematu, ovšem s úsporou nejméně jedné třetiny výpočetního času. Použitá výpočetní síť byla strukturovaná typu C, o velikosti 467313 výpočetních buňek (šestistěny).

#### WLSQR schema

Weighted Least Square schema využívá pro výpočet nevazkých toků  $(F, G, H)$  skrze hranici mezi dvěma sousedícími výpočetními buňkami HLLC numerický tok. Hodnoty zachovávaných proměnných pro jeho výpočet jsou získávány pomocí vážené metody nejmenších čtverců. Schema bylo implementováno v implicitní verzi, což umožňuje podstatně zvětšit hodnotu časového kroku. Časová diskretizace byla provedena zpětnou Eulerovou metodou druhého řádu s vnitřními iteracemi v duálním čase. Výsledný systém lineárních rovnic byl nakonec řešen pomocí metody GMRES s ILU(0) předpodmíněním. Dimenze Krylovova podprostoru byla vybrána z intervalu  $\langle 10, 40 \rangle$  a maximální počet iterací je roven 10 – 50. Jestliže pro daný počet iterací není nalezeno řešení, postupuje se k dalšímu časovému kroku. Výpočetní síť je nestrukturovaná, tvořená 306843 čtyřstěny.

Pozn.: Na obrázcích je toto schema značeno jako "Method 4".

### Vazké laminární proudění

#### Schema typu Ron-Ho-Ni s Jamesonovou umělou vazkostí

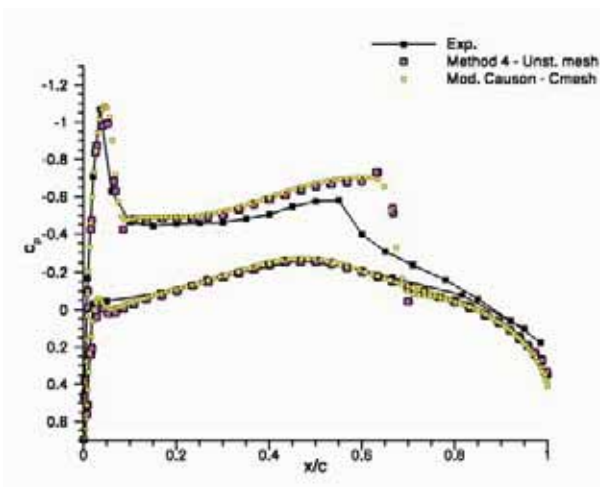
Jedná se o jednokrokové explicitní schéma typu Laxe-Wendroffa v cell-vertex formulaci s umělou vazkostí Jamesonova typu. Výpočet byl proveden na síti typu "C-O" s uvažováním koncového oblouku křídla. Velikost výpočtové sítě byla 289x33x49 bodů. Použitá síť je velmi jemná na povrchu křídla a v nejbližším okolí je téměř ortogonální. Ve větší vzdálenosti od povrchu křídla dochází ve velikosti ok sítě

k výrazným skokům, zejména v okolí roviny symetrie. Z tohoto důvodu bylo při výpočtu použito globálního časového kroku. Výpočty byly provedeny pro  $Re = 500, Re = 5000, Re = 50000, Re = 500000$  a srovnány s výsledkem obdržným stejným schématem pro nevazké proudění.

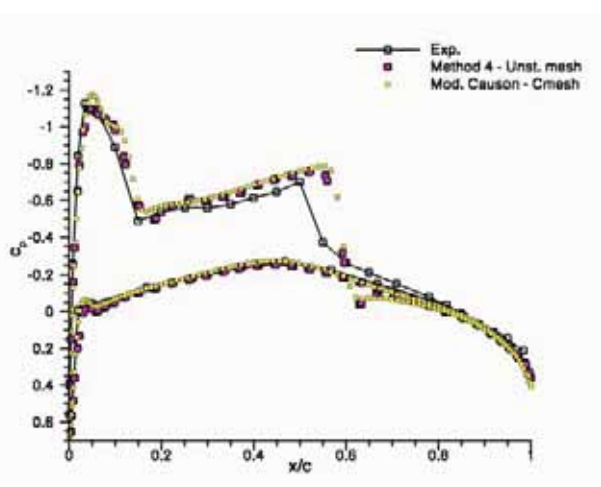
Výsledky získané schématy pro nevazké proudění jsou srovnány s experimentem Onery, dále pak vazké laminární výsledky ukazují připravenost pro turbulentní stacionární výpočet.

## Numerické výsledky

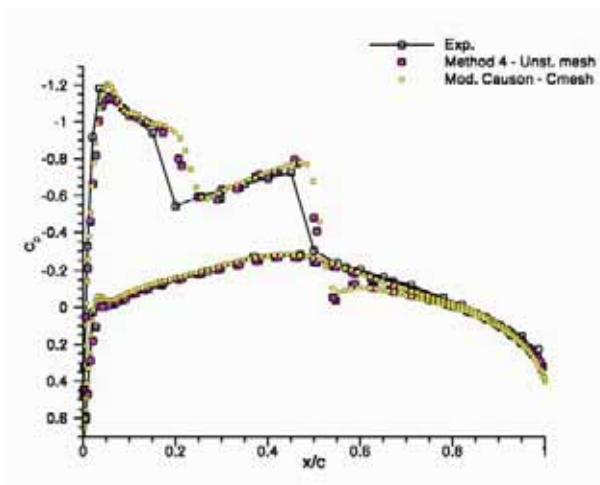
### Nevazké proudění



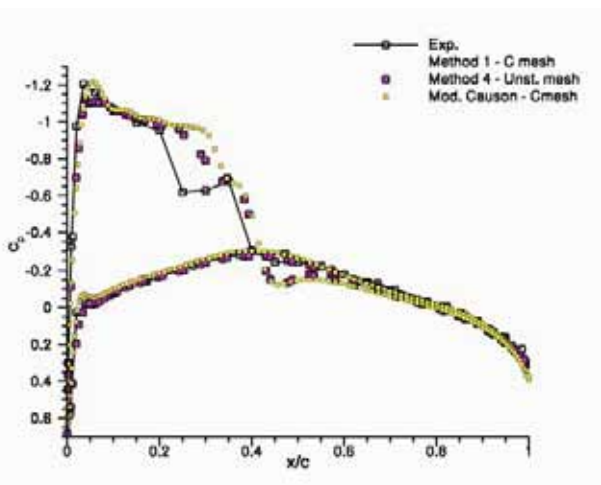
**Obr. 1:** průběh  $c_p$  v řezu 20%, srovnání metod



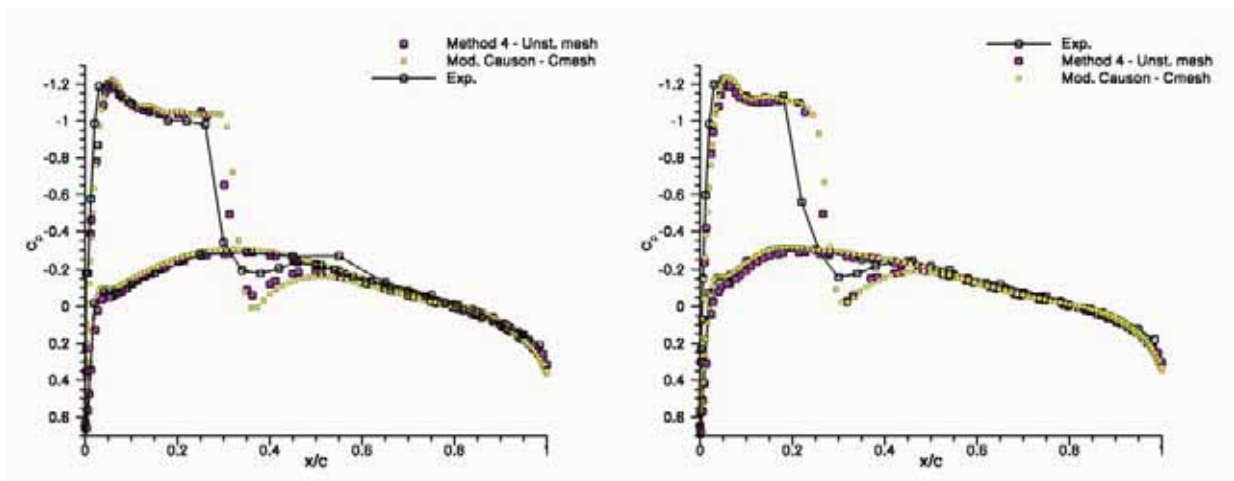
**Obr. 2:** průběh  $c_p$  v řezu 44%, srovnání metod



**Obr. 3:** průběh  $c_p$  v řezu 65%, srovnání metod



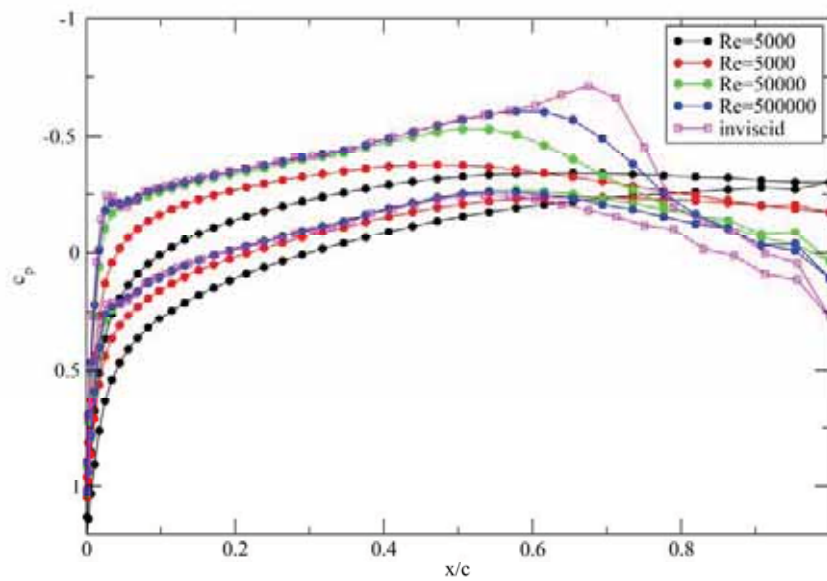
**Obr. 4:** průběh  $c_p$  v řezu 80%, srovnání metod



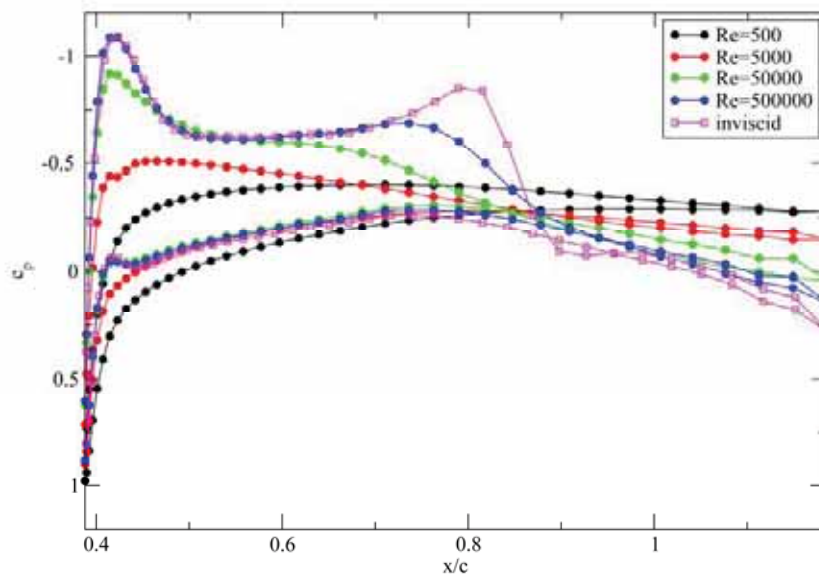
**Obr. 5:** průběh  $c_p$  v řezu 90%, srovnání metod.

**Obr. 6:** průběh  $c_p$  v řezu 95%, srovnání metod.

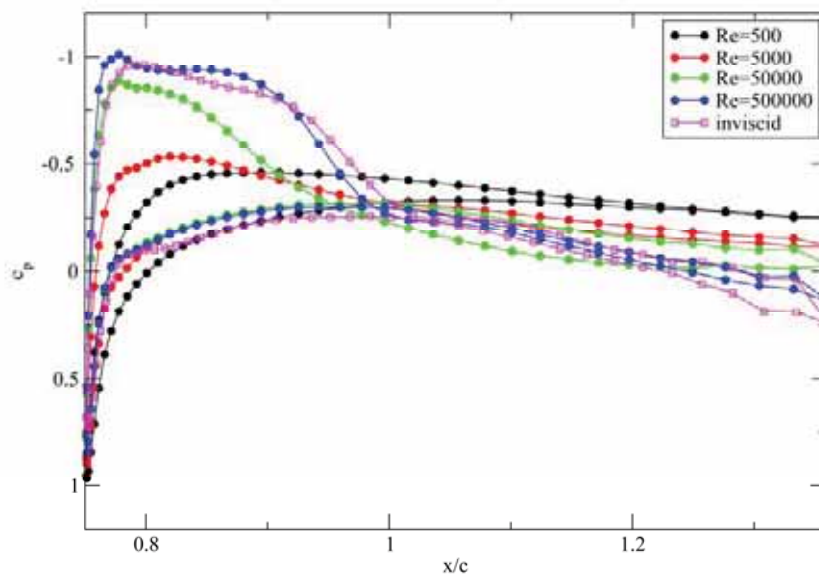
## Vazké laminární proudění



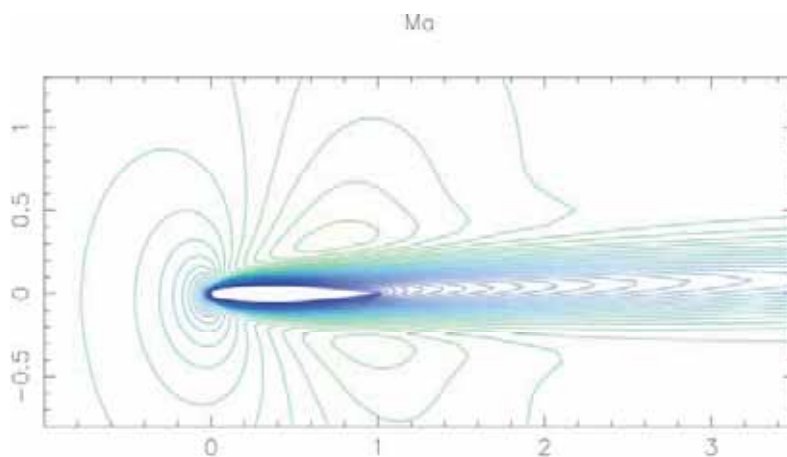
**Obr. 7:** průběh  $c_p$  v řezu 0%, srovnání různých  $Re$



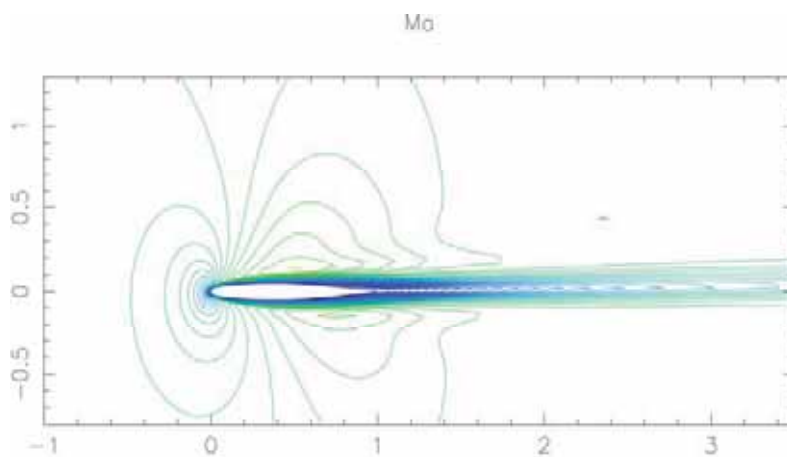
**Obr. 8:** průběh  $c_p$  v řezu 40%



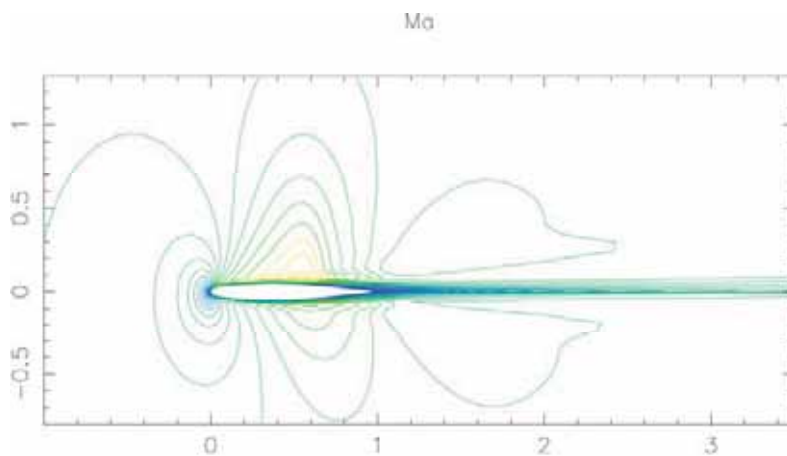
**Obr. 9:** průběh  $c_p$  v řezu 84.5%



**Obr. 10:** Izočáry Machova čísla v rovině symetrie křídla,  $Re=500$

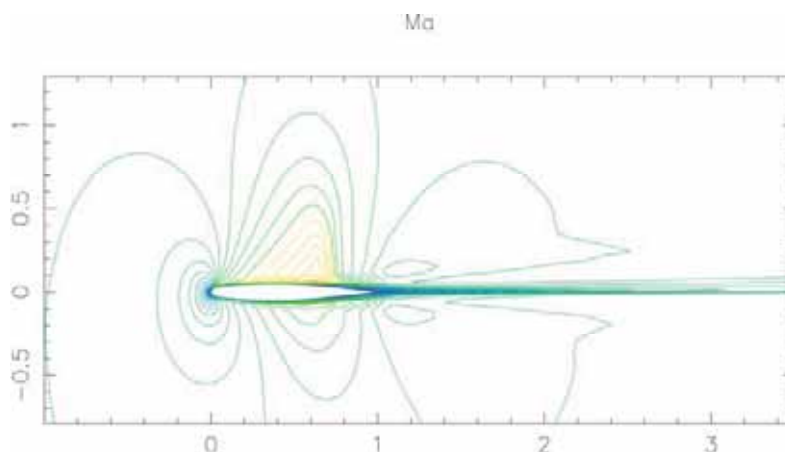


**Obr. 11:** Izočáry Machova čísla v rovině symetrie křídla,  $Re=5000$



**Obr. 12:** Izočáry Machova čísla v rovině symetrie křídla,  $Re=50000$





**Obr. 13:** Izočáry Machova čísla v rovině symetrie křídla,  $Re=500000$

## Závěr

V případě 3D nevazkého stacionárního proudění byla implementována dvě nová moderní FVM schemata vyššího řádu, která poskytují uspokojivé výsledky. Schemata jsou schopna podat dostatečnou informaci o důležitých charakteristikách transsonického obtékání křídla jako je například poloha a síla rázových vln na křídle (s výjimkou přibližně 80% rozpětí křídla, kde dochází k vzájemné interakci dvou rázových vln, jedná se tedy o značně problematickou oblast).

Pro trojrozměrné vazké laminární proudění byly získány první výsledky pro různé hodnoty Reynoldsova čísla (500 – 500 000) a to schematem již dříve použitým pro nevazké výpočty, nyní však rozšířeným pro vazký případ. Výsledky v obou režimech proudění vykazují takové vlastnosti, jaké byly očekávány.

**Poděkování:** Výsledky byly získány s podporou VZ MSM 6840770010, VZ MSM 0001066902 a grantu GACR 201/08/0012.

## Literatura:

- [1] Roe P. L.: *Approximate Riemann Solvers, Parameter Vector and Difference Schemes*; J. Comput. Phys. vol 43, pp 357 - 372. 1981
- [2] Halama J.: *Numerical Solution of Flow in turbine Cascades and Stages*; PhD thesis, Czech Technical University in Prague, Faculty of Mechanical Engineering, Praha, 2003
- [3] Barth T. J. and Jespersen D. C.: *The Design of Upwind Schemes on Unstructured Meshes*; AIAA Paper 89-0366. 1989
- [4] Bruno Koobus and Charbel Fahrat: *Second-order time-accurate and geometrically conservative implicit schemes for flow computations on unstructured dynamic meshes*; Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 170:103-129, 1997

- [5] Dobeš, J., Fořt, J., Furst J., Furmánek P., Kladrubský, M., Kozel, K., Louda, P.: *Numerical Solution of Transonic Flow around a Profile and a Wing II*; Výzkumná zpráva V-1850/05, VZLÚ, a.s., 2005